2019年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合，则=

A． B． C． D．

2．设复数*z*满足，*z*在复平面内对应的点为(*x*，*y*)，则

A． B． C． D．

3．已知，则

A． B． C． D．

4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是（≈0.618，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是



A．165 cm B．175 cm C．185 cm D．190 cm

5．函数*f*(*x*)=在的图像大致为

A． B．

C． D．

6．我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的6个爻组成，爻分为阳爻“——”和阴爻“— —”，如图就是一重卦．在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有3个阳爻的概率是



A． B． C． D．

7．已知非零向量***a***，***b***满足，且***b***，则***a***与***b***的夹角为

A． B． C． D．

8．如图是求的程序框图，图中空白框中应填入



A．*A*= B．*A*= C．*A*= D．*A*=

9．记为等差数列的前*n*项和．已知，则

A． B． C． D．

10．已知椭圆*C*的焦点为，过*F*2的直线与*C*交于*A*，*B*两点．若，，则*C*的方程为

A． B． C． D．

11．关于函数有下述四个结论：

①*f*(*x*)是偶函数 ②*f*(*x*)在区间（，）单调递增

③*f*(*x*)在有4个零点 ④*f*(*x*)的最大值为2

其中所有正确结论的编号是

A．①②④ B．②④ C．①④ D．①③

12．已知三棱锥*P*−*ABC*的四个顶点在球*O*的球面上，*PA*=*PB*=*PC*，△*ABC*是边长为2的正三角形，*E*，*F*分别是*PA*，*AB*的中点，∠*CEF*=90°，则球*O*的体积为

A． B． C． D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．记*Sn*为等比数列{*an*}的前*n*项和．若，则*S*5=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）．根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”．设甲队主场取胜的概率为0.6，客场取胜的概率为0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以4∶1获胜的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知双曲线*C*：的左、右焦点分别为*F*1，*F*2，过*F*1的直线与*C*的两条渐近线分别交于*A*，*B*两点．若，，则*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．(12分)

的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，设．

（1）求*A*；

（2）若，求sin*C*．

18．（12分）

如图，直四棱柱*ABCD–A*1*B*1*C*1*D*1的底面是菱形，*AA*1=4，*AB*=2，∠*BAD*=60°，*E*，*M*，*N*分别是*BC*，*BB*1，*A*1*D*的中点．



（1）证明：*MN*∥平面*C*1*DE*；

（2）求二面角*A−MA*1*−N*的正弦值．

19．（12分）

已知抛物线*C*：*y*2=3*x*的焦点为*F*，斜率为的直线*l*与*C*的交点为*A*，*B*，与*x*轴的交点为*P*．

（1）若|*AF*|+|*BF*|=4，求*l*的方程；

（2）若，求|*AB*|．

20．（12分）

已知函数，为的导数．证明：

（1）在区间存在唯一极大值点；

（2）有且仅有2个零点．

21．（12分）

为治疗某种疾病，研制了甲、乙两种新药，希望知道哪种新药更有效，为此进行动物试验．试验方案如下：每一轮选取两只白鼠对药效进行对比试验．对于两只白鼠，随机选一只施以甲药，另一只施以乙药．一轮的治疗结果得出后，再安排下一轮试验．当其中一种药治愈的白鼠比另一种药治愈的白鼠多4只时，就停止试验，并认为治愈只数多的药更有效．为了方便描述问题，约定：对于每轮试验，若施以甲药的白鼠治愈且施以乙药的白鼠未治愈则甲药得1分，乙药得分；若施以乙药的白鼠治愈且施以甲药的白鼠未治愈则乙药得1分，甲药得分；若都治愈或都未治愈则两种药均得0分．甲、乙两种药的治愈率分别记为*α*和*β*，一轮试验中甲药的得分记为*X*．

（1）求的分布列；

（2）若甲药、乙药在试验开始时都赋予4分，表示“甲药的累计得分为时，最终认为甲药比乙药更有效”的概率，则，，，其中，，．假设，．

(i)证明：为等比数列；

(ii)求，并根据的值解释这种试验方案的合理性．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系*xOy*中，曲线*C*的参数方程为（*t*为参数）．以坐标原点*O*为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线*l*的极坐标方程为．

（1）求*C*和*l*的直角坐标方程；

（2）求*C*上的点到*l*距离的最小值．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知*a*，*b*，*c*为正数，且满足*abc*=1．证明：

（1）；

（2）．

2019年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学•参考答案

一、选择题

1．C　2．C　3．B　4．B　5．D　6．A　7．B　8．A　9．A　10．B　11．C　12．D

二、填空题

13．*y*=3*x* 14． 15．0.18 16．2

三、解答题

17．解：（1）由已知得，故由正弦定理得．

由余弦定理得．

因为，所以．

（2）由（1）知，由题设及正弦定理得，

即，可得．

由于，所以，故





．

18．解：（1）连结*B*1*C*，*ME*．

因为*M*，*E*分别为*BB*1，*BC*的中点，

所以*ME*∥*B*1*C*，且*ME*=*B*1*C*．

又因为*N*为*A*1*D*的中点，所以*ND*=*A*1*D*．

由题设知*A*1*B*1*DC*，可得*B*1*C**A*1*D*，故*ME**ND*，

因此四边形*MNDE*为平行四边形，*MN*∥*ED*．

又*MN*平面*EDC*1，所以*MN*∥平面*C*1*DE*．

（2）由已知可得*DE*⊥*DA*．

以*D*为坐标原点，的方向为*x*轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系*D*−*xyz*，则



，*A*1(2，0，4)，，，，，，．

设为平面*A*1*MA*的法向量，则，

所以可取．

设为平面*A*1*MN*的法向量，则

所以可取．

于是，

所以二面角的正弦值为．

19．解：设直线．

（1）由题设得，故，由题设可得．

由，可得，则．

从而，得．

所以的方程为．

（2）由可得．

由，可得．

所以．从而，故．

代入的方程得．

故．

20．解：（1）设，则，.

当时，单调递减，而，可得在有唯一零点，

设为.

则当时，；当时，.

所以在单调递增，在单调递减，故在存在唯一极大值点，即在存在唯一极大值点.

（2）的定义域为.

（i）当时，由（1）知，在单调递增，而，所以当时，，故在单调递减，又，从而是在的唯一零点.

（ii）当时，由（1）知，在单调递增，在单调递减，而，，所以存在，使得，且当时，；当时，.故在单调递增，在单调递减.

又，，所以当时，.从而， 在没有零点.

（iii）当时，，所以在单调递减.而，，所以在有唯一零点.

（iv）当时，，所以<0，从而在没有零点.

综上，有且仅有2个零点.

21．解：*X*的所有可能取值为.



所以的分布列为



（2）（i）由（1）得.

因此，故，即

.

又因为，所以为公比为4，首项为的等比数列．

（ii）由（i）可得

.

由于，故，所以



表示最终认为甲药更有效的概率，由计算结果可以看出，在甲药治愈率为0.5，乙药治愈率为0.8时，认为甲药更有效的概率为，此时得出错误结论的概率非常小，说明这种试验方案合理.

22．解：（1）因为，且，所以*C*的直角坐标方程为.

的直角坐标方程为.

（2）由（1）可设*C*的参数方程为（为参数，）.

*C*上的点到的距离为.

当时，取得最小值7，故*C*上的点到距离的最小值为.

23．解：（1）因为，又，故有

.

所以.

（2）因为为正数且，故有







=24.

所以.