
河北望都中 2016-2017 第一学期高一年级期中考试数学试题

考试时间：120 分钟；

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

评卷人	得分

一、选择题（每小题 4 分）

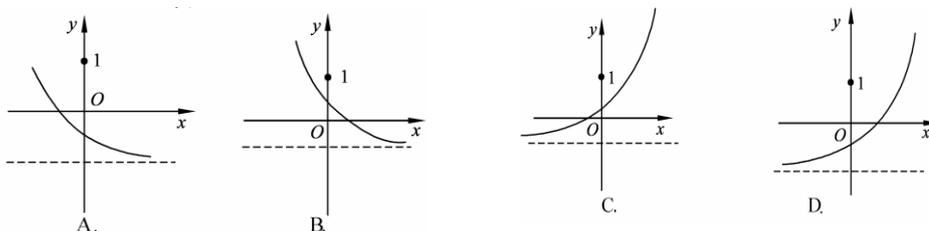
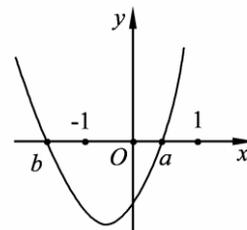
1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $S = \{1, 3\}$ ， $T = \{4\}$ ，则 $(\complement_U S) \cup T$ 等于 ()
A. $\{2, 4\}$ B. $\{4\}$ C. \emptyset D. $\{1, 3, 4\}$
 2. 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ， $A = \{y | y = 2^x + 1\}$ ， $B = \{x | \ln x < 0\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()
A. \emptyset B. $\{x | \frac{1}{2} < x \leq 1\}$ C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
 3. 函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 在闭区间 $[0, 3]$ 上的最大值与最小值的和是 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
 4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 3^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则 $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ 的值是 ()
A. $-\frac{1}{9}$ B. -9 C. $\frac{1}{9}$ D. 9
 5. 函数 $f(x) = a^{x-1} + 4$ ($a > 0$ ，且 $a \neq 1$) 的图像过一个定点，则这个定点坐标是 ()
A. (5, 1) B. (1, 5) C. (1, 4) D. (4, 1)
 6. 函数 $y = \frac{\log_2(x-1)}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域是 ()
A. (1, 2] B. (1, 2) C. (2, + ∞) D. ($-\infty$, 2)
 7. 已知 $a = \log_{0.6} 0.5$ ， $b = \ln 0.5$ ， $c = 0.6^{0.5}$ 。则 ()
(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > a > b$ (D) $c > b > a$
 8. 函数 $f(x)$ 是 \mathbb{R} 上的偶函数，且在 $[0, +\infty)$ 上单调递增，则下列各式成立的是 ()
-

- A. $f(-2) > f(0) > f(1)$ B. $f(-2) > f(-1) > f(0)$
 C. $f(1) > f(0) > f(-2)$ D. $f(1) > f(-2) > f(0)$

9. 若定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=e^x$, 则 $g(x)=($ $)$

- A. $e^x - e^{-x}$ B. $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ C. $\frac{1}{2}(e^{-x} - e^x)$ D. $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

10. 已知函数 $f(x) = (x-a)(x-b)$ (其中 $a > b$), 若 $f(x)$ 的图象如右图 (左) 所示, 则 $g(x) = a^x + b$ 的图象是 ()



11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = k$ 有两个不等的实根, 则实

数 k 的取值范围是 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1]$

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x + 4a & (x < 1) \\ \log_a x & (x \geq 1) \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 那么 a 的取值

范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$ C. $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ D. $[\frac{1}{7}, 1)$

第 II 卷（非选择题）

评卷人	得分

二、填空题（每小题 4 分）

13. 幂函数 $f(x) = x^a$ ($a \in \mathbb{R}$) 过点 $(2, \sqrt{2})$, 则 $f(4) =$ _____.

14. 已知 $y = f(x) + x^2$ 是奇函数, 且 $f(1) = 1$, 若 $g(x) = f(x) + 2$, 则 $g(-1) =$ _____.

15. 已知 $y = \log_a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $x \in [2, 4]$ 上的最大值比最小值多 1, 则 $a =$ _____.

16. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 5)$ 的单调递减区间是_____.

评卷人	得分

三、解答题（17、18 题 8 分，19、20、21、22 题 10 分）

17. (1) 计算: $-\frac{5}{2} \log_3 4 + \log_3 \frac{32}{9} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$

(2) 已知 $2^a = 5^b = 100$ 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值

18. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并加以证明;

(2) 用定义证明函数 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为增函数;

19. 已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 2x$

(1) 求函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上的解析式;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, a-2]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)$, 函数 $g(x) = \log_a(4-2x)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)

(I) 求函数 $y = f(x) - g(x)$ 的定义域

(II) 求使函数 $y = f(x) - g(x)$ 的值为正数的 x 的取值范围

21. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ，并且满足 $f(x-y) = f(x) - f(y)$ ，且 $f(2) = 1$ ，当 $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ 。

(1) 求 $f(0)$ 的值；

(2) 判断函数 $f(x)$ 的单调性，并给出证明；

(3) 如果 $f(x) + f(x+2) < 2$ ，求 x 的取值范围。

22. 若二次函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 满足 $f(2) = f(-2)$ ，且函数的 $f(x)$ 的一个根为 1。

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(II) 对任意的 $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$ ， $4m^2 f(x) + f(x-1) \geq 4 - 4m^2$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

数学参考答案

1-5. ADBCB 6-10. BBBDA 11-12. DC

13. 2 14. -1 15. 2 或 $\frac{1}{2}$ 16. $(5, +\infty)$

17. 解: (1) 原式 = $-5\log_3 2 + 5\log_3 2 - \log_3 9 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -2 - 16 = -18$ 4分

(2) 由已知, $a = \frac{2}{\lg 2}, b = \frac{2}{\lg 5}, \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2} (\lg 2 + \lg 5) = \frac{1}{2}$ 8分

18. (1) 证明见解析; (2) 证明见解析; (3) $[4, +\infty)$.

试题分析: (1) 函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ 是奇函数,

\because 函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 在 x 轴上关于原点对称,

且 $f(-x) = -x - \frac{1}{-x} = -(x - \frac{1}{x}) = -f(x)$,

\therefore 函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ 是奇函数. 4分

(2) 证明: 设任意实数 $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$,

则 $f(x_1) - f(x_2) = \left(x_1 - \frac{1}{x_1}\right) - \left(x_2 - \frac{1}{x_2}\right) = \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 + 1)}{x_1 x_2}$,

$\because 1 \leq x_1 < x_2 \quad \therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 0, x_1 x_2 + 1 > 0$,

$\therefore \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 + 1)}{x_1 x_2} < 0$,

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$,

\therefore 函数 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为增函数. 8分

19. (1) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ x^2 + 2x & (x < 0) \end{cases}$ (2) $1 < a \leq 3$,

试题解析: (1) 设 $x < 0$, 则 $-x > 0$, $f(-x) = -(-x)^2 + 2(-x) = -x^2 - 2x$.

又 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(-x) = -f(x)$.

于是 $x < 0$ 时 $f(x) = x^2 + 2x$

$$\text{所以 } f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ x^2 + 2x & (x < 0) \end{cases} \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 要使 $f(x)$ 在 $[-1, a-2]$ 上单调递增, 结合 $f(x)$ 的图象知 $\begin{cases} a-2 > -1, \\ a-2 \leq 1, \end{cases}$ 所以 $1 < a \leq 3$,

故实数 a 的取值范围是 $(1, 3]$. 10 分

20. 解: (I) 由题意可知, $y = f(x) - g(x) = \log_a(x+1) - \log_a(4-2x)$,

$$\text{由 } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 4-2x > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases},$$

$$\therefore -1 < x < 2,$$

\therefore 函数 $y = f(x) - g(x)$ 的定义域是 $(-1, 2)$. 4 分

(II) 由 $f(x) - g(x) > 0$, 得 $f(x) > g(x)$,

即 $\log_a(x+1) > \log_a(4-2x)$, ①

当 $a > 1$ 时, 由①可得 $x+1 > 4-2x$, 解得 $x > 1$,

$$\text{又 } -1 < x < 2, \therefore 1 < x < 2;$$

当 $0 < a < 1$ 时, 由①可得 $x+1 < 4-2x$, 解得 $x < 1$,

$$\text{又 } -1 < x < 2, \therefore -1 < x < 1.$$

综上所述: 当 $a > 1$ 时, x 的取值范围是 $(1, 2)$;

当 $0 < a < 1$ 时, x 的取值范围是 $(-1, 1)$. 10 分

21. (1) $f(0) = 0$; (2) 函数 $y = f(x)$ 为奇函数; (3) $\{x \mid x < 1\}$;

试题分析: (1) 令 $x = y = 0$, 则 $f(0-0) = f(0) - f(0)$, 所以 $f(0) = 0$; 2 分

(2) 任取 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 不妨设 $x_1 > x_2$, 则 $x_1 - x_2 > 0$,

$$f(x_1 - x_2) = f(x_1) - f(x_2)$$

因为当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$

所以 $f(x_1 - x_2) > 0$, 即 $f(x_1) - f(x_2) > 0$, 所以 $f(x_1) > f(x_2)$

所以函数 $y = f(x)$ 在定义域 \mathbf{R} 上单调递增. 6 分

(3) 因为 $f(x-y) = f(x) - f(y)$

所以 $f(x) = f(x-y) + f(y)$

所以 $2 = 1+1 = f(2) + f(2) = f(2) - f(4-2) = f(4)$

因为 $f(x) + f(x+2) < 2$

所以 $f(x) + f(x+2) < f(4)$

所以 $f(x+2) < f(4) - f(x) = f(4-x)$

因为函数 $y = f(x)$ 在定义域 \mathbb{R} 上单调递增

所以 $x+2 < 4-x$

从而 $x < 1$

所以 x 的取值范围为 $\{x \mid x < 1\}$ 10 分

22. (I) $f(x) = x^2 - 1$; (II) $m \leq -\frac{\sqrt{19}}{2}$ 或 $m \geq \frac{\sqrt{19}}{2}$.

试题分析: (I) $\because f(2) = f(-2)$ 且 $f(1) = 0$

$\therefore b = 0, c = -1 \quad \therefore f(x) = x^2 - 1$ 4 分

(II) 由题意知: $4m^2(x^2 - 1) + (x-1)^2 - 1 + 4m^2 - 4 \geq 0$ 在 $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$ 上恒成立,

整理得 $m^2 \geq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$ 在 $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$ 上恒成立,

令 $g(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4} = (\frac{1}{x} + \frac{1}{4})^2 - \frac{5}{16}$

$\because x \in [\frac{1}{2}, +\infty) \quad \therefore \frac{1}{x} \in (0, 2]$

当 $\frac{1}{x} = 2$ 时, 函数 $g(x)$ 得最大值 $\frac{19}{4}$,

所以 $m^2 \geq \frac{19}{4}$, 解得 $m \leq -\frac{\sqrt{19}}{2}$ 或 $m \geq \frac{\sqrt{19}}{2}$. 10 分
