2012 年广州市高二数学竞赛试题

2012．5．13

考生注意：1．用钢笔、签字笔或圆珠笔作答，答案写在答卷上；
2．不准使用计算器；
3．考试用时 120 分钟，全卷满分 150 分.

一、选择题：本大题共 4 小题，每题 6 分，满分 24 分.在每小题给出的四个选项中,只有
一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\left\{x\left|x^2-x-2\le 0\right.\right\}, N=\left\{y\left|y=x^2-1,-1\le x\le 2\right.\right\}$，则有(　　)

A. $M\subseteq N$　　B. $N\subseteq M$　　C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

2．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_6=5, S_{13}=143$，则公差 d 的值为(　　)

A.10　　B. 8　　C. 6　　D. 4

3. 方程 $1-|x|=\sqrt{1-(y+1)^2}$ 所表示的曲线是

A. 一个圆　　B. 两个圆　　C. 半个圆　　D. 两个半圆

4. $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，设向量 $\boldsymbol{m}=(a,b)$，$\boldsymbol{n}=(b+c,a)$，

则 $\boldsymbol{m}\ /\!/\ \boldsymbol{n}$ 是 $A=2B$ 的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

二、填空题：本大题共 6 小题，每题 6 分，满分 36 分.

5．已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\frac{3}{5}$，则 $\sin 2\theta$ 的值为____*_____.

6．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,3)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，若向量 $m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 共线（$m,n\in\mathbf{R}$，

且 $n\neq 0$），

则 $\frac{m}{n}$ 的值为____*_____.

7. 在区间 $[1,3]$ 和 $[1,2]$ 上分别取一个数，记为 a,b，则方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 表示焦点在 x 轴上

并且离心

率小于 $\frac{1}{2}$ 的椭圆的概率为____*_____.

8. 三棱锥 $A-BCD$ 的所有棱长均为 1，顶点 A 在底面 BCD 上的正投影为点 H，点 M 在 AH 上，且

使 $\angle BMC=90^\circ$，则 AM 的长为____*_____.

9．已知函数 $f(x)=|\lg(x-1)|$，若 $1<a<b$，且 $f(a)=f(b)$，则 ab 的取值范围是 *_____.

10. 对于任意两个正数 x, y，定义运算“$\odot$”如下：$x\odot y=ax+by+cxy$，其中 a,b,c 为常数.

已知 $1\odot 2=3, 2\odot 3=4$，并且存在一个非零实数 d，使得对于任意实数 x 都有 $x\odot d=2x$，

则 d 的值为___*____.

三、解答题：本大题共 5 小题，满分 90 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

11.(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x)=\cos x(\cos x+a\sin x)(a>0)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$.

(1) 求 a 的值;

(2) 若 $f\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{5}{4}$，求 $f\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

12. (本小题满分 15 分)

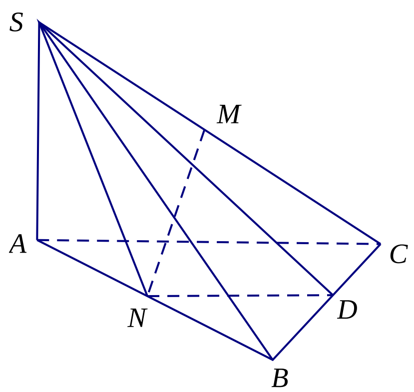
如图,在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 平面 ABC，$\angle ABC=90^\circ$，$SA=BC=2, AB=4$，

M, N, D 分别是 SC, AB, BC 的中点.

(1) 求证: $MN\perp AB$;

(2) 求二面角 $S-ND-B$ 的余弦值;

(3) 求点 M 到平面 SND 的距离.



13.(本小题满分 20 分)

已知平面内的动点 P 到点 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$ 的距离比它到直线 $x=-\frac{3}{2}$ 的距离小1，记动点 P 的轨

迹为
曲线C.

(1) 求曲线C的方程;

(2) 若直线$x+y-1=0$与曲线C相交于A、B两点，问在曲线C上是否存在点Q,使△QAB为等边

三角形? 若存在，求点Q的坐标; 若不存在，说明理由.

14. (本小题满分 20 分)

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，对任意$n\in\mathbf{N}^*$都有$S_n=\dfrac{a}{1+a}(1+a_n)$（$a$为常数，$a\neq 0,a\neq\pm 1$）.

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2）令$b_n=\dfrac{S_n}{a_n}+1$，若数列$\{b_n\}$为等比数列，求a的值;

(3) 在满足(2)的条件下，记$c_n=\dfrac{1}{1-a_n}+\dfrac{1}{1+a_{n+1}}$,设数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求证:$T_n>2n-\dfrac{1}{4}$.

15.(本小题满分 20 分)

已知函数$f(x)=\ln x, g(x)=\dfrac{1}{2}ax^2+bx(a,b\in\mathbf{R})$.

（1）当$b=2$时，求函数$h(x)=f(x)-g(x)$的单调区间;

（2）设函数$f(x)$的图象C_1与函数$g(x)$的图象C_2交于不同两点P、Q，过线段PQ的中点作x轴的垂线分别交C_1、C_2于点M、N，试判断C_1在点M处的切线与C_2在点N处的切线是否平行，并说明理由.

2012 年广州市高二数学竞赛试题
参考答案与评分标准

说明：**1**．参考答案与评分标准指出了每道题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与参考答案不同，可根据试题主要考查的知识点和能力比照评分标准给以相应的分数．

2．对解答题中的计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的得分，但所给分数不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4．只给整数分数，选择题和填空题不给中间分．

一、选择题：每小题 **6** 分，满分 **24** 分。

1．A　　2．C　　3．D　　4．C

二、填空题：每小题 **6** 分，满分 **36** 分。

5．$-\dfrac{7}{25}$　　6．$-\dfrac{1}{2}$　　7．$\dfrac{2\sqrt{3}-3}{4}$　　8．$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　　9．$(4,+\infty)$　　10．3

三、解答题：满分 **90** 分。

11. (1) 解：$f(x)=\cos x(\cos x+a\sin x)=\cos^2 x+a\sin x\cos x$

$$=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)+\frac{a}{2}\sin 2x$$

$$=\frac{1}{2}(a\sin 2x+\cos 2x)+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{a^2+1}}{2}\sin(2x+\varphi)+\frac{1}{2}\quad \text{(其中 }\tan\varphi=\frac{1}{a}\text{)}.$$

$\because$函数 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$ $\therefore \frac{\sqrt{a^2+1}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，解得 $a=\sqrt{3}$.

(2)解:由(1)知 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$.

$\because f\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{5}{4}$，$\therefore \sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$，得 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$.

$$\therefore f\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[2\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{6}\right]+\frac{1}{2}$$

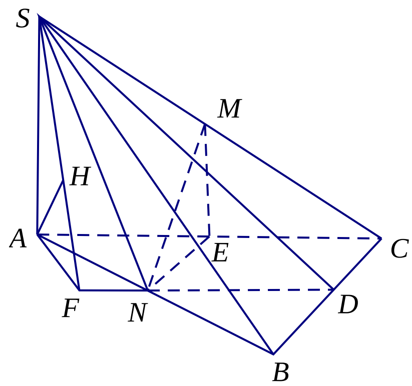
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}+\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)\right]+\frac{1}{2}$$

$$=\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{2}$$

$$=1-2\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$$

$$=1-2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2+\frac{1}{2}=\frac{3}{8}.$$

12.(1) 证明:取 AC 的中点 E,连接 ME,NE.则 $ME // SA$,



又 $SA\perp$平面 ABC,

$\therefore ME\perp$平面 ABC.

$\because AB\subset$平面 ABC, $\therefore ME\perp AB$.

$\because N,E$ 分别为 AB,AC 的中点,

$\therefore NE // BC$.

$\because \angle ABC=90^\circ$,即 $AB\perp BC$,

$\therefore NE\perp AB$.

$\because ME\cap NE=E, ME\subset$平面 MNE, $NE\subset$平面 MNE,

$\therefore AB\perp$平面 MNE.

$\because MN\subset$平面 MNE,

$\therefore MN\perp AB$.

解:过 A 作 $AF\perp DN$ 且与 DN 的延长线相交于点 F，连接 SF.由三垂线定理知,

$\angle SFA$ 是二面角 $S-ND-A$ 的平面角,也是二面角 $S-ND-B$ 的平面角的补角,

在 Rt△DBN 中，$ND=\sqrt{DB^2+NB^2}=\sqrt{5}$，$\sin\angle DNB=\frac{DB}{ND}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

在 Rt△ AFN 中， $AF = AN\sin\angle ANF = 2\times\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

在 Rt△ SAF 中， $SF = \sqrt{SA^2 + AF^2} = \frac{2\sqrt{30}}{5}$， $\cos\angle AFS = \frac{AF}{SF} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

∴二面角 $S-ND-B$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{6}}{6}$.

(2) 解:过点 A 作 $AH\perp SF$ 于 H，由(2)知平面 $SAF\perp$ 平面 SND，且平面 $SAF\cap$ 平面 $SND = SF$，

∴ $AH\perp$ 平面 SND.

∴ AH 的长为点 A 到平面 SND 的距离.

在 Rt△ AFN 中， $AH = \frac{SA\cdot AF}{SF} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

∵点 M 是 SC 的中点，∴点 M 到平面 SND 的距离是点 C 到平面 SND 的距离的 $\frac{1}{2}$ 倍.

∵ AC // ND，∴ AC // 平面 SND.

∴点 C 到平面 SND 的距离等于点 A 到平面 SND 的距离.

∴点 M 到平面 SND 的距离是 $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

13.(1)解法 1:∵点 P 到点 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$ 的距离比到直线 $x = -\frac{3}{2}$ 的距离小1，

∴点 P 到点 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$ 的距离与它到直线 $x = -\frac{1}{2}$ 的距离相等。

∴点 P 的轨迹是以点 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$ 为焦点，直线 $x = -\frac{1}{2}$ 为准线的抛物线.

∴曲线 C 的方程为 $y^2 = 2x$.

解法 2:设点 P 的坐标为 (x,y)，依题意得, $\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x+\frac{3}{2}\right| - 1$.

当 $x\ge -\frac{3}{2}$ 时，得 $\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2} = x+\frac{1}{2}$,

化简得 $y^2 = 2x$.

当 $x<-\frac{3}{2}$ 时，得 $\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2}=-x-\frac{5}{2}$ 得 $x\le-\frac{5}{2}$

化简得 $y^2=6x+6\ge0$，得 $x\ge-1$，矛盾.

$\therefore$ 曲线 C 的方程为 $y^2=2x$.

(2)解:设 A、B 的坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，线段 AB 的中点为 $D(x_0,y_0)$.

由 $\begin{cases}x+y-1=0,\\ y^2=2x.\end{cases}$ 消去 x，得 $y^2+2y-2=0$.

$\therefore y_1+y_2=-2, y_1y_2=-2$.

$\therefore y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=-1$，$x_0=1-y_0=2$.

$\therefore$ 点 $D(2,-1)$.

$|AB|=\sqrt{(1+1)\left[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2\right]}=2\sqrt{6}$.

假设曲线 C 上存在点 Q，使△QAB 为等边三角形，设点 $Q(x_3,y_3)$，

由 $DQ\perp AB$，得 $\frac{y_3+1}{x_3-2}\times(-1)=-1$，即 $x_3-y_3-3=0$.

又 $|DQ|=\frac{|x_3+y_3-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}|AB|=3\sqrt{2}$，得 $x_3+y_3-1=\pm6$.

由 $\begin{cases}x_3-y_3-3=0,\\ x_3+y_3-1=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_3-y_3-3=0,\\ x_3+y_3-1=-6.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_3=5,\\ y_3=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_3=-1,\\ y_3=-4,\end{cases}$

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(5,2)$ 或 $(-1,-4)$.

$\because$ 点 $(5,2)$ 或 $(-1,-4)$ 不在曲线 C 上，

$\therefore$ 曲线 C 上不存在点 Q，使△QAB 为等边三角形.

14.(1) 解：当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=\frac{a}{1+a}(1+a_1)$，解得 $a_1=a$，

当 $n\ge2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{a}{1+a}(1+a_n)-\frac{a}{1+a}(1+a_{n-1})$，

整理得 $a_n=-aa_{n-1}$.

$\therefore$数列$\{a_n\}$是首项为a,公比为$-a$的等比数列.

$\therefore a_n=a\bullet(-a)^{n-1}=-(-a)^n$.

(2)解:由(1)得 $S_n=\frac{a}{1+a}\left[1-(-a)^n\right]$, 则 $b_n=\frac{S_n}{a_n}+1=\frac{2a+1}{1+a}-\frac{a}{(1+a)(-a)^n}$.

$\therefore b_1=2,b_2=\frac{2a-1}{a},b_3=\frac{2a^3+a^2+1}{a^2(1+a)}$.

由 $b_2^2=b_1b_3$,得 $\left(\frac{2a-1}{a}\right)^2=2\times\frac{2a^3+a^2+1}{a^2(1+a)}$, 解得 $a=-\frac{1}{2}$.

又 $a=-\frac{1}{2}$ 时, $b_n=2^n$,显然数列$\{b_n\}$为等比数列，故 $a=-\frac{1}{2}$.

(3) 证明:由(2)知 $a=-\frac{1}{2}$,故 $a_n=-\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

$$\therefore c_n=\frac{1}{1-a_n}+\frac{1}{1+a_{n+1}}=\frac{2^n}{2^n+1}+\frac{2^{n+1}}{2^{n+1}-1}$$

$$=1-\frac{1}{2^n+1}+1+\frac{1}{2^{n+1}-1}$$

$$=2-\left(\frac{1}{2^n+1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}\right)$$

$$=2-\frac{2^n-2}{(2^n+1)(2^{n+1}-1)}.$$

当 $n\ge 2$ 时, $\frac{2^n-2}{(2^n+1)(2^{n+1}-1)}<\frac{2^n-2}{(2^n+1)(2^{n+1}-4)}=\frac{1}{2(2^n+1)}<\frac{1}{2^{n+1}}$.

$$\therefore \sum_{i=2}^{n}\frac{2^i-2}{(2^i+1)(2^{i+1}-1)}<\sum_{i=2}^{n}\frac{1}{2^{i+1}}=\frac{\frac{1}{2^3}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]}{1-\frac{1}{2}}<\frac{1}{4}.$$

$$\therefore T_n>2+2(n-1)-\frac{1}{4}=2n-\frac{1}{4}.$$

15.（1）解：$\because b=2$， $h(x)=f(x)-g(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2-2x$，

$\therefore$函数 $h(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

$$\therefore h'(x)=\frac{1}{x}-ax-2=-\frac{ax^2+2x-1}{x}.$$

① 当 $a=0$ 时，$h'(x)=\dfrac{1-2x}{x}$，

令 $h'(x)>0$, 得 $0<x<\dfrac{1}{2}$；令 $h'(x)<0$, 得 $x>\dfrac{1}{2}$.

∴函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，单调递减区间为 $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

② 当 $a\neq 0$ 时，令 $h'(x)=0$, 得 $-\dfrac{ax^2+2x-1}{x}=0$，

$\because x>0,\ \therefore ax^2+2x-1=0$.

$\therefore \Delta=4+4a$.

（ⅰ）当 $\Delta\leq 0$，即 $a\leq -1$ 时，得 $ax^2+2x-1\leq 0$，故 $h'(x)\geq 0$,

∴函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$.

（ⅱ）当 $\Delta>0$，即 $a>-1$ 时，方程 $ax^2+2x-1=0$ 的两个实根分别为

$$x_1=\frac{-2-\sqrt{4+4a}}{2a}=\frac{-1-\sqrt{1+a}}{a},\quad x_2=\frac{-1+\sqrt{1+a}}{a}.$$

若 $-1<a<0$，则 $x_1>0, x_2<0$，

此时，当 $x\in(0,x_1)$ 时，$h'(x)<0$, 当 $x\in(x_1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$.

∴函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left(\dfrac{-1-\sqrt{1+a}}{a},+\infty\right)$，单调递减区间为 $\left(0,\dfrac{-1-\sqrt{1+a}}{a}\right)$.

若 $a>0$，则 $x_1<0, x_2>0$，

此时，当 $x\in(0,x_2)$ 时，$h'(x)>0$, 当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$,.

∴函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left(0,\dfrac{-1+\sqrt{1+a}}{a}\right)$，单调递减区间为 $\left(\dfrac{-1+\sqrt{1+a}}{a},+\infty\right)$.

综上所述，当 $a>0$ 时，函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left(0,\dfrac{-1+\sqrt{1+a}}{a}\right)$，单调递减区间

为$\left(\dfrac{-1+\sqrt{1+a}}{a},+\infty\right)$；

当$-1<a<0$时，函数$h(x)$的单调递增区间为$\left(\dfrac{-1-\sqrt{1+a}}{a},+\infty\right)$，单调递减区间为$\left(0,\dfrac{-1-\sqrt{1+a}}{a}\right)$；

当$a\le -1$时，函数$h(x)$的单调递增区间为$(0,+\infty)$，无单调递减区间.

（2）证法 1：设点P、Q的坐标分别是$(x_1,y_1),(x_2,y_2),0<x_1<x_2$.

则点M、N的横坐标为$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$.

C_1在点M处的切线斜率为$k_1=\left.\dfrac{1}{x}\right|_{x=\frac{x_1+x_2}{2}}=\dfrac{2}{x_1+x_2}$，

C_2在点N处的切线斜率为$k_2=\left.(ax+b)\right|_{x=\frac{x_1+x_2}{2}}=\dfrac{a(x_1+x_2)}{2}+b$.

假设C_1在点M处的切线与C_2在点N处的切线平行，则$k_1=k_2$，

即$\dfrac{2}{x_1+x_2}=\dfrac{a(x_1+x_2)}{2}+b$，

则$\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}=\dfrac{a}{2}(x_2^2-x_1^2)+b(x_2-x_1)$

$=\left(\dfrac{a}{2}x_2^2+bx_2\right)+\left(\dfrac{a}{2}x_1^2+bx_1\right)=y_2-y_1=\ln x_2-\ln x_1$.

$\therefore \ln\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{2\left(\dfrac{x_2}{x_1}-1\right)}{1+\dfrac{x_2}{x_1}}$.

设$t=\dfrac{x_2}{x_1}$，则$\ln t=\dfrac{2(t-1)}{1+t},t>1$.　　（*）

令$h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{1+t},t>1$，则$h'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(1+t)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(1+t)^2}$.

$\because t>1$，$\therefore h'(t)>0$.

$\therefore h(t)$在$[1,+\infty)$上单调递增.

$\therefore h(t)>h(1)=0$，即$\ln t>\dfrac{2(t-1)}{1+t}$，这与（*）式矛盾，假设不成立.

$\therefore C_1$在点M处的切线与C_2在点N处的切线不平行.

证法 2： 设点P、Q的坐标分别是$(x_1,y_1),(x_2,y_2),0<x_1<x_2$.

则点M、N的横坐标为$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$.

C_1在点M处的切线斜率为$k_1=\dfrac{1}{x}\Big|_{x=\frac{x_1+x_2}{2}}=\dfrac{2}{x_1+x_2}$，

C_2在点N处的切线斜率为$k_2=(ax+b)\Big|_{x=\frac{x_1+x_2}{2}}=\dfrac{a(x_1+x_2)}{2}+b$.

假设C_1在点M处的切线与C_2在点N处的切线平行，则$k_1=k_2$，

即$\dfrac{2}{x_1+x_2}=\dfrac{a(x_1+x_2)}{2}+b$，

则$\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}=\dfrac{a}{2}(x_2^2-x_1^2)+b(x_2-x_1)$

$$=\left(\frac{a}{2}x_2^2+bx_2\right)-\left(\frac{a}{2}x_1^2+bx_1\right)=y_2-y_1=\ln x_2-\ln x_1.$$

$\therefore (x_1+x_2)(\ln x_2-\ln x_1)=2(x_2-x_1)$.

$\because x_1>0$，

$\therefore \left(\dfrac{x_2}{x_1}+1\right)\ln\dfrac{x_2}{x_1}=2\left(\dfrac{x_2}{x_1}-1\right)$.

设$t=\dfrac{x_2}{x_1}$，则$(t+1)\ln t=2(t-1),t>1$. （*）

令$h(t)=(t+1)\ln t-2(t-1),t>1$，则$h'(t)=\ln t+\dfrac{1}{t}-1$.

$\because \left(\ln t+\dfrac{1}{t}\right)'=\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t^2}=\dfrac{t-1}{t^2}>0(t>0)$，

$\therefore \ln t+\frac{1}{t}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增.

$\therefore \ln t+\frac{1}{t}>\ln 1+1=1$.

$\therefore h'(t)=\ln t+\frac{1}{t}-1>0$.

$\therefore$ 函数 $h(t)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增.

$\therefore h(t)>h(1)=0$，即 $(t+1)\ln t>2(t-1)$，这与（*）式矛盾，假设不成立.

$\therefore C_1$ 在点 M 处的切线与 C_2 在点 N 处的切线不平行.