

## 数 学

2019.10

## 考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。第Ⅰ卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;第Ⅱ卷请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
3. 本卷命题范围:必修 5 第一、第二章。

## 第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_{n+1}=a_n^2+1$ , 则  $a_3=$   
 A. 5                                  B. 6                                  C. 7                                  D. 8
2. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=3$ , 公比  $q=2$ , 则  $a_5=$   
 A. 24                                  B. 48                                  C. 54                                  D. 66
3. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3=5$ , 公差  $d=4$ , 则  $a_8=$   
 A. 21                                  B. 25                                  C. 32                                  D. 40
4. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3a_5=12$ , 则  $a_4=$   
 A.  $3\sqrt{2}$                               B.  $\pm 3\sqrt{2}$                               C.  $2\sqrt{3}$                               D.  $\pm 2\sqrt{3}$
5. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $\cos A = \frac{2}{3}$ ,  $B=2A$ , 则  $\frac{b}{a}=$   
 A.  $\frac{4}{3}$                                   B.  $\frac{5}{4}$                                   C.  $\frac{3}{2}$                                   D.  $\frac{6}{5}$
6. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1+2a_4=21$ , 则  $a_3=$   
 A. 10                                  B. 9                                  C. 8                                  D. 7
7. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a\cos B + b\cos A = b\sin C$ , 则  $\triangle ABC$  的形状为  
 A. 锐角三角形                      B. 直角三角形                      C. 钝角三角形                      D. 不能确定

8. 在公比为整数的等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 - a_2 = 3, a_3 = 4$ , 则  $\{a_n\}$  的通项公式为

- A.  $a_n = 2^{n-1}$       B.  $a_n = 2^n$       C.  $a_n = (-2)^{n-1}$       D.  $a_n = (-2)^n$

9. 已知等差数列  $\{a_n\}$  共有 21 项, 若奇数项的和为 110, 则偶数项的和为

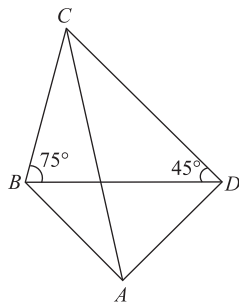
- A. 100      B. 105      C. 90      D. 95

10. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 不解三角形, 确定下列判断正确的是

- A.  $B = 60^\circ, c = 4, b = 5$ , 有两解  
B.  $B = 60^\circ, c = 4, b = 3.9$ , 有一解  
C.  $B = 60^\circ, c = 4, b = 3$ , 有一解  
D.  $B = 60^\circ, c = 4, b = 2$ , 无解

11. 如图, 某炮兵阵地位于  $A$  点, 两个观察所分别位于  $B, D$  两点, 已知  $\triangle ABD$  为等腰直角三角形,  $AB = AD$ , 且  $AB = \sqrt{6}$  km. 当目标出现在  $C$  点时, 测得  $\angle CBD = 75^\circ, \angle CDB = 45^\circ$ . 则炮兵阵地与目标的距离约为

- A. 4.30 km  
B. 4.57 km  
C. 4.81 km  
D. 5.12 km



12. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{19} < 0, S_{20} > 0$ , 则  $S_n$  中的最小值为

- A.  $S_9$       B.  $S_{10}$       C.  $S_{11}$       D.  $S_{12}$

## 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $\triangle ABC$  的三个内角成等差数列, 且最大角是最小的角的 5 倍, 则最小角的大小为\_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c, b = 2, c = 3, \cos C = \frac{\sqrt{7}}{4}$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知两个等差数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的前  $n$  项和分别为  $S_n, T_n$ , 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n}{n+1}$ , 则  $\frac{a_n}{b_n} =$ \_\_\_\_\_.

16. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 4, a_{n+1} = 3a_n - 2$ , 若对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*, k(a_n - 1) \geq 2n - 5$  恒成立, 则实数  $k$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \frac{2}{3} \sin A \sin B$ .

(1) 求  $\cos C$  的值;

(2) 若  $c=3, a+b=5$ , 求  $a, b$  的值.

18. (本小题满分 12 分)

在前  $n$  项和为  $S_n$  的等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_4 = 2a_2 - 2, S_3 = 48$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的首项和公差;

(2) 记  $b_n = |a_n|$ , 求数列  $\{b_n\}$  前 20 项的和.

19. (本小题满分 12 分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_3 = 39, S_6 = 1092$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $b_n = \frac{1}{\log_3 a_n \log_3 a_{n+1}}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求满足  $T_n > \frac{2019}{2020}$  成立的最小的正整数  $n$  的值.

20. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足  $3S_n = 4(a_n - 1)$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $S_n$ , 并判断是否存在正整数  $n$  使得  $S_n, \frac{15}{7}S_{n+1}, S_{n+2}$  成等差数列, 若存在, 请求出  $n$  的值, 不存在请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sqrt{3}b \sin C - c \cos B = 2b - a$ .

(1) 求  $C$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形, 且  $a = \sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  面积的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 6, a_{n+1} = 3a_n + 3^{n+1}$ .

(1) 证明: 数列  $\left\{\frac{a_n}{3^n}\right\}$  为等差数列;

(2) 求  $S_n$ ;

(3) 对任意  $m \in \mathbf{N}^*$ , 将数列  $\left\{\frac{a_n}{3^n}\right\}$  中落入区间  $(3^m, 3^{2m})$  内的项的个数记为  $b_m$ , 求数列  $\{b_m\}$  的前  $m$  项和  $T_m$ .