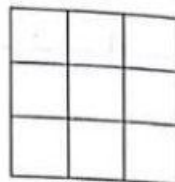


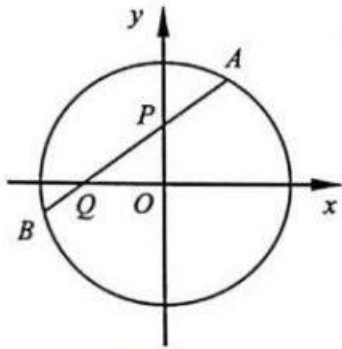
## 2018 全国高中数学联赛江苏初赛试题

- 函数  $y = |\cos x| - \cos 2x$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的值域是\_\_\_\_\_.
- 已知  $(a+bi)^2 = 3+4i$ , 其中  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $i$  是虚数单位, 则  $a^2+b^2$  的值为\_\_\_\_\_.
- 圆心在抛物线  $x^2 = 2y$  上, 并且和该抛物线的准线及  $y$  轴都相切的圆的方程为\_\_\_\_\_.
- 设函数  $f(x) = \frac{1-4^x}{2^x} - x$ , 则不等式  $f(1-x^2) + f(5x-7) < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.
- 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前 12 项的和为 60, 则  $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_{12}|$  的最小值为\_\_\_\_\_.
- 已知正四面体内切球的半径是 1, 则该正四面体的体积为\_\_\_\_\_.
- 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=5, AC=4$ , 且  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 12$ . 设  $P$  为平面  $ABC$  上的一点, 则  $\vec{PA} \cdot (\vec{PB} + \vec{PC})$  的最小值是\_\_\_\_\_.
- 设  $g(n) = \sum_{k=1}^n (k, n)$ , 其中  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $(k, n)$  表示  $k$  与  $n$  的最大公约数, 则  $g(100)$  的值为\_\_\_\_\_.
- 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这 9 个数随机填入  $3 \times 3$  的方格表中, 每个小方格恰填写一个数, 且所填数各不相同, 则使每行、每列所填数之和都是奇数的概率是\_\_\_\_\_.



(第 9 题图)

- 在 1, 2, 3, 4, ..., 1000 中, 能写成  $a^2 - b^2 + 1$  ( $a, b \in \mathbf{N}$ ) 的形式, 且不能被 3 整除的数有\_\_\_\_\_个.
- 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知圆  $O$  的方程为  $x^2 + y^2 = 4$ , 过点  $P(0, 1)$  的直线  $l$  与圆  $O$  交于点  $A, B$ , 与  $x$  轴交于点  $Q$ . 设  $\vec{QA} = \lambda \vec{PA}$ ,  $\vec{QB} = \mu \vec{PB}$ , 求证:  $\lambda + \mu$  为定值.



(第 11 题图)

12. 已知  $\{a_n\}$  是公差为  $d (d \neq 0)$  的等差数列,

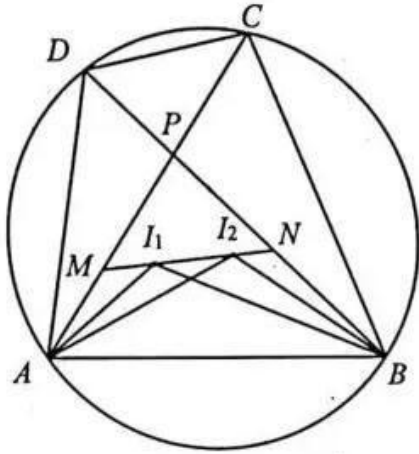
且  $a_1 + t^2 = a_2 + t^3 = a_3 + t$ .

(1) 求实数  $t, d$  的值;

(2) 若正整数满足  $m < p < r$ ,  $a_m - 2t^m = a_p - 2t^p = a_r - 2t^r = 0$ , 求数组  $(m, p, r)$  和相应的通项公式  $a_n$ .

13. 如图, 在圆内接四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $P$ ,  $\triangle ABD$  与  $\triangle ABC$  的内心分别为  $I_1$  和  $I_2$ , 直线  $I_1 I_2$  分别与  $AC, BD$  交于点  $M, N$ , 求证:  $PM = PN$ .





(第 13 题图)

14. 从  $1, 2, 3, \dots, 2050$  这 2050 个数中任取 2018 个组成集合  $A$ , 把  $A$  中的每个数染上红色或蓝色. 求证: 总存在一种染色方法, 使得有 600 个红数及 600 个蓝数满足下列两个条件:
- ① 这 600 个红数的和等于这 600 个蓝数的和;
  - ② 这 600 个红数的平方和等于这 600 个蓝数的平方和.

自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主招生在线**官方微信号: **zizzsw**。



自主招生在线  
微信号: zizzsw



微信扫一扫, 快速关注