考号________ 姓名________ 班级________ 学校________ 县区________

密封线内不要答题

洛阳市2017——2018学年高二质量检测

数学试卷(文)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷1至2页,第Ⅱ卷3至4页.共150分.考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考号填写在答题卡上.

2.考试结束,将答题卡交回.

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{x \mid x>1\}$,$B=\{x \mid x^2-3x<4\}$,则 $A\cap B=$

A. $(1,4)$　B. $(-1,4)$　C. $(-1,1)$　D. $(-1,+\infty)$

2.复数 z 满足 $(2+i)z=2-i$(i 是虚数单位),则 z 在复平面对应的点所在象限为

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

3.已知等比数列$\{a_n\}$中,$a_2=3$,$a_5=81$,$b_n=\log_3 a_n$,数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n,则 $T_8=$

A. 36　B. 28　C. 45　D. 32

4.以双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的焦点为顶点,离心率为$\sqrt{3}$ 的双曲线标准方程为

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}=1$　B. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$　C. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{4}=1$　D. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{8}=1$

5.已知函数 $f(x)=a\ln x-2ax+b$,函数 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处切线方程为 $y=2x+1$,则 ab 的值为

A. -2　B. 2　C. -4　D. 4

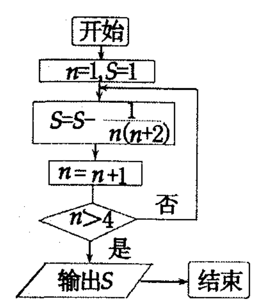
6.某程序框图如图所示,则该程序运行后输出 S 值为

A. $\dfrac{13}{30}$

B. $\dfrac{12}{35}$

C. $\dfrac{19}{40}$

D. $\dfrac{17}{42}$



7.已知实数 x,y 满足 $\begin{cases} x+2y\geqslant 2 \\ x-y\geqslant -1 \\ 2x-y\leqslant 4 \end{cases}$,若 $z=ax+y$ 的最大值为16,则实数 $a=$

A. 2　B. $\dfrac{1}{2}$　C. -2　D. $-\dfrac{1}{2}$

8.在极坐标系中与圆 $\rho=4\sin\theta$ 相切的一条直线的方程为

A. $\rho\cos\theta=2$　B. $\rho\sin\theta=2$

C. $\rho=4\sin(\theta+\dfrac{\pi}{3})$　D. $\rho=4\sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})$

9.在△ABC中,$\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{2\cos C+\cos A}{2\sin C-\sin A}$ 是角 A,B,C 成等差数列的

A.充要条件　B.充分不必要条件

C.必要不充分条件　D.既不充分也不必要条件

10.对于大于或等于2的正整数幂运算有如下分解方式:

$2^2=1+3$,$3^2=1+3+5$,$4^2=1+3+5+7$,…

$2^3=3+5$,$3^3=7+9+11$,$4^3=13+15+17+19$,…

根据以上规律,若 $m^2=1+3+5+\cdots+11$,p^3 的分解式中的最小正整数为21,则 $m+p=$

A. 9　B. 10　C. 11　D. 12

11.已知点 $A(0,2)$,抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F,射线 FA 与抛物线 C 交于点 M,与抛物线准线相交于 N,若 $|MN|=\sqrt{5}|FM|$,则 p 的值为

A. $\dfrac{1}{2}$　B. 1　C. 2　D. 3

12.已知函数 $f(x)=\begin{cases} xe^x, x\geqslant 0, \\ -xe^x, x<0, \end{cases}$($e$ 是自然对数底数),方程 $f^2(x)+tf(x)+1=0(t\in R)$ 有四个实数根,则 t 的取值范围为

A. $(e+\dfrac{1}{e},+\infty)$　B. $(-\infty,-e-\dfrac{1}{e})$

C. $(-e-\dfrac{1}{e},-2)$　D. $(2,e+\dfrac{1}{e})$

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.复数 $z=(1+i)(2+i)(3+i)$,则 $|z|=$ ________.

14.某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价,将该产品事先拟订的价格进行试销,得到如下数据.

单价(x 元)	4	5	6	7	8	9
销量(y 件)	90	84	83	80	75	68

由表中数据求得线性回归方程 $\hat{y}=-4x+a$,则 $x=10$ 元时预测销量为________件.

15.过椭圆 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)的右焦点作一直线交椭圆于 A、B 两点,若 $|FA|\cdot|FB|=\dfrac{2}{5}$,则该直线斜率为________.

16.$\triangle ABC$ 中,D 是 BC 边上一点,$\angle BAD=\angle DAC=60°$,$BC=7$,且 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 面积之比为 $5:3$,则 $AD=$ ________.

三、解答题:本大题共 6 个小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知角 A、B、C 的对边分别为 a,b,c 且 $\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{2\sqrt{3}\sin A}{3\sin C}$

(1) 求 b 的值;

(2) 若 $B=\dfrac{\pi}{3}$,求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18.(本小题满分 12 分)

某中学将 100 名高一新生分成水平相同的甲、乙两个平行班,每班 50 人,某教师采用 A、B 两种不同的教学模式分别在甲、乙两个班进行教改实验,为了了解教学效果,期末考试后,该教师分别从两班中各随机抽取 20 名学生的成绩进行统计,作出茎叶图如下图所示,记成绩不低于 90 分为“成绩优秀”.

甲		乙
6	9	3 6 7 9 9
9 5 1 0	8	0 1 5 6
9 9 4 4 2	7	3 4 5 8 8 8
8 8 5 1 1 0	6	0 7 7
4 3 3 2	5	2 5

(1) 在乙班的20个个体中,从不低于86分的成绩中随机抽取 2 人,求抽出的两个人均“成绩优秀”的概率;

(2) 由以上统计数据填写 2×2 列联表;能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为成绩优秀与教学模式有关.

	甲班(A)	乙班(B)	总计
成绩优秀			
成绩不优秀			
总计			

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025
k_0	1.323	2.072	2.706	3.847	5.024

19.(本小题满分 12 分)

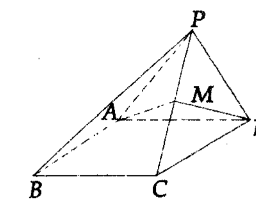
在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=3\sin\theta\end{cases}$($\theta\in[0,2\pi)$),曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2-\dfrac{1}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数).

(1) 求曲线 C_1,C_2 的普通方程;

(2) 求曲线 C_1 上一点 P 到曲线 C_2 距离的取值范围.

20.(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形,且与底面 $ABCD$ 垂直,底面 $ABCD$ 是菱形,且 $\angle ABC=60°$,M 是棱 PC 上的动点,且 $PM=\lambda PC$,$\lambda\in(0,1)$



(1) 求证:$BC\perp PC$;

(2) 试确定 λ 值,使三棱锥 $P-MAD$ 体积为 $\dfrac{1}{3}$.

21.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$,A_1,A_2 为其左、右顶点.P 为椭圆上除 A_1,A_2 外任意一点,若记直线 PA_1,PA_2 斜率分别为 k_1,k_2.

(1) 求证:k_1k_2 为定值;

(2) 若椭圆 C 的长轴长为 4,过点 $M(1,1)$ 作两条互相垂直的直线 l_1,l_2,若 M 恰好为 l_1 与椭圆相交的弦的中点,求 l_2 与椭圆相交的弦的中点的横坐标.

22.(本小题满分 12 分)

已知 $a\in R$,函数 $f(x)=a\ln x+x^2-4x$.

(1) 若 $x=3$ 是 $f(x)$ 的一个极值点,求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 设 $g(x)=(a-2)x$,若对 $\forall x\in[\dfrac{1}{e},e]$,都有 $f(x)\leqslant g(x)$,求 a 的取值范围.

洛阳市2017——2018学年高二质量检测

数学试卷(文)参考答案

一、选择题

1－5　ADBDB　　6－10　AAABC　　11－12　CB

二、填空题

13. 10　　　14. 66　　　15. ± 1　　　16. $\frac{15}{8}$

三、解答题

17. (1) 由余弦及正弦定理得：

$\frac{a^2+c^2-b^2}{2abc}+\frac{a^2+b^2-c^2}{2abc}=\frac{2\sqrt{3}a}{3c}$　　……3 分

$\frac{2a^2}{2abc}=\frac{2\sqrt{3}a}{3c}$

∴　$b=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　……5 分

(2) ∵　$B=\frac{\pi}{3}$，

∴　$b^2=\frac{3}{4}=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}=a^2+c^2-ac\geqslant 2ac-ac=ac$

即 $ac\leqslant\frac{3}{4}$(当且仅当 $a=c$ 时取等号)　　……8 分

∴　$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B\leqslant\frac{\sqrt{3}}{4}ac=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{16}$.　　……10 分

18. (1) 设抽出的两人均为“成绩优秀”的为事件 A，从不低于 86 分的成绩中随机抽取 2 个的基本事件有(86,93)，(86,96)，(86,97)，(86,99)，(86,99)，(93,96)，(93,97)，(93,99)，(93,99)，(96,97) (96,99)，(96,99)，(97,99)，(97,99)，(99,99) 共 15 个.　　……2 分

事件 A 是其中画线部分，共 10 个.　　……4 分

∴　所求概率 $P(A)=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.　　……6 分

(2) 列表

	甲班(A)	乙班(B)	总计
成绩优秀	1	5	6
成绩不优秀	19	15	34
总计	20	20	40

……8 分

∴　$k^2=\frac{40\times(1\times 15-5\times 19)^2}{6\times 34\times 20\times 20}\approx 3.137$　　……10 分

∵　$3.137>2.706$.　∴　在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为“成绩优秀”与数学模式有关.　　……12 分

19. (1) $C_1: x^2+\frac{y^2}{9}=1$　　……2 分

$C_2: y=-\sqrt{3}(x+2)$ 即 $\sqrt{3}x+y+2\sqrt{3}=0$.　　……5 分

(2) 设 $P(\cos\alpha, 3\sin\alpha)$　　……6 分

P 到 C_2 的距离 $d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+3\sin\alpha+2\sqrt{3}|}{2}=\frac{|2\sqrt{3}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})+2\sqrt{3}|}{2}$

……8 分

∵　$\alpha\in[0,2\pi)$，当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=1$ 时，即 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，$d_{\max}=2\sqrt{3}$，

当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-1$ 时，即 $\alpha=\frac{4\pi}{3}$，$d_{\min}=0$.　　……11 分

∴　取值范围为 $[0,2\sqrt{3}]$.　　……12 分

20. (1) 取 AD 中点 O，连 OP，OC，AC.

∵　$ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=60°$　∴　$\triangle ACD$ 是正三角形，又 $\triangle PAD$ 是正三角形.

∴　$OC\perp AD$，$OP\perp AD$　　……2 分

又 $OC\cap OP=O$，OC，$OP\subset$ 平面 POC，

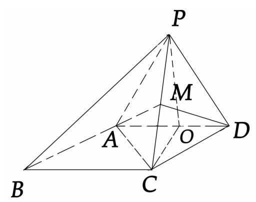
∴　$AD\perp$ 平面 POC，$PC\subset$ 平面 POC，　∴　$AD\perp PC$.　　……5 分

∵　$AD\,/\!/\,BC$，　∴　$BC\perp PC$，　　……6 分

(2) 由(1) $PO\perp AD$，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

∴　$PO\perp$ 平面 $ABCD$.　　……7 分



$V_{P-MAD}=V_{A-PMD}=\lambda V_{A-PCD}=\lambda V_{P-CAD}=\frac{1}{3}$，　……9 分

$V_{P-CAD}=\frac{1}{3}S_{\triangle CAD}\cdot PO=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1$，……10 分

∴　$\lambda=\frac{1}{3}$ 时，三棱锥 $P-MAD$ 体积为 $\frac{1}{3}$.　　……12 分

21. (1) 由题意 $A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$，设 $P(x_0,y_0)$，

则 $k_1=\frac{y_0}{x+a}$，$k_2=\frac{y_0}{x-a}$.　　……2 分

又 P 在椭圆上，　∴　$\frac{{x_0}^2}{a^2}+\frac{{y_0}^2}{b^2}=1$，${y_0}^2=\frac{a^2-{x_0}^2}{a^2}\cdot b^2$；

∴　$k_1k_2=\frac{{y_0}^2}{{x_0}^2-a^2}=\frac{\frac{a^2-{x_0}^2}{a^2}\cdot b^2}{{x_0}^2-a^2}=-\frac{b^2}{a^2}$　　……4 分

$=-\frac{a^2-c^2}{a^2}=e^2-1$

$\because\ e=\frac{1}{2}$， $\therefore\ k_1k_2=\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}$ 为定值. ……5 分

(2)$\because\ 2a=4$， $\therefore\ a=2,c=1,b=\sqrt{3}$.

$\therefore$ 椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……6 分

设 l_1 与椭圆交点为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，l_2 与椭圆交点为 $C(x_2,y_3)$，$D(x_4,y_4)$，

则$\begin{cases}\frac{{x_1}^2}{4}+\frac{{y_1}^2}{3}=1 & ①\\ \frac{{x_2}^2}{4}+\frac{{y_2}^2}{3}=1 & ②\end{cases}$

②－① 得：$\frac{(x_2+x_1)(x_2-x_1)}{4}+\frac{(y_2+y_1)(y_2-y_1)}{3}=0$

又 $x_1+x_2=2,y_1+y_2=2$ $\therefore$ $\frac{2(x_2-x_1)}{4}+\frac{2(y_2-y_1)}{3}=0$.

$\therefore$ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-\frac{3}{4}$，即 $k_{AB}=-\frac{3}{4}$. ……8 分

$\because\ AB\perp CD$ $\therefore\ k_{CD}=\frac{4}{3}$.

CD 方程：$y-1=\frac{4}{3}(x-1)$ 即 $y=\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$. ……9 分

由$\begin{cases}y=\frac{4}{3}x-1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 消去 y 得.

$91x^2-32x-104=0$. ……11 分

$\therefore$ $x_3+x_4=\frac{32}{91}$ $\therefore$ $\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{16}{91}$.

即 l_2 与椭圆相交的弦的中点横坐标为$\frac{16}{91}$. ……12 分

22.(1)$f(x)$ 定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{a}{x}+2x-4$. ……1 分

$\because$ $x=3$ 是 $f(x)$ 的一个极值点， $\therefore$ $f'(3)=0$，得 $a=-6$ ……3 分

$\therefore$ $f'(x)=\frac{-6}{x}+2x-4=\frac{2x^2-4x-6}{x^2}=\frac{2(x+1)(x-3)}{x^2}$.

令 $f'(x)>0$， $\because$ $x+1>0$， $\therefore$ $x>3$.

$\therefore$ $f(x)$ 的增区间为$(3,+\infty)$ ……5 分

(2) 由 $f(x)\leqslant g(x)$ 得$(x-\ln x)a\geqslant x^2-2x$.

令 $F(x)=x-\ln x$. $F'(x)=\frac{x-1}{x}(x>0)$

$F(x)$ 在$(0,1)$ 上为减函数，在$(1,+\infty)$ 上为增函数

$\therefore$ $F(x)\geqslant F(1)=1>0$，即 $x>\ln x$. ……7 分

$\therefore$ $a\geqslant\frac{x^2-2x}{x-\ln x}$ 恒成立，即 $a\geqslant(\frac{x^2-2x}{x-\ln x})_{\max}$.

令 $G(x)=\frac{x^2-2x}{x-\ln x},x\in[\frac{1}{e},e]$

$\therefore$ $G'(x)=\frac{(2x-2)(x-\ln x)-(x-2)(x-1)}{(x-\ln x)^2}=\frac{(x-1)(x-2\ln x+2)}{(x-\ln x)^2}$.

……8 分

$\because$ $x\in[\frac{1}{e},e]$， $\therefore$ $2-2\ln x=2(1-\ln x)\geqslant 0$.

$\therefore$ $x-2\ln x+2>0$，

$\therefore$ 当 $x\in(\frac{1}{e},1)$ 时，$G(x)$ 为减函数，当 $x\in(1,e)$ 时，$G(x)$ 为增函数.

$\therefore$ $G(x)$ 最大值应为端点值 $G(\frac{1}{e})$ 或 $G(e)$. ……10 分

又 $G(\frac{1}{e})=\frac{\frac{1}{e^2}-\frac{2}{e}}{\frac{1}{e}+1}<0$，

$G(e)=\frac{e^2-2e}{e-1}>0$，

$\therefore$ $G(x)_{\max}=\frac{e^2-2e}{e-1}$，

$\therefore$ $a\geqslant\frac{e^2-2e}{e-1}$，即 a 的取值范围为$[\frac{e^2-2e}{e-1},+\infty)$. ……12 分