滕州一中高二数学试题

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.复数$\dfrac{2+i}{i}$的虚部为（　　）　A. -2　B. -1　C. 1　D. 2

2.曲线$y=\sin x$在$x=\dfrac{\pi}{6}$处的切线的斜率为（　　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\dfrac{1}{2}$　C. $\dfrac{1}{2}$　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3.为了了解手机品牌的选择是否和年龄的大小有关，随机抽取部分华为手机使用者和苹果机使用者进行统计，统计结果如下表：

年龄＼手机品牌	华为	苹果	合计
30岁以上	40	20	60
30岁以下（含30岁）	15	25	40
合计	55	45	100

附：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

根据表格计算得K^2的观测值$k\approx 8.249$，据此判断下列结论正确的是（　　）

A. 没有任何把握认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”

B. 可以在犯错误的概率不超过0.001的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”

C. 可以在犯错误的概率不超过0.01的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”

D. 可以在犯错误的概率不超过0.01的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小无关”

4.甲、乙、丙、丁4个人跑接力赛，则甲乙两人必须相邻的排法有（　　）

A. 6种　B. 12种　C. 18种　D. 24种

5. 函数$f(x)=(x^2-1)^3+2$的极值点是（　　）

A. $x=2$　B. $x=-1$　C. $x=1$或-1或0　D. $x=0$

6. 已知一组样本点(x_i, y_i)，其中i＝1,2,3，…，30.根据最小二乘法求得的回归方程是$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，则下列说法正确的是(　　)

A．若所有样本点都在$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$上，则变量间的相关系数为1

B．至少有一个样本点落在回归直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$上

C．对所有的预报变量x_i（i＝1,2,3，…，30），$\hat{b}x_i+\hat{a}$的值一定与y_i有误差

D．若$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$斜率$\hat{b}>0$，则变量x与y正相关

7.连续两次抛掷一枚质地均匀的骰子，在已知两次的点数均为偶数的条件下，两次的点数之和不大于 8 的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{5}{9}$　　D. $\frac{2}{3}$

8. 已知在二项式$(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{\sqrt{x}})^n$的展开式中，仅有第 9 项的二项式系数最大，则展开式中，有理项的项数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9.新高考科目设置采用新模式，普通高中学生从高一升高二时将面临着选择物理还是历史的问题，某校抽取了部分男、女学生调查选科意向，制作出如右图等高条形图，现给出下列结论：

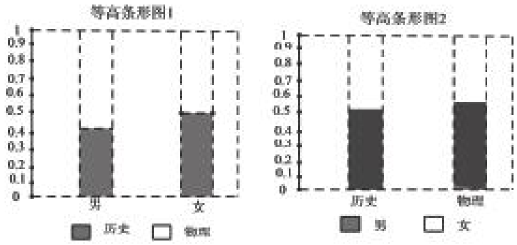
①样本中的女生更倾向于选历史；

②样本中的男生更倾向于选物理；

③样本中的男生和女生数量一样多；

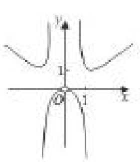
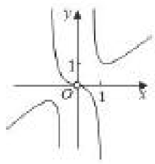
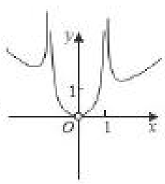
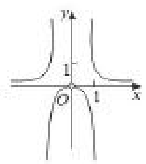
④样本中意向物理的学生数量多于意向历史的学生数量.

根据两幅条形图的信息，可以判断上述结论正确的有（　　）



A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

10.函数$f(x)=\frac{x^2}{4\ln|x|}$的部分图象大致为（　　）

A.  B.  C.  D. 

11.2019 年 4 月，北京世界园艺博览会开幕，为了保障园艺博览会安全顺利地进行，某部门将 5 个不同的安保小组全部安排到指定的三个不同区域内值勤，则每个区域至少有一个安保小组的排法有（　　）

A. 150 种　　B. 240 种　　C. 300 种　　D. 360 种

12. 设函数$f(x)$在R上存在导数$f'(x)$，$\forall x\in R$，有$f(-x)+f(x)=x^2$，在$(0,+\infty)$上$f'(x)<x$，若$f(4-m)-f(m)\geq 8-4m$，则实数m的取值范围为（　）

A、$[-2,2]$　　B、$[2,+\infty)$　　C、$[0,+\infty)$　　D、$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知随机变量$X\sim N(1,\sigma^2)$，且$P(-2<X\leq 1)=0.4$，则$P(X>-2)=$______.

14. 设复数 $Z_1=1+2i$，$Z_2=3+4i$，则 $\left|Z_1Z_2\right|=$______.

15. 已知随机变量ξ服从二项分布，即 $\xi \sim B\left(6, \dfrac{1}{3}\right)$，则 $P(\xi=2)$的值为_____.

16. 若不等式 $\dfrac{a}{3}x^3-\dfrac{a}{2}x^2+1<0$ 有且只有 1 个正整数解，则实数 a 的取值范围是______.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17.（本题 10 分）已知 $(1+mx)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}$ 中，$m\neq 0$，且 $a_6+14a_3=0$.

（1）求 m；

（2）求 $a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$

18.（本题 12 分）设函数 $f(x)=xe^{a-x}+bx$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y=(e-1)x+4$。

（1）求 a,b 的值；（2）求 $f(x)$ 的单调区间。

19. （本题 12 分）改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变．近年来，移动支付已成为主要支付方式之一．为了解某校学生上个月 A，B 两种移动支付方式的使用情况，从全校学生中随机抽取了 100 人，发现样本中 A，B 两种支付方式都不使用的有 5 人，样本中仅使用 A 和仅使用 B 的学生的支付金额分布情况如下：

支付方式 \ 支付金额(元)	(0,1 000]	(1 000,2 000]	大于 2 000
仅使用 A	18 人	9 人	3 人
仅使用 B	10 人	14 人	1 人

(1)从全校学生中随机抽取 1 人，估计该学生上个月 A，B 两种支付方式都使用的概率；

(2)从样本仅使用 A 和仅使用 B 的学生中各随机抽取 1 人，以 X 表示这 2 人中上个月支付金额大于 1 000 元的人数，求 X 的分布列和数学期望；

20.（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-ax+1$.

（1）当 $a=1$时，证明：$f(x)\leq 0$；（2）若 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 的最大值为 2，求 a 的值.

21. （12 分）若关于某设备的使用年限 x(年)和所支出的维修费 y(万元)有如下统计资料：

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

若由资料知，y 对 x 呈线性相关关系.

(1)请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

(2)估计使用年限为 10 年时，维修费用约是多少？(精确到两位小数)

(3)计算残差 $\hat{e}_2$

附：回归直线 $y=\alpha+\beta x$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\beta=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$；

$\alpha=\overline{y}-\beta\overline{x}$.

22.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x\left(\mathrm{e}^x-a\right)$.

（1）若 $x=1$ 是 $f\left(x\right)$ 的一个极值点，判断 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）若 $f\left(x\right)$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，证明：$x_1+x_2<-4$.

滕州一中高二数学月考参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1~5 ADCBD　　6~10DDCBA　　11~12 AB

12【解析】

令$g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2, g(x)+g(-x)=f(x)+f(-x)-x^2=0$，$g(x)$为奇函数，

在$(0,+\infty)$上$g'(x)=f'(x)-x<0$，$g(x)$ 在$(0,+\infty)$上递减，在$(-\infty,0)$上也递减，由

$g(0)=0$ 知，$g(x)$在R 上递减，$f(4-m)-f(m)\ge 8-4m$可得

$g(4-m)\ge g(m), 4-m\le m, m\ge 2$，即实数$m$的取值范围为$[2,+\infty)$，故选 B.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.【答案】0.9　14.【答案】$5\sqrt{5}$　　15.【答案】$\frac{80}{243}$　　16. 【答案】$(6,+\infty)$

16.【详解】令$f(x)=\frac{a}{3}x^3-\frac{a}{2}x^2+1$（$x>0$），则$f'(x)=ax^2-ax=ax(x-1)$.

当$a<0$时，由$f'(x)>0$得$0<x<1$；由$f'(x)<0$得$x>1$；

所以$f(x)$在$(0,1)$单调递增，在$(1,+\infty)$单调递减，不合题意，舍去；

当$a=0$时，有$1<0$，显然不成立；

当$a>0$时，由$f'(x)>0$得$x>1$；由$f'(x)<0$得$0<x<1$；

所以$f(x)$在$(0,1)$单调递减，在$(1,+\infty)$单调递增，

依题意，需$\begin{cases} f(1)=\frac{a}{3}-\frac{a}{2}+1<0, \\ f(2)=\frac{8a}{3}-\frac{4a}{2}+1\ge 0, \end{cases}$ 解得$a>6$，

故实数a的取值范围是$(6,+\infty)$.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17.【详解】(1) 因为$a_i=C_{10}^i m^i$，$i=1,2,3\cdots 10$，

依题意得：$C_{10}^6 m^6+14C_{10}^3 m^3=0$，$m^3\left(\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}m^3+14\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}\right)=0$

因为$m\neq 0$，所以$m^3=-8$，得$m=-2$.

（2）$(1-2x)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}$

令$x=1$得：$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}=(1-2)^{10}=1$.①

令$x=-1$得：$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7+a_8-a_9+a_{10}=(1+2)^{10}=3^{10}$.②

由①＋②得：$2(a_0+a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10})=1+3^{10}$，

即$a_0+a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}=\dfrac{1+3^{10}}{2}$.

又$a_0=C_{10}^0(-2)^0=1$，

所以$a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}=\dfrac{1+3^{10}}{2}-1=\dfrac{3^{10}-1}{2}=29524$

18. 解：（1）因为$f(x)=xe^{a-x}+bx$，所以$f'(x)=(1-x)e^{a-x}+b$，

依题设$\begin{cases}f(2)=2e+2\\f'(2)=e-1\end{cases}$，即$\begin{cases}2e^{a-2}+2b=2e+2\\-e^{a-2}+b=e-1\end{cases}$，解得$a=2,b=e$.

（2）由（1）知$f(x)=xe^{2-x}+ex$，由$f'(x)=(1-x+e^{x-1})e^{2-x}$及$e^{2-x}>0$知，$f'(x)$与$1-x+e^{x-1}$同号，令$g(x)=1-x+e^{x-1}$，则$g'(x)=-1+e^{x-1}$，所以当$x\in(-\infty,1)$时，$g'(x)=-1+e^{x-1}<0$，$g(x)$在$(-\infty,1)$上单调递减；当$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)=-1+e^{x-1}>0$，$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，故$g(1)=1$是$g(x)$在$(-\infty,+\infty)$上的最小值，从而$g(x)>0$，$x\in(-\infty,+\infty)$，

综上可知$f'(x)>0$，$x\in(-\infty,+\infty)$

故$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,+\infty)$

19. 解：(1)由题意知，样本中仅使用A的学生有18＋9＋3＝30(人)，仅使用B的学生有10＋14＋1＝25(人)，A，B两种支付方式都不使用的学生有5人，

故样本中A，B两种支付方式都使用的学生有100－30－25－5＝40(人).

所以从全校学生中随机抽取1人，该学生上个月A，B两种支付方式都使用的概率估计为$\dfrac{40}{100}$＝0.4.

(2)X的所有可能值为0,1,2.

记事件C为“从样本仅使用A的学生中随机抽取1人，该学生上个月的支付金额大于1 000元”，事件D为“从样本仅使用B的学生中随机抽取1人，该学生上个月的支付金额

大于 1 000 元”．

由题设知，事件 C，D 相互独立，且 $P(C)=\dfrac{9+3}{30}=0.4$，$P(D)=\dfrac{14+1}{25}=0.6$，

所以 $P(X=2)=P(CD)=P(C)P(D)=0.24$，

$P(X=1)=P(C\overline{D}\cup\overline{C}D)$

$=P(C)P(\overline{D})+P(\overline{C})P(D)$

$=0.4\times(1-0.6)+(1-0.4)\times0.6$

$=0.52$，

$P(X=0)=P(\overline{C}\ \overline{D})=P(\overline{C})P(\overline{D})=0.24$.

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	0.24	0.52	0.24

故 X 的数学期望 $E(X)=0\times0.24+1\times0.52+2\times0.24=1$.

20.【详解】解：（1）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

当 $a=1$ 时，$f(x)=\ln x-x+1$，$f'(x)=\dfrac{1-x}{x}$.

令 $f'(x)>0$，得 $0<x<1$，令 $f'(x)<0$，得 $x>1$；

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，在 $(1,+\infty)$ 单调递减.

所以 $f(x)_{\max}=f(1)=0$，即 $f(x)\le0$.

（2）$f'(x)=\dfrac{1}{x}-a=\dfrac{1-ax}{x}$，

（i）当 $a\le\dfrac{1}{3}$ 时，$f(x)$ 在 $[2,3]$ 单调递增，它的最大值为 $f(3)=\ln3-3a+1=2$，

所以 $a=\dfrac{\ln3-1}{3}<\dfrac{1}{3}$ 符合题意；

（ii）当 $\dfrac{1}{3}<a<\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $\left[2,\dfrac{1}{a}\right)$ 单调递增，在 $\left(\dfrac{1}{a},3\right]$ 单调递减，

它的最大值为 $f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\ln\dfrac{1}{a}-1+1=2$，

解得 $a=\dfrac{1}{e^2}<\dfrac{1}{3}$（不合，舍去）；

（iii）当 $a\ge\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[2,3]$ 单调递减，它的最大值为 $f(2)=\ln2-2a+1=2$，

所以$a=\dfrac{\ln 2-1}{2}<0$（不合，舍去）；综上，a的值为$\dfrac{\ln 3-1}{3}$.

21. 解：(1)列表如下.

i	1	2	3	4	5
x_i	2	3	4	5	6
y_i	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0
x_iy_i	4.4	11.4	22.0	32.5	42.0

由题意得$\overline{x}=4$，$\overline{y}=5$，错误!^2_i=90，错误!$_{yi}$=112.3，

$\therefore \hat{b}$=错误!$=\dfrac{112.3-5\times 4\times 5}{90-5\times 4^2}=1.23$，

$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=5-1.23\times 4=0.08$.

所以，回归直线方程为$\hat{y}=1.23x+0.08$.

(2)当$x=10$时，$\hat{y}=1.23\times 10+0.08=12.38$(万元)，即估计使用10年时维修费约为12.38万元.

（3）$\hat{e}_2=y_2-\hat{y}_2=3.8-(1.23\times 3+0.08)=0.03$

22.【分析】

（1）求出导函数，由极值点求出参数a，确定$f'(x)$的正负得$f(x)$的单调性；

（2）求出$f'(x)=e^x(1+x)-a$，得极值点x_1,x_2满足：$\begin{cases}(x_1+1)e^{x_1}-a=0,\\(x_2+1)e^{x_2}-a=0,\end{cases}$

所以$(x_1+1)e^{x_1}=(x_2+1)e^{x_2}=a$，由（1）即$g(x_1)=g(x_2)$，不妨设$x_1<-2<x_2$.要证$x_1+x_2<-4$，则只要证$x_2<-4-x_1$，而$-4-x_1>-2$，因此由$g(x)$的单调性，只要能证$g(x_2)<g(-4-x_1)$，即$g(x_1)<g(-4-x_1)$即可．令$h(x)=g(x)-g(-4-x)$，利用导数的知识可证得结论成立.

【详解】（1）由已知得$f'(x)=(x+1)e^x-a$.

因为$x=1$是$f(x)$的一个极值点，所以$f'(1)=2e-a=0$，即$a=2e$，

所以$f'(x)=(x+1)e^x-2e$，

令$g\left(x\right)=\left(x+1\right)e^{x}$，则$g'\left(x\right)=\left(x+2\right)e^{x}$，

令$g'\left(x\right)<0$，得$x<-2$，令$g'\left(x\right)>0$，得$x>-2$；

所以$g\left(x\right)$在$\left(-\infty,-2\right)$单调递减，在$\left(-2,+\infty\right)$单调递增，

又当$x<-1$时，$g\left(x\right)<0$，$g\left(1\right)=2e$，

所以当$x<1$时，$f'\left(x\right)<0$，当$x>1$时，$f'\left(x\right)>0$；

即$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,1\right)$单调递减，在$\left(1,+\infty\right)$单调递增.

（2）$f'(x)=e^{x}(1+x)-a$，因此极值点x_1,x_2满足：$\begin{cases}\left(x_1+1\right)e^{x_1}-a=0,\\\left(x_2+1\right)e^{x_2}-a=0,\end{cases}$

所以$\left(x_1+1\right)e^{x_1}=\left(x_2+1\right)e^{x_2}$由（1）即$g\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)$，不妨设$x_1<-2<x_2$.

要证$x_1+x_2<-4$，则只要证$x_2<-4-x_1$，而$-4-x_1>-2$，因此由$g(x)$的单调性，只要能证$g(x_2)<g(-4-x_1)$，即$g(x_1)<g(-4-x_1)$即可.

令$h\left(x\right)=g\left(x\right)-g\left(-4-x\right)$，

则$h'\left(x\right)=\left(x+2\right)e^{x}+\left(-2-x\right)e^{-4-x}=\left(x+2\right)\left(e^{x}-e^{-4-x}\right)$，

当$x<-2$时，$x+2<0$，$x<-4-x$，$e^{x}<e^{-4-x}$，所以$h'\left(x\right)>0$，

即$h\left(x\right)$在$\left(-\infty,-2\right)$单调递增，又$h\left(-2\right)=0$，

所以$h\left(x_1\right)=g\left(x_1\right)-g\left(-4-x_1\right)<h\left(-2\right)=0$，

所以$g\left(x_1\right)<g\left(-4-x_1\right)$，即$g\left(x_2\right)<g\left(-4-x_1\right)$，

又$x_2>-2$，$-4-x_1>-2$，$g\left(x\right)$在$\left(-2,+\infty\right)$单调递增，

所以$x_2<-4-x_1$，即$x_1+x_2<-4$.