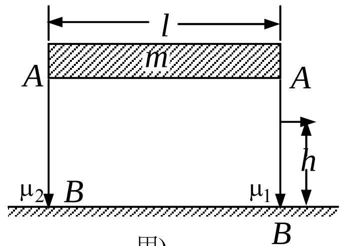
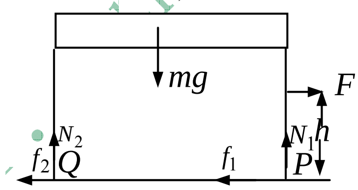
物理奥林匹克竞赛训练(2)

1．一根质量为 m、长为 l 的均匀横梁，需要用两只雪橇在水平雪地上将其保持水平状态运送。简化其过程如图（甲）所示。雪橇均与横梁固连，下端 B 与雪地接触，假定触地面积很小。用一距地 h 的水平牵引力 F 作用于前方雪橇，前后雪橇与雪地的动摩擦因数分别为 μ_1、μ_2。在前后雪橇均与雪地接触时，使横梁沿雪地匀速向前移动，则 h 应满足什么条件？F 应多大？（雪橇质量可忽略不计）



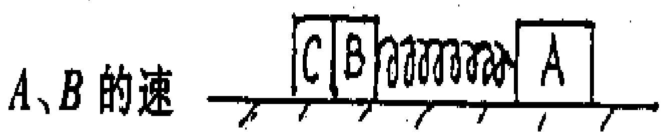
甲)



(乙)

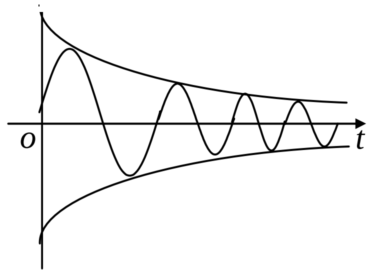
2、如图所示，在光滑的水平桌面上，物体 A 跟物体 B 用一根不计质量的弹簧连接，另一物体 C 跟物体 B 靠在一起，但并不跟 B 连接，它们的质量分别是 m_A=o.2kg，m_B=m_C=0.1kg，现用力将 C、B 和 A 压在一起，使弹簧缩短，这过程中，外力对弹簧做功为 7.2J。弹簧仍在弹性限度以内，

然后，从静止状态释放三物体。

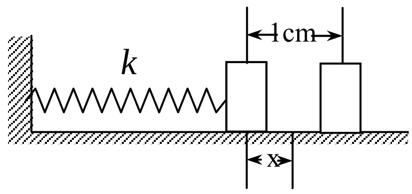


求：（1）弹簧伸长最大时，弹簧的弹性势能。

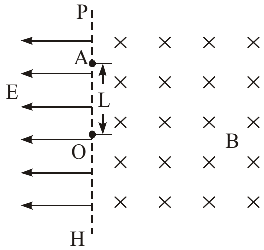
（2）弹簧从伸长最大回复到自然长度时，A、B 的速度。



3、如图所示，倔强系数为 250g/cm 的弹簧一端固定，另端连结一质量为 30g 的物块，置于水平面上，摩擦因数 $\mu=\dfrac{1}{4}$，现将弹簧拉长 1cm 后静止释放。试求：（1）物块获得的最大速度；（2）物块经过弹簧原长位置几次后才停止运动。



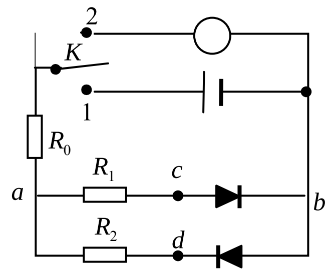
4．如图所示，某一足够大的真空中，虚线 PH 右侧是磁感应强度为 B、方向垂直于纸面向里的匀强磁场，左侧是一场强为 E、方向水平向左的匀强电场.静止于虚线 PH 上的一点 O 处的镭核 $^{226}_{88}Ra$ 水平向右放出一个α粒子而衰变成氡核 $^{222}_{86}Rn$，设α粒子与氡核分离后它们之间的作用可忽略不计，涉及动量问题时亏损的质量不计，重力不计.



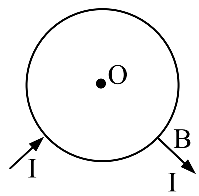
(1)写出镭核衰变的核反应方程.

(2)若经过一段时间，α粒子刚好到达虚线 PH 上的 A 点，测得 OA=L，求此时氡核的速率.(已知α粒子的比荷为 b)

5、如图所示电路中，电源内阻可略，电动势都是 30V，$R_0=5k\Omega, R_1=R_2=10k\Omega$。将 K 依次接“1”和“2”时，各电阻上的电流强度是多少？c、d 两点谁的电势高？



6：如图所示，将均匀细导线做成的圆环上任意两点 A 和 B 与固定电源连接起来，计算由环上电流引起的环中心的磁感强度。



7：已知基态 He^+ 的电离能为 $E=54.4Ev$，（1）为使处于基态的 He^+ 进人激发态，入射光子所需的最小能量应为多少？（2）He^+ 从上述最底激发态跃迁返回基态时，如考虑到该离子的反冲，则与不考虑反冲相比，它所发射的光子波长的百分变化有多大？（离子 He^+ 的能级 En 与 n 的关系和氢原子能级公式类中，可采用合理的近似。）

参考答案:

1．分析：系统受力如图 11-78（乙）所示。其中N_1、N_2分别为地对雪橇的支持力，f_1、f_2分别为地对雪橇的摩擦力。由题意易知，F 不能太大，h 不能太高，否则N_2、f_2将会变为 0，系统将以 P 为轴翻倒，此为临界状态。在这种情况下，所求问题与μ_2无关。由一般物体的平衡条件即可解决。

解：根据平衡条件得

$$F = f_1 + f_2, mg = N_1 + N_2$$

其中
$$f_1 = \mu_1 N_1, f_2 = \mu_2 N_2$$

以 P 为轴可得
$$Fh + N_2 l = \frac{1}{2} mgl$$

由以上几式联立可得

$$N_2 = \frac{\frac{1}{2}l - \mu_1 l}{l - (\mu_1 - \mu_2)h} mg \quad (1)$$

$$F = \frac{l(\mu_1 + \mu_2)/2}{l - (\mu_1 - \mu_2)h} mg \quad (2)$$

依照题意，应有 $F > 0, N_2 \geqslant 0$

所以由（1）式得 $\left(\frac{1}{2}l - \mu_1 h\right) \geqslant 0$ （3）

由（2）式得 $\left[l - (\mu_1 - \mu_2)h\right] > 0$ （4）

（3）、（4）式联立得 $h \leqslant \frac{l}{2\mu_1}$ （5）

在满足（5）式条件下，所求 F 即为（2）式结果。

2．解：(1）从释放弹簧到弹簧达到自然长度的过程以 A、B、C 和弹簧为系统，

动量守恒 $0=m_A V_A+(m_B+m_C)V_{BC}$ （1）机械能守恒 $E_{弹}=7.2J=\frac{1}{2}(m_B+m_C)V_{BC}^2+\frac{1}{2}m_A V_A^2$ （2）

由（1）（2）解出 $V_A=6m/s$（向右） $V_{BC}=-6m/s$（向左） 此后由于 C 不受 B 的作用力将以 V=6m/s 匀速运动，B、C 开始脱离，A、B 受弹力作用将做减速运动，它们的加速度随时间而改充，但每时刻：$a_B=2a_A$

从弹簧处于自然长度到伸长最大的过程，以 A、B 和弹簧为系统，动量守恒

$m_A V_A+m_B V_B=m_A V_A'+m_B V_B'$ （3）

机械能守恒 $\frac{1}{2}m_A V_A^2+\frac{1}{2}m_B V_B^2=\frac{1}{2}m_A V_A'^2+\frac{1}{2}m_B \cdot V_B'^2+E_{弹}$ （4）

分析可知：这个过程的一个阶级内弹力对 A、B 做负功，它们的动能减少系统弹性势能增加，由于每时刻有 $a_B=2a_A$，物体 B 速度先减小到 0 时，此时 A 的速度仍向右，B 开始向右加速运动，只要 $U_A>U_B$ 弹簧继续伸长，直到 $U_A'=U_B'$ 时，弹簧伸长最大。

由（3）（4）解出　　$U_B' = U_A' = 2m/s$ 此时弹簧弹性势能 E$_{弹}$=4.8J

（2）从弹簧伸长最大回到自然长度的过程，A、B 和弹簧为系统

动量守恒 $m_A \cdot V_A' + m_B \cdot V_B' = m_A V_A'' + m_B V_B''$　　（5）

机械能守恒 $\frac{1}{2}m_A V_A''^2 + \frac{1}{2}m_B V_B''^2 + E_{弹} = \frac{1}{2}m_A V_A''^2 + \frac{1}{2}m_B V_B''^2$　　（6）

由（5）（6）解出　　$V_A'' = \begin{cases} 6m/s & （舍去） \\ -2m/s \end{cases}$

$V_B'' = \begin{cases} -6m/s & （舍去） \\ 10m/s \end{cases}$

即：此时 A 向左运动，速度大小为 2m/s,B 向右运动，速度大小为 10m/s 。

3．解：振体在运动中所受摩擦阻力是与速度方向相反的常量力，并不断耗散系统的机械能，故不能像重力作用下那样，化为谐振动处理。

（1）设首次回程中，物块运动至弹簧拉力等于摩擦力的 x 位置时，达最大速度

。

由 $kx = mg\mu$，$x = \frac{mg\mu}{k} = \frac{30g \times \frac{1}{4}}{250g} = 0.03(cm)$

再由能量守恒：

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = mg\mu(1-0.03) + \frac{1}{2}k \times 0.03^2 + \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

代入已知数据得

$v_{max} = 485\ cm/s)$

（2）设物体第一次回程中，弹簧的最大压缩量为 x_1'，则

$\frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx_1'^2 = mg\mu(x_0 + x_1')$

$\therefore x_0 - x_1' = \frac{2mg\mu}{k}$

再设物体第一次返回中，弹簧的最大拉伸量为 x_1，则

$\frac{1}{2}kx_1'^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 = mg\mu(x_1' + x_1)$

$\therefore x_1' - x_1 = \frac{2mg\mu}{k}$

可见振体每经过一次弹簧原长位置，振幅减小是相同的，且均为

$$\frac{2mg\mu}{k}=\frac{2\times30\times1000\times\frac{1}{4}}{250\times1000}=\frac{3}{50}(cm)$$

而 $\frac{1}{3/50}=16\cdots0.04(cm)<0.06cm$

故物体经过 16 次弹簧原长位置后，停止在该处右方。

4．答案：(1) ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}\to{}^{222}_{86}\mathrm{Rn}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$ (2) $v_{Rn}'=v_{Rn}+a_{Rn}t=\frac{bBL}{111}+\frac{86E\pi}{111B}$

解：(1)镭衰变的核反应方程式为：${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}\to{}^{222}_{86}\mathrm{Rn}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$

(2) α 粒子进入匀强磁场后做匀速圆周运动 $R=\frac{m_\alpha v_\alpha}{q_\alpha B}=\frac{L}{2}$，

$t=\frac{1}{2}T_\alpha=\frac{\pi m_\alpha}{q_\alpha B}=\frac{\pi}{Bb}$ 衰变时，根据动量守恒有：$m_\alpha v_\alpha=m_{Rn}v_{Rn}$ 所以

有：$v_{Rn}=\frac{m_\alpha v_\alpha}{m_{Rn}}=\frac{q_\alpha BL}{111m_\alpha}=\frac{bBL}{111}$

氡在电场中做匀加速运动且 $a_{Rn}=\frac{q_{Rn}E}{m_{Rn}}=\frac{86Eb}{111}$ 所以有：$v_{Rn}'=v_{Rn}+a_{Rn}t=\frac{bBL}{111}+\frac{86E\pi}{111B}$.

5．分析 一般情况下，我们总是认为二极管为理想情形，正向导通时 $R_{正}=0$，反向截止时，$R_{反}\to\infty$ 为断路。

解 （1）K 接 1 时，靠直流电源供电，此时 D_1 导通，D_2 截止。有

$I_{R2}=0$，$U_d=U_a>U_c$

$$I_{R1}=I_1=\frac{\varepsilon}{R_0+R_1}=2mA$$

$$U_{dc}=U_{R1}=I_1R_1=20V$$

（2）K 接“2”时，交流电源供电，D_1、D_2 交替的导通和截止，设

$e=\varepsilon_m\sin\omega t,\ \varepsilon_m=\sqrt{2}\varepsilon$，如图 5-4-20 所示。

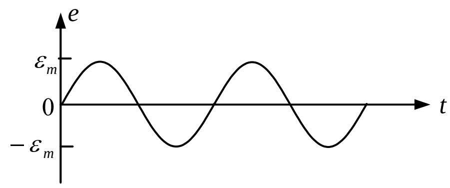


图 5-4-20

在正半周期，D_1 导通，通过 R_1 电流

$$i_{R1}=\frac{e}{R_0+R_1}=\frac{\varepsilon_m}{R_0+R_1}\sin\omega t=2\sqrt{2}\sin\omega t(mA)$$

在负半周期，D_2 导通，D_1 截止，通过 R_2 的电

流

$$i_{R2}=\frac{e}{R_0+R_2}=\frac{\varepsilon_m}{R_0+R_2}\sin\omega t=2\sqrt{2}\sin\omega t(mA)$$

由于R_0始终有电流通过，所以R_0、R_1、R_2的电流如图 5-4-21 甲、乙、丙所示。

R_0的电流有效值

$$I_{Ro}=\frac{\varepsilon_0}{R_0+R_1(或R_2)}=2mA$$

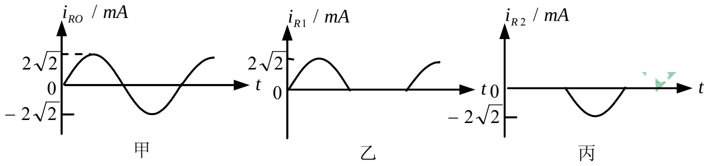


图 5-4-21

R_1、R_2只有在半个周半个周期内通电流，所以可求得其有效值

$$I_{R1}=I_{R2}=\sqrt{2}mA=1.41mA$$

。

在正半周期 $U_d=U_a>U_c$

在负半周期 $U_d>U_c=U_c$

所以 d、c 两点间总有

$U_d>U_c$

6．**分析**：磁感强度 B 可以看成圆环上各部分(将圆环视为多个很小长度部分的累加)的贡献之和，因为对称性，圆环上各部分电流在圆心处磁场是相同或相反，可简化为代数加减。

解：设 A、B 两点之间电压为 U，导线单位长度电阻ρ，如图 3-2-10 所示，则二段圆环电流

$$I_1=\frac{U}{\alpha R\rho}\quad I_2=\frac{U}{(2\pi-\alpha)R\cdot\rho}$$

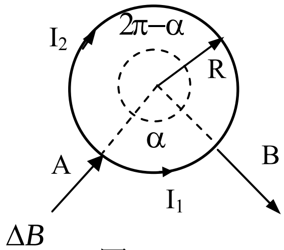


图 3-2-10

磁感强度 B 可以是圆环每小段Δl部分磁场ΔB的叠加，在圆心处，ΔB可表达为$\Delta B=k\frac{I\cdot\Delta l}{R}$，所以：

$$B_1=k\frac{I_1l_1}{R}=k\frac{I_1}{R}\cdot R\alpha=kI_1\alpha$$

$$B_2=k\frac{I_2l_2}{R}=k\frac{l_2}{R}\cdot(2\pi-\alpha)\cdot R=kI_2(2\pi-\alpha)$$

因 $I_1\alpha R\rho=I_2(2\pi-\alpha)R\rho$ 故 $B_1=B_2$，即两部分在圆心处产生磁场的磁感强度大小相等，但磁场的方向正好相反，因此环心处的磁感强度等于零。

7．**分析**:第（1）问应正确理解电离能概念。第（2）问中若考虑核的反冲，应用能量守恒和动量守恒，即可求出波长变化。

解:（1）电离能表示 He^+ 的核外电子脱离氦核的束缚所需要的能量。而题问最小能量对应于核外电子由基态能级跃迁到第一激发态，所以

$$E_{\min}=E\cdot\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)=54.4\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=40.8\text{eV}$$

（2）如果不考虑离子的反冲，由第一激发态迁回基态发阜的光子有关系式：

$$E_{\min}=hv_0$$

现在考虑离子的反冲，光子的频率将不是v_0而是v，$\frac{1}{2}Mv^2$为反冲离子的动能，则由能量守恒得

$$E_{\min}=hv+\frac{1}{2}Mv^2$$

又由动量守恒得

$$Mv=h\cdot\frac{v}{c}$$

式中Mv是反冲离子动量的大小，而$h\cdot\frac{v}{c}$是发射光子的动量的大小，于是，波长的相对变化

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda o}=\frac{\lambda-\lambda_o}{\lambda_o}=\frac{v_0-v}{v}=\frac{hv_0-hv}{hv}=\frac{Mv^2}{2Mvc}=\frac{Mvc}{2Mc^2}=\frac{hv}{2Mc^2}$$

由于$Mc^2>>hv>>h(v-v_0)$

所以

$$\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}=\frac{hv_0}{2Mc^2}=\frac{h(v-v_0)}{2Mc^2}\frac{hv}{2Mc}$$

代入数据

$$\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_o}=\frac{40.8\times1.60\times10^{-19}}{2\times4\times1.67\times10^{-27}(3\times10^8)^2}=5.4\times10^{-9}$$

即百分变化为 0.00000054%