



2016年北京大学生命科学冬令营试卷数学部分

1. 已知函数 $f(x)$ 是连续的偶函数, 且当 $x > 0$ 时 $f(x)$ 是严格单调函数, 则满足 $f(x) = f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$ 的所有 x 之和是 ()

- A. -1
- B. -3
- C. -5
- D. -8

2. 设集合 $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{2}k + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $B = \left\{x \mid x = \frac{1}{4}k + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 A 与 B 的关系是 ()

- A. A 是 B 在有理数集中的补集
- B. A 是 B 的真子集
- C. B 是 A 的真子集
- D. 以上均不对

3. 方程 $x^2 - (3a+2)x + 2a-1 = 0$ 的两个实根中一个大于3, 另一个小于3, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > \frac{2}{7}$



B. $a > \frac{2}{9}$

C. $a < \frac{2}{7}$

D. $a < \frac{2}{9}$

4. 设实数 a, b, c 均不为 0, 且满足 $\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c}$, 则 $\frac{abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ 的值是 ()

A. $\frac{1}{8}$

B. 1

C. -1

D. 以上均不对

5. 设 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, 则 $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha}}$ = ()

A. $\cos \frac{\alpha}{2}$

B. $\sin \frac{\alpha}{2}$



C. $-\cos \frac{\alpha}{2}$

D. $-\sin \frac{\alpha}{2}$

6. 设一个圆锥的底面积为10，它的侧面展开成平面图后为一个半圆，则此圆锥的侧面积是（ ）

A. 10

B. 20

C. 30

D. 40

7. 设 $a \geq 1$ ，且对任意 $x \in [1, 2]$ ，不等式 $|x - a| + \frac{3}{2} \geq a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（ ）

A. $\left[1, \frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

B. $\left[1, \frac{5}{4}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

C. $\left[\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$



D. 以上均不对

8. 设 $m > 0$, $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2$, $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 则 m 的取值范围是 ()

A. $[1, +\infty)$

B. $[3, +\infty)$

C. $[6, +\infty)$

D. $[9, +\infty)$

9. 设 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$, 把复数 $z_1 = 2 \sin \theta + i \cos \theta$ 在复平面上对应的向量按顺时针旋转 $\frac{3\pi}{4}$ 后得到的复数为 $z_2 = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, 那么 $\tan \varphi =$ ()

A. $\frac{2 \tan \theta + 1}{2 \tan \theta - 1}$

B. $\frac{2 \tan \theta - 1}{2 \tan \theta + 1}$

C. $\frac{1}{2 \tan \theta + 1}$



D. $\frac{1}{2 \tan \theta - 1}$

10. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x + 1}$ 的最大值与最小值的和是 ()

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. $-\frac{2}{3}$

11. 设 m, n 为任意正整数, 函数 $f(m, n)$ 的取值也是正整数, 且满足 $f(1, 1) = 1$, $f(m, n+1) = f(m, n) + 2$, $f(m+1, 1) = 2f(m, 1)$, 则 $f(2016, 2015) =$ ()

A. $2^{2015} + 2015$

B. $2^{2016} + 2016$

C. $2^{2015} + 4028$

D. $2^{2016} + 4028$



12. 设有命题 A, B, C, D, E ，其中 A 是 B 的充分条件， B 是 C 的充要条件， $\neg A$ 是 E 的充分条件， D 是 C 的必要条件，则 D 是 $\neg E$ 的（ ）

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

13. 设直角梯形的高为2，其两条对角线交点为 P ，以它的两底中点的连线为直径的圆与此梯形的直腰相交于点 E 和 F ，则 P 到 E 和 F 这两点的距离之和为（ ）

- A. $\sqrt{2}$
- B. 2
- C. 1
- D. 以上均不对

14. 一种正十二面体的骰子，12个表面分别写有1到12的12个数字，则扔一对这样的骰子，可能出现的结果种数是（ ）



A . 144

B . 132

C . 72

D . 78

15 . 设实数 $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_{2016} > 1$, 且 $x_1 + x_2 + \dots + x_{2016} = 2018$, 则 $\ln(x_1) \ln(x_{2016})$ 与 $\frac{1}{2015}$ 的大小关系是 ()

A . $\ln(x_1) \ln(x_{2016}) > \frac{1}{2015}$

B . $\ln(x_1) \ln(x_{2016}) = \frac{1}{2015}$

C . $\ln(x_1) \ln(x_{2016}) < \frac{1}{2015}$

D . 以上都有可能

16 . 设角 $\alpha = \frac{\pi}{7}$, 则 $\sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha + \sin^2 3\alpha$ 的值为 ()

A . $\frac{7}{4}$

B . 1



C. $\frac{7}{8}$

D. 以上均不对

17. 已知 $x > 0$ 时，不等式 $[(a-1)x-1](x^2-ax-1) \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()

A. $0 \leq a \leq \frac{3}{2}$

B. $1 \leq a \leq \frac{3}{2}$

C. $a = \frac{3}{2}$

D. 不存在这样的 a

18. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，且 $\sin \beta = 2 \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha$ ，则 $\tan \beta$ 具有 ()

A. 最大值 $\sqrt{3}$

B. 最小值 $\sqrt{3}$

C. 取不到最大或最小值

D. 以上均不对



19. 设实数 a, b, c 满足 $a, b, c \geq 1$ 且 $ab\sqrt{c-1} + ac\sqrt{b-1} + bc\sqrt{a-1} = \frac{3}{2}abc$, 则 a, b, c 之间的大小关系是 ()

A. $a > b > c$

B. $a = b = c$

C. $a < b < c$

D. 不能比较大小

20. 设三角形 ABC 的中线 AL 与 BM 相交于点 K , 若 K, L, C, M 四点共圆, 则 $\frac{AB}{KC}$ 的值是 ()

A. 1

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. 不能确定