

山东省微山县第二中学 2019-2020 学年 高二下学期第一学段教学质量监测试题

考试时间：90 分钟；满分：100 分

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

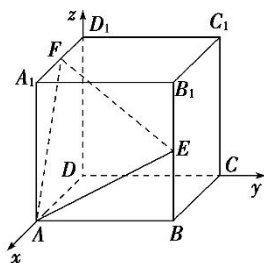
第 I 卷（选择题）

一、单选题（本题共 8 道小题，每题 5 分，共计 40 分）

1. (5 分) 空间直角坐标中 $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 5)$, $C(3, 0, 4)$, $D(4, 1, 3)$, 则直线 AB 与 CD 的位置关系是()

- | | |
|-----------|---------|
| A. 平行 | B. 垂直 |
| C. 相交但不垂直 | D. 无法确定 |

2. (5 分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点建立空间直角坐标系, E 为 BB_1 的中点, F 为 A_1D_1 的中点, 则下列向量中, 能作为平面 AEF 的法向量的是()



- | | |
|-----------------|------------------|
| A. $(1, -2, 4)$ | B. $(-4, 1, -2)$ |
| C. $(2, -2, 1)$ | D. $(1, 2, -2)$ |

3. (5 分) 已知 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 是不共面的三个向量, 则能构成一个基底的一组向量是 ()

- | | |
|--|--|
| A. $2\vec{a}, \vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}$ | B. $2\vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{b} + 2\vec{a}$ |
| C. $\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{b} - \vec{c}$ | D. $\vec{c}, \vec{a} + \vec{c}, \vec{a} - \vec{c}$ |

4. (5 分) 已知平面 α 和平面 β 的法向量分别为 $m=(3,1,-5), n=(-6,-2,10)$, 则()

- | | |
|------------------------------|----------------------|
| A. $\alpha \perp \beta$ | B. $\alpha // \beta$ |
| C. α 与 β 相交但不垂直 | D. 以上都不对 |

5. (5分) 若 $C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^n x^n$ 能被 7 整除, 则 x, n 的值可能为 ()

- A. $x = 4, n = 3$ B. $x = 4, n = 4$ C. $x = 5, n = 4$ D. $x = 6, n = 5$

6. (5分) 若 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^n$ 的展开式中第 3 项的二项式系数是 15, 则展开式中所有项系数之和为

- A. $\frac{1}{32}$ B. $\frac{1}{64}$ C. $-\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{128}$

7. (5分) 某食堂一窗口供应 2 荤 3 素共 5 种菜, 甲、乙两人每人在该窗口打 2 种菜, 且每人至多打 1 种荤菜, 则两人打菜方法的种数为 ()

- A. 64 B. 81 C. 36 D. 100

8. (5分) $\frac{(1-2x)^7}{x}$ 的展开式中 x^2 的系数为 ()

- A. -84 B. 84 C. -280 D. 280

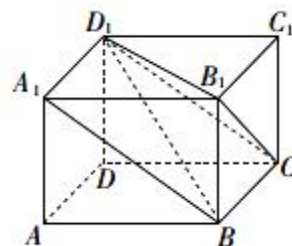
二、多项选择题: 本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项是符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的 0 分。

9. (5分) 若 $(2x+1)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}, x \in R$, 则 ()

- A. $a_0 = 1$ B. $a_0 = 0$
 C. $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 3^{10}$ D. $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 3$

10. (5分) 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, $AA_1 = 3$, 则 ()

- A. 异面直线 A_1B 与 B_1D_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
 B. 异面直线 A_1B 与 B_1D_1 所成角的余弦值为 $\frac{3}{5}$
 C. $A_1B \parallel$ 平面 B_1D_1C
 D. 点 B_1 到平面 A_1BD_1 的距离为 $\frac{12}{5}$



第 II 卷 (非选择题)

三、填空题（本题共 4 道小题，每题 5 分，共计 20 分）

11. (5 分) 已知向量 $\vec{a} = (-3, 2, 5)$, $\vec{b} = (1, x, -1)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$, 则 x 的值为_____.

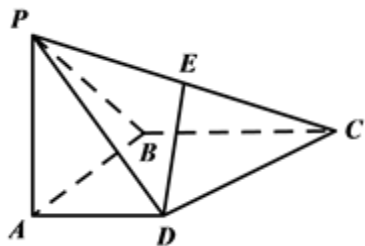
12. (5 分) 从 5 名学生中选出 4 名分别参加数学、物理、化学、生物四科竞赛(每科一人), 其中甲不能参加生物竞赛, 则不同的参赛方案种数为_____.

13. (5 分) $(1-x)(2x+1)^4$ 的展开式中, x^3 的系数为_____.

14. (5 分) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 若 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{CC_1} = \vec{c}$, 则 $\overrightarrow{BA_1} =$ _____.

四、解答题（本题共 3 道小题，每题 10 分，共计 30 分）

15. (10 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $\angle PAB = \angle ABC = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $PA = AB = BC = 2AD$, E 是 PC 的中点.



(I) 求证: $DE \perp$ 平面 PBC ;

(II) 求二面角 $A - PD - E$ 的余弦值.

16. (10 分) 已知 10 件不同产品中有 3 件是次品, 现对它们一一取出(不放回)进行检测, 直至取出所有次品为止.

(1) 若恰在第 5 次取到第一件次品, 第 10 次才取到最后一件次品, 则这样的不同测试方法数有多少?

参考答案

一、选择

1. A 2. B 3. C 4. B 5. C 6. B 7. B 8. C 9. AC 10. ACD

二、填空

11. 8

12. 96【详解】

根据题意，分2种情况讨论：

①：从5名学生中选出的4名学生没有甲，需要将选出的4名学生全排列，参加四科竞赛，

有 $A_4^4 = 24$ 种情况，

②：从5名学生中选出的4名学生有甲，则甲可以参加数学、物理、化学这三科的竞赛，

有3种情况，

在剩余的4名学生中任选3人，参加剩下的三科竞赛，有 $C_4^3 A_3^3 = 24$ 种情况，

此时有 $3 \times 24 = 72$ 种情况，

故有 $24 + 72 = 96$ 种不同的参赛方案种数，故答案为：96.

13. 8

14. $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ 【详解】直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，若 $\vec{CA} = \vec{a}, \vec{CB} = \vec{b}, \vec{CC}_1 = \vec{c}$

$\vec{BA}_1 = \vec{BA} + \vec{AA}_1 = \vec{CA} - \vec{CB} + \vec{CC}_1 = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ 故答案为 $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

三、解答：

15. 解：(I) 证明：因为侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$ ，且 $\angle PAB = \angle ABC = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，

所以 $PA \perp AB$ ， $PA \perp AD$ ， $AD \perp AB$ ，

如图，以点 A 为坐标原点，分别以直线 AD ， AB ， AP 为 x 轴， y 轴， z 轴建立空间直角坐标系.

设 $PA = AB = BC = 2AD = 2$ ， E 是 PC 的中点，则有 $P(0,0,2)$ ， $D(1,0,0)$ ， $B(0,2,0)$ ，

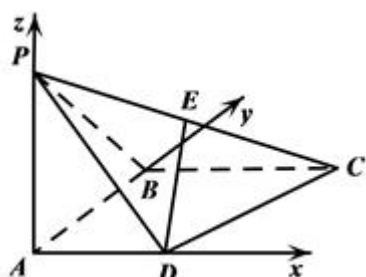
$C(2,2,0)$ ， $E(1,1,1)$ ，

于是 $\vec{DE} = (0,1,1)$ ， $\vec{PB} = (0,2,-2)$ ， $\vec{PC} = (2,2,-2)$ ，

因为 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{PC} = 0$,

所以 $DE \perp PB$, $DE \perp PC$, 且 $PB \cap PC = P$,

因此 $DE \perp$ 平面 PBC



(II) 由 (I) 可知平面 PAD 的一个法向量为 $\overrightarrow{AB} = (0, 2, 0)$,

设平面 PCD 的法向量为 $\vec{n}_2 = (x, y, z)$,

$$\overrightarrow{PD} = (1, 0, -2), \quad \overrightarrow{PC} = (2, 2, -2), \quad \text{则} \begin{cases} \overrightarrow{PD} \cdot \vec{n}_2 = 0, \\ \overrightarrow{PC} \cdot \vec{n}_2 = 0, \end{cases} \text{所以} \begin{cases} x - 2z = 0, \\ 2x + 2y - 2z = 0, \end{cases}$$

不妨设 $z = 1$, 则 $\vec{n}_2 = (2, -1, 1)$,

$$\cos \langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{-2}{\sqrt{6} \times 2} = -\frac{\sqrt{6}}{6},$$

由图形知, 二面角 $A-PD-E$ 为钝角, 所以二面角 $A-PD-E$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ 。

16. 解: (1) 根据题意, 若恰在第 5 次取到第一件次品, 第 10 次才取到最后一件次品, 则前 4 次取出的都是正品, 第 5 次和第 10 次中取出 2 件次品, 剩余的 4 个位置任意排列, 则有 $A_7^4 A_3^2 A_4^4 = 120960$ 种不同测试方法,

(2) 若第 6 次为最后一件次品, 另 2 件在前 5 次中出现, 前 5 次中有 3 件正品, 则不同的测试方法有 $A_3^1 C_7^3 A_5^5 = 12600$ 种.

17. 【详解】(1) 证明: 在长方体中, 因 $AA_1 = CC_1$, $AA_1 \parallel CC_1$, 可得 $A_1C_1 \parallel AC$, A_1C_1 不在平面 ACD_1 内, $AC \subset$ 平面 ACD_1 , 则 $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACD_1 ;

(2) 因为 $CD \perp$ 平面 ADD_1A_1 , $AD_1 \subset$ 平面 ADD_1A_1 , 可得 $CD \perp AD_1$,

所以异面直线 CD 与 AD_1 所成角 90° ;

(3) 由 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times AA_1 = \frac{2}{3}$, $AA_1 = 1$.