

九年级数学学科阶段练习 (2018. 11)

(时间: 100 分钟 满分: 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 若 $ac=bd$ ($ac \neq 0$), 则下列比例式中不成立的是()

- A. $\frac{a}{d}=\frac{b}{c}$ B. $\frac{b}{c}=\frac{a}{d}$ C. $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ D. $\frac{b}{a}=\frac{c}{d}$

2. 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin B=\frac{3}{5}$, 则 $\tan A$ 等于()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

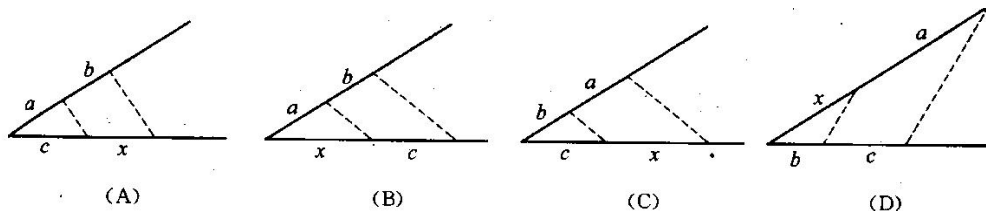
3. 如果点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的两边 AB、AC 上, 下列条件中可以推出 $DE \parallel BC$ 的是()

- A. $\frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}, \frac{CE}{AE}=\frac{2}{3}$ B. $\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}, \frac{DE}{BC}=\frac{2}{3}$ C. $\frac{AB}{AD}=\frac{3}{2}, \frac{EC}{AE}=\frac{1}{2}$ D. $\frac{AB}{AD}=\frac{4}{3}, \frac{AE}{EC}=\frac{4}{3}$

4. 把 $\triangle ABC$ 的各边长都增加两倍, 则锐角 A 的正弦值 ()

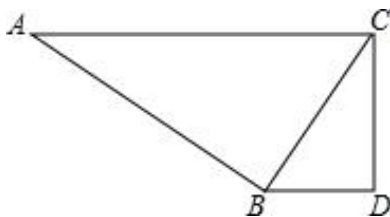
- A. 增加 2 倍 B. 增加 4 倍 C. 不变 D. 不能确定

5. 已知线段 a、b、c, 求作线段 x, 使 $x=\frac{ac}{b}$, 以下做法正确的是... ()



6. 如图, $\angle ABC=\angle CDB=90^\circ$, $BC=3$, $AC=5$, 如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDB$ 相似, 那么 BD 的长()

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{9}{5}$ D. $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{9}{5}$



二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

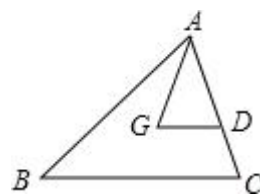
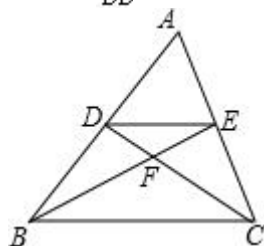
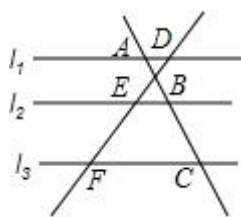
7. 计算: $\frac{1}{2}(2\vec{a}+6\vec{b})-3\vec{a}=\underline{\hspace{2cm}};$

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $BC=10$, $\cos B=\frac{3}{5}$, $AC=\underline{\hspace{2cm}}.$

9. 已知, $AB=4$, P 是 AB 黄金分割点, $PA>PB$, 则 PA 的长为 .

10. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB=4$, $DF=8$, $BC=6$, 则 $DE=\underline{\hspace{2cm}}.$

11. 如图, $DE \parallel BC$, $DF=2$, $FC=4$, 那么 $\frac{AD}{DB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



12. 如果在比例尺为 $1:1\,000\,000$ 的地图上, A 、 B 两地的图上距离是 3.4 厘米, 那么 A 、 B 两地的实际距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.

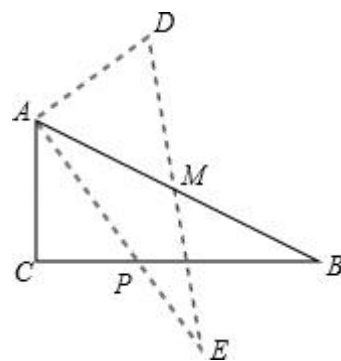
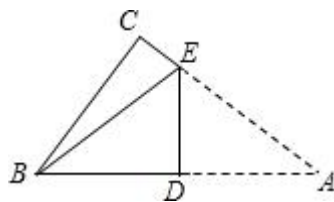
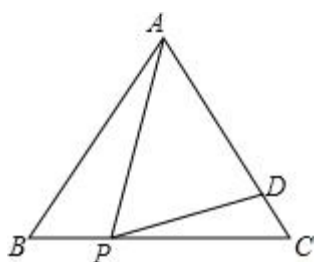
13. 如果两个相似三角形的面积之比是 $9:25$, 其中小三角形一边上的中线长是 12cm , 那么大三角形对应边上的中线长是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

14. 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $BD=2DC$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

15. 如图, 若点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $GD \parallel BC$, 则 $\frac{GD}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, 正 $\triangle ABC$ 中, P 为 BC 上一点, D 为 AC 上一点, $\angle APD = 60^\circ$, $BP=1$, $CD = \frac{2}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=4$, $AC=6$, 现将 $\triangle ABC$ 沿 ED 翻折, 使点 A 与点 B 重合, 折痕为 DE , 则 $\tan \angle BED$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



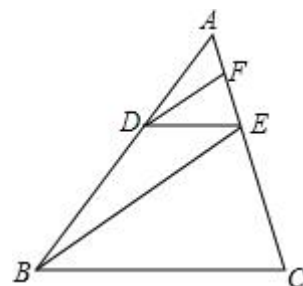
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 点 M 是 AB 边的中点, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 M 旋转, 使点 C 与点 A 重合, 点 A 与点 D 重合, 点 B 与点 E 重合, 得到 $\triangle DEA$, 且 AE 交 CB 于点 P , 那么线段 CP 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （10 分）计算： $\frac{4\cos^2 30^\circ - \cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ}$

20. （10 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，点 F、E 在边 AC 上，且 $DF \parallel BE$ ， $\frac{AF}{FE} = \frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$.

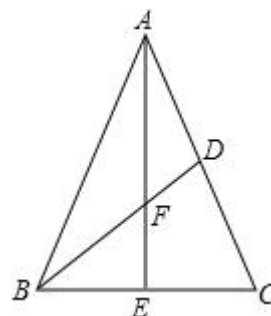
求： $\frac{DE}{BC}$ 的值.



21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，BD 是 AC 边上的中线， $AE \perp BC$ ，垂足为点 E，交 BD 于 F， $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$ ， $AB=13$.

（1）求 AE 的长；（5 分）

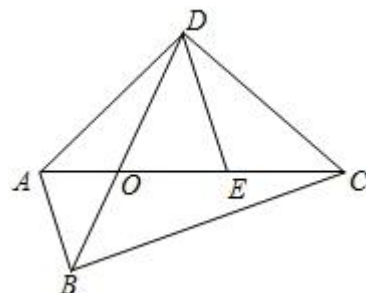
（2）求 $\tan \angle DBC$ 的值。（5 分）



22. 如图：四边形 ABCD 对角线 AC 与 BD 相交于点 O， $OD=2OA$ ， $OC=2OB$.

（1）求证： $\triangle AOB \sim \triangle DOC$ ；（5 分）

（2）点 E 在线段 OC 上，若 $AB \parallel DE$ ，求证： $OD^2 = OE \cdot OC$.（5 分）



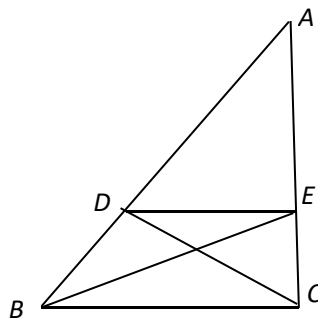
23. 【本题第（1）小题 8 分，第（2）小题 4 分，满分 12 分】

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD = 2BD$ ，已知 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ 。

（1）用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示向量 $\overrightarrow{BE}$ 、 $\overrightarrow{AE}$ ；

（2）作出向量 $\overrightarrow{DC}$ 分别在 $\overrightarrow{EC}$ 、 $\overrightarrow{BE}$ 方向上

的分向量（写出结论，不要求写作法）。



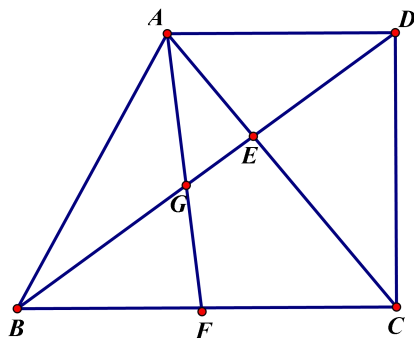
24. 【本题第（1）小题 6 分，第（2）小题 6 分，满分 12 分】

已知:如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$. 对角线 AC 、 BD 相交于点 E ; 且 $AC \perp BD$; (1):

求证: $CD^2 = BC \cdot AD$;

(2) 点 F 是边 BC 上一点, 连接 AF , 与 BD 相交于点 G , 如果 $\angle BAF = \angle DBF$,

求证: $\frac{AG^2}{AD^2} = \frac{BG}{BD}$ 。



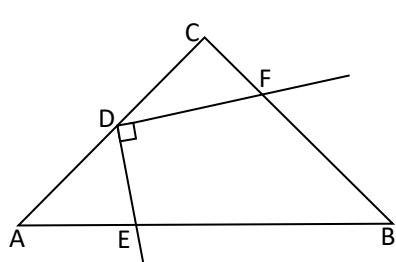
25. (本题满分 14 分, 其中第 (1) 小题 3 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 6 分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 6$, 点 D 为 AC 中点, 点 E 为边 AB 上一动点, 点 F 为射线 BC 上一动点, 且 $\angle FDE = 90^\circ$.

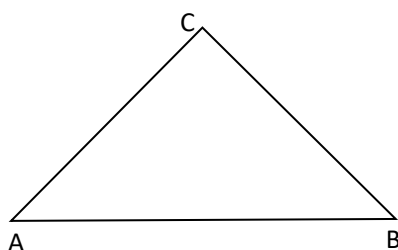
(1) 当 $DF \parallel AB$ 时, 联结 EF , 求 $\angle DEF$ 的余切值;

(2) 当点 F 在线段 BC 上时, 设 $AE = x$, $BF = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

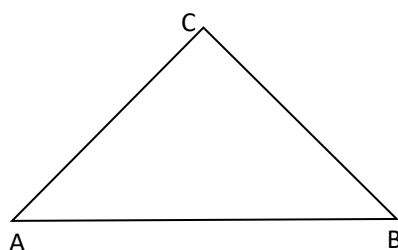
(3) 联结 CE , 若 $\triangle CDE$ 为等腰三角形, 求 BF 的长.



第 25 题图



备用图 1



备用图 2

九年级数学学科阶段练习（2018.11）参考答案

1、C； 2、D； 3、C； 4、C； 5、C； 6、D.

7、 $3\vec{b}-2\vec{a}$ 8、8； 9、 $2\sqrt{5}-2$ ； 10、 $\frac{16}{5}$ ； 11、1； 12、34； 13、20

14、 $\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$ ； 15、 $\frac{1}{3}$ ； 16、3； 17、 $\frac{3}{2}$ ； 18、 $\frac{7}{4}$

$$19、= \frac{4 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - 1}{\sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

20、 $\because DF \parallel BE$

$$\therefore \frac{AF}{FE} = \frac{AD}{DB} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AF}{FE} = \frac{AE}{CE}$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore DE \parallel BC \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

21、

$$\because AE \perp BC$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ \dots\dots\dots (1)$$

$$\because \cos \angle ABC = \frac{5}{13}, AB = 13$$

$$\therefore BE = 5 \dots\dots\dots \dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \triangle BEA \text{ 中, } BE^2 + AE^2 = AB^2$$

$$\therefore AE = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \dots\dots\dots \dots 2 \text{ 分}$$

(2) $\because AB = AC, AE \perp BC$
 $\therefore AE$ 是 BC 边上的中线.....1分
 $\because BD$ 是 AC 边上的中线
 $\therefore F$ 是 $\triangle ABC$ 的重心.....1分
 $\therefore AE = 12$
 $\therefore EF = \frac{1}{3} AE = 4$2分
 在 $Rt\triangle BEF$ 中, $BE = 5, EF = 4$
 $\therefore \tan \angle DBC = \frac{4}{5}$1分

21、 (1) $\because OD = 2OA, OC = 2OB$
 $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2}$2分
 又 $\because \angle AOB = \angle DOC$1分
 $\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC$2分

(2) 由(1)得: $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.

$\therefore \angle ABO = \angle DCO$. (1 分)

$\therefore AB \parallel DE$,

$\therefore \angle ABO = \angle EDO$.

$\therefore \angle DCO = \angle EDO$. (1 分)

$\therefore \angle DOC = \angle EOD$,

$\therefore \triangle DOC \sim \triangle EOD$. (1 分)

$\therefore \frac{OD}{OE} = \frac{OC}{OD}$. (1分)

$\therefore OD^2 = OE \cdot OC$. (1分)

23 解: (1) $\because DE \parallel BC, AD = 2BD, \therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}, \therefore DE = \frac{2}{3}BC, \dots$ (2 分)

$\because \overrightarrow{DE}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 方向相同, $\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\vec{b}$, (2 分)

$\because \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{3}\vec{a}, \therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ (2 分)

$\because \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\vec{a}, \therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ (2 分)

(2) 作出的图形中, $\overrightarrow{DC}$ 分别在 $\overrightarrow{EC}$ 、 $\overrightarrow{BE}$ 方向上的分向量并说明. $\dots$ (各 2 分)

说明: 第(1)题可用不同做法形式, 同样分步给分, 第(2)题只要大小方向正确, 与位置无关.

24、证明：（1） $\because AD \parallel BC$, $\angle BCD=90^\circ$, $\therefore \angle ADC=\angle BCD=90^\circ$（1分）

又 $\because AC \perp BD$, $\therefore \angle ACD+\angle ACB=\angle CBD+\angle ACB=90^\circ$（1分）

$\therefore \angle ACD=\angle CBD$（1分）

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle DBC$（2分）

$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BC}$, 即 $CD^2 = BC \cdot AD$（1分）

（2） $\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle ADB=\angle DBF$.

$\because \angle BAF=\angle DBF$, $\therefore \angle ADB=\angle BAF$（1分）

$\because \angle ABG=\angle DBA$, $\therefore \triangle ABG \sim \triangle DBA$（1分）

$\therefore \frac{AG}{AD} = \frac{AB}{BD}$（1分）

$\therefore \frac{AG^2}{AD^2} = \frac{AB^2}{BD^2}$.

又由于 $\triangle ABG \sim \triangle DBA$, $\therefore \frac{BG}{AB} = \frac{AB}{BD}$（1分）

$\therefore AB^2 = BG \cdot BD$（1分）

$\therefore \frac{AG^2}{AD^2} = \frac{AB^2}{BD^2} = \frac{BG \cdot BD}{BD^2} = \frac{BG}{BD}$（1分）

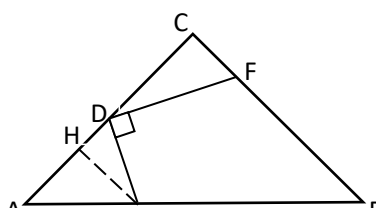
另证： $\because AD \parallel BC$, $\angle ADB=\angle DBF$.

$\because \angle BAF=\angle DBF$, $\therefore \angle ADB=\angle BAF$（1分）

$\because \angle ABG=\angle DBA$, $\therefore \triangle ABG \sim \triangle DBA$（1分）

$\therefore \frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle DBA}} = \left(\frac{AG}{AD}\right)^2 = \frac{AG^2}{AD^2}$（2分）

而 $\frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle DBA}} = \frac{BG}{BD}$, $\therefore \frac{AG^2}{AD^2} = \frac{BG}{BD}$（2分）



25、解：（1） $\therefore AC = BC = 6$ ， $\angle ACB = 90^\circ$

$$\therefore AB = 6\sqrt{2}$$

$$\because DF \parallel AB, CD = \frac{1}{2}AC$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AB = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore DE = \frac{3}{2}\sqrt{2} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{在 } Rt\triangle DEF \text{ 中, } \cot \angle DEF = \frac{DE}{DF} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

（2）过点 E 作 $EH \perp AC$ 于点 H

$$\text{可求得 } HE = HA = \frac{\sqrt{2}}{2}x \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore HD = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}x$$

又可证 $\triangle HDE \sim \triangle CFD$

$$\therefore \frac{HD}{CF} = \frac{HE}{DC} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{3 - \frac{\sqrt{2}}{2}x}{6 - y} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}x}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{9\sqrt{2}}{x} + 9 \quad (\sqrt{2} \leq x \leq 3\sqrt{2}) \dots\dots\dots (2 \text{ 分}, 1 \text{ 分})$$

$$(3) \because CE \geq \frac{1}{2}AB = 3\sqrt{2} > 3, CD = 3 \quad \therefore CE > CD$$

$\therefore$ 若 $\triangle DCE$ 为等腰三角形，只有 $DC = DE$ 或 $ED = EC$ 两种可能. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

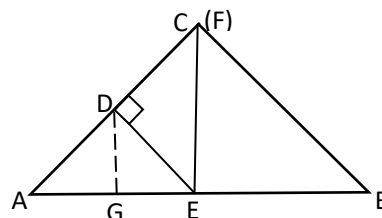
① 当 $DC = DE$ 时，点 F 在边 BC 上，

过点 D 作 $DG \perp AE$ 于点 G （如图①）

$$\text{可得： } AE = 2AG = 3\sqrt{2},$$

即点 E 在 AB 中点

$$\therefore \text{此时 } F \text{ 与 } C \text{ 重合} \quad \therefore BF = 6 \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$



第 25 题图①

② 当 $ED = EC$ 时，点 F 在 BC 的延长线上，

过点 E 作 $EM \perp CD$ 于点 M （如图②）

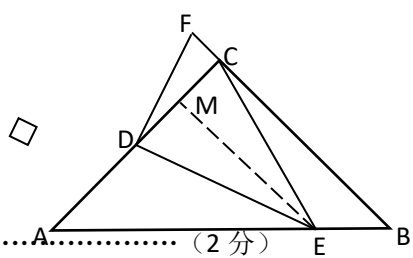
可证: $\triangle DFC \sim \triangle DEM$

$$\therefore \frac{CF}{DM} = \frac{CD}{EM}$$

$$\therefore \frac{CF}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{3 + \frac{3}{2}}$$

$$\therefore CF = 1 \quad \therefore BF = 7 \quad \dots\dots\dots A \dots\dots\dots (2 \text{ 分}) \quad E \quad B$$

综上所述, BF 为 6 或 7.



第 25 题图②