参考答案

1．C

【解析】

【分析】

对 x 分类讨论，去掉绝对值，即可作出图象.

【详解】

$$f\left(x\right)=\frac{x+1}{\left|x+1\right|}\log_a\left|x\right|=\begin{cases}-\log_a\left(-x\right)，x<-1，\\ \log_a\left(-x\right)，\ -1<x<0，\\ \log_a x，x>0.\end{cases}$$

故选 C.

【点睛】

识图常用的方法

(1)定性分析法：通过对问题进行定性的分析，从而得出图象的上升(或下降)的趋势，利用这一特征分析解决问题；

(2)定量计算法：通过定量的计算来分析解决问题；

(3)函数模型法：由所提供的图象特征，联想相关函数模型，利用这一函数模型来分析解决问题.

2．C

【解析】

试题分析：由零点存在性定理，可知 $f\left(\frac{1}{4}\right)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)<0$，即 $\left(\log_2\frac{1}{4}+a-2\times\frac{1}{4}\right)\left(\log_2\frac{1}{2}+a-2\times\frac{1}{2}\right)=\left(a-\frac{5}{2}\right)\left(a-2\right)<0$，解得 $2<a<\frac{5}{2}$.

考点：函数零点存在性定理的应用.

3．C

【解析】

【分析】

由题意得，当 x_1，$x_2\in[-1，1]$，函数值的极差不大于 6，进而可得答案.

【详解】

∵二次函数 $f(x)=x^2+bx+c=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2+c-\frac{b^2}{4}$，对称轴 $x=-\frac{b}{2}$，

①$-\frac{b}{2}<-1$ 即 $b>2$ 时，函数 $f(x)$ 在$[-1，1]$递增，

$f(x)_{min}=f(-1)=1-b+c$，$f(x)_{max}=f(1)=1+b+c$，

故 $f(-1)-f(1)=-2b$，$|f(1)-f(-1)|=|2b|\le 6$ 得 $2<b\le 3$，

②$-\frac{b}{2}>1$ 时，即 $b<-2$ 时，$|f(1)-f(-1)|=|2b|\le 6$ 得 $-3\le b<-2$，

③当 $-1\le -\frac{b}{2}\le 1$，即 $-2\le b\le 2$ 时，函数 $f(x)$ 在$[-1，-\frac{b}{2}]$递减，函数 $f(x)$ 在$[-\frac{b}{2}，1]$递增，

$\therefore|f(1)-f(-\dfrac{b}{2})|\le 6$，且$|f(-1)-f(-\dfrac{b}{2})|\le 6$，

即$|\dfrac{b^2}{4}+b+1|\le 6$，且$|\dfrac{b^2}{4}-b+1|\le 6$，解得：$-3\le b\le 3$，又$-2\le b\le 2$，

故 b 的取值范围是$\left[-3,3\right]$

故选 C.

【点睛】

本题考查的知识点是二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的图象和性质，是解答的关键，属于中档题.

4．B

【解析】

【分析】

先求得$C_R B$，然后求两个集合的交集.

【详解】

依题意$C_R B=\left\{x\,|\,x\ge 3\right\}$，故$A\cap\left(C_R B\right)=\left\{3,4,5\right\}$，故选 B.

【点睛】

本小题主要考查补集、交集的概念和运算，属于基础题.

5．B

【解析】

函数有意义，则：$\begin{cases}4x^2-1\ge 0\\1-4x^2\ge 0\end{cases}$，求解不等式组可得：$4x^2=1,\therefore x=\pm\dfrac{1}{2}$，

据此可得函数的定义域为$\left\{\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right\}$.

本题选择 B 选项.

6．C

【解析】

【分析】

根据不等式的恒成立，分类讨论，确定集合Q，在根据集合之间的关系，即可求解.

【详解】

当 m＝0 时，－4＜0 对任意实数 x 恒成立；

当 m≠0 时，由 $mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立可得$\begin{cases}m<0\\\Delta=16m^2+16m<0\end{cases}$，

解得－1＜m＜0．综上所述，Q＝{m|－1＜m≤0}，所以 P＝Q，故选 C.

【点睛】

本题主要考查了一元二次不等式的恒成立问题的求解及集合关系的判定，其中分类讨论求解一元二次不等式的恒成立问题，得到集合Q是解答的关键，着重考查了分类讨论思想和推

理、运算能力，属于中档试题.
7．D
【解析】
【分析】
先根据α所在的象限，判断出$\sin\alpha,\cos\alpha$的取值范围，由此判断出P点坐在象限，进而求得β所在象限.
【详解】
由于α是第二象限角，所以$\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$，所以$P$在第四象限，故$\beta$为第四象限角.
【点睛】
本小题主要考查三角函数在各个象限的符号，属于基础题.
8．C
【解析】
【分析】
首先将b表示为对数的形式，判断出$b<0$，然后利用中间值以及对数、指数函数的单调性比较$\dfrac{3}{2}$与a,c的大小，即可得到a,b,c的大小关系.
【详解】
因为$5^b=\dfrac{1}{4}$，所以$b=\log_5\dfrac{1}{4}<\log_5 1=0$，
又因为$a=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{4}=\log_3 4\in\left(\log_3 3,\log_3 3\sqrt{3}\right)$，所以$a\in\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，
又因为$c=6^{\frac{1}{3}}\in\left(\left(\left(\dfrac{3}{2}\right)^3\right)^{\frac{1}{3}},8^{\frac{1}{3}}\right)$，所以$c\in\left(\dfrac{3}{2},2\right)$，
所以$c>a>b$.
故选：C.
【点睛】
本题考查利用指、对数函数的单调性比较大小，难度一般.利用指、对数函数的单调性比较大小时，注意数值的正负，对于同为正或者负的情况可利用中间值进行比较.
9．C
【解析】
【分析】
化简$\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b})\times 2\times\dfrac{1}{2}=(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b})\times(a+b)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}(3+\dfrac{b}{a}+\dfrac{2a}{b})$，再利用基本不等式求解.
【详解】
$$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})\times 2\times\frac{1}{2}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})\times(a+b)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(3+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b})\geq\frac{1}{2}(3+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{2a}{b}})=\frac{1}{2}(3+2\sqrt{2})$$
当且仅当$a=2(\sqrt{2}-1),b=2(2-\sqrt{2})$时取等.

故选：C

【点睛】

本题主要考查利用基本不等式求最值，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

10．A

【解析】

【分析】

根据反比例函数的解析式可得$xy=4$，由此求得两个矩形的面积，用总面积减去叠加起来的两个阴影部分的面积，求得S_1+S_2的值.

【详解】

∵点A、B是双曲线$y=\dfrac{4}{x}$上的点，分别经过A、B两点向x轴、y轴作垂线段，则根据反比例函数的图像的性质得两个矩形的面积都等于$|k|=4$，所以$S_1+S_2=4+4-1\times 2=6$，

故选A.

【点睛】

本小题主要考查反比例函数的图像与性质，考查矩形面积的计算，属于基础题.

11．-2

【解析】

试题分析：$\vec{a}-\vec{b}=(2-x,2)$，由$\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{b}$共线得$2x=-(2-x)$，解得$x=-2$.

考点：向量的共线.

12．5

【解析】

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{a^{10}}=a^5,m=5$$

13．（2）（3）

【解析】

【分析】

根据题意知图像反应了收支差额y与乘客量x的变化情况，即直线的斜率说明票价问题；当$x=0$的点说明公司的成本情况，再结合图像进行说明。

【详解】

根据题意和图②知，两直线平行即票价不变，直线向上平移说明当乘客量为0时，收入是0但是支出变少了，即说明了此建议是降低成本而保持票价不变，故（2）正确；

由图③看出，当乘客量为0时，支出不变，但是直线的倾斜角变大，即相同的乘客量时收入变大，即票价提高了，即说明了此建议是提高票价而保持成本不变，故（3）正确.

故答案为（2）（3）

【点睛】

本题考查用函数图像说明两个量之间的变化情况，主要根据实际意义进行判断，考查了读图能力和数形结合思想，解题关键是对图形的理解。

14．-1.

【解析】

【分析】

利用多项式乘法化简复数的分子，即可得出结果．

【详解】

复数 $\frac{(1+2i)^2}{3-4i}=\frac{-3+4i}{3-4i}$ $=\frac{-(3-4i)}{3-4i}=-1.$

故答案为-1

【点睛】

本题考查了复数的运算法则，属于基础题．

15． *5*

【解析】

【分析】

当 $x-2=0$ 时，函数值域与 a 没有关系，由此求得恒过的定点(m,n)，并求得表达式的值.

【详解】

当 $x-2=0$，即 $x=2$ 时，函数值域与 a 没有关系，此时 $y=3$，故函数过定点$(2,3)$，即 $m=2$，$n=3$，所以 $m+n=2+3=5$.

【点睛】

本小题主要考查指数函数横过定点的问题，当指数函数底数为 0 的时候，$a^0=1$，由此求得恒过的定点，属于基础题.

16.（1）$m=-1$（2）函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,+\infty\right)$ 上是减函数，证明见解析（3）$f\left(x\right)_{\min}=\frac{4}{3}+m$

【解析】

试题分析：（1）由 $x\in R$，函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，则 $f\left(0\right)=0$，或根据奇函数的定义可求实数 m 的值；（2）利用函数单调性的定义，计算 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$，判断其符号正负，即可判断并证明 $f\left(x\right)$ 在 R 上的单调性；（3）由（2）易得 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上的最小值.

试题解析：（1）法一：由函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，得 $f\left(0\right)=0$ 即 $m+1=0$，

所以 $m=-1$

法二：因为函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，所以 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，

即 $f\left(-x\right)+f\left(x\right)=0$

$$\therefore f\left(-x\right)+f\left(x\right)=\left(m+\frac{2}{2^{-x}+1}\right)+\left(m+\frac{2}{2^x+1}\right)=2m+\left(\frac{2}{\frac{1}{2^x}+1}+\frac{2}{2^x+1}\right)$$

$=2m+\left(\frac{2\bullet 2^x}{1+2^x}+\frac{2}{2^x+1}\right)=2m+\frac{2\bullet\left(2^x+1\right)}{1+2^x}=2m+2=0$，

所以 $m=-1$

（2）证明：任取 $x_1,x_2\in R$，且 $x_1<x_2$

则 有

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(m+\frac{2}{2^{x_1}+1}\right)-\left(m+\frac{2}{2^{x_2}+1}\right)=\frac{2}{2^{x_2}+1}-\frac{2}{2^{x_1}+1}=\frac{2\bullet\left(2^{x_2}-2^{x_1}\right)}{\left(2^{x_1}+1\right)\bullet\left(2^{x_2}+1\right)}$

$\because x_1<x_2$，$\therefore 2^{x_1}-2^{x_2}<0$，$\therefore 2^{x_2}+1>0$，$\therefore 2^{x_1}+1>0$，

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)>0$，即 $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

所以，对任意的实数 m，函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,+\infty\right)$ 上是减函数

（3）$\because$ 函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,+\infty\right)$ 上为减函数，

$\therefore$ 函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,-1\right]$ 上为减函数，

$\therefore$ 当 $x=-1$ 时，$f\left(x\right)_{\min}=f\left(-1\right)=\frac{4}{3}+m$

考点：函数的单调性，奇偶性，以及函数的最值

17.（1）$y=\begin{cases}30x,0<x\le 24\\62x-\frac{4}{3}x^2,24<x\le 30\end{cases}$，定义域 $D=(0,30]$（2）先在 DE 上截取线段 $DM=\frac{93}{4}cm$，然后过点 M 作 DE 的垂线交 BA 于点 P，再过点 P 作 DE 的平行线交 DC 于点 N，最后沿 MP 与 PN 截铁皮，所得矩形面积最大.

【解析】

【分析】

（1）分类讨论,当点 P 分别落在线段 CB 或线段 BA 上.根据矩形面积即可求得 y 关于 x 的函数解析式及其定义域.

（2）根据（1）由分段函数,结合二次函数的性质可求得面积的最大值.求得取最大值时 x 的值,即可知截取矩形的方式.

【详解】

（1）依据题意并结合图形,可知：

①当点 P 落在线段 CB 上

即 $0<x\le 24$ 时,$y=30x$；

②当点 P 在线段 BA 上,

即$24 < x \le 30$时,由$\frac{PQ}{QA}=\frac{BF}{FA}$,

得$QA=40-\frac{4}{3}x$.

于是$y=DM\cdot PM=DM\cdot EQ=62x-\frac{4}{3}x^2$.

所以$y=\begin{cases}30x,0 < x\le 24\\62x-\frac{4}{3}x^2,24 < x\le 30\end{cases}$,

定义域$D=(0,30]$.

（2）由（1）知,当$0 < x\le 24$时,$0 < y\le 720$；

当$30 < x\le 40$时,$y=62x-\frac{4}{3}x^2=-\frac{4}{3}\left(x-\frac{93}{4}\right)^2+\frac{2883}{4}\le\frac{2883}{4}$

当且仅当$x=\frac{93}{4}$时,等号成立.

因此,y 的最大值为$\frac{2883}{4}$.

答：先在 DE 上截取线段$DM=\frac{93}{4}cm$,然后过点 M 作 DE 的垂线交 BA 于点 P,再过点 P 作 DE 的平行线交 DC 于点 N,最后沿 MP 与 PN 截铁皮,所得矩形面积最大,最大面积为$\frac{2883}{4}cm^2$.

【点睛】

本题考查了分段函数在实际问题中的应用,根据二次函数的性质求得最大值,属于基础题.

18.（I）$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sqrt{3}$，函数$f(x)$的最小正周期$T=\pi$

（II）函数$f(x)$的最大值为 2，相应的x的集合为$\left\{x\,|\,x=k\pi+\frac{\pi}{6},k\in Z\right\}$

单调递减区间为$\left[k\pi+\frac{\pi}{6}，k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]$，$k\in Z$

【解析】

试题分析：(I）化简可得$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，即可求出$f\left(\frac{\pi}{12}\right)$和函数$f(x)$的最小正周期；(II）由（I）知$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，函数$f(x)$的最大值为 2，由

$2k\pi \le 2x+\frac{\pi}{6} \le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$ 可得 $f(x)$ 的单调递减区间.

试题解析：解：（I）$f(x)=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

$\therefore f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.

函数 $f(x)$ 的最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

（II）由（I）知 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，函数 $f(x)$ 的最大值为 2.

相应的 x 的集合为$\left\{x \mid x=k\pi+\frac{\pi}{6},k\in Z\right\}$

$\because 2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$

$\therefore f(x)$ 的单调递减区间为$\left[k\pi+\frac{\pi}{6}，k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]$，$k\in Z$.

考点：1．三角恒等变换；2．函数 y=Asin（ωx+φ）的性质.

19．当 $a=0$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid x\le -1\}$；

当 $a>0$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid x\ge \frac{2}{a}$ 或 $x\le -1\}$；

当 $-2<a<0$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid \frac{2}{a}\le x\le -1\}$；

当 $a=-2$ 时，不等式的解集为 $\{-1\}$；

当 $a<-2$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid -1\le x\le \frac{2}{a}\}$.

【解析】

【分析】

将原不等式因式分解化为 $(ax-2)(x+1)\ge 0$，对参数 a 分 5 种情况讨论：$a=0$，$a>0$，$-2<a<0$，$a=-2$，$a<-2$，分别解不等式.

【详解】

解：原不等式可化为 $ax^2+(a-2)x-2\ge 0$，即 $(ax-2)(x+1)\ge 0$，

①当 $a=0$ 时，原不等式化为 $x+1\le 0$，解得 $x\le -1$，

②当 $a>0$ 时，原不等式化为 $\left(x-\frac{2}{a}\right)(x+1)\ge 0$，

解得 $x\ge\frac{2}{a}$ 或 $x\le -1$，

③当 $a<0$ 时，原不等式化为 $\left(x-\frac{2}{a}\right)(x+1)\le 0$.

当 $\frac{2}{a}>-1$，即 $a<-2$ 时，解得 $-1\le x\le\frac{2}{a}$；

当 $\frac{2}{a}=-1$，即 $a=-2$ 时，解得 $x=-1$ 满足题意；

当 $\frac{2}{a}<-1$，即 $-2<a<0$ 时，解得 $\frac{2}{a}\le x\le -1$.

综上所述，当 $a=0$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid x\le -1\}$；

当 $a>0$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid x\ge\frac{2}{a}$ 或 $x\le -1\}$；

当 $-2<a<0$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid\frac{2}{a}\le x\le -1\}$；

当 $a=-2$ 时，不等式的解集为 $\{-1\}$；

当 $a<-2$ 时，不等式的解集为 $\{x\mid -1\le x\le\frac{2}{a}\}$.

【点睛】

本题考查含参不等式的求解，求解时注意分类讨论思想的运用，对 a 分类时要做到不重不漏的原则，同时最后记得把求得的结果进行综合表述.

20.（1）$[1,4]$；（2）$x=4$ 时，函数有最大值 13.

【解析】

【分析】

（1）由已知 $f(x)$ 的定义域及复合函数的定义域的求解可知，$\begin{cases}1\le x\le 16\\1\le x^2\le 16\end{cases}$，解不等式可求

（2）由已知可求 $g(x)=[f(x)]^2+f(x^2)$，结合二次函数的性质可求函数 $g(x)$ 的最值及相应的 x.

【详解】

解：（1）$\because f(x)=2+\log_4 x$，$x\in[1,16]$，$g(x)=[f(x)]^2+f(x^2)$.

由题意可得，$\begin{cases}1\le x\le 16\\1\le x^2\le 16\end{cases}$，

解可得，$1\le x\le 4$

即函数 $g(x)$ 的定义域 $[1,4]$；

（2）$\because f(x)=2+\log_4 x, x\in[1,16]$，

$\therefore g\left(x\right)=[f\left(x\right)]^2+f\left(x^2\right)=\left(2+\log_4 x\right)^2+2+\log_4 x^2=\log_4{}^2 x+6\log_4 x+6$

设 $t=\log_4 x$ ，则 $t\in[0,1]$，

而 $g\left(t\right)=t^2+6t+6=\left(t+3\right)^2-3$ 在 $[0,1]$ 单调递增，

当 $t=1$，即 $x=4$ 时，函数有最大值 13 .

【点睛】

本题主要考查了对数函数的性质，二次函数闭区间上的最值求解，及复合函数的定义域的求解，本题中的函数 $g\left(x\right)$ 的定义域是容易出错点.

21．(1) $-\frac{7}{4}<a<3$.(2) $(-\frac{7}{4},-1]\cup[3,5)$.

【解析】

试题分析：（1）由命题 q 为真，则 $\begin{cases} f(1-)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$ ，即可求解实数 a 的取值范围.

（2）根据 $p\wedge q$ 为假， $p\vee q$ 为真，得 p,q 中一真一假，分类讨论即可求解实数 a 的取值范围.

试题解析：

（1）函数 $f\left(x\right)$ 是增函数，所以若 q 为真，则 $\begin{cases} f\left(1-\right)<0 \\ f\left(2\right)>0 \end{cases}$ ，解得 $-\frac{7}{4}<a<3$.

（2）若 p 为真，则 $a^2-4\left(a+\frac{5}{4}\right)<0$ ，即 $a^2-4a+5<0$ ，解得 $-1<a<5$ ，

因为 $p\wedge q$ 为假， $p\vee q$ 为真，所以 p,q 中一真一假，

若 p 真 q 假，则 $3\le a<5$ ；

若 p 假 q 真，则 $-\frac{7}{4}<a\le-1$ ，

综上，a 的取值范围是 $\left(-\frac{7}{4},-1\right]\cup\left[3,5\right)$.