

---

# 河北望都中 2016-2017 第一学期高一年级期中考试数学试题

考试时间：120 分钟；

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

## 第 I 卷（选择题）

评卷人	得分

### 一、选择题（每小题 4 分）

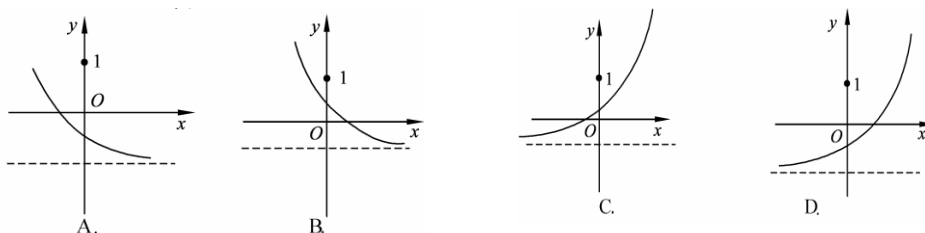
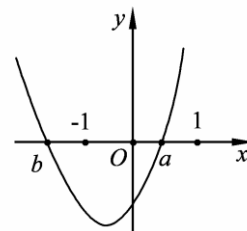
1. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合  $S = \{1, 3\}$ ， $T = \{4\}$ ，则  $(\complement_U S) \cup T$  等于 ( )  
A.  $\{2, 4\}$       B.  $\{4\}$       C.  $\emptyset$       D.  $\{1, 3, 4\}$
  2. 已知全集  $U = \mathbb{R}$ ， $A = \{y | y = 2^x + 1\}$ ， $B = \{x | \ln x < 0\}$ ，则  $(\complement_U A) \cap B =$  ( )  
A.  $\emptyset$       B.  $\{x | \frac{1}{2} < x \leq 1\}$       C.  $\{x | x < 1\}$       D.  $\{x | 0 < x < 1\}$
  3. 函数  $y = x^2 - 2x - 1$  在闭区间  $[0, 3]$  上的最大值与最小值的和是 ( )  
A. -1      B. 0      C. 1      D. 2
  4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 3^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则  $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$  的值是 ( )  
A.  $-\frac{1}{9}$       B. -9      C.  $\frac{1}{9}$       D. 9
  5. 函数  $f(x) = a^{x-1} + 4$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ) 的图像过一个定点，则这个定点坐标是 ( )  
A. (5, 1)      B. (1, 5)      C. (1, 4)      D. (4, 1)
  6. 函数  $y = \frac{\log_2(x-1)}{\sqrt{2-x}}$  的定义域是 ( )  
A. (1, 2]      B. (1, 2)      C. (2, +∞)      D. (-∞, 2)
  7. 已知  $a = \log_{0.6} 0.5$ ， $b = \ln 0.5$ ， $c = 0.6^{0.5}$ 。则 ( )  
(A)  $a > b > c$       (B)  $a > c > b$       (C)  $c > a > b$       (D)  $c > b > a$
  8. 函数  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的偶函数，且在  $[0, +\infty)$  上单调递增，则下列各式成立的是 ( )
-

- A.  $f(-2) > f(0) > f(1)$                       B.  $f(-2) > f(-1) > f(0)$   
 C.  $f(1) > f(0) > f(-2)$                       D.  $f(1) > f(-2) > f(0)$

9. 若定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数  $f(x)$  和奇函数  $g(x)$  满足  $f(x)+g(x)=e^x$ , 则  $g(x)=($                        $)$

- A.  $e^x - e^{-x}$     B.  $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$     C.  $\frac{1}{2}(e^{-x} - e^x)$     D.  $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

10. 已知函数  $f(x) = (x-a)(x-b)$  (其中  $a > b$ ), 若  $f(x)$  的图象如右图(左)所示, 则  $g(x) = a^x + b$  的图象是 (    )



11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f(x) = k$  有两个不等的实根, 则实

数  $k$  的取值范围是 (    )

- A.  $(0, +\infty)$     B.  $(-\infty, 1)$     C.  $(1, +\infty)$     D.  $(0, 1]$

12. 已知  $(x) = \begin{cases} (3a-1)x + 4a & (x < 1) \\ \log_a x & (x \geq 1) \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的减函数, 那么  $a$  的取值

范围是 (    )

- A.  $(0, 1)$     B.  $(0, \frac{1}{3})$     C.  $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$     D.  $[\frac{1}{7}, 1)$

---

第 II 卷（非选择题）

评卷人	得分

二、填空题（每小题 4 分）

13. 幂函数  $f(x) = x^a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) 过点  $(2, \sqrt{2})$ , 则  $f(4) =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知  $y = f(x) + x^2$  是奇函数, 且  $f(1) = 1$ , 若  $g(x) = f(x) + 2$ , 则  $g(-1) =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知  $y = \log_a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 在  $x \in [2, 4]$  上的最大值比最小值多 1, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

16. 函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 5)$  的单调递减区间是\_\_\_\_\_.

评卷人	得分

三、解答题（17、18 题 8 分，19、20、21、22 题 10 分）

17. (1) 计算:  $-\frac{5}{2} \log_3 4 + \log_3 \frac{32}{9} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$

(2) 已知  $2^a = 5^b = 100$  求  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  的值

18. 已知函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并加以证明;

(2) 用定义证明函数  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  上为增函数;

19. 已知定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数  $f(x)$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) = -x^2 + 2x$

(1) 求函数  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的解析式;

(2) 若函数  $f(x)$  在区间  $[-1, a-2]$  上单调递增, 求实数  $a$  的取值范围.

20. 已知函数  $f(x) = \log_a(x+1)$ , 函数  $g(x) = \log_a(4-2x)$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ )

(I) 求函数  $y = f(x) - g(x)$  的定义域

---

---

(II) 求使函数  $y = f(x) - g(x)$  的值为正数的  $x$  的取值范围

21. 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ，并且满足  $f(x-y) = f(x) - f(y)$ ，且  $f(2) = 1$ ，当  $x > 0$  时， $f(x) > 0$ 。

(1) 求  $f(0)$  的值；

(2) 判断函数  $f(x)$  的单调性，并给出证明；

(3) 如果  $f(x) + f(x+2) < 2$ ，求  $x$  的取值范围。

22. 若二次函数  $f(x) = x^2 + bx + c$  满足  $f(2) = f(-2)$ ，且函数的  $f(x)$  的一个根为 1。

(I) 求函数  $f(x)$  的解析式；

(II) 对任意的  $x \in \left[ \frac{1}{2}, +\infty \right)$ ， $4m^2 f(x) + f(x-1) \geq 4 - 4m^2$  恒成立，求实数  $m$  的取值范围。

围。

---

---

## 数学参考答案

1-5. ADBCB      6-10. BBBDA      11-12. DC

13. 2      14. -1      15. 2 或  $\frac{1}{2}$       16.  $(5, +\infty)$

17. 解: (1) 原式 =  $-5\log_3 2 + 5\log_3 2 - \log_3 9 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -2 - 16 = -18$       4分

(2) 由已知,  $a = \frac{2}{\lg 2}, b = \frac{2}{\lg 5}, \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2} (\lg 2 + \lg 5) = \frac{1}{2}$       8分

18. (1) 证明见解析; (2) 证明见解析; (3)  $[4, +\infty)$ .

试题分析: (1) 函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  是奇函数,

$\because$  函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 在  $x$  轴上关于原点对称,

且  $f(-x) = -x - \frac{1}{-x} = -(x - \frac{1}{x}) = -f(x)$ ,

$\therefore$  函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  是奇函数.      4分

(2) 证明: 设任意实数  $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ , 且  $x_1 < x_2$ ,

则  $f(x_1) - f(x_2) = \left(x_1 - \frac{1}{x_1}\right) - \left(x_2 - \frac{1}{x_2}\right) = \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 + 1)}{x_1 x_2}$ ,

$\because 1 \leq x_1 < x_2 \quad \therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 0, x_1 x_2 + 1 > 0$ ,

$\therefore \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 + 1)}{x_1 x_2} < 0$ ,

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$ , 即  $f(x_1) < f(x_2)$ ,

$\therefore$  函数  $f(x)$  在区间  $[1, +\infty)$  上为增函数.      8分

19. (1)  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ x^2 + 2x & (x < 0) \end{cases}$       (2)  $1 < a \leq 3$ ,

试题解析: (1) 设  $x < 0$ , 则  $-x > 0$ ,  $f(-x) = -(-x)^2 + 2(-x) = -x^2 - 2x$ .

又  $f(x)$  为奇函数, 所以  $f(-x) = -f(x)$ .

于是  $x < 0$  时  $f(x) = x^2 + 2x$

---

---

$$\text{所以 } f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ x^2 + 2x & (x < 0) \end{cases} \quad 5 \text{ 分}$$

(2) 要使  $f(x)$  在  $[-1, a-2]$  上单调递增, 结合  $f(x)$  的图象知  $\begin{cases} a-2 > -1, \\ a-2 \leq 1, \end{cases}$  所以  $1 < a \leq 3$ ,

故实数  $a$  的取值范围是  $(1, 3]$ . 10 分

20. 解: (I) 由题意可知,  $y = f(x) - g(x) = \log_a(x+1) - \log_a(4-2x)$ ,

$$\text{由 } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 4-2x > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases},$$

$$\therefore -1 < x < 2,$$

$\therefore$  函数  $y = f(x) - g(x)$  的定义域是  $(-1, 2)$ . 4 分

(II) 由  $f(x) - g(x) > 0$ , 得  $f(x) > g(x)$ ,

$$\text{即 } \log_a(x+1) > \log_a(4-2x), \quad \textcircled{1}$$

当  $a > 1$  时, 由  $\textcircled{1}$  可得  $x+1 > 4-2x$ , 解得  $x > 1$ ,

$$\text{又 } -1 < x < 2, \therefore 1 < x < 2;$$

当  $0 < a < 1$  时, 由  $\textcircled{1}$  可得  $x+1 < 4-2x$ , 解得  $x < 1$ ,

$$\text{又 } -1 < x < 2, \therefore -1 < x < 1.$$

综上所述: 当  $a > 1$  时,  $x$  的取值范围是  $(1, 2)$ ;

当  $0 < a < 1$  时,  $x$  的取值范围是  $(-1, 1)$ . 10 分

21. (1)  $f(0) = 0$ ; (2) 函数  $y = f(x)$  为奇函数; (3)  $\{x \mid x < 1\}$ ;

试题分析: (1) 令  $x = y = 0$ , 则  $f(0-0) = f(0) - f(0)$ , 所以  $f(0) = 0$ ; 2 分

(2) 任取  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 不妨设  $x_1 > x_2$ , 则  $x_1 - x_2 > 0$ ,

$$f(x_1 - x_2) = f(x_1) - f(x_2)$$

因为当  $x > 0$  时,  $f(x) > 0$

所以  $f(x_1 - x_2) > 0$ , 即  $f(x_1) - f(x_2) > 0$ , 所以  $f(x_1) > f(x_2)$

所以函数  $y = f(x)$  在定义域  $\mathbf{R}$  上单调递增. 6 分

---

---

(3) 因为  $f(x-y) = f(x) - f(y)$

所以  $f(x) = f(x-y) + f(y)$

所以  $2 = 1+1 = f(2) + f(2) = f(2) - f(4-2) = f(4)$

因为  $f(x) + f(x+2) < 2$

所以  $f(x) + f(x+2) < f(4)$

所以  $f(x+2) < f(4) - f(x) = f(4-x)$

因为函数  $y = f(x)$  在定义域  $\mathbb{R}$  上单调递增

所以  $x+2 < 4-x$

从而  $x < 1$

所以  $x$  的取值范围为  $\{x \mid x < 1\}$  10 分

22. (I)  $f(x) = x^2 - 1$ ; (II)  $m \leq -\frac{\sqrt{19}}{2}$  或  $m \geq \frac{\sqrt{19}}{2}$ .

试题分析: (I)  $\because f(2) = f(-2)$  且  $f(1) = 0$

$\therefore b = 0, c = -1 \quad \therefore f(x) = x^2 - 1$  4 分

(II) 由题意知:  $4m^2(x^2 - 1) + (x-1)^2 - 1 + 4m^2 - 4 \geq 0$  在  $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$  上恒成立,

整理得  $m^2 \geq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}$  在  $x \in [\frac{1}{2}, +\infty)$  上恒成立,

令  $g(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{4} = (\frac{1}{x} + \frac{1}{4})^2 - \frac{5}{16}$

$\because x \in [\frac{1}{2}, +\infty) \quad \therefore \frac{1}{x} \in (0, 2]$

当  $\frac{1}{x} = 2$  时, 函数  $g(x)$  得最大值  $\frac{19}{4}$ ,

所以  $m^2 \geq \frac{19}{4}$ , 解得  $m \leq -\frac{\sqrt{19}}{2}$  或  $m \geq \frac{\sqrt{19}}{2}$ . 10 分

---