

2018 年全国高中数学联赛河南省预赛高二试题

(考试时间:2018 年 5 月 13 日上午 8:30 – 11:00)

题号	第一题	第二题	第三题	第四题	第五题	总分
得分						
评卷人						
复查人						

考生注意:1.本试卷共五道大题,满分 140 分.

2.解答书写时不要超过密封线.

一、填空题(共 8 小题,每小题 8 分,满分 64 分)

得分		1.已知函数 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$, 若 $f(x)$ 的定义域为 $[m, n]$ ($m < n$), 值域为 $[km, kn]$ ($k > 1$), 则 n 的值为_____.
评卷人		

2.一个棱长为 6 的正四面体纸盒内放一个小正四面体, 若小正四面体可以在纸盒内任意转动, 则小正四面体棱长的最大值为_____.

3.已知 i 为虚数单位, 则在 $(\sqrt{3} + i)^{10}$ 的展开式中, 所有奇数项的和是_____.

4.已知点 P 在 $\triangle ABC$ 内, 且满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 设 $\triangle PBC$, $\triangle PCA$, $\triangle PAB$ 的面积依次为 S_1 , S_2 , S_3 , 则 $S_1 : S_2 : S_3 =$ _____.

5.已知 a, b, c 均为正数, 则 $\min \left\{ \frac{1}{a}, \frac{2}{b}, \frac{4}{c}, \sqrt[3]{abc} \right\}$ 的最大值为_____.

6.若 $(2x+4)^{2n} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2n}x^{2n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则 $a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n}$ 被 3 除的余数是_____.

7.设经过定点 $M(a, 0)$ 的直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ 相交于 P, Q 两点, 若 $\frac{1}{|PM|^2} + \frac{1}{|QM|^2}$ 为常数, 则 a 的值为_____.

8.将圆的一组 n 等分点分别涂上红色或蓝色,从任意一点开始,按逆时针方向依次记录 $k(k \leq n)$ 个点的颜色,称为该圆的一个“ k 阶色序”,当且仅当两个 k 阶色序对应位置上的颜色至少有一个不相同,称为不同的 k 阶色序.若某圆的任意两个“3 阶色序”均不相同,则该圆中等分点的个数最多可有_____个.

得分	
评卷人	

二、(本题满分 16 分)已知 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$, 试求 $\cos \alpha$ 的最大值.

得分	
评卷人	

三、(本题满分 20 分)已知方程 $17x^2 - 16xy + 4y^2 - 34x + 16y + 13 = 0$ 在 xOy 平面上表示一椭圆,试求它的对称中心及对称轴.

得分	
评卷人	

四、(本题满分 20 分)在数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2 是给定的非零整数, $a_{n+2} = |a_{n+1} - a_n|$.

(I) 若 $a_{16} = 4, a_{17} = 1$, 求 a_{2018} ;

(II) 证明: 从 $\{a_n\}$ 中一定可以选取无穷多项组成两个不同的常数列.

得分	
评卷人	

五、(本题满分 20 分) 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 且满足 $abc = 2(a-1)(b-1)(c-1)$, 是否存在边长均为整数的 $\triangle ABC$? 若存在, 求出三边长; 若不存在, 说明理由.

自主招生在线创立于 2014 年,是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台,旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵,关注用户超百万,用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生,引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南,请关注自主招生在线官方微信号: **zizzsw**。



微信扫一扫,快速关注