

2019 年全国高中数学联赛模拟试题 (二)

一、填空题 (每题 3 分, 共 27 分)

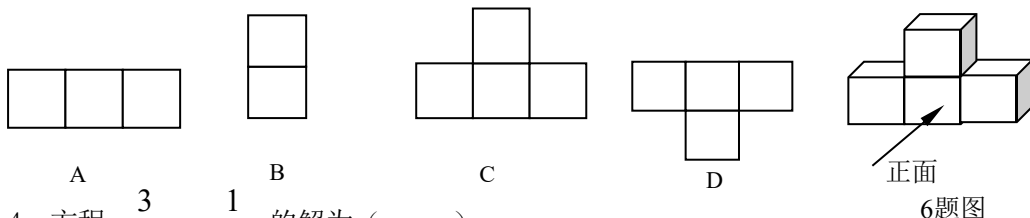
1. 下列说法中正确的是()

- A. “打开电视, 正在播放《新闻联播》”是必然事件;
 B. 某次抽奖活动中奖的概率为 $\frac{1}{100}$, 说明每买 100 张奖券, 一定有一次中奖;
 C. 数据 1, 1, 2, 2, 3 的众数是 3;
 D. 想了解台州市城镇居民人均年收入水平, 宜采用抽样调查.

2. 下列运算正确的是()

- A. $a \cdot a^2 = a^2$ B. $(ab)^3 = ab^3$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $a^{10} \div a^2 = a^5$

3. 如右下图, 是由 4 个大小相同的正方体搭成的几何体, 其俯视图是 ()



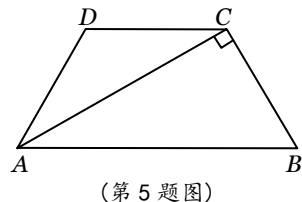
4. 方程 $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{x+1}$ 的解为 ()

- A. $x = \frac{4}{5}$ B. $x = -\frac{1}{2}$ C. $x = -2$ D. 无解

5. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 对角线 $AC \perp BC$,

$\angle B = 60^\circ$, $BC = 2\text{cm}$, 则梯形 $ABCD$ 的面积为 (▲)

- A. $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ B. 6cm^2 C. $6\sqrt{3}\text{cm}^2$ D. 12cm^2



(第 5 题图)

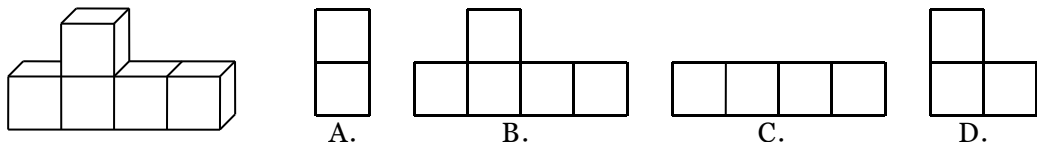
6. 甲、乙、丙、丁四人进行射击测试, 每人射击 8 次, 射击成绩的平均环数相同, 方差分别为: $S^2_{\text{甲}} = 6.5$, $S^2_{\text{乙}} = 5.3$, $S^2_{\text{丙}} = 5.8$, $S^2_{\text{丁}} = 8.1$, 则成绩最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. 下列数据: 23, 22, 22, 21, 18, 16, 22 的众数和中位数分别是 ()

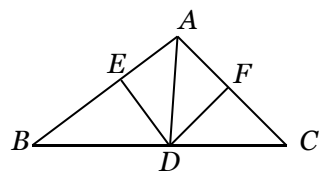
- A. 21, 22 B. 22, 23 C. 22, 22 D. 23, 21

8. 下面图中几何体的主视图是 ()



9. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$ 交 AB 于点 E , $DF \perp AC$ 交 AC 于点 F . 若 $S_{\triangle ABC} = 7$, $DE = 2$, $AB = 4$, 则 $AC =$ ()

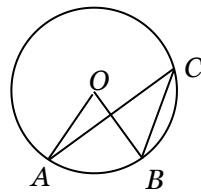
- A. 4 B. 3 C. 6 D. 5



二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.)

10. 计算: $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如图, 点 A、B、C 都在 $\odot O$ 上, 若 $\angle C = 35^\circ$, 则 $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



12. 某剧团甲乙两个女舞蹈队的平均身高都是 1.65 米, 甲队身高的方差是 $S_{甲}^2 = 1.5$, 乙队身高的方差是 $S_{乙}^2 = 2.4$, 那么两队中身高更整齐的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 队 (填“甲”或“乙”).

13. 75° 的圆心角所对的弧长是 2.5π cm, 则此弧所在圆的半径是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

14. 观察下列单项式: $a, -2a^2, 4a^3, -8a^4, 16a^5, \dots$. 按此规律, 第 n 个单项式是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (n 是正整数).

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 28 分)

15. (1) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$, 其中 $x=2$

(2). (3 分) 解方程: $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$

16. (10 分) “清明节”前夕, 我县某校决定从八年级 (一) 班、(二) 班中选一个班去杨闇公烈士陵园扫墓, 为了公平, 有同学设计了一个方法, 其规则如下: 在一个不透明的盒子里装有形状、大小、质地等完全相同的 3 个小球, 把它们分别标上数字 1、2、3, 由 (一) 班班长从中随机摸出一个小球, 记下小球上的数字; 在一个不透明口袋中装有形状、大小、质地等完全相同的 4 个小球, 把它们分别标上数字 1、2、3、4, 由 (二) 班班长从口袋中随机摸出一个小球, 记下小球上的数字, 然后计算出这两个数字的和, 若两个数字的和为奇数, 则选 (一) 班去; 若两个数字的和为偶数, 则选 (二) 班去.

(1) 用树状图或列表的方法求八年级 (一) 班被选去扫墓的概率;

(2) 你认为这个方法公平吗? 若公平, 请说明理由; 若不公平, 请设计一个公平的方法.

17. (10 分) 某镇道路改造工程, 由甲、乙两工程队合作 20 天可完成. 甲工程队单独施工比乙工程队单独施工多用 30 天完成此项工程.

(1) 求甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要多少天?

(2) 若甲工程队独做 a 天后, 再由甲、乙两工程队合作 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天 (用含 a 的代数式表示) 可完成此项工程;

(3) 如果甲工程队施工每天需付施工费 1 万元, 乙工程队施工每天需付施工费 2.5 万元, 甲工程队至少要单独施工多少天后, 再由甲、乙两工程队合作施工完成剩下的工程, 才能使施工费不超过 64 万元?

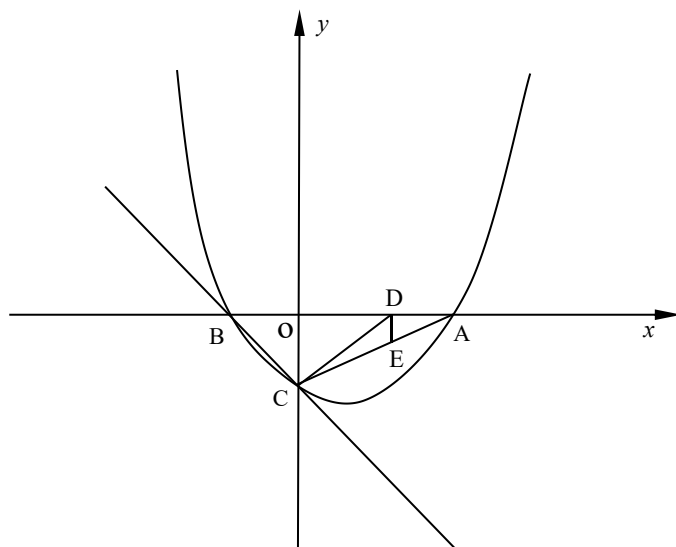
17. (8 分) 解方程: $\frac{3-x}{x-4} + \frac{1}{4-x} = 1$

18. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 y 轴相交于 C, 与 x 轴相交于 A、B, 点 A 的坐标为 (2, 0), 点 C 的坐标为 (0, -1).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 E 是线段 AC 上一动点, 过点 E 作 $DE \perp x$ 轴于点 D, 连结 DC, 当 $\triangle DCE$ 的面积最大时, 求点 D 的坐标;

- (3) 在直线 BC 上是否存在一点 P , 使 $\triangle ACP$ 为等腰三角形, 若存在, 求点 P 的坐标, 若不存在, 说明理由.



26题图

自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信扫一扫, 快速关注