

## 2008~2019 北京中考数学分类(尺规作图)

### 一. 选择题 (共 1 小题)

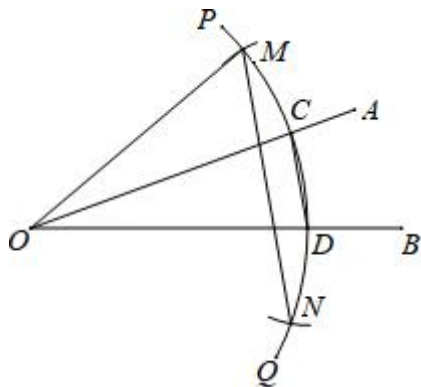
1. 已知锐角  $\angle AOB$ , 如图,

(1) 在射线  $OA$  上取一点  $C$ , 以点  $O$  为圆心,  $OC$  长为半径作  $\widehat{PQ}$ , 交射线  $OB$  于点  $D$ , 连接  $CD$ ;

(2) 分别以点  $C, D$  为圆心,  $CD$  长为半径作弧, 交  $\widehat{PQ}$  于点  $M, N$ ;

(3) 连接  $OM, MN$ .

根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是 ( )



A.  $\angle COM = \angle COD$

B. 若  $OM = MN$ , 则  $\angle AOB = 20^\circ$

C.  $MN \parallel CD$

D.  $MN = 3CD$

### 二. 填空题 (共 3 小题)

2. 下面是“作已知直角三角形的外接圆”的尺规作图过程

已知:  $\text{Rt}\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ , 求作  $\text{Rt}\triangle ABC$  的外接圆.

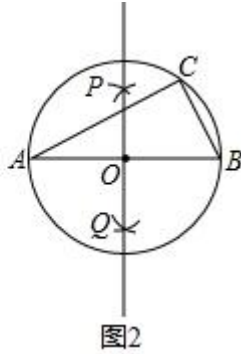
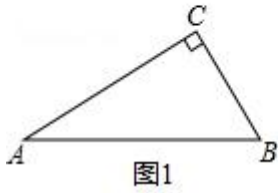
作法: 如图 2.

(1) 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧, 两弧相交于  $P, Q$  两点;

(2) 作直线  $PQ$ , 交  $AB$  于点  $O$ ;

(3) 以  $O$  为圆心,  $OA$  为半径作  $\odot O$ .  $\odot O$  即为所求作的圆.

请回答: 该尺规作图的依据是\_\_\_\_\_.



3. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程：

已知：直线  $l$  和  $l$  外一点  $P$ . (如图 1)

求作：直线  $l$  的垂线，使它经过点  $P$ .

作法：如图 2

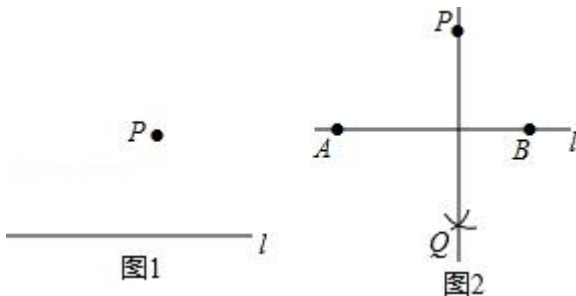
(1) 在直线  $l$  上任取两点  $A, B$ ;

(2) 分别以点  $A, B$  为圆心， $AP, BP$  长为半径作弧，两弧相交于点  $Q$ ;

(3) 作直线  $PQ$ .

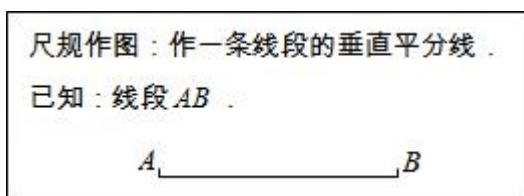
所以直线  $PQ$  就是所求的垂线.

请回答：该作图的依据是\_\_\_\_\_.

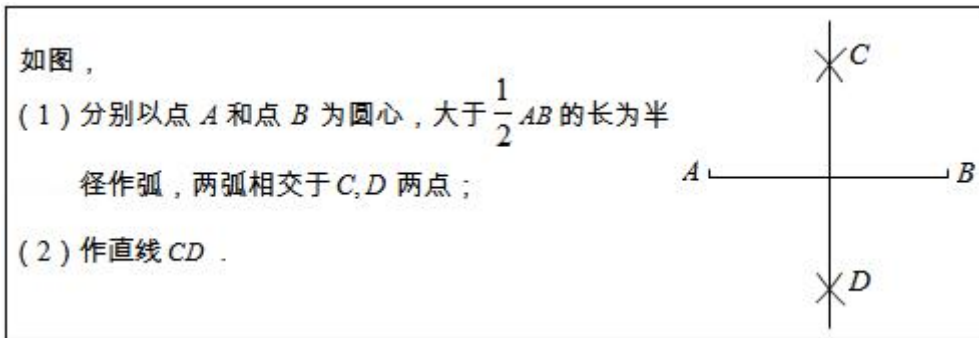


4. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出如下问题：



小芸的作法如下：



老师说：“小芸的作法正确.”

请回答：小芸的作图依据是\_\_\_\_\_.

### 三. 解答题 (共 2 小题)

5. 在平面内，给定不在同一条直线上的点  $A, B, C$ ，如图所示，点  $O$  到点  $A, B, C$  的距离均等于  $a$  ( $a$  为常数)，到点  $O$  的距离等于  $a$  的所有点组成图形  $G$ ， $\angle ABC$  的平分线交图形  $G$  于点  $D$ ，连接  $AD, CD$  .

(1) 求证： $AD=CD$ ;

(2) 过点  $D$  作  $DE \perp BA$ ，垂足为  $E$ ，作  $DF \perp BC$ ，垂足为  $F$ ，延长  $DF$  交图形  $G$  于点  $M$ ，连接  $CM$  . 若  $AD=CM$ ，求直线  $DE$  与图形  $G$  的公共点个数.

$A \bullet$

$B \bullet$

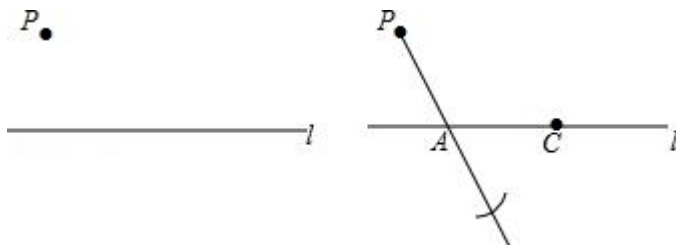
$C \bullet$

6. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$  .

求作：直线  $PQ$ ，使得  $PQ \parallel l$  .

$P \bullet$



作法：如图，

①在直线  $l$  上取一点  $A$ ，作射线  $PA$ ，以点  $A$  为圆心， $AP$  长为半径画弧，交  $PA$  的延长线于点  $B$ ；

②在直线  $l$  上取一点  $C$  (不与点  $A$  重合)，作射线  $BC$ ，以点  $C$  为圆心， $CB$  长为半径画弧，

交  $BC$  的延长线于点  $Q$ ;

③作直线  $PQ$ . 所以直线  $PQ$  就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $CB = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$\therefore PQ \parallel l$  ( $\underline{\hspace{2cm}}$ ) (填推理的依据).

# 2008~2019 北京中考数学分类(尺规作图)

参考答案与试题解析

## 一. 选择题 (共 1 小题)

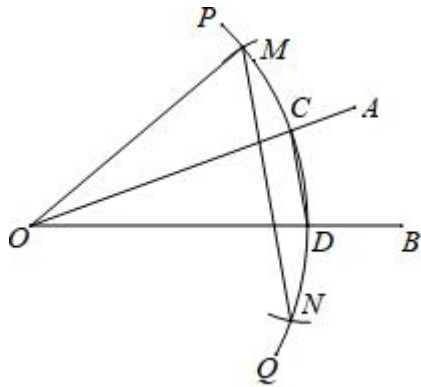
1. 已知锐角  $\angle AOB$ , 如图,

(1) 在射线  $OA$  上取一点  $C$ , 以点  $O$  为圆心,  $OC$  长为半径作  $\widehat{PQ}$ , 交射线  $OB$  于点  $D$ , 连接  $CD$ ;

(2) 分别以点  $C, D$  为圆心,  $CD$  长为半径作弧, 交  $\widehat{PQ}$  于点  $M, N$ ;

(3) 连接  $OM, MN$ .

根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是 ( )



A.  $\angle COM = \angle COD$

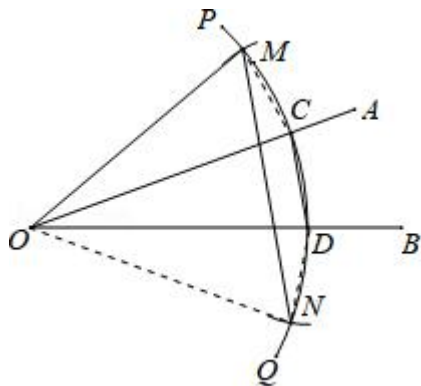
B. 若  $OM = MN$ , 则  $\angle AOB = 20^\circ$

C.  $MN \parallel CD$

D.  $MN = 3CD$

**【解答】**解: 由作图知  $CM = CD = DN$ ,

$\therefore \angle COM = \angle COD$ , 故 A 选项正确;



$\therefore OM = ON = MN$ ,

$\therefore \triangle OMN$  是等边三角形,

$$\therefore \angle MON = 60^\circ,$$

$$\because CM = CD = DN,$$

$$\therefore \angle MOA = \angle AOB = \angle BON = \frac{1}{3} \angle MON = 20^\circ, \text{ 故 } B \text{ 选项正确;}$$

$$\text{设 } \angle MOA = \angle AOB = \angle BON = \alpha,$$

$$\text{则 } \angle OCD = \angle OCM = \frac{180^\circ - \alpha}{2},$$

$$\therefore \angle MCD = 180^\circ - \alpha,$$

$$\text{又 } \because \angle CMN = \frac{1}{2} \angle CON = \alpha,$$

$$\therefore \angle MCD + \angle CMN = 180^\circ,$$

$$\therefore MN \parallel CD, \text{ 故 } C \text{ 选项正确;}$$

$$\because MC + CD + DN > MN, \text{ 且 } CM = CD = DN,$$

$$\therefore 3CD > MN, \text{ 故 } D \text{ 选项错误;}$$

故选: D.

## 二. 填空题 (共 3 小题)

2. 下面是“作已知直角三角形的外接圆”的尺规作图过程

已知:  $\text{Rt}\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ , 求作  $\text{Rt}\triangle ABC$  的外接圆.

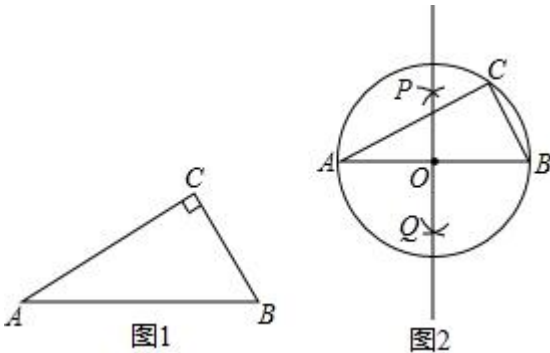
作法: 如图 2.

(1) 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧, 两弧相交于  $P, Q$  两点;

(2) 作直线  $PQ$ , 交  $AB$  于点  $O$ ;

(3) 以  $O$  为圆心,  $OA$  为半径作  $\odot O$ .  $\odot O$  即为所求作的圆.

请回答: 该尺规作图的依据是 到线段两端点的距离相等的点在这条线段的垂直平分线上; 两点确定一条直线;  $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径; 圆的定义等.



**【解答】**解: 该尺规作图的依据是到线段两端点的距离相等的点在这条线段的垂直平分

线上； $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径.

故答案为到线段两端点的距离相等的点在这条线段的垂直平分线上；两点确定一直线；

$90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径；圆的定义.

3. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程：

已知：直线  $l$  和  $l$  外一点  $P$ . (如图 1)

求作：直线  $l$  的垂线，使它经过点  $P$ .

作法：如图 2

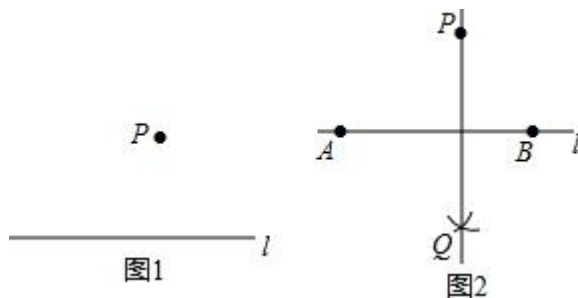
(1) 在直线  $l$  上任取两点  $A, B$ ;

(2) 分别以点  $A, B$  为圆心,  $AP, BP$  长为半径作弧, 两弧相交于点  $Q$ ;

(3) 作直线  $PQ$ .

所以直线  $PQ$  就是所求的垂线.

请回答：该作图的依据是 到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上 (A、B 都在线段  $PQ$  的垂直平分线上).



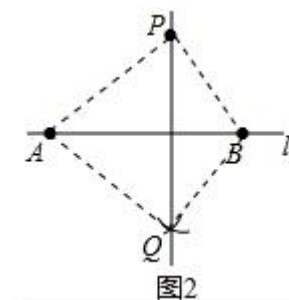
**【解答】**解：到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上 (A、B 都在线段  $PQ$  的垂直平分线上),

理由：如图,  $\because PA=AQ, PB=QB,$

$\therefore$  点  $A$ 、点  $B$  在线段  $PQ$  的垂直平分线上,

$\therefore$  直线  $AB$  垂直平分线段  $PQ$ ,


$\therefore PQ \perp AB$ .



4. 阅读下面材料：

在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：作一条线段的垂直平分线。  
 已知：线段  $AB$ 。

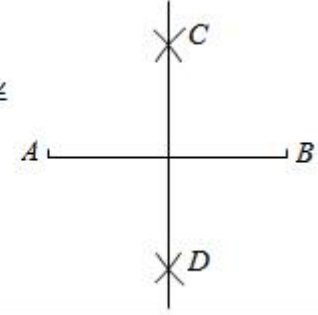


小芸的作法如下：

如图，

(1) 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧，两弧相交于  $C, D$  两点；

(2) 作直线  $CD$ 。



老师说：“小芸的作法正确。”

请回答：小芸的作图依据是到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上，两点确定一条直线。

**【解答】**解：∵  $CA=CB$ ,  $DA=DB$ ,

∴  $CD$  垂直平分  $AB$  (到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上，两点确定一条直线.)

故答案为：到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上，两点确定一条直线..

### 三. 解答题 (共 2 小题)

5. 在平面内，给定不在同一条直线上的点  $A, B, C$ ，如图所示，点  $O$  到点  $A, B, C$  的距离均等于  $a$  ( $a$  为常数)，到点  $O$  的距离等于  $a$  的所有点组成图形  $G$ ， $\angle ABC$  的平分线交图形  $G$  于点  $D$ ，连接  $AD, CD$ 。

(1) 求证：  $AD=CD$ ;

(2) 过点  $D$  作  $DE \perp BA$ ，垂足为  $E$ ，作  $DF \perp BC$ ，垂足为  $F$ ，延长  $DF$  交图形  $G$  于点  $M$ ，连接  $CM$ 。若  $AD=CM$ ，求直线  $DE$  与图形  $G$  的公共点个数。

$A \bullet$

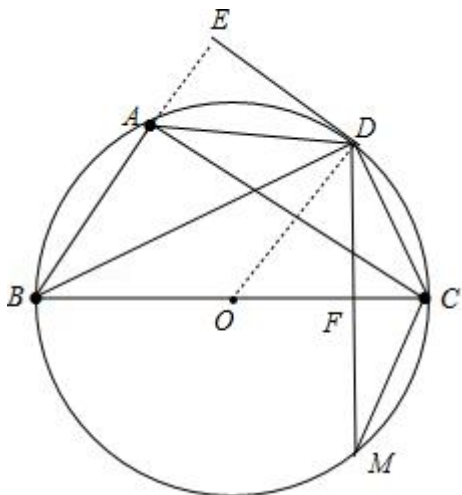
$B \bullet$

$\bullet C$

**【解答】**(1) 证明：∵ 到点  $O$  的距离等于  $a$  的所有点组成图形  $G$ ,



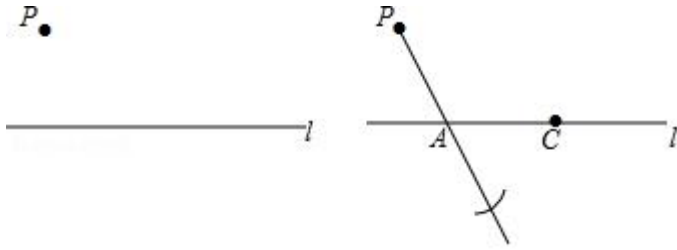
$\therefore$  图形  $G$  为  $\triangle ABC$  的外接圆  $\odot O$ ,  
 $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  
 $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ,  
 $\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}$ ,  
 $\therefore AD = CD$ ;  
 (2) 如图,  $\because AD = CM, AD = CD$ ,  
 $\therefore CD = CM$ ,  
 $\therefore DM \perp BC$ ,  
 $\therefore BC$  垂直平分  $DM$ ,  
 $\therefore BC$  为直径,  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}$ ,  
 $\therefore OD \perp AC$ ,  
 $\therefore OD \parallel AB$ ,  
 $\therefore DE \perp AB$ ,  
 $\therefore OD \perp DE$ ,  
 $\therefore DE$  为  $\odot O$  的切线,  
 $\therefore$  直线  $DE$  与图形  $G$  的公共点个数为 1.



6. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$ .

求作: 直线  $PQ$ , 使得  $PQ \parallel l$ .



作法：如图，

- ①在直线  $l$  上取一点  $A$ ，作射线  $PA$ ，以点  $A$  为圆心， $AP$  长为半径画弧，交  $PA$  的延长线于点  $B$ ；
- ②在直线  $l$  上取一点  $C$ （不与点  $A$  重合），作射线  $BC$ ，以点  $C$  为圆心， $CB$  长为半径画弧，交  $BC$  的延长线于点  $Q$ ；
- ③作直线  $PQ$ 。所以直线  $PQ$  就是所求作的直线。

根据小东设计的尺规作图过程，

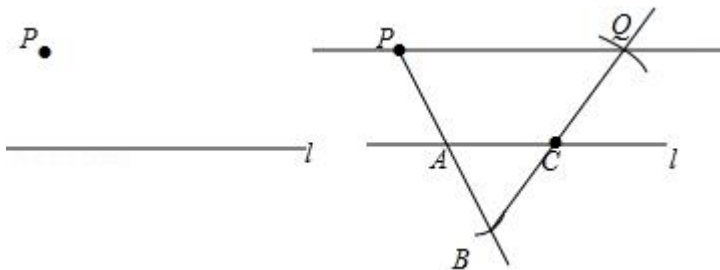
(1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明。

证明：∵  $AB = AP$ ， $CB = CQ$ ，

∴  $PQ \parallel l$ （三角形中位线定理）（填推理的依据）。

**【解答】** (1) 解：直线  $PQ$  如图所示；



(2) 证明：∵  $AB = AP$ ， $CB = CQ$ ，

∴  $PQ \parallel l$ （三角形中位线定理）。

故答案为： $AP$ ， $CQ$ ，三角形中位线定理；