# 四川省泸县2020届高二下学期第一次月考

# 数学（理）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

第I卷 选择题（60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．命题“若$a+b>1$，则$a^2+b^2>1$”的逆否命题为

A．若$a^2+b^2\le 1$，则$a+b\le 1$　　B．若$a^2+b^2>1$，则$a+b>1$

C．若$a+b>1$，则$a^2+b^2\le 1$　　D．若$a^2+b^2<1$，则$a+b<1$

2．抛物线$y^2=-x$的焦点坐标为

A．$(-\frac{1}{2},0)$　　B．$(\frac{1}{2},0)$　　C．$(-\frac{1}{4},0)$　　D．$(\frac{1}{4},0)$

3．不等式$2x^2-x-1>0$的解集是

A．$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,1\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　　C．$\left(1,+\infty\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{2},1\right)$

4．已知$a>b$．则下列关系正确的是

A．$a^3>b^3$　　B．$|a|>|b|$　　C．$a^2>b^2$　　D．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

5．若一组数据的茎叶图如图，则该组数据的中位数是

| | |
|---|---|
| 7 | 0 1 2 6 |
| 8 | 2 2 5 7 |

A．79　　B．79.5　　C．80　　D．81.5

6．双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的离心率是

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

7．为了解某社区居民的家庭年收入和年支出的关系，随机调查了该社区 5 户家庭，得到如下统计数据表：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 收入 $x$ 万 | 8.3 | 8.6 | 9.9 | 11.1 | 12.1 |
| 支出 $y$ 万 | 5.9 | 7.8 | 8.1 | 8.4 | 9.8 |

根据上表可得回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，其中 $\hat{b}=0.78$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$ 元，据此估计，该社区一户收入为 16 万元家庭年支出为

A．12.68 万元　　B．13.88 万元　　C．12.78 万元　　D．14.28 万元

8．已知方程 $\frac{x^2}{k+1}+\frac{y^2}{3-k}=1(k\in R)$ 表示焦点在 $x$ 轴上的椭圆，则 $k$ 的取值范围是

A．$k$<1 或 $k$>3　　B．1<$k$<3　　C．$k$>1　　D．$k$<3

9．“0＜$m$＜2”是“方程 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-2}=1$ 表示的曲线为双曲线”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．在正四面体 $P-ABC$ 中，点 $E$，$F$ 分别在棱 $PB$，$PC$ 上，若 $PE\neq PF$ 且 $AE=AF=2$，$EF=\sqrt{3}$，则四面体 $P-AEF$ 的体积为

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{6}$

11．已知 $F$ 为抛物线 $C$：$y^2=4x$ 的焦点，过 $F$ 作两条互相垂直的直线 $l_1$，$l_2$，直线 $l_1$ 与 $C$ 交于 $A$、$B$ 两点，直线 $l_2$ 与 $C$ 交于 $D$、$E$ 两点，则$|AB|+|DE|$的最小值为

A．16　　B．14　　C．12　　D．10

12．设双曲线 $M$：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$（$a$＞0，$b$＞0）的上顶点为 $A$，直线 $y=\sqrt{a^2+b^2}$ 与 $M$ 交于 $B$，$C$ 两点，过 $B$，$C$ 分别作 $AC$，$AB$ 的垂线交于点 $D$ 若 $D$ 到点（0，$2\sqrt{a^2+b^2}$）的距离不超过 $8\sqrt{a^2+b^2}-7a$，则 $M$ 的离心率的取值范围是

A．[$\sqrt{7}+1$，+∞）　　B．[$\sqrt{7}-1$，+∞）　　C．（1，$\sqrt{7}+1$]　　D．（1，$\sqrt{7}-1$]

第II卷 非选择题（90分）

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知变量$x,y$满足约束条件$\begin{cases} y \le 2 \\ x+y \ge 1 \\ x-y \le 1 \end{cases}$，则$z=3x+y$的最大值为______________.

14．若椭圆$C$：$\dfrac{x^2}{m^2+1}+\dfrac{y^2}{m}=1(m>0)$的焦距为$2\sqrt{3}$，则椭圆$C$的长轴长为_________.

15．若曲线$y=\sqrt{1-x^2}$与直线$y=x+b$始终有交点，则$b$的取值范围是_______.

16．若抛物线$y=ax^2-1$上存在关于直线$y=\dfrac{1}{2}x+1$成轴对称的两点，则$a$的取值范围是

__________.

**三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（10分）已知命题$p$："曲线$C:\dfrac{x^2}{m^2+1}+\dfrac{y^2}{2m+9}=1$表示焦点在$y$轴上的椭圆"，命题$q$：不等式$x^2+2x+m>0$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立.

（I）若命题$p\vee q$为真命题，求实数$m$的取值范围；

（II）若命题$(\neg p)\vee q$为真，$(\neg p)\wedge q$为假，求实数$m$的取值范围.

18．（12分）已知函数$f(x)=(2^x+m)^2+1-m^2$的最小值为$-3$.

（I）求$m$的值；

（II）若$f(x)>\dfrac{2^x}{a}-8$对一切实数$x$都成立，求实数$a$的取值范围.

19．（12分）为了促进学生的全面发展，某市教育局要求本市所有学校重视社团文化建设，2014年该市某中学的某新生想通过考核选拔进入该校的"电影社"和"心理社"，已知该同学通

过考核选拨进入这两个社团成功与否相互独立根据报名情况和他本人的才艺能力，两个社团都能进入的概率为$\frac{1}{24}$，至少进入一个社团的概率为$\frac{3}{8}$，并且进入“电影社”的概率小于进入“心理社”的概率

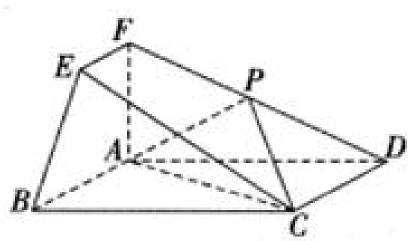
（Ⅰ）求该同学分别通过选拨进入“电影社”的概率$p_1$和进入心理社的概率$p_2$；

（Ⅱ）学校根据这两个社团的活动安排情况，对进入“电影社”的同学增加1个校本选修课学分，对进入“心理社”的同学增加0.5个校本选修课学分．求该同学在社团方面获得校本选修课学分分数不低于1分的概率．

20．（12分）如图，四边形$ABCD$为矩形，平面$ABEF \perp$平面$ABCD$，$EF//AB$，$\angle BAF=90°$，$AD=2$，$AB=AF=1$，点$P$在线段$DF$上.

(I）求证：$AF \perp$平面$ABCD$；

(II）若二面角$D-AP-C$的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求$PF$的长度.




21．（12分）已知圆$C$：$x^2+y^2+2x-2y+1=0$和抛物线$E$：$y^2=2px$（$p>0$），圆$C$与抛物线$E$的准线交于$M$、$N$两点，$\triangle MNF$的面积为$p$，其中$F$是$E$的焦点.

(I）求抛物线$E$的方程；

（II）不过原点 $O$ 的动直线 $l$ 交该抛物线于 $A$，$B$ 两点，且满足 $OA\perp OB$，设点 $Q$ 为圆 $C$ 上任意一动点，求当动点 $Q$ 到直线 $l$ 的距离最大时直线 $l$ 的方程.

22.（12 分）设 $A$ 是圆 $O$：$x^2+y^2=16$ 上的任意一点，$l$ 是过点 $A$ 且与 $x$ 轴垂直的直线，$B$ 是直线 $l$ 与 $x$ 轴的交点，点 $Q$ 在直线 $l$ 上，且满足 $4|BQ|=3|BA|$．当点 $A$ 在圆 $O$ 上运动时，记点 $Q$ 的轨迹为曲线 $C$.

（I）求曲线 $C$ 的方程；

（II）已知直线 $y=kx-2$（$k\neq0$）与曲线 $C$ 交于 $M$，$N$ 两点，点 $M$ 关于 $y$ 轴的对称点为 $M'$，设 $P$（0，$-2$），证明：直线 $M'N$ 过定点，并求 $\triangle PM'N$ 面积的最大值.

# 参考答案

1．A　2．C　3．A　4．A　5．A　6．C　7．A　8．B　9．C　10．C

11．A　12．D

13．11　　14．$2\sqrt{5}$　　15．$[-1,\sqrt{2}]$　　16．$a>\dfrac{3}{4}$

17．$p:2m+9>m^2+1\Rightarrow m^2-2m-8<0\Rightarrow -2<m<4$

$q:\Delta<0\Rightarrow 4-4m\langle 0\Rightarrow m\rangle 1$，

（1）由于$p\vee q$为真命题，故$p$为真命题或$q$为真命题，从而有$-2<m<4$或$m>1$，即$m\in(-2,+\infty)$.

（2）由于$\neg p\vee q$为真命题，$\neg p\wedge q$为假命题，所以$p,q$均为真命题或$p,q$均为假命题，

从而有$\begin{cases}-2<m<4\\ m>1\end{cases}$或$\begin{cases}m\le -2或m\ge 4\\ m\le 1\end{cases}$，解得$1<m<4或m\le -2$即：

$m\in(1,4)\cup(-\infty,-2]$.

18．解：（1）函数$f(x)=(2^x+m)^2+1-m^2$的最小值为$-3$.

当$m\ge 0$时，$f(x)$在$R$上单调递增，没有最小值；

当$m<0$时，可知$2^x=-m$时取得最小值$1-m^2$；

即$-3=1-m^2$，

解得$m=-2$，故$m$的值为$-2$.

（2）由$f(x)>\dfrac{2^x}{a}-8$对一切实数$x$都成立，即$(2^x+m)^2+1-m^2>\dfrac{2^x}{a}-8$，

可得$\dfrac{1}{a}<2^x+\dfrac{9}{2^x}-4$，

$\because\ 2^x+\dfrac{9}{2^x}\ldots 2\sqrt{9}=6$（当且仅当$x=\log_2 3$时取等号），

$\therefore\ \dfrac{1}{a}<6-4=2$，

即$\dfrac{1}{a}<2$．解得：$a<0$或$a>\dfrac{1}{2}$．故得实数$a$的取值范围$(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

19.（Ⅰ）根据题意得：$\begin{cases}p_1p_2=\dfrac{1}{24}\\1-(1-p_1)(1-p_2)=\dfrac{3}{8}\end{cases}$，且 $p_1<p_2$，$\therefore p_1=\dfrac{1}{6}$，$p_2=\dfrac{1}{4}$．

（Ⅱ）令该同学在社团方面获得校本选修课加分分数为ξ，

$P$（ξ=1）=（$1-\dfrac{1}{4}$）$\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{8}$，

$P$（ξ=1.5）$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{24}$，

∴该同学在社团方面获得校本选修课学分分数不低于 1 分的概率：

$p=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{6}$．

20.（1）证明：$\because\angle BAF=90^\circ$，$\therefore AB\perp AF$，

又平面 $ABEF\perp$平面 $ABCD$，平面 $ABEF\cap$平面 $ABCD=AB$，$AF\subset$平面 $ABEF$，

$\therefore AF\perp$平面 $ABCD$.

（2）以 $A$ 为原点，以 $AB$，$AD$，$AF$ 为 $x$，$y$，$z$ 轴建立如图所示的空间直角坐标系，

则 $A(0,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,2,0)$，$D(0,2,0)$，$F(0,0,1)$，

$\therefore\overrightarrow{FD}=(0,2,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,2,0)$，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$

由题知，$AB\perp$平面 $ADF$，

$\therefore\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$为平面 $ADF$ 的一个法向量，

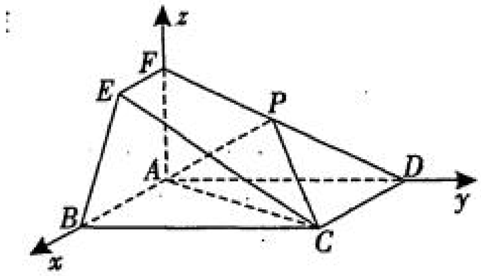
设$\overrightarrow{FP}=\lambda\overrightarrow{FD}(0\le\lambda<1)$，则 $P(0,2\lambda,1-\lambda)$，$\therefore\overrightarrow{AP}=(0,2\lambda,1-\lambda)$，

设平面 $APC$ 的一个法向量为$\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}m\cdot\overrightarrow{AP}=0\\m\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}2\lambda y+(1-\lambda)z=0\\x+2y=0\end{cases}$，令 $y=1$，可得 $m=\left(-2,1,\dfrac{2\lambda}{\lambda-1}\right)$，

$\therefore\left|\cos m,\overrightarrow{AB}\right|=\dfrac{\left|m\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{|m|\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\dfrac{2}{1\cdot\sqrt{4+1+\left(\dfrac{2\lambda}{\lambda-1}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$或 $\lambda=-1$（舍去），∴

$PF=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.




21．解：（1）圆 $C:x^2+y^2+2x-2y+1=0$ 的圆心 $C(-1,1)$，半径为 1，

抛物线 $E:y^2=2px(p>0)$ 的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$，$F(\frac{p}{2}$，$0)$，

由 $\Delta MNF$ 的面积为 $p$，可得 $\frac{1}{2}\cdot p\cdot|MN|=p$，即 $|MN|=2$，

可得 $MN$ 经过圆心 $C$，可得 $p=2$．则抛物线的方程为 $y^2=4x$；

（2）不过原点 $O$ 的动直线 $l$ 的方程设为 $x=my+t$，$t\neq 0$，

联立抛物线方程 $y^2=4x$，可得 $y^2-4my-4t=0$，

设 $A(x_1$，$y_1)$，$B(x_2$，$y_2)$，可得 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4t$，

由 $OA\perp OB$ 可得 $x_1x_2+y_1y_2=0$，即 $\frac{(y_1y_2)^2}{16}+y_1y_2=0$，即 $16t^2-64t=0$，解得 $t=4$，

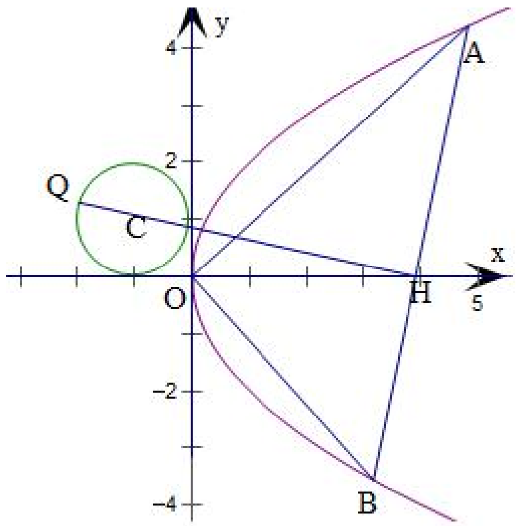
则动直线 $l$ 的方程为 $x=my+4$，恒过定点 $H(4,0)$，

当直线 $CH\perp l$ 时，$Q$ 到直线 $l$ 的距离最大，

由 $|CH|=\sqrt{(-1-4)^2+1^2}=\sqrt{26}$，可得 $Q$ 到直线 $l$ 的距离的最大值为 $1+\sqrt{26}$，

此时直线 $CH$ 的斜率为 $-\frac{1}{5}$，

直线 $l$ 的斜率为 5，可得直线 $l$ 的方程为 $y=5x-20$．




22．解：（1）设$Q(x,y)$，$A(x_0，\ y_0)$，$\because 4|BQ|=3|BA|$，$Q$在直线$l$上，

$\therefore x_0=x$，$|y_0|=\dfrac{4}{3}|y|$．①

$\because$ 点$A$在圆$x^2+y^2=16$上运动，$\therefore$ ${x_0}^2+{y_0}^2=16$．②

将①式代入②式即得曲线$C$的方程为$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$．

证明：（2）设$M(x_1，\ y_1)$，$N(x_2，\ y_2)$，则$M'(-x_1，\ y_1)$，

联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1\\ y=kx-2\end{cases}$，得$(16k^2+9)x^2-64kx-80=0$，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{64k}{16k^2+9}$，$x_1x_2=\dfrac{-80}{16k^2+9}$．

$\because$ 直线$M'N$的斜率$k_{M'N}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2+x_1}$，

$\therefore$ 直线$M'N$的方程为$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2+x_1}(x+x_1)$．

令$x=0$，得$y=\dfrac{y_2x_1+y_1x_2}{x_2+x_1}=\dfrac{(kx_2-2)x_1+(kx_1-2)x_2}{x_2+x_1}=\dfrac{2kx_1x_2}{x_2+x_1}-2=-\dfrac{9}{2}$，

$\therefore$ 直线$M'N$过定点$D(0,-\dfrac{9}{2})$．

$\Delta PM'N$面积$S_{\Delta PM'N}=\dfrac{1}{2}|PQ|\bullet(x_1+x_2)=\dfrac{5}{4}\times\dfrac{64|k|}{16k^2+9}=\dfrac{80}{16|k|+\dfrac{9}{|k|}}$„ $\dfrac{80}{2\sqrt{16|k|\times\dfrac{9}{|k|}}}=\dfrac{10}{3}$，

当且仅当$16|k|=\dfrac{9}{|k|}$，即$k=\pm\dfrac{3}{4}$时取等号，$\therefore$ $\Delta PM'N$面积的最大值为$\dfrac{10}{3}$．