

2018 年全国高中数学联赛广西赛区预赛试卷

(考试时间: 2018 年 5 月 20 日上午 9:00—11:00)

题号	一	9	10	11	12	合计
得分						
评卷人						
复核人						

注意事项:

1. 本试卷共 12 小题, 全卷满分 150 分;
2. 用圆珠笔或钢笔作答, 解题书写不要超过装订线;
3. 不能使用计算器.

得分	
评卷人	

一、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 10 分, 共 80 分, 请将答案填写在下面答题区域相应的横线上)

1. _____; 2. _____; 3. _____; 4. _____;

5. _____; 6. _____; 7. _____; 8. _____.

1. 设 i 为虚数单位, a 和 b 为正整数, 且 $|(a+i)(2+i)| = \left| \frac{b-i}{2-i} \right|$, 则 $a+b = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

2. 设 $a \in \mathbb{R}$. 若 $x > 0$ 时均有 $(x^2 + ax - 5)(ax - 1) \geq 0$ 成立, 则 $a = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

3. 设点 Q 在 $\triangle ABC$ 所在平面 α 内, 点 P 在平面 α 外. 若对任意的实数 x 和 y ,

$|\overline{AP} - x\overline{AB} - y\overline{AC}| \geq |\overline{PQ}|$, 则向量 \overline{PQ} 与 \overline{BC} 所成的角 $\theta = \underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

7. 把 16 本相同的书全部分给 4 个学生, 每个学生至少有一本书且所得书的数量互不相同, 则不同的分配方法种数为 $\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$. (用数字作答)

8. 若定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) - 2f(x) - 4 > 0$, $f(0) = -1$, 则不等式 $f(x) > e^{2x} - 2$ 的解为

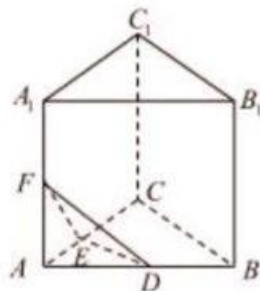
$\underline{\hspace{1cm} \blacktriangle \hspace{1cm}}$.

4. 某个含有三个实数的集合既可表示为 $\left\{b, \frac{b}{a}, 0\right\}$, 也可以表示为 $\{a, a+b, 1\}$,

则 $a^{2018} + b^{2018}$ 的值为 ▲ .

5. 设 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, 则 $\sin^3 x + \cos^3 x =$ ▲ .

6. 如图, 在正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $AB=2$, $AA_1=2\sqrt{3}$, D, F 分别是棱 AB, AA_1 的中点, E 为棱 AC 上的动点, 则 $\triangle DEF$ 周长的最小值为 ▲ .



7. 把 16 本相同的书全部分给 4 个学生, 每个学生至少有一本书且所得书的数量互不相同, 则不同的分配方法种数为 ▲ . (用数字作答)

8. 若定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) - 2f(x) - 4 > 0$, $f(0) = -1$, 则不等式 $f(x) > e^{2x} - 2$ 的解为 ▲ .

二、解答题 (本大题共 4 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

得分	
评卷人	

9. (本小题满分 15 分)

设 $a_n = 2^n$, $n \in N^+$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 a_n + b_2 a_{n-1} + \dots + b_n a_1 = 2^n - \frac{n}{2} - 1$,

求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和.

得分	
评卷人	

10. (本小题满分 15 分)

已知椭圆的中心在原点 O , 焦点在 x 轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且过点 $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

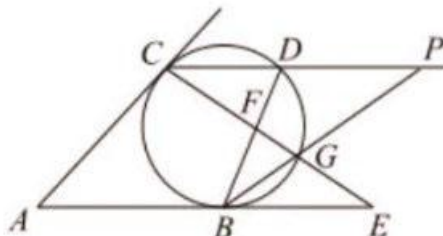
设不过原点 O 的直线 l 与该椭圆交于点 P 和 Q , 且直线 OP, PQ, OQ 的斜率构成等比数列, 求 $\triangle OPQ$ 面积的取值范围.

得分	
评卷人	

11. (本小题满分 20 分)

如图, $\odot O$ 切 AB 、 AC 于点 B 、 C , 过 C 的割线 $CD \parallel AB$ 交 $\odot O$ 于点 D , E 是 AB 延长线上一点, 直线 CE 分别交 BD 和 $\odot O$ 于点 F 、 G . 延长 BG 与 CD 的延长线相交于点 P .

求证: A 、 F 、 P 三点共线.



得分	
评卷人	

12. (本小题满分 20 分)

设 a_1, a_2, \dots, a_n 为非负数. 求证:

$$\sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_n} + \sqrt{a_2 + a_3 + \dots + a_n} + \sqrt{a_3 + \dots + a_n} + \dots + \sqrt{a_n} \geq \sqrt{a_1 + 4a_2 + 9a_3 + \dots + n^2 a_n}.$$

自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号: **zizzsw**。



微信扫一扫, 快速关注