

2008~2019 北京中考数学分类汇编(探究性试题之代数篇)

一. 解答题 (共 5 小题)

1. 如图, P 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的外部的一点, C 是 \widehat{AB} 上一动点, 连接 PC 交弦 AB 于点 D .

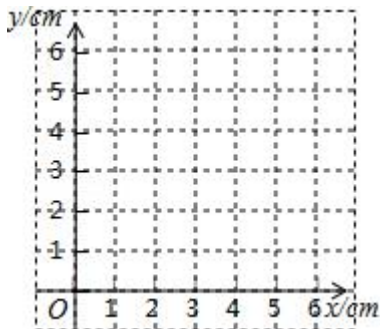
小腾根据学习函数的经验, 对线段 PC , PD , AD 的长度之间的关系进行了探究. 下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 C 在 \widehat{AB} 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 PC , PD , AD 的长度的几组值, 如下表:

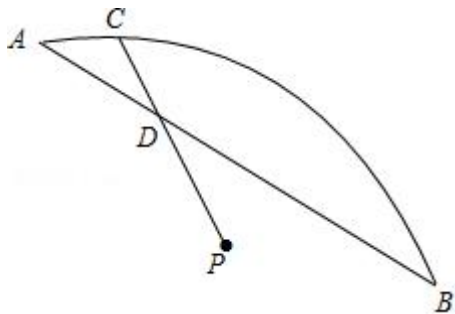
	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
PC/cm	3.44	3.30	3.07	2.70	2.25	2.25	2.64	2.83
PD/cm	3.44	2.69	2.00	1.36	0.96	1.13	2.00	2.83
AD/cm	0.00	0.78	1.54	2.30	3.01	4.00	5.11	6.00

在 PC , PD , AD 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数;

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $PC=2PD$ 时, AD 的长度约为_____cm.



2. 如图, Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一点, P 是弦 AB 上一动点, 连接 PQ 并

延长交 \widehat{AB} 于点 C , 连接 AC . 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$.

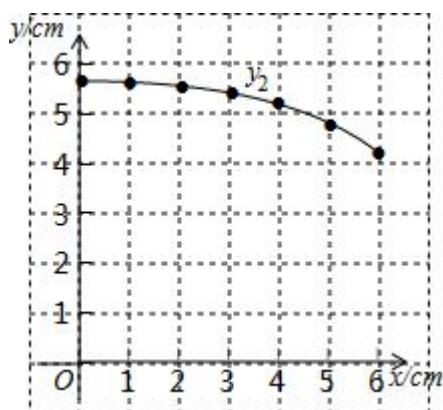
小腾根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

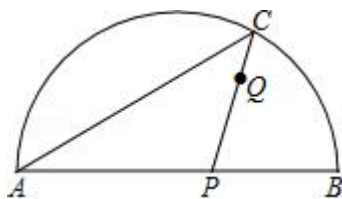
(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值;

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76	_____	2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

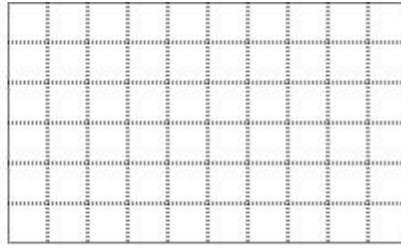
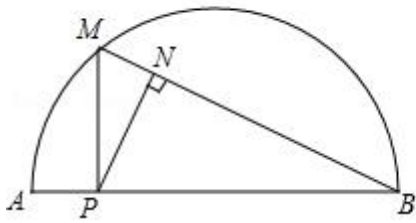
(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;



(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为 _____ cm .



3. 如图, P 是 \widehat{AB} 所对弦 AB 上一动点, 过点 P 作 $PM \perp AB$ 交 \widehat{AB} 于点 M , 连接 MB , 过点 P 作 $PN \perp MB$ 于点 N . 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, N 两点间的距离为 $y\text{cm}$. (当点 P 与点 A 或点 B 重合时, y 的值为 0)



小东根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小东的探究过程，请补充完整：

(1) 通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y/cm	0	2.0	2.3	2.1	_____	0.9	0

(说明：补全表格时相关数值保留一位小数)

(2) 建立平面直角坐标系，描出已补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象.

(3) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $\triangle PAN$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为 cm .

4. 已知 y 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围 $x > 0$ ，下表是 y 与 x 的几组对应值：

x	...	1	2	3	5	7	9	...
y	...	1.98	3.95	2.63	1.58	1.13	0.88	...

小腾根据学习函数的经验，利用上述表格所反映出的 y 与 x 之间的变化规律，对该函数的图象与性质进行了探究.

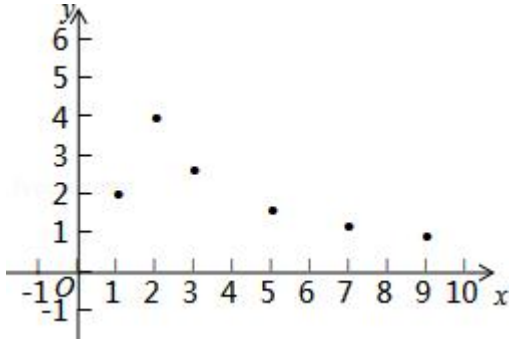
下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表格中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；

(2) 根据画出的函数图象，写出：

① $x=4$ 对应的函数值 y 约为_____；

② 该函数的一条性质：_____.



5. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质.

小东根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小东的探究过程，请补充完整：

(1) 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

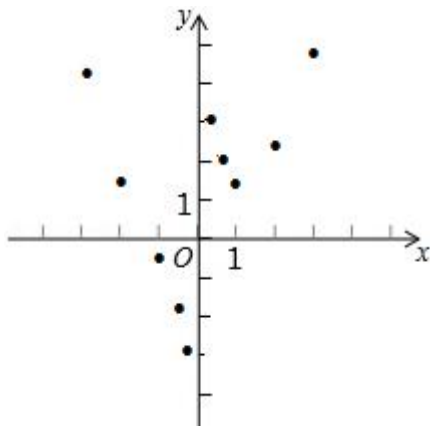
(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	...

求 m 的值；

(3) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点，画出该函数的图象；

(4) 进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是 $(1, \frac{3}{2})$ ，结合函数的图象，写出该函数的其它性质（一条即可）_____.



2008~2019 北京中考数学分类汇编(探究性试题之代数篇)

参考答案与试题解析

一. 解答题 (共 5 小题)

1. 如图, P 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的外部的一定点, C 是 \widehat{AB} 上一动点, 连接 PC 交弦 AB 于点 D .

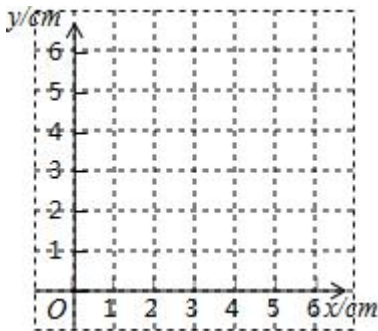
小腾根据学习函数的经验, 对线段 PC , PD , AD 的长度之间的关系进行了探究. 下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 C 在 \widehat{AB} 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 PC , PD , AD 的长度的几组值, 如下表:

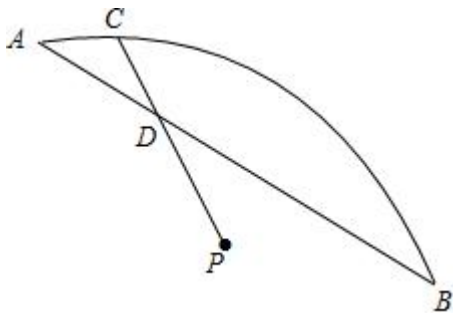
	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
PC/cm	3.44	3.30	3.07	2.70	2.25	2.25	2.64	2.83
PD/cm	3.44	2.69	2.00	1.36	0.96	1.13	2.00	2.83
AD/cm	0.00	0.78	1.54	2.30	3.01	4.00	5.11	6.00

在 PC , PD , AD 的长度这三个量中, 确定 AD 的长度是自变量, PD 的长度和 PC 的长度都是这个自变量的函数;

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



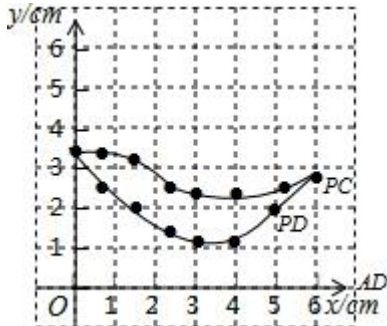
(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $PC=2PD$ 时, AD 的长度约为 2.3 和 4 cm .



【解答】解：（1）根据函数的定义， PC 、 PD 不可能为自变量，只能是 AD 为自变量

故答案为： AD 、 PC 、 PD ；

（2）描点画出如图图象；



（3） $PC=2PD$ ，

从图和表格可以看出位置 4 和位置 6 符合要求，

即 AD 的长度为 2.3 和 4.0.

2. 如图， Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点， P 是弦 AB 上一动点，连接 PQ 并延长交 \widehat{AB} 于点 C ，连接 AC 。已知 $AB=6\text{cm}$ ，设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$ ， A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$ 。

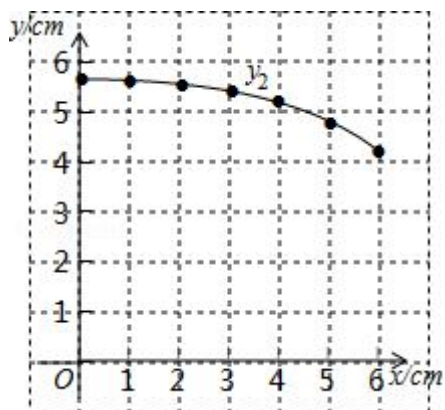
小腾根据学习函数的经验，分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

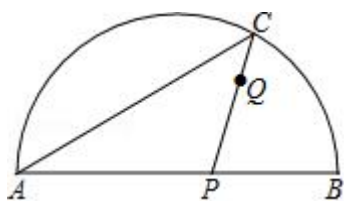
（1）按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76	<u>3</u>	2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1, y_2 的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为 3 或 4.91 或 5.77 cm.



【解答】解：(1) $\because PA=6$ 时， $AB=6$ ， $BC=4.37$ ， $AC=4.11$ ，

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

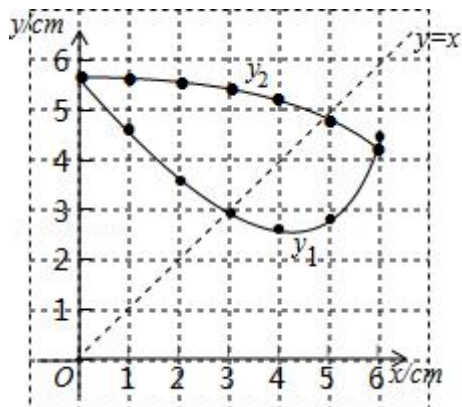
$\therefore AB$ 是直径.

当 $x=3$ 时， $PA=PB=PC=3$ ，

$$\therefore y_1 = 3,$$

故答案为 3.

(2) 函数图象如图所示：



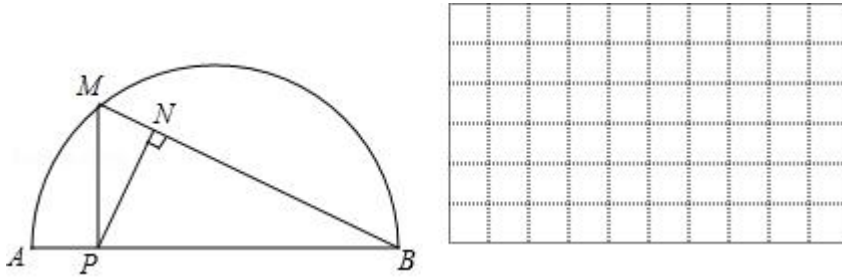
(3) 观察图象可知：当 $x=y$ ，即当 $PA=PC$ 或 $PA=AC$ 时， $x=3$ 或 4.91，

当 $y_1=y_2$ 时，即 $PC=AC$ 时， $x=5.77$ ，

综上所述，满足条件的 x 的值为 3 或 4.91 或 5.77.

故答案为 3 或 4.91 或 5.77.

3. 如图， P 是 \widehat{AB} 所对弦 AB 上一动点，过点 P 作 $PM \perp AB$ 交 \widehat{AB} 于点 M ，连接 MB ，过点 P 作 $PN \perp MB$ 于点 N . 已知 $AB=6\text{cm}$ ，设 A 、 P 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， P 、 N 两点间的距离为 $y\text{cm}$. (当点 P 与点 A 或点 B 重合时， y 的值为 0)



小东根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小东的探究过程，请补充完整：

- (1) 通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y/cm	0	2.0	2.3	2.1	<u>1.6</u>	0.9	0

(说明：补全表格时相关数值保留一位小数)

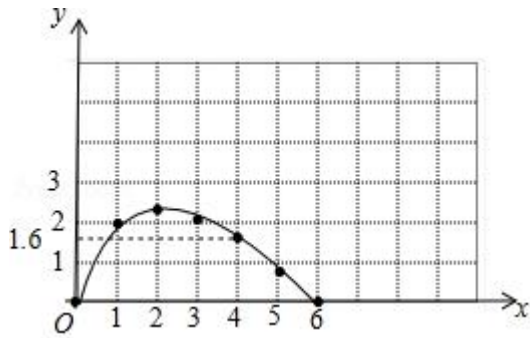
(2) 建立平面直角坐标系，描出已补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象.

(3) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $\triangle PAN$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为 2.2 cm .

【解答】解：(1) 通过取点、画图、测量可得 $x=4$ 时， $y=1.6\text{cm}$ ，

故答案为 1.6.

(2) 利用描点法，图象如图所示.

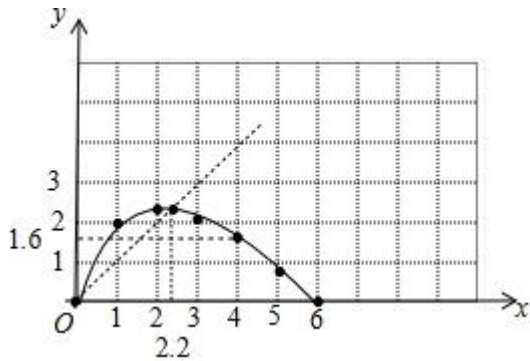


(3) 当 $\triangle PAN$ 为等腰三角形时,

$\because \angle APN > 90^\circ$,

\therefore 只有 $PA=PN$ 一种情形, 即 $x=y$, 作出直线 $y=x$ 与图象的交点坐标为 $(2.2, 2.2)$,

$\therefore \triangle PAN$ 为等腰三角形时, $PA=2.2cm$.



故答案为 2.2.

4. 已知 y 是 x 的函数, 自变量 x 的取值范围 $x > 0$, 下表是 y 与 x 的几组对应值:

x	...	1	2	3	5	7	9	...
y	...	1.98	3.95	2.63	1.58	1.13	0.88	...

小腾根据学习函数的经验, 利用上述表格所反映出的 y 与 x 之间的变化规律, 对该函数的图象与性质进行了探究.

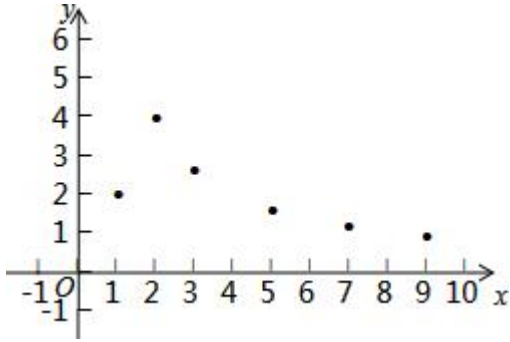
下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表格中各对对应值为坐标的点, 根据描出的点, 画出该函数的图象;

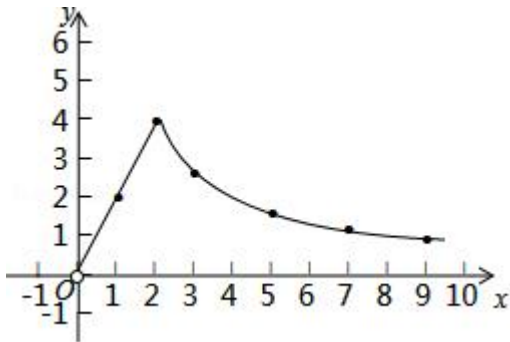
(2) 根据画出的函数图象, 写出:

① $x=4$ 对应的函数值 y 约为 2;

② 该函数的一条性质: 该函数有最大值.



【解答】解：（1）如图，



（2）① $x=4$ 对应的函数值 y 约为 2.0；

②该函数有最大值.

故答案为 2，该函数有最大值.

5. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质.

小东根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小东的探究过程，请补充完整：

（1）函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ ；

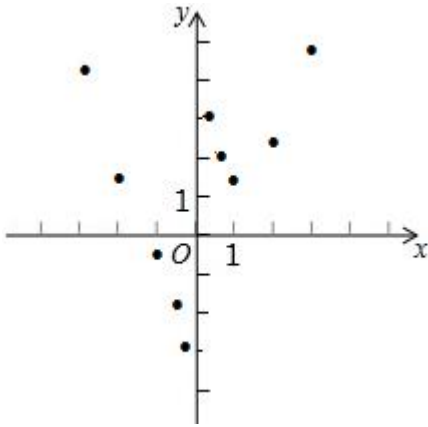
（2）下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-	-	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	...

求 m 的值；

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点，画出该函数的图象；

(4) 进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是 $(1, \frac{3}{2})$ ，结合函数的图象，写出该函数的其它性质（一条即可） 该函数没有最大值。



【解答】解：(1) $x \neq 0$,

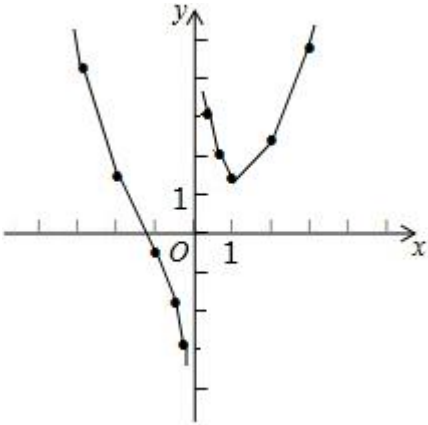
(2) 令 $x=3$,

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times 3^2 + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{3} = \frac{29}{6};$$

$$\therefore m = \frac{29}{6};$$

(3) 如图



(4) 该函数的其它性质：

- ① 该函数没有最大值；
- ② 该函数在 $x=0$ 处断开；
- ③ 该函数没有最小值；
- ④ 该函数图象没有经过第四象限。

故答案为该函数没有最大值。

