2018全国高考模拟卷一

本试卷分为两卷，第Ⅰ卷为选择题，第Ⅱ卷为非选择题，满分150分，考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{y|y=2^x-1,x\in A\}$，则 $A\cap B=$　(　　)

A. $(-\infty,3)$　　B. $[2,3)$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(-1,2)$

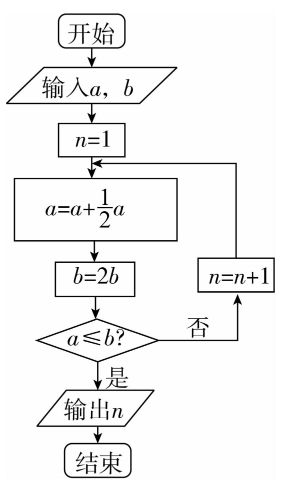
2. 已知复数 $z=1-\mathrm{i}$(i为虚数单位)，则 $\frac{2}{z}-z^2$ 的共轭复数是　(　　)

A. $1-3\mathrm{i}$　B. $1+3\mathrm{i}$　C. $-1+3\mathrm{i}$　D. $-1-3\mathrm{i}$

3. 有一长、宽分别为50 m、30 m的矩形游泳池，一名工作人员在池边巡视，某时刻出现在池边任一位置可能性相同，一人在池中心(对角线交点)处呼唤工作人员，其声音可传出 $15\sqrt{2}$ m，则工作人员能及时听到呼唤(出现在声音可传到区域)的概率是　(　　)

A. $\frac{3}{4}$　B. $\frac{3}{8}$　C. $\frac{3\pi}{16}$　D. $\frac{12+3\pi}{32}$

4. 宋元时期数学名著《算学启蒙》中有关于"松竹并生"的问题：松长五尺，竹长两尺，松日自半，竹日自倍，松竹何日而长等. 右图是源于其思想的一个程序框图，若输入的 a、b 分别为5，2，则输出的 $n=$　(　　)



A. 2　B. 3

C. 4　D. 5

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=1+2a_n(n\geqslant 2)$，且 $a_1=2$，则 $S_{20}=$　(　　)

A. $2^{19}-1$　　B. $2^{21}-2$

C. $2^{19}+1$　　D. $2^{21}+2$

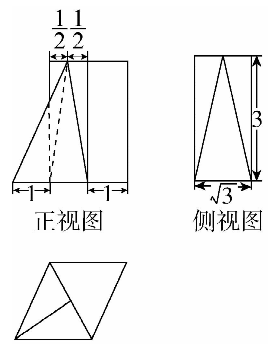
6. 已知圆 $C:x^2+y^2=4$，点 P 为直线 $x+2y-9=0$ 上一动点，过点 P 向圆 C 引两条切线 PA、PB，A、B 为切点，则直线 AB 经过定点　(　　)

A. $\left(\frac{4}{9},\frac{8}{9}\right)$　　B. $\left(\frac{2}{9},\frac{4}{9}\right)$

C. $(2,0)$　　D. $(9,0)$

7. 某几何体的三视图如下图所示，则该几何体的体积为　(　　)

A. $4\sqrt{3}$　B. $5\sqrt{3}$　C. $6\sqrt{3}$　D. $8\sqrt{3}$



正视图　侧视图

俯视图

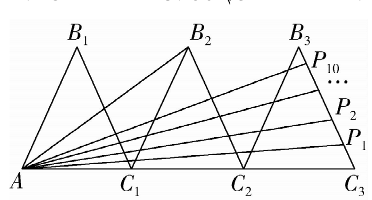
8. $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(ax^2+2x-1)$，$g(x)=\dfrac{2+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}$，若不论 x_2 取何值，对 $f(x_1)>g(x_2)$ 任意 $x_1\in\left[\frac{7}{10},\frac{3}{2}\right]$ 总是恒成立，则 a 的取值范围是　(　　)

A. $\left(-\infty,-\frac{7}{10}\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)$

C. $\left(-\frac{63}{80},+\infty\right)$　　D. $\left(-\frac{40}{49},-\frac{4}{5}\right)$

9. 如图，三个边长为2的等边三角形有一条边在同一直线上，边 B_3C_3 上有10个不同的点 $P_1,P_2,\cdots P_{10}$，记 $m_i=\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{AP_i}(i=1,2\cdots,10)$，则 $m_1+m_2+\cdots+m_{10}$ 的值为　(　　)

A. $15\sqrt{3}$　B. 45　C. $60\sqrt{3}$　D. 180



10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，且对任意的 $x,y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，若动点 $P(x,y)$ 满足等式 $f(x^2+2x+2)+f(y^2+8y+3)=0$，则 $x+y$ 的最大值为　(　　)

A. $2\sqrt{6}-5$　B. -5　C. $2\sqrt{6}+5$　D. 5

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{4}{3}$，$a_{n+1}-1=a_n(a_n-1)(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$，则 S_n 的整数部分的所有可能值构成的集合是　(　　)

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{0,1,2,3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

12. 等腰直角三角形 AOB 内接于抛物线 $y^2=2px(p>0)$，O 为抛物线的顶点，$OA\perp OB$，$\triangle AOB$ 的面积是16，抛物线的焦点为 F，若 M 是抛物线上的动点，则 $\frac{|OM|}{|MF|}$ 的最大值为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13. 某校今年计划招聘女教师 x 人，男教师 y 人，若 x、y 满足 $\begin{cases}2x-y\geqslant 5\\x-y\leqslant 2\\x<6\end{cases}$，则该学校今年计划招聘教师最多______人.

14. 已知函数 $f(x)=x^2-2x\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)+1$ 的两个零点分别为 m、$n(m<n)$，则 $\int_m^n\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=$________.

15. 已知四面体 $ABCD$ 的每个顶点都在球 O 的表面上，$AB=AC=5$，$BC=8$，$AD\perp$ 底面 ABC，G 为 $\triangle ABC$ 的重心，且直线 DG 与底面 ABC 所成角的正切值为 $\frac{1}{2}$，则球 O 的表面积为________.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上函数，且满足①$f(4)=0$；②曲线 $y=f(x+1)$ 关于点 $(-1,0)$ 对称；③当 $x\in(-4,0)$ 时，$f(x)=\log_2\left(\frac{x}{e^{|x|}}+e^x-m+1\right)$. 若 $y=f(x)$ 在 $x\in[-4,4]$ 上有5个零点，则实数 m 的取值范围为________.

三、解答题(本大题共6小题，共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分12分)

已知向量 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3}\sin\omega x,1)$，$\boldsymbol{n}=(\cos\omega x,\cos^2\omega x+1)$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+b$.

(Ⅰ)若函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，且 $\omega\in[0,3]$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

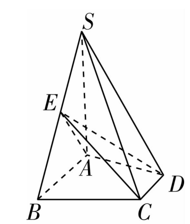
(Ⅱ)在(Ⅰ)的条件下，当 $x\in\left[0,\frac{7\pi}{12}\right]$ 时，函数 $f(x)$ 有且只有一个零点，求实数 b 的取值范围.

18. (本小题满分12分)

如图，已知四棱锥 $S-ABCD$ 中，$SA\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle ABC=\angle BCD=90°$，且 $SA=AB=BC=2CD$，E 是边 SB 的中点.

(Ⅰ)求证：CE∥平面 SAD；

(Ⅱ)求二面角 $D-EC-B$ 的余弦值大小；



19.(本小题满分12分)

某公司准备将1 000万元资金投入到市环保工程建设中,现有甲、乙两个建设项目供选择,若投资甲项目一年后可获得的利润为ξ_1(万元)的概率分布列如表所示:

ξ_1	110	120	170
P	m	0.4	n

且ξ_1的期望$E(\xi_1)=120$;若投资乙项目一年后可获得的利润ξ_2(万元)与项目建设材料的成本有关,在生产的过程中,公司将根据成本情况决定是否对第二和第三季度进行产品的价格调整,两次调整相互独立,且调整的概率分别为$p(0<p<1)$和$1-p$,乙项目产品价格一年内调整次数X(次)与ξ_2的关系如表所示:

X(次)	0	1	2
ξ_2	41.2	117.6	204.0

(Ⅰ)求m,n的值;

(Ⅱ)求ξ_2的分布列;

(Ⅲ)根据投资回报率的大小请你为公司决策:当p在什么范围时选择投资乙项目,并预测投资乙项目的最大投资回报率是多少.(投资回报率=年均利润/投资总额×100%)

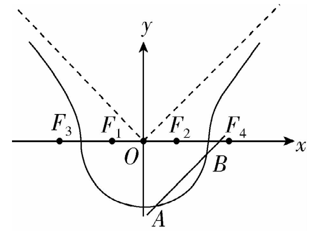
20.(本小题满分12分)

如图,曲线Γ由曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0,y\leqslant 0)$和曲线$C_2:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0,y>0)$组成,其中点$F_1,F_2$为曲线$C_1$所在圆锥曲线的焦点,点$F_3,F_4$为曲线$C_2$所在圆锥曲线的焦点,

(Ⅰ)若$F_2(2,0),F_3(-6,0)$,求曲线Γ的方程;

(Ⅱ)如图,作直线l平行于曲线C_2的渐近线,交曲线C_1于点$A、B$,求证:弦AB的中点M必在曲线C_2的另一条渐近线上;

(Ⅲ)对于(Ⅰ)中的曲线Γ,若直线l_1过点F_4交曲线C_1于点$C、D$,求$\triangle CDF_1$面积的最大值.



21.(本小题满分12分)

设$f(x)=\frac{(4x+a)\ln x}{3x+1}$,曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线与直线$x+y+1=0$垂直.

(Ⅰ)求a的值;

(Ⅱ)若对于任意的$x\in[1,+\infty)$,$f(x)\leqslant m(x-1)$恒成立,求m的取值范围;

(Ⅲ)求证:$\ln(4n+1)\leqslant 16\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(4i+1)(4i-3)}(n\in\mathbf{N}^*)$.

请考生在第22、23两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系xOy中,曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\varphi\\y=\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$为参数),曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=a\cos\varphi\\y=b\sin\varphi\end{cases}$($a>b>0$,$\varphi$为参数),在以$O$为极点,$x$轴的正半轴为极轴的极坐标系中,射线$l:\theta=\alpha$与$C_1,C_2$各有一个交点,当$\alpha=0$时,这两个交点间的距离为2,当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时,这两个交点重合.

(Ⅰ)分别说明C_1,C_2是什么曲线,并求a与b的值;

(Ⅱ)设当$\alpha=\frac{\pi}{4}$时,l与C_1,C_2的交点分别为A_1,B_1,当$\alpha=-\frac{\pi}{4}$时,l与C_1,C_2的交点分别为A_2,B_2,求直线A_1A_2、B_1B_2的极坐标方程.

23.(本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

设函数$f(x)=|x-a|,a<0$.

(Ⅰ)证明$f(x)+f(-\frac{1}{x})\geqslant 2$;

(Ⅱ)若不等式$f(x)+f(2x)<\frac{1}{2}$的解集是非空集,求a的范围.

2018全国高考模拟卷一

1. D 【点拨】集合 B 是 $y=2^x-1$ 的值域,定义域是集合 A,则可求出 B 集合.

【解析】B 集合中,$y=2^x-1$,$x\in A$,即 $x<2$,$y=2^x-1$ 在 $x<2$ 时单调递增.

$\therefore\ -1<y<3$, $\quad\therefore A\cap B=\{x|-1<x<2\}$

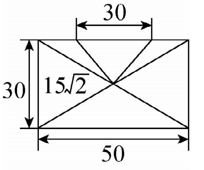
2. A 【点拨】$z=a+bi$,则 $\bar{z}=a-bi$,化简得 z,再得$\bar{z}$.

【解析】$\because z=1-\mathrm{i}\quad \frac{2}{z}-z^2=\frac{2}{1-\mathrm{i}}-(1-\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}+\frac{2}{1-\mathrm{i}}=\frac{2(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}+2\mathrm{i}=1+3\mathrm{i}$

$\therefore \frac{2}{z}-z^2=1-3\mathrm{i}$

3. B 【点拨】考查几何概型,根据题意绘制出图形,利用数形结合,即可求证.

【解析】所有可能结果用周长 160 表示,事件发生的结果可用两条线段的长度和 60 表示,$p=\frac{60}{160}=\frac{3}{8}$



4. C 【点拨】由已知中的程序可知该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 S 的值,模拟程序即可.

【解析】$n=1$ 时,$a=\frac{15}{2}$,$b=4$

$n=2$ 时,$a=\frac{45}{4}$,$b=8$.

$n=3$ 时,$a=\frac{135}{8}$,$b=16$

$n=4$ 时,$a=\frac{405}{16}$,$b=32$,跳出循环.

5. C 【点拨】根据递推关系,将 S_n 转化成 a_n 和 a_{n-1}之间的递推关系,求 a_n 通项,再求 S_n 通项.

【解析】$S_n=1+2a_n(n\geqslant2)$

$\therefore S_2=1+2a_2\quad a_1+a_2=1+2a_2$

$\therefore a_2=1$

$S_n=1+2a_n(n\geqslant2)$①

$S_{n-1}=1+2a_{n-1}(n\geqslant3)$②

①-②得 $a_n=2a_{n-1}$

$\therefore\{a_n\}$是从第 2 项开始的等比数列

则 $S_{20}=a_1+\frac{a_2(1-2^{19})}{1-2}$

$=2+\frac{1(1-2^{19})}{1-2}$

$=2^{19}+1$

故选 C.

6. A 【点拨】根据题意设 P 的坐标为 $P(9-2m,m)$,由切线的

性质得点 A、B 在以 OP 为直径的圆 C 上，求出圆 C 的方程，将两个圆的方程相减，得公共弦 A、B 所在的方程，再求出直线 AB 过的定点坐标.

【解析】P 是 $x+2y-9=0$ 上的任意一点，可设 $P(9-2m,m)$

PA、PB 为切线，$\therefore OA\perp PA, OB\perp PB$. 则 A、B 在以 OP 为直径的圆上，即 AB 是圆 O 和圆 C 的公共弦，圆 C 的圆心坐标是 $\left(\frac{9-2m}{2},\frac{m}{2}\right)$，

且半径的平方为 $r^2=\frac{(9-2m)^2+m^2}{4}$

$\therefore$ 圆 C：$\left(x-\frac{9-2m}{2}\right)^2+\left(y-\frac{m}{2}\right)^2=\frac{(9-2m)^2+m^2}{4}$

又$\because x^2+y^2=4$. 两圆作差得 AB 所在方程：

$(2m-9)x+my+4=0$

$m(2x-y)+(-9x+4)=0$

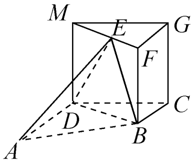
$\begin{cases}2x-y=0\\-9x+4=0\end{cases}$ $\therefore$ 定点为 $\left(\frac{4}{9},\frac{8}{9}\right)$

7. A 【点拨】根据三视图还原几何体，如图所示：为一个三棱柱旁边紧靠一个三棱锥.

【解析】$\therefore V=V_1+V_2$

$V_1=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times3=\sqrt{3}$

$V_2=S_{\triangle BCD}\cdot h=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times3=3\sqrt{3}$



7 题图

$\therefore V=V_1+V_2=4\sqrt{3}$

8. D 【点拨】化简 $g(x)$，$f(x_1)>g(x_2)$，即 $f(x_1)_{\min}>g(x_2)_{\max}$，在 $\left[\frac{7}{10},\frac{3}{2}\right]$ 上时恒成立.

【解析】$g(x)=\dfrac{2+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}=\dfrac{2+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)}{2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}$

$=\dfrac{1+\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}=\dfrac{2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}$

$=2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

$\therefore g(x)_{\max}=2$ $\forall$ $x_1\in\left[\frac{7}{10},\frac{3}{2}\right]$ 总有 $f(x_1)>g(x_2)$ 成立

$\therefore f(x)>2$ 即 $\log_{\frac{1}{2}}(ax^2+2x-1)>2$

$\therefore 0<ax^2+2x-1<\frac{1}{4}$

$\therefore \dfrac{1-2x}{x^2}<a<\dfrac{\frac{5}{4}-2x}{x^2}$ 在 $x\in\left[\frac{7}{10},\frac{3}{2}\right]$ 恒成立.

令 $h(x)=\dfrac{1-2x}{x^2}$ $m(x)=\dfrac{\frac{5}{4}-2x}{x^2}$

$h(x)=\left(\frac{1}{x}-1\right)^2-1$

$m(x)=\frac{5}{4}\left(\frac{1}{x}-\frac{4}{5}\right)^2-\frac{4}{5}$

$\therefore x\in\left[\frac{7}{10},\frac{3}{2}\right]$ $\therefore \frac{1}{x}\in\left[\frac{2}{3},\frac{10}{7}\right]$

$\therefore h(x)_{\max}=\left(\frac{10}{7}-1\right)^2-1=-\frac{40}{49}$

$m(x)_{\min}=-\frac{4}{5}$ $\therefore a\in\left(-\frac{40}{49},-\frac{4}{5}\right)$

9. D 【点拨】由题意可得 $\overrightarrow{AB_2}\perp\overrightarrow{B_3C_3}$，然后把 $m_i=\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{Ap_i}$ 转化为 $\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{AC_3}$

【解析】由图可知：$\angle B_2AC_3=30^\circ$，又 $\angle AC_3B_3=60^\circ$

$\therefore \overrightarrow{AB_2}\perp\overrightarrow{B_3C_3}$，即 $\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{B_3C_3}=0$

则 $m_i=\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{AP_i}=\overrightarrow{AB_2}(\overrightarrow{AC_3}+\overrightarrow{C_3P_i})=\overrightarrow{AB_2}\cdot\overrightarrow{AC_3}=2\sqrt{3}\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18$

$\therefore m_1+m_2+\cdots+m_{10}=180$

10. A 【点拨】由条件可令 $x=y=0$，求得 $f(0)=0$，再由 $f(x)$ 为单调函数且满足条件，将 $f(x^2+2x+2)+f(y^2+8y+3)=0$ 化为 $f(x^2+y^2+2x+8y+5)=0=f(0)$，

可得 $x^2+y^2+2x+8y+5=0$，配方后，再令 $x=-1+2\sqrt{3}\cos\alpha$，$y=-4+2\sqrt{3}\sin\alpha$，$\alpha\in(0,2\pi)$，再利用三角函数求最值即可.

【解析】$\forall x$、$y\in\mathbf{R}$，$f(x+y)=f(x)+f(y)$

则令 $x=y=0$ $\therefore f(0+0)=f(0)+f(0)$

$\therefore f(0)=0$ $f(x^2+2x+2)+f(y^2+8y+3)=0$

$\therefore f(x^2+y^2+2x+8y+5)=0=f(0)$

$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调 $\therefore x^2+y^2+2x+8y+5=0$

即 $(x+1)^2+(y+4)^2=12$

令 $x=-1+2\sqrt{3}\cos\alpha$，$y=-4+2\sqrt{3}\sin\alpha$ $\alpha\in(0,2\pi)$

$\therefore x+y=2\sqrt{3}(\cos\alpha+\sin\alpha)-5=2\sqrt{6}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-5$

当 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=1$

即 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 时，$x+y$ 取最大值为 $2\sqrt{6}-5$.

11. A 【点拨】数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{4}{3}$，$a_{n+1}-1=a_n(a_n-1)(n\in\mathbf{N}^*)$. 可得：$a_{n+1}-a_n=(a_n-1)^2>0$，可得：数列 $\{a_n\}$ 单调递增. 可得 $a_2=\frac{13}{9}$，$a_3=\frac{133}{81}$，$a_4=\frac{13477}{6561}\cdot\frac{1}{a_3-1}=\frac{81}{52}>1$，$\frac{1}{a_4-1}=\frac{6561}{6916}<1$. 另一方面：$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}$，可得 $S_n=\left(\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_2-1}\right)+\left(\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_3-1}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}\right)=3-\frac{1}{a_{n+1}-1}$，对 $n=1,2,3,n\geqslant4$，分类讨论即可得出.

【解析】$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{4}{3}$，$a_{n+1}-1=a_n(a_n-1)(n\in\mathbf{N}^*)$.

可得：$a_{n+1}-a_n=(a_n-1)^2>0$，

$\therefore a_{n+1}>a_n$，因此数列 $\{a_n\}$ 单调递增.

则 $a_2-1=\frac{4}{3}\times\left(\frac{4}{3}-1\right)$，可得 $a_2=\frac{13}{9}$，同理可得：$a_3=\frac{133}{81}$，$a_4=\frac{13477}{6561}$.

$\frac{1}{a_3-1}=\frac{81}{52}>1$，$\frac{1}{a_4-1}=\frac{6561}{6916}<1$，

另一方面：$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}$，

$\therefore S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\left(\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_2-1}\right)+\left(\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_3-1}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}\right)=\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}=3-\frac{1}{a_{n+1}-1}$，

当 $n=1$ 时，$S_1=\frac{1}{a_1}=\frac{3}{4}$，其整数部分为 0；

当 $n=2$ 时，$S_2=\frac{3}{4}+\frac{9}{13}=1+\frac{23}{52}$，其整数部分为 1；

当 $n=3$ 时，$S_3=\frac{3}{4}+\frac{9}{13}+\frac{81}{133}=2+\frac{355}{6561}$，其整数部分为 2；

当 $n\geqslant4$ 时，$S_n=2+1-\frac{1}{a_{n+1}-1}\in(2,3)$，其整数部分为 2.

综上可得：S_n 的整数部分的所有可能值构成的集合是 $\{0,1,2\}$.

12. C 【点拨】设等腰直角三角形 OAB 的顶点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，利用 $OA=OB$ 可求得 $x_1=x_2$，从而得 $AB=4p$，再得 $S_{\triangle OAB}$. 设过点 N 的直线方程为 $y=k(x+1)$，联立 $y^2=4x$，过 M 作准线的垂线，垂足为 A，则 $|MF|=|MA|$，直线与抛物线相切及倾斜角为 $0°$，即可求出 p. 设 M 到准线的距离等于 d，由抛物线定义可得

$\left|\dfrac{OM}{MF}\right|=\dfrac{|MO|}{d}=\dfrac{m^2+n^2}{m+\frac{1}{2}}=\sqrt{1+\dfrac{m-\frac{1}{4}}{m^2+m+\frac{1}{4}}}$，换元利用均值不等式.

【解析】设 OAB 的顶点为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则 $y_1^2=2px_1$，$y_2^2=2px_2$

由 $OA=OB\Rightarrow x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2\Rightarrow x_1^2-x_2^2+2px_1-2px_2=0$

$\Rightarrow(x_1-x_2)(x_1+x_2+2p)=0$

$\because x_1>0,x_2>0,2p>0$

$\therefore x_1=x_2$. 即 A、B 关于 x 轴对称.

$\therefore$ 直线 OA 的方程为：$y=x\tan 45°=x$，联立抛物线解得

$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=2p\\y=2p\end{cases}$

故 $AB=4p$

$\therefore S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\times 2p\times 4p=4p^2$

$\because S_{\triangle AOB}=16$.

$\therefore p=2$，焦点 $F\left(\dfrac{1}{2},0\right)$.

设 $M(m,n)$，则 $n^2=2m$，　$m>0$

设 M 到准线 $x=-\dfrac{1}{2}$ 的距离等于 d，

则$\dfrac{|OM|}{|MF|}=\dfrac{|MO|}{d}=\dfrac{m^2+n^2}{m+\frac{1}{2}}=\sqrt{1+\dfrac{m-\frac{1}{4}}{m^2+m+\frac{1}{4}}}$

令 $m-\dfrac{1}{4}=t$，　$t\geqslant-\dfrac{1}{4}$　则 $m=t+\dfrac{1}{4}$

$\therefore \dfrac{|OM|}{|MF|}=\sqrt{1+\dfrac{1}{t+\frac{3}{2}+\frac{9}{16t}}}\leqslant\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

当 $t=\dfrac{3}{4}$ 时，取等号.

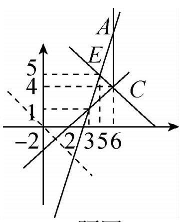
13. 10 【点拨】作出约束域目标函数 $z=x+y$，利用线性规则求解.

【解析】$z=x+y$，

$\therefore y=-x+z$

并将 $y=-x+z$ 平移到 A 点时，z 最大，但 $x<6$，取不到 A，则平移到 $E(5,5)$ 取最大，因为人数必须为整数.

$\therefore z_{\max}=10$



13 题图

14. $\dfrac{\pi}{2}$ 【点拨】先求出 m、n，再利用几何意义求出定积分.

【解析】$f(x)=x^2-2x\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)+1$ 的两个零点为 m、n，只能观察猜根.

$m=-1,n=1$，则 $\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$ 为半圆的面积

$\therefore \int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\pi$.

15. $\dfrac{634\pi}{9}$ 【点拨】先求出 $\triangle ABC$ 外接圆的直径，再利用勾股定理求出球 O 的半径，即可求出球 O 的表面积.

【解析】$AG=2,AD=1,\cos\angle BAC=\dfrac{25+25-64}{2\times5\times5}=-\dfrac{7}{25}$

$\therefore \sin\angle BAC=\dfrac{24}{25}$，

$\therefore \triangle ABC$ 外接圆 $2r=\dfrac{8}{\frac{24}{25}}=\dfrac{25}{3}$

设球 O 的半径为 R，

则 $R=\sqrt{\dfrac{625}{36}+\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{634}{36}}$

$\therefore$ 球 O 表面积为$\dfrac{634\pi}{9}$.

16. $[-3e^{-4},1)\cup\{-e^{-2}\}$ 【点拨】$f(x+1)$ 关于 $(-1,0)$ 对称，判断出 $f(x)$ 关于 $(0,0)$ 对称. 则为奇函数，从而转化为 $x\in(-4,0)$ 时 $f(x)$ 有一个根.

【解析】$f(x+1)$ 关于 $(-1,0)$ 对称

$\therefore f(x)$ 关于 $(0,0)$ 对称

$\therefore f(0)=0$

又$\because f(4)=-f(-4)$　$f(4)=0$

$\therefore f(-4)=0$

$\therefore f(x)$ 在 $[-4,4]$ 内有 5 个根等价于 $f(x)$ 在 $(-4,0)$ 有一根，在 $(0,4)$ 有一根

$x\in(-4,0)$ 时，$f(x)=\log_2\left(\dfrac{x}{e^{|x|}}+e^x-m+1\right)$ 有一个根

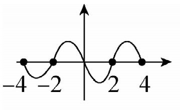
$\therefore \dfrac{x}{e^{|x|}}+e^x-m+1=0$ 有一根，即 $xe^x+e^x-m=0$ 有一根.

令：$g(x)=xe^x+e^x-m$

$g'(x)=(x+2)e^x$

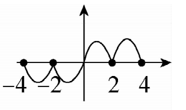
$\therefore g(x)$ 在 $(-4,-2)$ 单调减，在 $(-2,0)$ 单调增.

$\therefore$ 大致图形可为两种



①

或



②

即$\begin{cases}g(2)>g(-4)\\g(2)<g(0)\end{cases}$或 $g(2)=0$

$\therefore m\in[-3e^{-4},1)\cup\{-e^{-2}\}$

17.【点拨】(Ⅰ)根据平面向量数量积运算求解出函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+b$，利用函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称，且 $\omega\in[0,3]$ 时，求解 ω，可求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

(Ⅱ)当 $x\in\left[0,\dfrac{7\pi}{12}\right]$ 时，求出函数 $f(x)$ 的单调性，函数 $f(x)$ 有且只有一个零点，利用其单调性求实数 b 的取值范围.

【解析】向量 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3}\sin\omega x,1)$，$\boldsymbol{n}(\cos\omega x,\cos^2\omega x+1)$，函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+b$.

则 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+b=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x+\cos^2\omega x+1+b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin2\omega x+\dfrac{1}{2}\cos2\omega x+\dfrac{3}{2}+b=\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{3}{2}+b$.

(Ⅰ)$\because$ 函数 $f(x)$ 图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称，

$\therefore 2\omega\cdot\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{6}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

解得：$\omega=3k+1(k\in\mathbf{Z})$，

$\because \omega\in[0,3]$，

$\therefore \omega=1$，

$\therefore f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{3}{2}+b$，

由 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant2x+\dfrac{\pi}{6}\leqslant2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，

解得：$k\pi-\dfrac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，

所以函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{3}{2}+b$，

$\because x\in\left[0,\frac{7\pi}{12}\right]$,

$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{4\pi}{3}\right]$,

$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$，即 $x\in\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$时，函数 $f(x)$ 单调递增；

$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{4\pi}{3}\right]$，即 $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12}\right]$时，函数$f(x)$单调递减.

又$f(0)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)$，

$\therefore$ 当$f\left(\frac{\pi}{3}\right)>0\geqslant f\left(\frac{7\pi}{12}\right)$或$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$ 时，函数$f(x)$有且只有一个零点.

即 $\sin\frac{4\pi}{3}\leqslant -b-\frac{3}{2}<\sin\frac{5\pi}{6}$或$1+\frac{3}{2}+b=0$，

所以满足条件的 $b\in\left(-2,\frac{\sqrt{3}-3}{2}\right]\cup\left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

18.【点拨】(Ⅰ)取 SA 中点 F，连接 EF，FD，推导出四边形 $EFDC$ 是平行四边形，由此能证明 CE∥面 SAD.

(Ⅱ)在底面内过点 A 作直线 $AM\parallel BC$，则 $AB\perp AM$，以 AB，AM，AS 所在直线分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出二面角 $D-EC-B$ 的余弦值.

【解析】证明：(Ⅰ)取 SA 中点 F，连接 EF，FD，

$\because E$ 是边 SB 的中点，

$\therefore EF\parallel AB$，且 $EF=\frac{1}{2}AB$，

又$\because \angle ABC=\angle BCD=90°$，

$\therefore AB\parallel CD$，

又$\because AB=2CD$，即 $CD=\frac{1}{2}AB$

$\therefore EF\parallel CD$，且 $EF=CD$，

$\therefore$ 四边形 $EFDC$ 是平行四边形，

$\therefore FD\parallel EC$，

又 $FD\subset$平面 SAD，$CE\not\subset$平面 SAD，

$\therefore CE$∥面 SAD.

(Ⅱ)在底面内过点 A 作直线 $AM\parallel BC$，则 $AB\perp AM$，

又 $SA\perp$平面 $ABCD$，

以 AB，AM，AS 所在直线分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，设 $AB=2$，

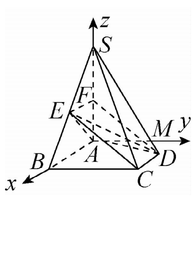
则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(1,2,0)$，$E(1,0,1)$，

则$\overrightarrow{BC}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{BE}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{CD}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{CE}=(-1,-2,1)$，

设面 BCE 的一个法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=2y=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=-x+z=0\end{cases}$，取 $x=1$，$z=1$，得 $\boldsymbol{n}=$

$(1,0,1)$，同理求得面 DEC 的一个法向量为$\boldsymbol{m}=(0,1,2)$，



$\cos<\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}>=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\boldsymbol{m}|}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，

由图可知二面角 $D-EC-B$ 是钝二面角，

$\therefore$ 二面角 $D-EC-B$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{5}$.

19.【点拨】(Ⅰ)由题意得：$\begin{cases}m+0.4+n=1\\110m+120\times0.4+170n=120\end{cases}$由此能求出 m,n 的值.

(Ⅱ)ξ_2 的可能取值为 41.2，117.6，204.0，分别求出 $P(X_2=41.2)$，$P(X_2=117.6)$，$P(X_2=204.0)$，由此能求出 ξ_2 的分布列.

(Ⅲ)由(Ⅱ)求出 $E(\xi_2)=-10p^2+10p+117.6$. 因为 $E(\xi_1)<E(\xi_2)$，所以 $120<-10p^2+10p+117.6$. 由此能求出当选择投资乙项目时，当 $p=0.5$ 时，$E(\xi_2)$最大.

【解析】(Ⅰ)由题意得$\begin{cases}m+0.4+n=1\\110m+120\times0.4+170n=120\end{cases}$

得：$m=0.5$，$n=0.1$

(Ⅱ)ξ_2 的可能取值为 41.2，117.6，204.0.

$P(\xi_2=41.2)=(1-p)[1-(1-p)]=p(1-p)$

$P(\xi_2=117.6)=p[1-(1-p)]+(1-p)(1-p)=p^2+(1-p)^2$

$P(\xi_2=204.0)=p(1-p)$

所以 ξ_2 的分布列为

ξ_2	41.2	117.6	204.0
P	$p(1-p)$	$p^2+(1-p)^2$	$p(1-p)$

(Ⅲ)由(Ⅱ)得：$E(\xi_2)=41.2\times p(1-p)+117.6\times[p^2+(1-p)^2]+204.0\times p(1-p)=-10p^2+10p+117.6$

根据投资回报率的计算方法，如果选择投资乙项目，只需 $E(\xi_1)<E(\xi_2)$

即 $120<-10p^2+10p+117.6$ 得 $0.4<p<0.6$

因为 $E(\xi_2)=-10p^2+10p+117.6$

所以当 $p=\frac{1}{2}$时，$E(\xi_2)$取到最大值为 120.1，所以预测投资投资回报率的最大值为 12.01%.

20.【点拨】(Ⅰ)由 $F_2(2,0)$，$F_3(-6,0)$，可得$\begin{cases}a^2+b^2=36\\a^2-b^2=4\end{cases}\Rightarrow a^2,b^2$

(Ⅱ)曲线 C_2 的渐近线为 $\pm\frac{b}{a}x$，如图，设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$M(x_0,y_0)$，设直线 $l:y=\frac{b}{a}(x-m)$，与椭圆方程联立化为 $2x^2-2mx+(m^2-a^2)=0$，利用$\triangle>0$，根与系数的关系、中点坐标公式，只要证明 $y_0=-\frac{b}{a}x_0$ 即可.

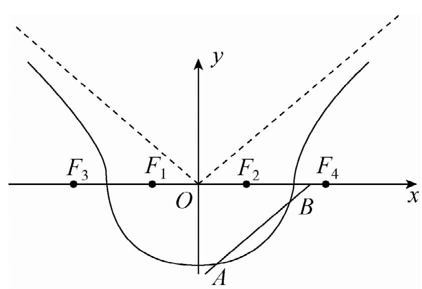
(Ⅲ)设直线 l_1 的方程为 $x=ny+6(n>0)$. 与椭圆方程联立可得$(5+4n^2)y^2+48ny+64=0$，利用根与系数的关系、弦长公式、三角形的面积计算公式、基本不等式的性质即可得出.

【解析】(Ⅰ)$\because F_2(2,0)$，$F_3(-6,0)$，

$\therefore\begin{cases}a^2+b^2=36\\a^2-b^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=20\\b^2=16\end{cases}$

则曲线 Γ 的方程为$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1(y\leqslant0)$和$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1(y>0)$

(Ⅱ)曲线 C_2 的渐近线为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，如图，设直线 $l:y=\frac{b}{a}(x-m)$



则$\begin{cases}y=\frac{b}{a}(x-m)\\\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}\Rightarrow 2x^2-2mx+(m^2-a^2)=0$

$\Delta=(2m)^2-4\cdot2\cdot(m^2-a^2)=8a^2-4m^2>0\Rightarrow-\sqrt{2}a<m<\sqrt{2}a$

又由数形结合知 $m\geqslant a$，$a\leqslant m<\sqrt{2}a$

设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$M(x_0,y_0)$则$\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=\frac{m^2-a^2}{2}\end{cases}$，

$\therefore x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{m}{2}, y_0=\dfrac{b}{a}(x_0-m)=-\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{m}{2}$

$\therefore y_0=-\dfrac{b}{a}x_0$，即点 M 在直线 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 上.

（Ⅲ）由（Ⅰ）知，曲线 C_1 为 $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1(y\leqslant 0)$，点 $F_4(6,0)$.

设直线 l_1 的方程为 $x=ny+6(n>0)$

由 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1\\ x=ny+6\end{cases}\Rightarrow(4n^2+5)y^2+48ny+64=0$

$\Delta=(48n)^2-4\times 64(4n^2+5)>0\Rightarrow n^2>1$

设 $C(x_3,y_3)$，$D(x_4,y_4)$，由韦达定理：$\begin{cases}y_3+y_4=\dfrac{-48n}{4n^2+5}\\ y_3y_4=\dfrac{64}{4n^2+5}\end{cases}$

$|y_3-y_4|=\sqrt{(y_3+y_4)^2-4y_3y_4}=16\sqrt{5}\dfrac{\sqrt{n^2-1}}{4n^2+5}$

$S_{\triangle CDF_1}=\dfrac{1}{2}|F_1F_4|\times|y_3-y_4|$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 16\sqrt{5}\times\dfrac{\sqrt{n^2-1}}{4n^2+5}$

$=64\sqrt{5}\dfrac{\sqrt{n^2-1}}{4n^2+5}$

令 $t=\sqrt{n^2-1}>0$，

$\therefore n^2=t^2+1, S_{\triangle CDF_1}=64\sqrt{5}\times\dfrac{t}{4t^2+9}=64\sqrt{5}\dfrac{1}{4t+\dfrac{9}{t}}$

$\because t>0,\therefore 4t+\dfrac{9}{t}\geqslant 12$，当且仅当 $t=\dfrac{3}{2}$ 即 $n=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ 时等号成立

$\therefore n=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ 时，$\triangle CDF_1$ 面积的最大值 $\dfrac{16\sqrt{5}}{3}$.

21.【点拨】（Ⅰ）求出原函数的导函数，结合 $f'(x)=1$ 列式求得 a 值；

（Ⅱ）把（Ⅰ）中求得的 a 值代入函数解析式，由 $f(x)\leqslant m(x-1)$ 得到 $4\ln x\leqslant m\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$，构造函数 $g(x)=4\ln x-m\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$，即 $\forall x\in[1,+\infty)$，$g(x)\leqslant 0$. 然后对 m 分类讨论求导求得 m 的取值范围；

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，当 $x>1$ 时，$m=1$ 时，

$\ln x\leqslant\dfrac{1}{4}\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$ 成立.

令 $x=\dfrac{4i+1}{4i-3}$，$i\in\mathbf{N}^*$，然后分别取 $i=1,2,\cdots,n$，利用累加法即可证明结论.

【解析】（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{\left(\dfrac{4x+a}{x}+4\ln x\right)(3x+1)-3(4x+a)\ln x}{(3x+1)^2}$

由题设 $f'(1)=1$，

$\therefore\dfrac{4+a}{4}=1$，即 $a=0$；

（Ⅱ）$f(x)=\dfrac{4x\ln x}{3x+1}$，$\forall x\in[1,+\infty)$，$f(x)\leqslant m(x-1)$，即 $4\ln x\leqslant m\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$，

设 $g(x)=4\ln x-m\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$，即 $\forall x\in[1,+\infty)$，$g(x)\leqslant 0$.

$g'(x)=\dfrac{4}{x}-m\left(3+\dfrac{1}{x^2}\right)=\dfrac{-3mx^2+4x-m}{x^2}$，$g'(1)=4-4m$.

①若 $m\leqslant 0$，$g'(x)>0$，$g(x)\geqslant g(1)=0$，这与题设 $g(x)\leqslant 0$ 矛盾；

②若 $m\in(0,1)$，当 $x\in\left(1,\dfrac{2+\sqrt{4-3m^2}}{3m}\right)$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，$g(x)>g(1)=0$，与题设矛盾；

③若 $m\geqslant 1$，当 $x\in(1,+\infty)$，$g'(x)\leqslant 0$，$g(x)$ 单调递减，$g(x)\leqslant g(1)=0$，即不等式成立；

综上所述，$m\geqslant 1$.

（Ⅲ）证明：由（Ⅱ）知，当 $x>1$ 时，$m=1$ 时，$\ln x\leqslant\dfrac{1}{4}\left(3x-\dfrac{1}{x}-2\right)$ 成立.

不妨令 $x=\dfrac{4i+1}{4i-3}$，$i\in\mathbf{N}^*$，

$\therefore\ln\dfrac{4i+1}{4i-3}\leqslant\dfrac{16i}{(4i+1)(4i-3)}$，

即 $\ln\dfrac{4+1}{4-3}\leqslant\dfrac{16}{(4+1)(4-3)}$，$\ln\dfrac{4\times 2+1}{4\times 2-3}\leqslant\dfrac{16\times 2}{(4\times 2+1)(4\times 2-3)}$，$\ln\dfrac{4\times 3+1}{4\times 3-3}\leqslant\dfrac{16\times 3}{(4\times 3+1)(4\times 3-3)}$，$\cdots$，$\ln\dfrac{4n+1}{4n-3}\leqslant\dfrac{16n}{(4n+1)(4n-3)}$.

累加可得：$\ln(4n+1)\leqslant 16\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{i}{(4i+1)(4i-3)}(n\in\mathbf{N}^*)$.

22.【点拨】（Ⅰ）曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=1$，C_1 是以 $(0,0)$ 为圆心，以 1 为半径的圆，曲线 C_2 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$C_2$ 是焦点在 x 轴上的椭圆. 当 $\alpha=0$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 交点的直角坐标分别为 $(1,0)$，$(a,0)$，当 $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 交点的直角坐标分别为 $(0,1)$，$(0,b)$，由此能求出 a，b.

（Ⅱ）C_1，C_2 的普通方程分别为 $x^2+y^2=1$ 和 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$，当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ 时，射线 l 与 C_1 的交点 A_1 的横坐标为 $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，与 C_2 的交点 B_1 的横坐标为 $x'=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，当 $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 的交点 A_2，B_2 分别与 A_1，B_1 关于 x 轴对称，由此能求出直线 A_1A_2 和 B_1B_2 的极坐标方程.

【解析】（Ⅰ）$\because$ 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数），

$\therefore$ 曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=1$，

$\therefore C_1$ 是以 $(0,0)$ 为圆心，以 1 为半径的圆，

$\because$ 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=a\cos\varphi\\ y=b\sin\varphi\end{cases}$（$a>b>0$，$\varphi$ 为参数），

$\therefore$ 曲线 C_2 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，

$\therefore C_2$ 是焦点在 x 轴上的椭圆.

当 $\alpha=0$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 交点的直角坐标分别为 $(1,0)$，$(a,0)$，

$\because$ 这两点间的距离为 2，

$\therefore a=3$

当 $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 交点的直角坐标分别为 $(0,1)$，$(0,b)$，

$\because$ 这两点重合，$\therefore b=1$

（Ⅱ）C_1，C_2 的普通方程分别为 $x^2+y^2=1$ 和 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$

当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ 时，射线 l 与 C_1 的交点 A_1 的横坐标为 $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

与 C_2 的交点 B_1 的横坐标为 $x'=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

当 $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$ 时，射线 l 与 C_1，C_2 的交点 A_2，B_2 分别与 A_1，B_1

关于 x 轴对称

因此，直线 A_1A_2、B_1B_2 垂直于极轴，

故直线 A_1A_2 和 B_1B_2 的极坐标方程分别为 $\rho\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\rho\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

23.【点拨】(Ⅰ)运用绝对值不等式的性质和基本不等式，即可得证；

(Ⅱ)通过对 x 的范围的分类讨论去掉绝对值符号，转化为一次不等式，求得 $(f(x)+f(2x))_{\min}$ 即可.

【解析】(Ⅰ)证明：函数 $f(x)=|x-a|$，$a<0$，

则 $f(x)+f\left(-\dfrac{1}{x}\right)=|x-a|+|-\dfrac{1}{x}-a|$

$=|x-a|+|\dfrac{1}{x}+a|\geqslant|(x-a)+\left(\dfrac{1}{x}+a\right)|$

$=|x+\dfrac{1}{x}|=|x|+\dfrac{1}{|x|}\geqslant2\sqrt{|x|\cdot\dfrac{1}{|x|}}=2.$

(Ⅱ)$f(x)+f(2x)=|x-a|+|2x-a|$，$a<0$.

当 $x\leqslant a$ 时，$f(x)=a-x+a-2x=2a-3x$，则 $f(x)\geqslant-a$；

当 $a<x<\dfrac{a}{2}$ 时，$f(x)=x-a+a-2x=-x$，

则 $-\dfrac{a}{2}<f(x)<-a$；

当 $x\geqslant\dfrac{a}{2}$ 时，$f(x)=x-a+2x-a=3x-2a$，则 $f(x)\geqslant-\dfrac{a}{2}$.

则 $f(x)$ 的值域为 $[-\dfrac{a}{2},+\infty)$，

不等式 $f(x)+f(2x)<\dfrac{1}{2}$ 的解集非空，即为

$\dfrac{1}{2}>-\dfrac{a}{2}$，解得，$a>-1$，由于 $a<0$，

则 a 的取值范围是 $(-1,0)$.