

目录

第 21 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	2
第 21 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考答案及评分标准.....	7
第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	15
第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考答案及评分标准.....	19
第 23 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	27
第 23 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答及评分标准.....	32
第 24 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	45
第 24 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答及评分标准.....	49
第 25 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	61
第 25 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考答案及评分标准.....	71
第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	85
第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准.....	91
第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	100
第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准.....	106
第 28 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	114
第 28 届全国中学生物理竞赛复赛试卷参考答案及评分标准.....	120
第 29 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	129
第 29 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准.....	133
第 30 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	140
第 30 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准.....	145
第 31 届全国中学生物理竞赛预赛试卷.....	152
第 31 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答与评分标准.....	157

第 21 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

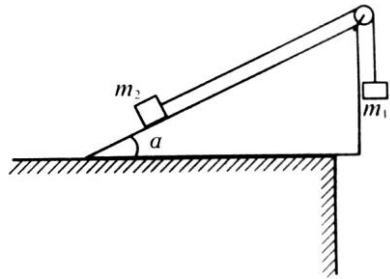
本卷共九题，满分140分。

一、（15分）填空

1. a. 原子大小的数量级为_____m。
b. 原子核大小的数量级为_____m。
c. 氢原子的质量约为_____kg。
d. 一个可见光光子的能量的数量级为_____J。
e. 在标准状态下， 1cm^3 气体中的分子数约为_____。

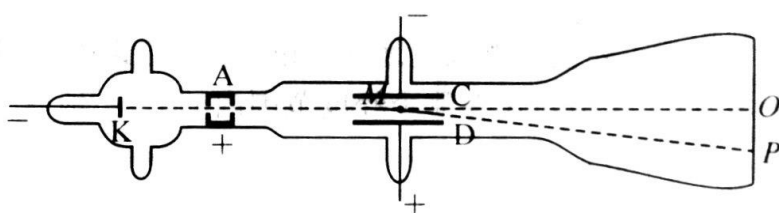
（普朗克常量 $h=6.63\times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$ 阿伏加德罗常量 $N_A=6.02\times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ ）

2. 已知某个平面镜反射的光能量为入射光能量的80%。试判断下列说法是否正确，并简述理由。
 - a. 反射光子数为入射光子数的80%；
 - b. 每个反射光子的能量是入射光子能量的80%。



- 二、（15分）质量分别为 m_1 和 m_2 的两个小物块用轻绳连接，绳跨过位于倾角 $\alpha=30^\circ$ 的光滑斜面顶端的轻滑轮，滑轮与转轴之间的摩擦不计，斜面固定在水平桌面上，如图所示。第一次， m_1 悬空， m_2 放在斜面上，用 t 表示 m_2 自斜面底端由静止开始运动至斜面顶端所需的时间。第二次，将 m_1 和 m_2 位置互换，使 m_2 悬空， m_1 放在斜面上，发现 m_1 自斜面底端由静止开始运动至斜面顶端所需的时间为 $t/3$ 。求 m_1 与 m_2 之比。

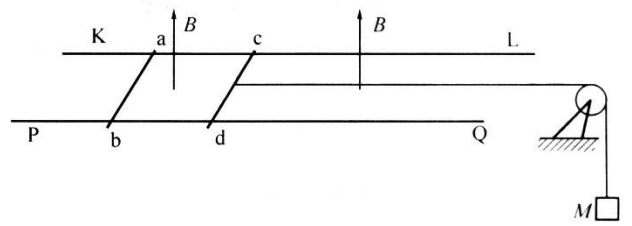
三、（15分）测定电子荷质比（电荷 q 与质量 m 之比 q/m ）的实验装置如图所示。真空玻璃管内，阴极K发出的电子，经阳极A与阴极K之间的高电压加速后，形成一束很细的电子流，电子流以平行于平板电容器极板的速度进入两极板C、D间的区域。若两极板C、D间无



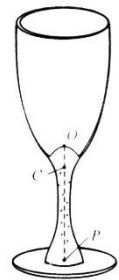
电压，则离开极板区域的电子将打在荧光屏上的O点；若在两极板间加上电压 U ，则离开极板区域的电子将打在荧光屏上的P点；若再在极板间加一方向垂直于纸面向外、磁感应强度为 B 的匀强磁场，则打到荧光屏上的电子产生的光点又回到O点。现已知极板的长度 $l=5.00\text{cm}$ ，C、D间的距离 $d=1.50\text{cm}$ ，极板区的中点M到荧光屏中点O的距离为 $L=12.50\text{cm}$ ， $U=200\text{V}$ ，P点到O点的距离 $y=\overline{OP}=3.0\text{cm}$ ； $B=6.3\times 10^{-4}\text{T}$ 。试求电子的荷质比。（不计重力影响）。

四、（15分）要使一颗人造地球通讯卫星（同步卫星）能覆盖赤道上东经 75.0° 到东经 135.0° 之间的区域，则卫星应定位在哪个经度范围内的上空？地球半径 $R_0=6.37\times 10^6\text{m}$ 。地球表面处的重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$ 。

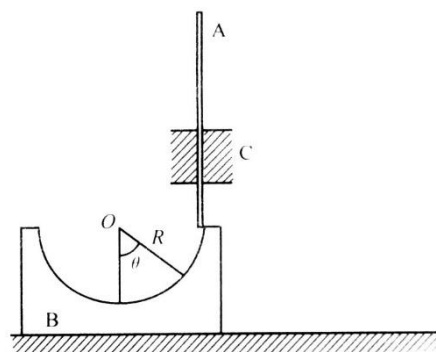
五、（15分）如图所示，两条平行的长直金属细导轨KL、PQ固定于同一水平面内，它们之间的距离为 l ，电阻可忽略不计；ab和cd是两根质量皆为 m 的金属细杆，杆与导轨垂直，且与导轨良好接触，并可沿导轨无摩擦地滑动。两杆的电阻皆为 R 。杆cd的中点系一轻绳，绳的另一端绕过轻的定滑轮悬挂一质量为 M 的物体，滑轮与转轴之间的摩擦不计，滑轮与杆cd之间的轻绳处于水平伸直状态并与导轨平行。导轨和金属细杆都处于匀强磁场中，磁场方向垂直于导轨所在平面向上，磁感应强度的大小为 B 。现两杆及悬物都从静止开始运动，当ab杆及cd杆的速度分别达到 v_1 和 v_2 时，两杆加速度的大小各为多少？



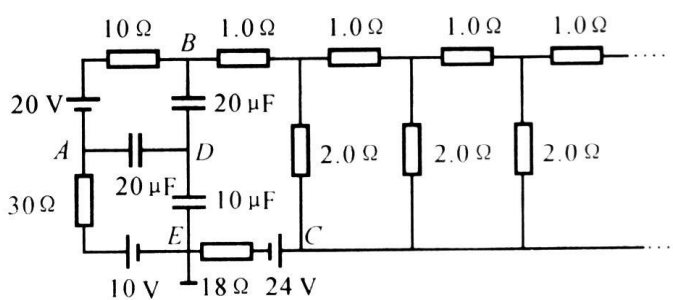
六、（15分）有一种高脚酒杯，如图所示。杯内底面为一凸起的球面，球心在顶点 O 下方玻璃中的 C 点，球面的半径 $R=1.50\text{cm}$ ， O 到杯口平面的距离为 8.0cm 。在杯脚底中心处 P 点紧贴一张画片， P 点距 O 点 6.3cm 。这种酒杯未斟酒时，若在杯口处向杯底方向观看，看不出画片上的景物，但如果斟了酒，再在杯口处向杯底方向观看，将看到画片上的景物。已知玻璃的折射率 $n_1=1.56$ ，酒的折射率 $n_2=1.34$ 。试通过分析计算与论证解释这一现象。



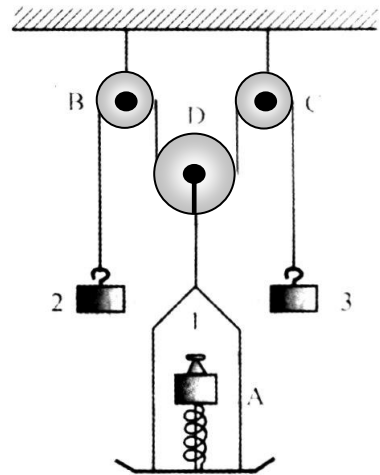
七、(15分) 如图所示, B是质量为 m_B 、半径为 R 的光滑半球形碗, 放在光滑的水平桌面上。A是质为 m_A 的细长直杆, 被固定的光滑套管C约束在竖直方向, A可自由上下运动。碗和杆的质量关系为: $m_B = 2m_A$ 。初始时, A杆被握住, 使其下端正好与碗的半球面的上边缘接触(如图)。然后从静止开始释放A, A、B便开始运动。设A杆的位置用 θ 表示, θ 为碗面的球心O至A杆下端与球面接触点的连线方向和竖直方向之间的夹角。求A与B速度的大小(表示成 θ 的函数)。



八、(17分) 如图所示的电路中, 各电源的内阻均为零, 其中B、C两点与其右方由 1.0Ω 的电阻和 2.0Ω 的电阻构成的无穷组合电路相接。求图中 $10\mu\text{F}$ 的电容器与E点相接的极板上的电荷量。



九、（18分）如图所示，定滑轮B、C与动滑轮D组成一滑轮组，各滑轮与转轴间的摩擦、滑轮的质量均不计。在动滑轮D上，悬挂有砝码托盘A，跨过滑轮组的不可伸长的轻线的两端各挂有砝码2和3。一根用轻线（图中穿过弹簧的那条竖直线）拴住的压缩轻弹簧竖直放置在托盘底上，弹簧的下端与托盘底固连，上端放有砝码1（两者未粘连）。已加三个砝码和砝码托盘的质量都是 m ，弹簧的劲度系数为 k ，压缩量为 l_0 ，整个系统处在静止状态。现突然烧断拴住弹簧的轻线，弹簧便伸长，并推动砝码1向上运动，直到砝码1与弹簧分离。假设砝码1在以后的运动过程中不会与托盘的顶部相碰。求砝码1从与弹簧分离至再次接触经历的时间。



第21届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 答案及评分标准

- 一、1. a. 10^{-10}
 b. 10^{-15}
 c. 6.6×10^{-27}
 d. 10^{-19}
 e. 2.7×10^{19}

2. a正确, b不正确。理由: 反射时光频率 ν 不变, 这表明每个光子能量 $h\nu$ 不变。

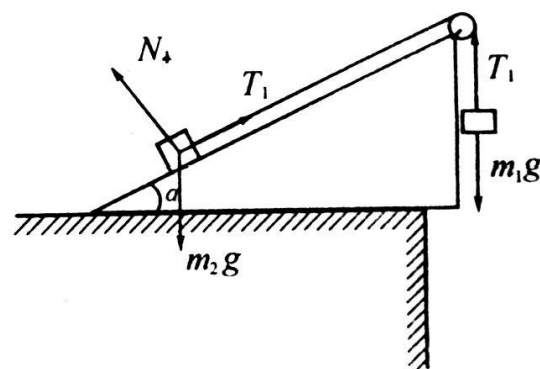
评分标准: 本题15分, 第1问10分, 每一空2分。第二问5分, 其中结论占2分, 理由占3分。

二、第一次, 小物块受力情况如图所示, 设 T_1 为绳中张力, a_1 为两物块加速度的大小, l 为斜面长, 则有

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$T_1 - m_2 g \sin \alpha = m_2 a_1 \quad (2)$$

$$l = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (3)$$



第二次, m_1 与 m_2 交换位置. 设绳中张力为 T_2 , 两物块加速度的大小为 a_2 , 则有

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \quad (4)$$

$$T_2 - m_1 g \sin \alpha = m_1 a_2 \quad (5)$$

$$l = \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{t}{3} \right)^2 \quad (6)$$

由(1)、(2)式注意到 $\alpha = 30^\circ$ 得

$$a_1 = \frac{2m_1 - m_2}{2(m_1 + m_2)} g \quad (7)$$

由(4)、(5)式注意到 $\alpha = 30^\circ$ 得

$$a_2 = \frac{2m_2 - m_1}{2(m_1 + m_2)} g \quad (8)$$

由(3)、(6)式得

$$a_1 = \frac{a_2}{9} \quad (9)$$

由(7)、(8)、(9)式可解得

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{11}{19} \quad (10)$$

评分标准:

本题15分, (1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)式各2分, 求得(10)式再给3分。

三、设电子刚进入平行板电容器极板间区域时的速度为 v_0 , 因为速度方向平行于电容器的极板, 通过长度为 l 的极板区域所需的时间

$$t_1 = l/v_0 \quad (1)$$

当两极板之间加上电压时, 设两极板间的场强为 E , 作用于电子的静电力的大小为 qE 方向垂直于极板由C指向D, 电子的加速度

$$a = \frac{qE}{m} \quad (2)$$

而

$$E = \frac{U}{d} \quad (3)$$

因电子在垂直于极板方向的初速度为0, 因而在时间 t_1 内垂直于极板方向的位移

$$y_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \quad (4)$$

电子离开极板区域时, 沿垂直于极板方向的末速度

$$v_y = at_1 \quad (5)$$

设电子离开极板区域后, 电子到达荧光屏上P点所需时间为 t_2

$$t_2 = (L-l/2)/v_0 \quad (6)$$

在 t_2 时间内, 电子作匀速直线运动, 在垂直于极板方向的位移

$$y_2 = v_y t_2 \quad (7)$$

P点离开O点的距离等于电子在垂直于极板方向的总位移

$$y = y_1 + y_2 \quad (8)$$

由以上各式得电子的荷质比为

$$\frac{q}{m} = \frac{v_0^2 d}{UL} y \quad (9)$$

加上磁场 B 后, 荧光屏上的光点重新回到O点, 表示在电子通过平行板电容器的过程中电子所受电场力与磁场力相等, 即

$$qE = qv_0 B \quad (10)$$

注意到(3)式, 可得电子射入平行板电容器的速度

$$v_0 = \frac{U}{Bd} \quad (11)$$

代人(9)式得

$$\frac{q}{m} = \frac{U}{B^2 l L d} y \quad (12)$$

代入有关数据求得

$$\frac{q}{m} = 1.6 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (13)$$

评分标准:

本题15分。(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7)、(8)式各1分,(10)式3分,(12)、(13)式各2分。

四、如图所示,圆为地球赤道, S 为卫星所在处,用 R 表示卫星运动轨道的半径。由万有引力定律、牛顿运动定律和卫星周期 T (亦即地球自转周期)可得

$$G \frac{Mm}{R^2} = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (1)$$

式中 M 为地球质量, G 为万有引力常量, m 为卫星质量
另有

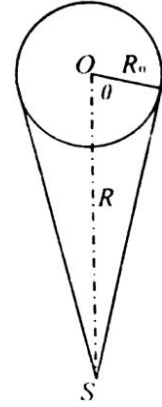
$$GM = R_0^2 g \quad (2)$$

由图可知

$$R \cos \theta = R_0 \quad (3)$$

由以上各式可解得

$$\theta = \arccos \left(\frac{4\pi^2 R_0}{T^2 g} \right)^{1/3} \quad (4)$$



取 $T=23$ 小时 56 分 4 秒(或近似取 $T=24$ 小时),代入数值,可得

$$\theta = 81.3^\circ \quad (5)$$

由此可知,卫星的定位范围在东经 $135.0^\circ - 81.3^\circ = 53.7^\circ$ 到 $75.0^\circ + 81.3^\circ = 156.3^\circ$ 之间的上空。

评分标准:

本题15分。(1)、(2)、(3)式各2分,(4)、(5)式共2分,得出最后结论再给7分。

五、用 E 和 I 分别表示 $abcd$ 回路的感应电动势和感应电流的大小,根据法拉第电磁感应定律和欧姆定律可知

$$E = Bl(v_2 - v_1) \quad (1)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} \quad (2)$$

令 F 表示磁场对每根杆的安培力的大小,则

$$F = IBl \quad (3)$$

令 a_1 和 a_2 分别表示 ab 杆 cd 杆和物体 M 加速度的大小, T 表示绳中张力的大小,由牛顿定律可知

$$F = ma_1 \quad (4)$$

$$Mg - T = ma_2 \quad (5)$$

$$T - F = ma_2 \quad (6)$$

由以上各式解得

$$a_1 = \frac{B^2 l^2 (v_2 - v_1)}{2Rm} \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{2MgR - B^2 l^2 (v_2 - v_1)}{2(M + m)R} \quad (8)$$

评分标准:

本题15分。(1)式3分,(2)式2分,(3)式3分,(4)、(5)、(6)式各1分,(7)、(8)式各2分。

六、把酒杯放平，分析成像问题。

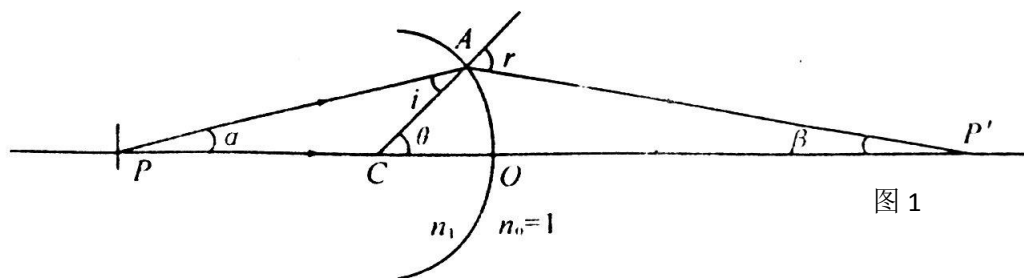


图 1

1. 未斟酒时，杯底凸球面的两侧介质的折射率分别为 n_1 和 $n_0=1$ 。在图1中， P 为画片中心，由 P 发出经过球心 C 的光线 PO 经过顶点不变方向进入空气中；由 P 发出的与 PO 成 α 角的另一光线 PA 在 A 处折射。设 A 处入射角为 i ，折射角为 r ，半径 CA 与 PO 的夹角为 θ ，由折射定律和几何关系可得

$$n_1 \sin i = n_0 \sin r \quad (1)$$

$$\theta = i + \alpha \quad (2)$$

在 $\triangle PAC$ 中，由正弦定理，有

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{PC}{\sin i} \quad (3)$$

考虑近轴光线成像， α 、 i 、 r 都是小角度，则有

$$r = \frac{n_1}{n_0} i \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{R}{PC} i \quad (5)$$

由(2)、(4)、(5)式、 n_0 、 n_1 、 R 的数值及 $\overline{PC} = \overline{PO} - \overline{CO} = 4.8 \text{ cm}$ 可得

$$\theta = 1.31i \quad (6)$$

$$r = 1.56i \quad (7)$$

由(6)、(7)式有

$$r > \theta \quad (8)$$

由上式及图1可知，折射线将与 PO 延长线相交于 P' ， P' 即为 P 点的实像。画面将成实像于 P' 处。

在 $\triangle CAP'$ 中，由正弦定理有

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{CP'}{\sin r} \quad (9)$$

又有 $r = \theta + \beta$

$$(10)$$

考虑到是近轴光线，由(9)、(10)式可得

$$\overline{CP'} = \frac{r}{r - \theta} R \quad (11)$$

又有

$$\overline{OP'} = \overline{CP'} - R \quad (12)$$

由以上各式并代入数据，可得

$$\overline{OP'} = 7.9 \text{ cm} \quad (13)$$

由此可见，未斟酒时，画片上景物所成实像在杯口距O点7.9 cm处。已知O到杯口平面的距离为8.0cm，当人眼在杯口处向杯底方向观看时，该实像离人眼太近，所以看不出画片上的景物。

2. 斟酒后，杯底凸球面两侧介质分别为玻璃和酒，折射率分别为 n_1 和 n_2 ，如图2所示，考虑到近轴光线有

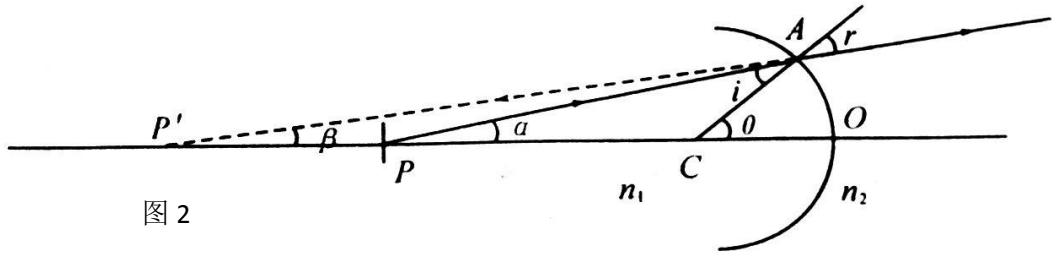


图 2

$$r = \frac{n_1}{n_2} i \quad (14)$$

代入 n_1 和 n_2 的值，可得

$$r = 1.16i \quad (15)$$

与(6)式比较，可知

$$r < \theta \quad (16)$$

由上式及图2可知，折射线将与OP延长线相交于 P' ， P' 即为P点的虚像。画面将成虚像于 P' 处。计算可得

$$\overline{CP'} = \frac{r}{\theta - r} R \quad (17)$$

又有

$$\overline{OP'} = \overline{CP'} + R \quad (18)$$

由以上各式并代入数据得

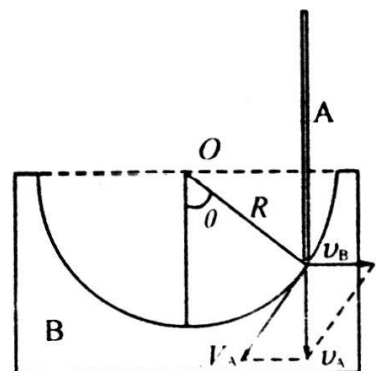
$$\overline{OP'} = 13 \text{ cm} \quad (19)$$

由此可见，斟酒后画片上景物成虚像于 P' 处，距O点13cm。即距杯口21 cm。虽然该虚像还要因酒液平表面的折射而向杯口处拉近一定距离，但仍然离杯口处足够远，所以人眼在杯口处向杯底方向观看时，可以看到画片上景物的虚像。

评分标准：

本题15分。求得(13)式给5分，说明“看不出”再给2分；求出(19)式，给5分，说明“看到”再给3分。

七、由题设条件知，若从地面参考系观测，则任何时刻，A沿竖直方向运动，设其速度为 v_A ，B沿水平方向运动，设其速度为 v_B ，若以B为参考系，从B观测，则A杆保持在竖直方向，它与碗的接触点在碗面内作半径为R的圆周运动，速度的方向与圆周



相切，设其速度为 V_A 。杆相对地面的速度是杆相对碗的速度与碗相对地面的速度的合速度，速度合成的矢量图如图中的平行四边形所示。由图得

$$V_A \sin \theta = v_A \quad (1)$$

$$V_A \cos \theta = v_B \quad (2)$$

因而

$$v_B = v_A \cot \theta \quad (3)$$

由能量守恒

$$m_A g R \cos \theta = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad (4)$$

由(3)、(4)两式及 $m_B = 2m_A$ 得

$$v_A = \sin \theta \sqrt{\frac{2gR \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta}} \quad (5)$$

$$v_B = \cos \theta \sqrt{\frac{2gR \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta}} \quad (6)$$

评分标准：

本题(15)分。(1)、(2)式各3分，(4)式5分，(5)、(6)两式各2分。

八、设 B 、 C 右方无穷组合电路的等效电阻为 R_{BC} ，则题图中通有电流的电路可以简化为图1中的电路。 B 、 C 右方的电路又可简化为图2的电路，其中 $R_{B'C'}$ 是虚线右方电路的等效电阻。

由于 B' 、 C' 右方的电路与 B 、 C 右方的电路结构相同，而且都是无穷组合电路，故有

$$R_{BC} = R_{B'C'} \quad (1)$$

由电阻串、并联公式可得

$$R_{BC} = 1 + \frac{2R_{B'C'}}{2 + R_{B'C'}} \quad (2)$$

由式(1)、(2)两式得

$$R_{BC}^2 - R_{BC} - 2 = 0$$

解得

$$R_{BC} = 2.0 \Omega \quad (3)$$

图1所示回路中的电流为

$$I = \frac{20 + 10 - 24}{10 + 30 + 18 + 2} \text{A} = 0.10 \text{A} \quad (4)$$

电流沿顺时针方向。

设电路中三个电容器的电容分别为 C_1 、 C_2 和 C_3 ，各电容器极板上的电荷分别为 Q_1 、 Q_2 和 Q_3 ，极性如图3所示。由于电荷守恒，在虚线框内，三个极板上电荷的代数和应为零，即

$$Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0 \quad (5)$$

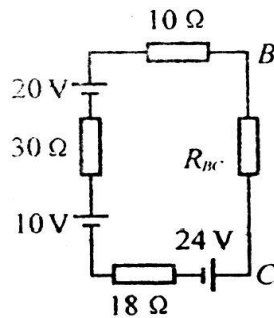


图1

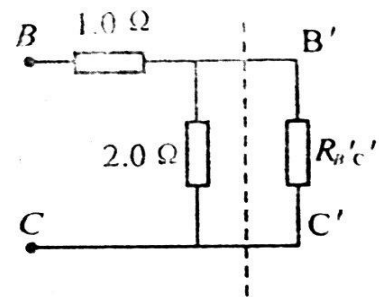


图2

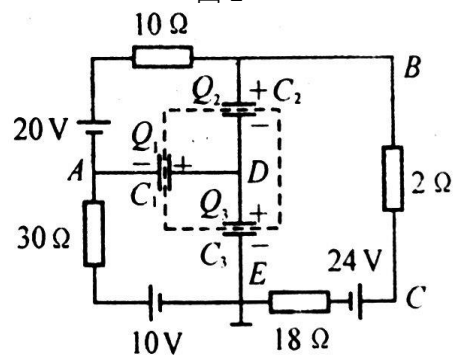


图3

A、E两点间的电势差

$$U_A - U_E = -\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} \quad (6)$$

又有

$$U_A - U_E = (10 - 30 \times 0.10) \text{V} = 7.0 \text{V} \quad (7)$$

B、E两点间的电势差

$$U_B - U_E = \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} \quad (8)$$

又有

$$U_B - U_E = (24 + 20 \times 0.10) \text{V} = 26 \text{V} \quad (9)$$

根据(5)、(6)、(7)、(8)、(9)式并代入 C_1 、 C_2 和 C_3 之值后可得

$$Q_3 = 1.3 \times 10^{-4} \text{C} \quad (10)$$

即电容器 C_3 与E点相接的极板带负电，电荷量为 $1.3 \times 10^{-4} \text{C}$ 。

评分标准：

本题17分。求得(3)式给3分，(4)式1分，(5)、(6)、(7)、(8)、(9)、(10)式各2分，指出所考察的极板上的电荷是负电荷再给1分。

九、设从烧断线到砝码1与弹簧分离经历的时间为 Δt ，在这段时间内，各砝码和砝码托盘的受力情况如图1所示：图中， F 表示 Δt 时间内任意时刻弹簧的弹力， T 表示该时刻跨过滑轮组的轻绳中的张力， mg 为重力， T_0 为悬挂托盘的绳的拉力。因D的质量忽略不计，有 $T_0 = 2T$ (1)

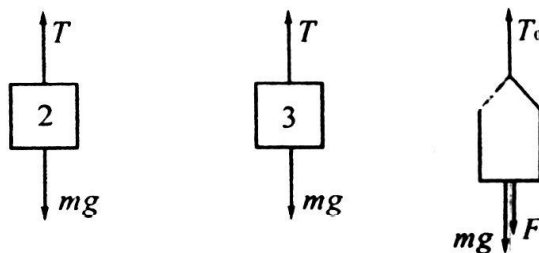


图 1

在时间 Δt 内任一时刻，法码1向上运动，托盘向下运动，砝码2、3则向上升起，但砝码2、3与托盘速度的大小是相同的。设在砝码1与弹簧分离的时刻，砝码1的速度大小为 v_1 ，砝码2、3与托盘速度的大小都是 v_2 ，由动量定理，有

$$I_F - I_{mg} = mv_1 \quad (2)$$

$$I_T - I_{mg} = mv_2 \quad (3)$$

$$I_T - I_{mg} = mv_2 \quad (4)$$

$$I_F + I_{mg} - I_{T_0} = mv_2 \quad (5)$$

式中 I_F 、 I_{mg} 、 I_T 、 I_{T_0} 分别代表力 F 、 mg 、 T 、 T_0 在 Δt 时间内冲量的大小。注意到式(1)，有 $I_{T_0} = 2I_T$ (6)

由(2)、(3)、(4)、(5)、(6)各式得

$$v_2 = \frac{1}{3}v_1 \quad (7)$$

在弹簧伸长过程中，弹簧的上端与砝码1一起向上运动，下端与托盘一起向下运动。以

Δl_1 表示在 Δt 时间内弹簧上端向上运动的距离， Δl_2 表示其下端向下运动的距离。由于在弹簧伸长过程中任意时刻，托盘的速度都为砝码1的速度的1/3，故有

$$\Delta l_2 = \frac{1}{3} \Delta l_1 \quad (8)$$

另有

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = l_0 \quad (9)$$

在弹簧伸长过程中，机械能守恒，弹簧弹性势能的减少等于系统动能和重力势能的增加，即有

$$\frac{1}{2} k l_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 3 \times \frac{1}{2} m v_2^2 + m g \Delta l_1 - m g \Delta l_2 + 2 m g \Delta l_2 \quad (10)$$

由(7)、(8)、(9)、(10)式得

$$v_1^2 = \frac{3}{2m} \left(\frac{1}{2} k l_0^2 - m g l_0 \right) \quad (11)$$

砝码1与弹簧分开后，砝码作上抛运动，上升到最大高度经历时间为 t_1 ，有

$$v_1 = g t_1 \quad (12)$$

砝码2、3和托盘的受力情况如图2所示，以 a 表示加速度的大小，有

$$m g - T = m a \quad (13)$$

$$m g - T = m a \quad (14)$$

$$T_0 - m g = m a \quad (15)$$

$$T_0 = 2T \quad (16)$$

由(14)、(15)和(16)式得

$$a = \frac{1}{3} g \quad (17)$$

托盘的加速度向上，初速度 v_2 向下，设经历时间 t_2 ，托盘速度变为零，有

$$v_2 = a t_2 \quad (18)$$

由(7)、(12)、(17)和(18)式，得

$$t_1 = t_2 = \frac{v_1}{g} \quad (19)$$

即砝码1自与弹簧分离到速度为零经历的时间与托盘自分离到速度为零经历的时间相等。由对称性可知，当砝码回到分离位置时，托盘亦回到分离位置，即再经历 t_1 ，砝码与弹簧相遇。题中要求的时间

$$t_{\text{总}} = 2t_1 \quad (20)$$

由(11)、(12)、(20)式得

$$t_{\text{总}} = \frac{2}{g} \sqrt{\frac{3}{2m} \left(\frac{1}{2} k l_0^2 - m g l_0 \right)}$$

评分标准：

本题18分。求得(7)式给5分，求得(11)式给5分，(17)、(19)、(20)、(21)式各2分。

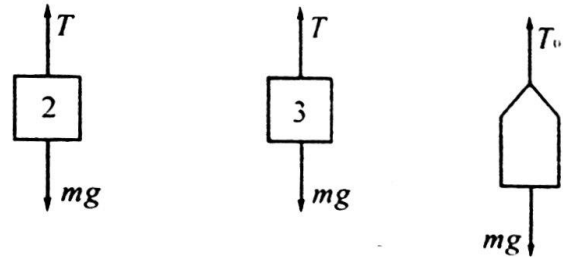


图 2

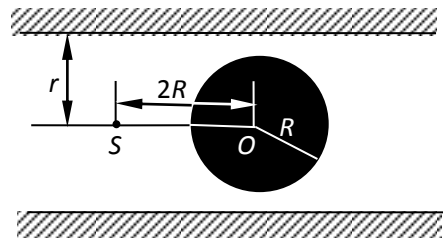
第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1. 在 2004 年 6 月 10 日联合国大会第 58 次会议上，鼓掌通过一项决议。决议摘录如下：
联合国大会，
承认物理学为了解自然界提供了重要基础，
注意到物理学及其应用是当今众多技术进步的基石，
确信物理教育提供了建设人类发展所必需的科学技术基础设施的工具，
意识到 2005 年是爱因斯坦科学发现一百周年，这些发现为现代物理学奠定了基础，
i.；
ii.；
iii. 宣告 2005 年为年。
2. 爱因斯坦在现代物理学领域作出了很多重要贡献，试举出其中两项：

；.

二、(17 分) 现有一个弹簧测力计 (可随便找地方悬挂)，一把匀质的长为 l 的有刻度、零点位于端点的直尺，一个木块及质量不计的细线。试用这些器件设计一实验装置 (要求画出示意图)，通过一次测量 (弹簧测力计只准读一次数)，求出木块的质量和尺的质量。(已知重力加速度为 g)

三、(18 分) 内表面只反射而不吸收光的圆筒内有一半径为 R 的黑球，距球心为 $2R$ 处有一点光源 S ，球心 O 和光源 S 皆在圆筒轴线上，如图所示。若使点光源向右半边发出的光最后全被黑球吸收，则筒的内半径 r 最大为多少？



四、(20 分) 处在激发态的氢原子向能量较低的状态跃迁时会发出一系列不同频率的光，称为氢光谱。氢光谱线的波长 可以用下面的巴耳末—里德伯公式来表示

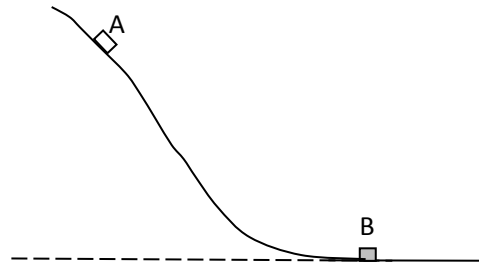
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

n, k 分别表示氢原子跃迁前后所处状态的量子数。 $k=1,2,3,\dots$ ，对于每一个 k ，有 $n=k+1, k+2, k+3,\dots$ ， R 称为里德伯常量，是一个已知量。对于 $k=1$ 的一系列谱线其波

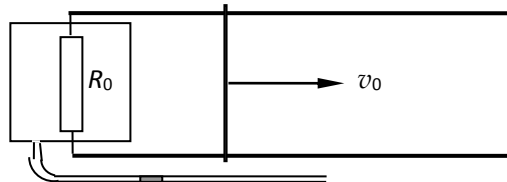
长处在于紫外线区，称为赖曼系； $k=2$ 的一系列谱线其波长处在可见光区，称为巴耳末系。

用氢原子发出的光照射某种金属进行光电效应实验，当用赖曼系波长最长的光照射时，遏止电压的大小为 U_1 ，当用巴耳末系波长最短的光照射时，遏止电压的大小为 U_2 。已知电子电量的大小为 e ，真空中的光速为 c ，试求：普朗克常量和该种金属的逸出功。

五、(25 分) 一质量为 m 的小滑块 A 沿斜坡由静止开始下滑，与一质量为 km 的静止在水平地面上的小滑块 B 发生正碰撞，如图所示。设碰撞是弹性的，且一切摩擦不计。为使二者能且只能发生两次碰撞，则 k 的值应满足什么条件？

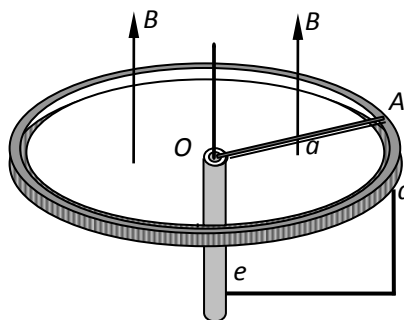


六、(25 分) 如图所示，两根位于同一水平面内的平行的直长金属导轨，处于恒定磁场中，磁场方向与导轨所在平面垂直。一质量为 m 的均匀导体细杆，放在导轨上，并与导轨垂直，可沿导轨无摩擦地滑动，细杆与导轨的电阻均可忽略不计。导轨的左端与一根阻值为 R_0 的电阻丝相连，电阻丝置于一绝热容器中，电阻丝的热容量不计。容器与一水平放置的开口细管相通，细管内有一截面为 S 的小液柱（质量不计），液柱将 1mol 气体（可视为理想气体）封闭在容器中。已知温度升高 1K 时，该气体的内能的增加量为 $5R/2$ (R 为普适气体常量)，大气压强为 p_0 ，现令细杆沿导轨方向以初速 v_0 向右运动，试求达到平衡时细管中液柱的位移。



九、(30分) 如图所示, 水平放置的金属细圆环半径为 a , 竖直放置的金属细圆柱 (其半径比 a 小得多) 的端面与金属圆环的上表面在同一平面内, 圆柱的细轴通过圆环的中心 O . 一质量为 m , 电阻为 R 的均匀导体细棒被圆环和细圆柱端面支撑, 棒的一端有一小孔套在细轴 O 上, 另一端 A 可绕轴线沿圆环作圆周运动, 棒与圆环的摩擦系数为 μ . 圆环处于磁感应强度大小为 $B = Kr$ 、方向竖直向上的恒定磁场中, 式中 K 为大于零的常量, r 为场点到轴线的距离. 金属细圆柱与圆环用导线 ed 连接. 不计棒与轴及与细圆柱端面的摩擦, 也不计细圆柱、圆环及导线的电阻和感应电流产生的磁场. 问沿垂直于棒的方向以多大的水平外力作用于棒的 A 端才能使棒以角速度 ω 匀速转动.

注: $(x + \Delta x)^3 = x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$



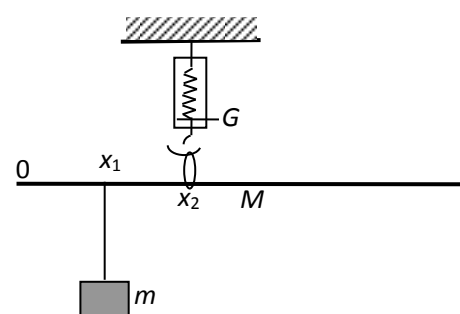
第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 答案及评分标准

一、

国际物理（或世界物理）. 相对论；光的量子性

评分标准：本题 10 分. 第 1 小问 4 分. 第 2 小问 6 分（填写任意两项爱因斯坦的成果只要正确都给 6 分）.

二、找个地方把弹簧测力计悬挂好，取一段细线做成一环，挂在弹簧测力计的挂钩上，让直尺穿在细环中，环与直尺的接触点就是直尺的悬挂点，它将尺分为长短不等的两段. 用细线栓住木块挂在直尺较短的一段上，细心调节直尺悬挂点及木块悬挂点的位置，使直尺平衡在水平位置（为提高测量精度，尽量使二悬挂点相距远些），如图所示. 设木块质量为 m ，直尺质量为 M . 记下二悬挂点在直尺上的读数 x_1 、 x_2 ，弹簧测力计读数 G . 由平衡条件和图中所设的直尺零刻度线的位置有



$$(m + M)g = G \quad (1)$$

$$mg(x_2 - x_1) = Mg\left(\frac{l}{2} - x_2\right) \quad (2)$$

(1)、(2)式联立可得

$$m = \frac{G(l - 2x_2)}{g(l - 2x_1)} \quad (3)$$

$$M = \frac{2G(x_2 - x_1)}{g(l - 2x_1)} \quad (4)$$

评分标准：本题 17 分.

正确画出装置示意图给 5 分. (1) 式、(2) 式各 4 分，(3) 式、(4) 式各 2 分.

三、

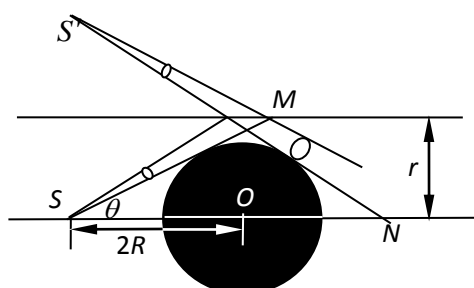


图 1

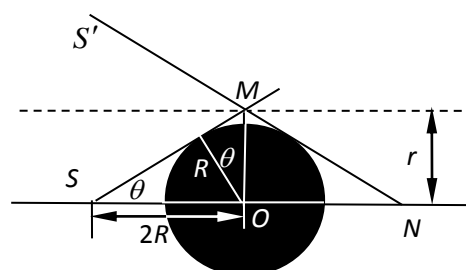


图 2

自 S 作球的切线 S' ，并画出 S 经管壁反射形成的虚像点 S' ，及由 S' 画出球面的切线 S''

N ，如图 1 所示，由图可看出，只要 $S'M$ 和 $S'N$ 之间有一夹角，则筒壁对从 S 向右的光线的反射光线就有一部分进入球的右方，不会完全落在球上被吸收。

由图可看出，如果 r 的大小恰能使 $S'N$ 与 $S'M$ 重合，如图 2，则 r 就是题所要求的筒的内半径的最大值。这时 SM 与 MN 的交点到球心的距离 MO 就是所要求的筒的半径 r 。由图 2 可得

$$r = \frac{R}{\cos\theta} = \frac{R}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} \quad (1)$$

由几何关系可知

$$\sin\theta = (R/2R) \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得

$$r = \frac{2\sqrt{3}}{3}R \quad (3)$$

评分标准：本题 18 分。

给出必要的说明占 8 分，求出 r 占 10 分。

四、由巴耳末—里德伯公式

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

可知赖曼系波长最长的光是氢原子由 $n=2 \rightarrow k=1$ 跃迁时发出的，其波长的倒数

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{3R}{4} \quad (1)$$

对应的光子能量为

$$E_{12} = hc \frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{3Rhc}{4} \quad (2)$$

式中 h 为普朗克常量。巴耳末系波长最短的光是氢原子由 $n=\infty \rightarrow k=2$ 跃迁时发出的，其波长的倒数

$$\frac{1}{\lambda_{2\infty}} = \frac{R}{4} \quad (3)$$

对应的光子能量

$$E_{2\infty} = \frac{Rhc}{4} \quad (4)$$

用 A 表示该金属的逸出功，则 eU_1 和 eU_2 分别为光电子的最大初动能。由爱因斯坦光电效应方程得

$$\frac{3Rhc}{4} = eU_1 + A \quad (5)$$

$$\frac{Rhc}{4} = eU_2 + A \quad (6)$$

解得

$$A = \frac{e}{2}(U_1 - 3U_2) \quad (7)$$

$$h = \frac{2e(U_1 - U_2)}{Rc} \quad (8)$$

评分标准：本题 20 分。

(1)式 3 分，(2)式 2 分，(3)式 3 分，(4)式 2 分，(5)、(6)式各 3 分，(7)、(8)式各 2 分。

五、设 A 与 B 碰撞前 A 的速度为 v_0 ，碰后 A 与 B 的速度分别为 v_1 与 V_1 ，由动量守恒及机械能守恒定律有

$$mv_0 = mv_1 + kmV_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmV_1^2 \quad (2)$$

由此解得

$$v_1 = \frac{-(k-1)}{k+1}v_0 \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{2}{k+1}v_0 \quad (4)$$

为使 A 能回到坡上，要求 $v_1 < 0$ ，这导致 $k > 1$ ；为使 A 从坡上滑下后再能追上 B，应有 $-v_1 > V_1$ ，即 $(k-1) > 2$ ，这导致 $k > 3$ ，于是，为使第二次碰撞能发生，要求

$$k > 3 \quad (5)$$

对于第二次碰撞，令 v_2 和 V_2 分别表示碰后 A 和 B 的速度，同样由动量守恒及机械能守恒定律有：

$$m(-v_1) + kmV_1 = mv_2 + kmV_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmV_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kmV_2^2$$

由此解得

$$v_2 = \frac{4k - (k-1)^2}{(k+1)^2}v_0 \quad (6)$$

$$V_2 = \frac{4(k-1)}{(k+1)^2}v_0 \quad (7)$$

若 $v_2 > 0$, 则一定不会发生第三次碰撞, 若 $v_2 < 0$, 且 $-v_2 > V_2$, 则会发生第三次碰撞. 故为使第三次碰撞不会发生, 要求 A 第三次从坡上滑下后速度的大小 ($-v_2$) 不大于 B 速度的大小 V_2 , 即

$$-v_2 \leq V_2 \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$k^2 - 10k + 5 \leq 0 \quad (9)$$

由

$$k^2 - 10k + 5 = 0$$

可求得

$$k = \frac{10 \pm \sqrt{80}}{2} = 5 \pm 2\sqrt{5}$$

(9)式的解为

$$5 - 2\sqrt{5} \leq k \leq 5 + 2\sqrt{5} \quad (10)$$

(10)与(5)的交集即为所求:

$$3 < k \leq 5 + 2\sqrt{5} \quad (11)$$

评分标准: 本题 25 分.

求得(3)、(4)式各得 3 分, 求得(5)式得 4 分, 求得(6)、(7)、(8)、(10)和(11)式各得 3 分.

六、导体细杆运动时, 切割磁感应线, 在回路中产生感应电动势与感应电流, 细杆将受到安培力的作用, 安培力的方向与细杆的运动方向相反, 使细杆减速, 随着速度的减小, 感应电流和安培力也减小, 最后杆将停止运动, 感应电流消失. 在运动过程中, 电阻丝上产生的焦耳热, 全部被容器中的气体吸收.

根据能量守恒定律可知, 杆从 v_0 减速至停止运动的过程中, 电阻丝上的焦耳热 Q 应等于杆的初动能, 即

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1)$$

容器中的气体吸收此热量后, 设其温度升高 T , 则内能的增加量为

$$\Delta U = \frac{5}{2}R\Delta T \quad (2)$$

在温度升高 T 的同时, 气体体积膨胀, 推动液柱克服大气压力做功. 设液柱的位移为 Δl , 则气体对外做功

$$A = p_0 S \Delta l \quad (3)$$

$S\Delta l$ 就是气体体积的膨胀量

$$\Delta V = S\Delta l \quad (4)$$

由理想气体状态方程 $pV = RT$, 注意到气体的压强始终等于大气压 p_0 , 故有

$$p_0 \Delta V = R \Delta T \quad (5)$$

由热力学第一定律

$$Q = A + \Delta U \quad (6)$$

由以上各式可解得

$$\Delta l = \frac{mv_0^2}{7p_0 S} \quad (7)$$

评分标准：本题 25 分.

(1) 式 6 分，(2) 式 4 分，(3)、(4)、(5) 式各 2 分，(6) 式 5 分，(7) 式 4 分.

七、由电容 C' 、 C'' 组成的串联电路的等效电容

$$C_{\text{串}} = \frac{C' C''}{C' + C''}$$

由电容 C' 、 C'' 组成的并联电路的等效电容

$$C_{\text{并}} = C' + C''$$

利用此二公式可求得图示的 4 个混联电路 A、B 间的等效电容 C_a 、 C_b 、 C_c 、 C_d 分别为

$$C_a = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1 + C_2} > C_3 \quad (1)$$

$$C_b = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} + C_2 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1 + C_3} > C_2 \quad (2)$$

$$C_c = \frac{(C_1 + C_2) C_3}{(C_1 + C_2) + C_3} = \frac{C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} < C_3 \quad (3)$$

$$C_d = \frac{(C_1 + C_3) C_2}{(C_1 + C_3) + C_2} = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} < C_2 \quad (4)$$

由 (1)、(3) 式可知

$$C_a \neq C_c \quad (5)$$

由 (2)、(4) 式可知

$$C_b \neq C_d \quad (6)$$

由 (1)、(2) 式可知

$$C_a \neq C_b \quad (7)$$

由 (3)、(4) 式可知

$$C_c \neq C_d \quad (8)$$

若 $C_a = C_d$ ，由 (1)、(4) 式可得

$$C_1^2 + 2C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3 = 0$$

因为 C_1 、 C_2 和 C_3 均大于 0，上式不可能成立，因此

$$C_a \neq C_d \quad (9)$$

若 $C_b = C_c$ ，由 (2)、(3) 式可得

$$C_1^2 + 2C_1C_3 + C_1C_2 + C_2C_3 = 0$$

因为 C_1 、 C_2 和 C_3 均大于 0，上式不可能成立，因此

$$C_b \neq C_c \quad (10)$$

综合以上分析，可知这四个混联电路的等效电容没有一对是相等的。

评分标准：本题 25 分。

(1)、(2)、(3)、(4) 式各 4 分，得到 (5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分，得到 (9)、(10) 式共 5 分。

八、如图所示，用 v_b 表示 a 转过 α 角时 b 球速度的大小， v 表示此时立方体速度的大小，则有

$$v_b \cos \alpha = v \quad (1)$$

由于 b 与正立方体的接触是光滑的，相互作用力总是沿水平方向，而且两者在水平方向的位移相同，因此相互作用的作用力和反作用力做功大小相同，符号相反，做功的总和为 0。因此在整个过程中推力 F 所做的功应等于球 a 、 b 和正立方体机械能的增量。现用 v_a 表示此时 a 球速度的大小，因为 a 、 b 角

速度相同， $Oa = \frac{1}{4}l$ ， $Ob = \frac{3}{4}l$ ，所以得

$$v_a = \frac{1}{3}v_b \quad (2)$$

根据功能原理可知

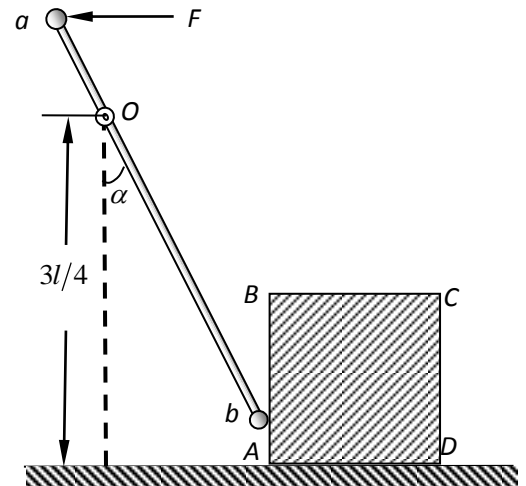
$$F \cdot \frac{l}{4} \sin \alpha = \frac{1}{2}m_a v_a^2 - m_a g \left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2}m_b v_b^2 + m_b g \left(\frac{3l}{4} - \frac{3l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

将 (1)、(2) 式代入可得

$$F \cdot \frac{l}{4} \sin \alpha = \frac{1}{2}m_a \left(\frac{1}{3}v_b \right)^2 - m_a g \left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2}m_b v_b^2 + m_b g \left(\frac{3l}{4} - \frac{3l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2}m(v_b \cos \alpha)^2$$

解得

$$v_b = \sqrt{\frac{9l[F \sin \alpha + (m_a - 3m_b)g(1 - \cos \alpha)]}{2m_a + 18m_b + 18m \cos^2 \alpha}} \quad (4)$$



评分标准：本题 30 分。

(1) 式 7 分，(2) 式 5 分，(3) 式 15 分，(4) 式 3 分。

九、将整个导体棒分割成 n 个小线元，小线元端到轴线的距离分别为 $r_0(=0)$, r_1 , r_2 , \dots , r_{i-1} , r_i , \dots , r_{n-1} , $r_n(=a)$ ，第 i 个线元的长度为 $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$ ，当 Δr_i 很小时，可以认为该线元上各点的速度都为 $v_i = \omega r_i$ ，该线元因切割磁感应线而产生的电动势为

$$\Delta E_i = Bv_i \Delta r_i = Kr_i \omega r_i \Delta r_i = K\omega r_i^2 \Delta r_i \quad (1)$$

整个棒上的电动势为

$$E = \sum_{i=1}^n \Delta E_i = K\omega \sum_{i=1}^n r_i^2 \Delta r_i \quad (2)$$

由 $(r + \Delta r)^3 = r^3 + 3r^2 \Delta r + 3r(\Delta r)^2 + (\Delta r)^3$,

略去高阶小量 $(\Delta r)^2$ 及 $(\Delta r)^3$ ，可得

$$r^2 \Delta r = \frac{1}{3} [(r + \Delta r)^3 - r^3]$$

代入(2)式，得

$$E = \frac{1}{3} K\omega \sum_{i=1}^n (r_i^3 - r_{i-1}^3) = \frac{1}{3} K\omega [(r_1^3 - r_0^3) + (r_2^3 - r_1^3) + \dots + (r_n^3 - r_{n-1}^3)] = \frac{1}{3} K\omega a^3 \quad (3)$$

由全电路欧姆定律，导体棒通过的电流为

$$I = \frac{E}{R} = \frac{K\omega a^3}{3R} \quad (4)$$

导体棒受到的安培力方向与棒的运动方向相反。

第 i 个线元 Δr_i 受到的安培力为

$$\Delta f_{Ai} = BI \Delta r_i = Kr_i I \Delta r_i \quad (5)$$

作用于该线元的安培力对轴线的力矩

$$\Delta M_i = \Delta f_{Ai} \cdot r_i = KI r_i^2 \Delta r_i$$

作用于棒上各线元的安培力对轴线的总力矩为

$$M = \sum_{i=1}^n \Delta M_i = KI \sum_{i=1}^n r_i^2 \Delta r_i = \frac{1}{3} KI \sum_{i=1}^n (r_i^3 - r_{i-1}^3) = \frac{1}{3} KI a^3$$

即

$$M = \frac{K^2 \omega a^6}{9R} \quad (6)$$

因棒 A 端对导体圆环的正压力为 $\frac{1}{2} mg$ ，所以摩擦力为 $\frac{1}{2} \mu mg$ ，对轴的摩擦力矩为

$$M_{\mu} = \frac{1}{2} \mu m g a \quad (7)$$

其方向与安培力矩相同，均为阻力矩。为使棒在水平面内作匀角速转动，要求棒对于 O 轴所受的合力矩为零，即外力矩与阻力矩相等，设在 A 点施加垂直于棒的外力为 f ，则有

$$f a = M + M_{\mu} \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$f = \frac{K^2 \omega a^5}{9R} + \frac{1}{2} \mu m g \quad (9)$$

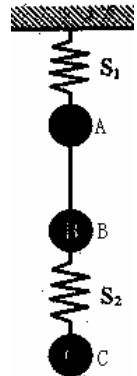
评分标准：本题 30 分。

求得(3)式得 10 分，(4)式 2 分；求得(6)式得 8 分，(7)式 4 分，(8)式 4 分，(9)式 2 分。

第 23 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

一、(20 分, 每小题 10 分)

1、如图所示, 弹簧 S_1 的上端固定在天花板上, 下端连一小球 A, 球 A 与球 B 之间用线相连。球 B 与球 C 之间用弹簧 S_2 相连。A、B、C 的质量分别为 m_A 、 m_B 、 m_C , 弹簧与线的质量均可不计, 开始时它们都处在静止状态, 现将 A、B 间的线突然剪断, 求线刚剪断时 A、B、C 的加速度。

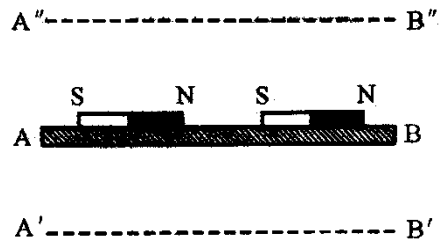


2、两个相同的条形磁铁, 放在平板 AB 上, 磁铁的 N、S 极如图所示, 开始时平板及磁铁皆处于水平位置, 且静止不动。

(1) 现将 AB 突然竖直向下平移 (磁铁与平板间始终相互接触), 并使之停在 A'B' 处, 结果发现两个条形磁铁碰在一起。

(2) 如果将 AB 从原位置突然竖直向上平移, 并使之停在 A''B'' 位置处, 结果发现两条形磁铁也碰在一起。

试定性地解释上述现象。



二、(20 分, 第 1 小题 12 分, 第 2 小题 8 分)

1、老爷爷的眼睛是老花眼。

(1) 一物体 P 放在明视距离处, 老爷爷看不清楚, 试在示意图 1 中画出此时 P 通过眼睛成像的光路示意图。

(2) 戴了一副 300 度的老花镜后, 老爷爷就能看清楚放在明视距离处的物体 P, 试在示意图 2 中画出 P 通过老花镜和眼睛成像的光路示意图。

(3) 300 度的老花镜的焦距 $f = \underline{\hspace{2cm}}$ m。

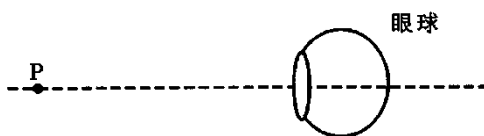


图 1

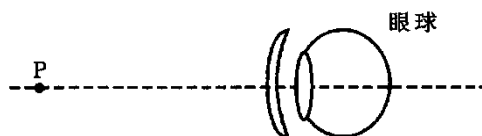


图 2

2、有两个凸透镜，它们的焦距分别为 f_1 和 f_2 ，还有两个凹透镜，它们的焦距分别为 f_3 和 f_4 ，已知 $f_1 > f_2 > |f_3| > |f_4|$ ，如果要在这四个透镜中选取两个透镜，组成一架最简单的单筒望远镜，要求能看到放大倍数尽可能大的正立的像，则应选焦距为_____的透镜作为物镜，应选焦距为_____的透镜作为目镜。

三、(20分，第1小题12分，第2小题8分)

1、如图所示，电荷量为 q_1 的正点电荷固定在坐标原点 O 处，电荷量为 q_2 的正点电荷固定在 x 轴上，两电荷相距 l ，已知 $q_2 = 2q_1$ 。

(1) 求在 x 轴上场强为零的 P 点的坐标。

(2) 若把一电荷量为 q_0 的点电荷放在 P 点，试讨论它的稳定性(只考虑 q_0 被限制在沿 x 轴运动和被限制在沿垂直于 x 轴方向运动这两种情况)。

2、有一静电场，其电势 U 随坐标 x 的改变而变化，变化的图线如图1所示，试在图2中画出该静电场的场强 E 随 x 变化的图线(设场强沿 x 轴正方向时取正值，场强沿 x 轴负方向时取负值)。

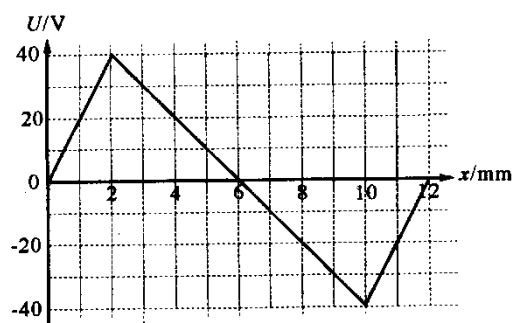
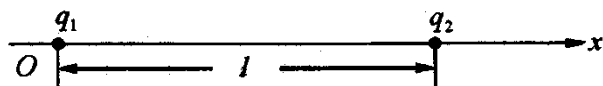


图1

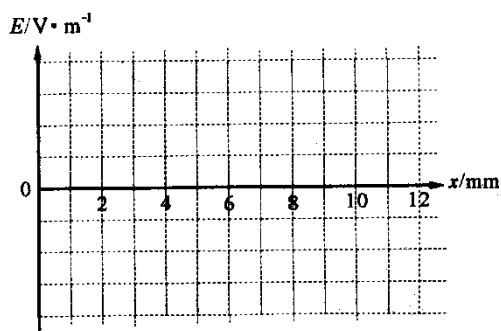
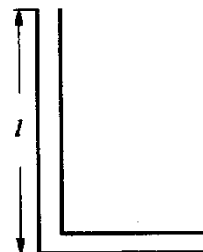


图2

四、(20分) 一根长为 L (以厘米为单位) 的粗细均匀的、可弯曲的细管, 一端封闭, 一端开口, 处在大气中。大气的压强与 H 厘米高的水银柱产生的压强相等, 已知管长 $L > H$ 。现把细管弯成 L 形, 如图所示, 假定细管被弯曲时, 管长和管的内径都不发生变化。可以把水银从管口徐徐注入细管而不让细管中的气体泄出。当细管弯成 L 形时, 以 l 表示其竖直段的长度, 问 l 取值满足什么条件时, 注入细管的水银量为最大值? 给出你的论证并求出水银量的最大值 (用水银柱的长度表示)。

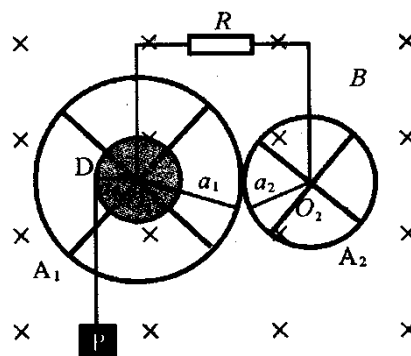


五、(20分) 一对正、负电子可形成一种寿命比较短的称为电子偶素的新粒子。电子偶素中的正电子与负电子都以速率 v 绕它们连线的中点做圆周运动, 假定玻尔关于氢原子的理论可用于电子偶素, 电子的质量 m 、速率 v 和正、负电子间的距离 r 的乘积也满足量子化条件, 即

$$mrv = n \frac{h}{2\pi}$$

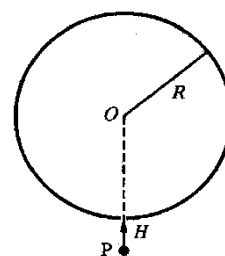
式中 n 称为量子数, 可取整数值 $1, 2, 3, \dots$; h 为普朗克常量, 试求电子偶素处在各定态时的 r 和能量以及第一激发态与基态能量之差。

六、(25分) 如图所示, 两个金属轮 A_1 、 A_2 , 可绕通过各自中心并与轮面垂直的固定的光滑金属细轴 O_1 和 O_2 转动, O_1 和 O_2 相互平行, 水平放置, 每个金属轮由四根金属辐条和金属环组成, A_1 轮的辐条长为 a_1 、电阻为 R_1 , A_2 轮的辐条长为 a_2 、电阻为 R_2 , 连接辐条的金属环的宽度与电阻都可以忽略。半径为 a_0 的绝缘圆盘 D 与 A_1 同轴且固连在一起, 一轻细绳的一端固定在 D 边缘上的某点, 绳在 D 上绕足够匝数后, 悬挂一质量为 m 的重物 P , 当 P 下落时, 通过细绳带动 D 和 A_1 绕 O_1 轴转动, 转动过程中, A_1 、 A_2 保持接触, 无相对滑动; 两轮与各自细轴之间保持良好的电接触; 两细轴通过导线与一阻值为 R 的电阻相连, 除 R 和 A_1 、 A_2 两轮中辐条的电阻外, 所有金属的电阻都不计, 整个装置处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 磁场方向与转轴平行, 现将 P 释放, 试求 P 匀速下落时的速度。



七、图示为一固定不动的绝缘的圆筒形容器的横截面, 其半径为 R , 圆筒的轴线在 O 处, 圆筒为有匀强磁场, 磁场方向与圆筒的轴线平行, 磁感应强度为 B , 筒壁的 H 处开有小孔, 整个装置处在真空中。现有一质量为 m 、电荷量为 q 的带电粒子 P 以某一初速度沿筒的半径方向从小孔射入圆筒, 经与筒壁碰撞后又从小孔射出圆筒。设: 筒壁是光滑的, P 与筒壁碰撞是弹性的, P 与筒壁碰撞时其电荷量是不变的。若要使 P 与筒壁碰撞的次数最少, 问:

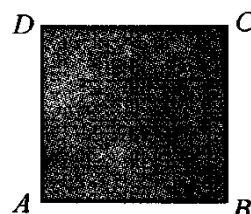
- (1) P 的速率应为多少?
- (2) P 从进入圆筒到射出圆筒经历的时间为多少?



八、图中正方形 ABCD 是水平放置的固定梁的横截面，AB 是水平的，截面的边长都是 l ，一根长为 $2l$ 的柔软的轻细绳，一端固定在 A 点，另一端系一质量为 m 的小球，初始时，手持小球，将绳拉直，绕过 B 点使小球处于 C 点，现给小球一竖直向下的初速度 v_0 ，使小球与 CB 边无接触地向下运动，当 v_0^2 分别取下列两值时，小球将打到梁上的何处？

$$1、v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1)gl \quad 2、v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$$

设绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的。



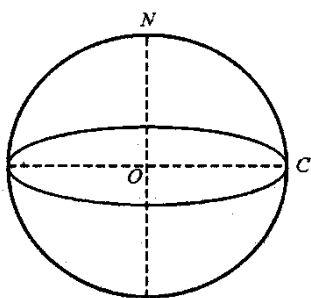
九、从赤道上的 C 点发射洲际导弹，使之精确地击中北极点 N，要求发射所用的能量最少。假定地球是一质量均匀分布的半径为 R 的球体， $R=6400\text{km}$ 。已知质量为 m 的物体在地球引力作用下作椭圆运动时，其能量 E 与椭圆半长轴 a 的关系为

$$E = -G \frac{Mm}{2a}$$

式中 M 为地球质量， G 为引力常量。

(1) 假定地球没有自转，求最小发射速度的大小和方向（用速度方向与从地心 O 到发射点 C 的连线之间的夹角表示）。

(2) 若考虑地球的自转，则最小发射速度的大小为多少？



(3) 试导出 $E = -G \frac{Mm}{2a}$ 。

第23届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答及评分标准

一、参考解答：

1. 线剪断前，整个系统处于平衡状态，此时弹簧 S_1 的弹力

$$F_1 = (m_A + m_B + m_C)g \quad (1)$$

弹簧 S_2 的弹力

$$F_2 = m_C g \quad (2)$$

在线刚被剪断的时刻，各球尚未发生位移，弹簧的长度尚无变化，故 F_1 、 F_2 的大小尚未变化，但线的拉力消失。设此时球 A 、 B 、 C 的加速度的大小分别为 a_A 、 a_B 、 a_C ，则有

$$F_1 - m_A g = m_A a_A \quad (3)$$

$$F_2 + m_B g = m_B a_B \quad (4)$$

$$F_2 - m_C g = m_C a_C \quad (5)$$

解以上有关各式得

$$a_A = \frac{m_B + m_C}{m_A} g, \text{ 方向竖直向上} \quad (6)$$

$$a_B = \frac{m_B + m_C}{m_B} g, \text{ 方向竖直向下} \quad (7)$$

$$a_C = 0 \quad (8)$$

2. 开始时，磁铁静止不动，表明每一条磁铁受到另一条磁铁的磁力与它受到板的静摩擦力平衡。

(i) 从板突然竖直向下平移到停下，板和磁铁的运动经历了两个阶段，起初，板向下加速移动，板与磁铁有脱离接触的趋势，磁铁对板的正压力减小，并跟随板一起作加速度方向向下、速度向下的运动，在这过程中，由于磁铁对板的正压力减小，最大静摩擦力亦减小，向下的加速度愈大，磁铁的正压力愈小，最大静摩擦力也愈小，当板的加速度大到某一数值时，最大静摩擦力减小到小于磁力，于是磁铁沿着平板相向运动并吸在一起。接着，磁铁和板一起作加速度方向向上、速度向下的运动，直到停在 $A'B'$ 处。在这过程中，磁铁对板的正压力增大，最大静摩擦力亦增大，因两磁铁已碰在一起，磁力、接触处出现的弹力和可能存在的静摩擦力总是平衡的，两条磁铁吸在一起的状态不再改变。

(ii) 从板突然竖直向上平移到停下，板和磁铁的运动也经历两个阶段，起初，板和磁铁一起作加速度方向向上、速度向上的运动，在这过程中，正压力增大，最大静摩擦力亦增大，作用于每个磁铁的磁力与静摩擦力始终保持平衡，磁铁在水平方向不发生运动。接着，磁铁和板一起作加速度方向向下、速度向上的运动，直到停在 $A''B''$ 处 x 在这过程中，磁铁对板的正压力减小，最大静摩擦力亦减小，向下的加速度愈大，磁铁的正压力愈小，最大静摩擦力也愈小。当板的加速度大到某一数值时，最大静摩擦力减小到小于磁力，于是磁铁沿着平

板相向运动并吸在一起.

评分标准: (本题 20 分)

1. 10 分.(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7)、(8)式各 1 分, a_A 、 a_B 的方向各 1 分.

2.10 分, (i)5 分, (ii)5 分. (必须正确说出两条形磁铁能吸引在一起的理由, 才给这 5 分, 否则不给分).

二、参考答案

1.

(i)

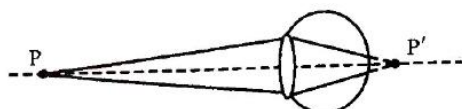


图 1

(ii)

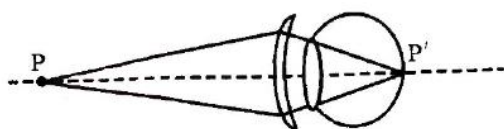


图 2

(iii) $\frac{1}{3}$

2. f_1 , f_4 .

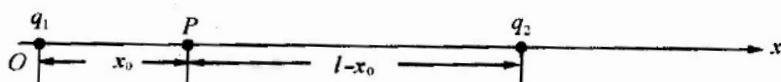
评分标准: (本题 20 分)

1.12 分. (i)4 分, (ii)4 分, (iii)4 分.

2. 8 分, 两个空格都填对, 才给这 8 分, 否则 0 分,

三、参考解答:

1.



(i)通过对点电荷场强方向的分析, 场强为零的 P 点只可能位于两点电荷之间, 设 P 点

的坐标为 x_0 , 则有 $k \frac{q_1}{x_0^2} = k \frac{q_2}{(l-x_0)^2}$ (1)

已知

$$q_2 = 2q_1 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式解得

$$x_0 = (\sqrt{2}-1)l \quad (3)$$

(ii)先考察点电荷 q_0 被限制在沿 x 轴运动的情况. q_1 、 q_2 两点电荷在 P 点处产生的场强的大小、分别为

$$E_{10} = k \frac{q_1}{x_0^2} \quad E_{20} = k \frac{q_2}{(l-x_0)^2}$$

且有 $E_{10} = E_{20}$

二者方向相反，点电荷 q_0 在 P 点受到的合力为零，故 P 点是 q_0 的平衡位置，在 x 轴上 P 点右侧 $x=x_0+\Delta x$ 处， q_1 、 q_2 产生的场强的大小分别为

$$E'_1 = k \frac{q_1}{(x_0 + \Delta x)^2} < E_{10} \text{ 方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

$$E'_2 = k \frac{q_2}{(l-x_0 - \Delta x)^2} < E_{20} \text{ 方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于 $E'_2 > E'_1$ ， $x = x_0 + \Delta x$ 处合场强沿 x 轴的负方向，即指向 P 点，在 x 轴上 P 点左侧

$x = x_0 - \Delta x$ 处， q_1 、 q_2 的场强的大小分别为

$$E''_1 = k \frac{q_1}{(x_0 - \Delta x)^2} > E_{10} \text{ 方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

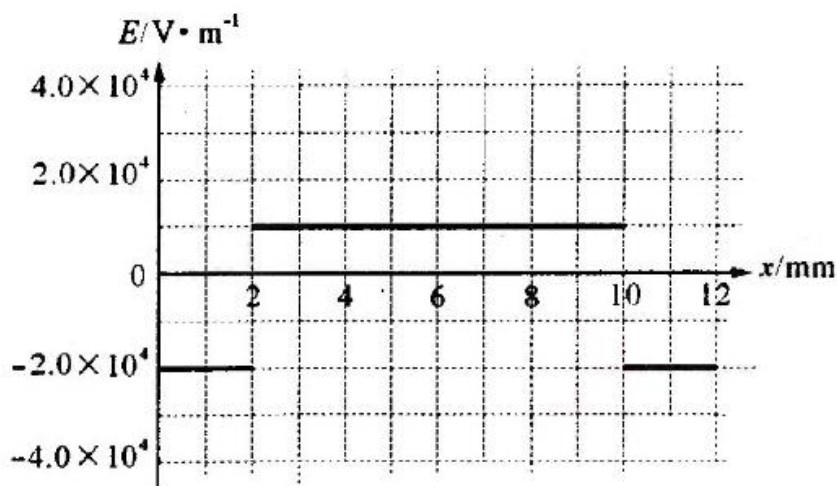
$$E''_2 = k \frac{q_2}{(l-x_0 - \Delta x)^2} < E_{20} \text{ 方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于 $E''_2 < E''_1$ ， $x = x_0 - \Delta x$ 处合场强的方向沿 x 轴的正方向，即指向 P 点。

由以上的讨论可知，在 x 轴上，在 P 点的两侧，点电荷 q_1 和 q_2 产生的电场的合场强的方向都指向 P 点，带正电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都指向 P 点，所以当 $q_0 > 0$ 时，P 点是 q_0 的稳定平衡位置，带负电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都背离 P 点，所以当 $q_0 < 0$ 时，P 点是 q_0 的不稳定平衡位置。

再考虑 q_0 被限制在沿垂直于 x 轴的方向运动的情况，沿垂直于 x 轴的方向，在 P 点两侧附近，点电荷 q_1 和 q_2 产生的电场的合场强沿垂直 x 轴分量的方向都背离 P 点，因而带正电的点电荷在 P 点附近受到沿垂直 x 轴的分量的电场力都背离 P 点，所以，当 $q_0 > 0$ 时，P 点是 q_0 的不稳定平衡位置，带负电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都指向 P 点，所以当 $q_0 < 0$ 时，P 点是 q_0 的稳定平衡位置。

2.



评分标准: (本题 20 分)

1. 12 分,

(i) 2 分.

(ii) 当 q_0 被限制在沿 x 轴方向运动时, 正确论证 $q_0 > 0$, P 点是 q_0 的稳定平衡位置, 占 3 分; 正确论证 $q_0 < 0$, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置, 占 3 分. (未列公式, 定性分析正确的同样给分)

当 q_0 被限制在垂直于 x 轴的方向运动时, 正确论证 $q_0 > 0$, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置, 占 2 分; 正确论证 $q_0 < 0$, P 点是 q_0 的稳定平衡位置, 占 2 分.

2. 8 分, 纵坐标标的数值或图线有错的都给 0 分, 纵坐标标的数值、图线与参考解答不同, 正确的同样给分.

四、参考解答:

开始时竖直细管内空气柱长度为 L , 压强为 H (以 cmHg 为单位), 注入少量水银后, 气柱将因水银柱压力而缩短. 当管中水银柱长度为 x 时, 管内空气压强 $P=(H+x)$, 根据玻意耳定律, 此时空气柱长度

$$L' = \frac{HL}{H+x} \quad (1)$$

空气柱上表面与管口的距离

$$d = L - L' = \frac{L}{H+x} x \quad (2)$$

开始时 x 很小, 由于 $L > H$, 故

$$\frac{d}{H+x} > 1$$

即水银柱上表面低于管口, 可继续注入水银, 直至 $d=x$ (即水银柱上表面与管口相平)时为止, 何时水银柱表面与管口相平, 可分下面两种情况讨论.

1. 水银柱表面与管口相平时, 水银柱未进入水平管
此时水银柱的长度 $x \leq l$, 由玻意耳定律有

$$(H+x)(L-x) = HL \quad (3)$$

由(3)式可得

$$x = L - H \quad (4)$$

由此可知, 当 $l \geq L - H$ 时, 注入的水银柱的长度 x 的最大值

$$x_{\max} = L - H \quad (5)$$

2. 水银柱表面与管口相平时, 一部分水银进入水平管
此时注入水银柱的长度 $x > l$, 由玻意耳定律有

$$(H+l)(L-x) = HL \quad (6)$$

$$x = \frac{Ll}{H+l} \quad (7)$$

$$l < x = \frac{Ll}{H+l} \quad (8)$$

由(8)式得

$$x < L - H, \text{ 或 } L > H + l \quad (9)$$

$$x = L - H \frac{L}{H + L} < L - H \quad (10)$$

即当 $l < L - H$ 时, 注入水银柱的最大长度 $x < x_{\max}$.

由上讨论表明, 当 $l \geq L - H$ 时, 可注入的水银量为最大, 这时水银柱的长度为 x_{\max} , 即(5)式.

评分标准: (本题 20 分)

正确论证 $l \geq L - H$ 时, 可注入的水银量最大, 占 13 分, 求出最大水银量占 7 分, 若论证的方法与参考解答不同, 只要正确, 同样给分.

五、参考解答:

正、负电子绕它们连线的中点作半径为 $\frac{r}{2}$ 的圆周运动, 电子的电荷量为 e , 正、负电子间的

库仑力是电子作圆周运动所需的向心力, 即

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{(r/2)} \quad (1)$$

正电子、负电子的动能分别为 E_{k+} 和 E_{k-} , 有

$$E_{k+} = E_{k-} = \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

正、负电子间相互作用的势能

$$E_p = -k \frac{e^2}{r} \quad (3)$$

电子偶素的总能量

$$E = E_{k+} + E_{k-} + E_p \quad (4)$$

由(1)、(2)、(3)、(4)各式得

$$E = -\frac{1}{2} k \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

根据量子化条件

$$mrv = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

(6)式表明, r 与量子数 n 有关, 由(1)和(6)式得与量子数 n 对应的定态 r 为

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{2\pi^2 k e^2 m} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

代入(5)式得与量子数 n 对应的定态的 E 值为

$$E_n = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

$n=1$ 时, 电子偶素的能量最小, 对应于基态, 基态的能量为

$$E_1 = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \quad (9)$$

$n=2$ 是第一激发态, 与基态的能量差

$$\Delta E = \frac{3 \pi^2 k^2 e^4 m}{4 h^2} \quad (10)$$

评分标准: (本题 20 分)

(2)式 2 分, (5)式 4 分, (7)式、(8)式各 5 分, (10)式 4 分.

六、参考解答:

P 被释放后, 细绳的张力对 D 产生机械力矩, 带动 D 和 A_1 作逆时针的加速转动, 通过两个轮子之间无相对运动的接触, A_1 带动 A_2 作顺时针的加速转动. 由于两个轮子的辐条切割磁场线, 所以在 A_1 产生由周边沿辐条指向轴的电动势, 在 A_2 产生由轴沿辐条指向周边的电动势, 经电阻 R 构成闭合电路. A_1 、 A_2 中各辐条上流有沿电动势方向的电流, 在磁场中辐条受到安培力, 不难看出, 安培力产生的电磁力矩是阻力矩, 使 A_1 、 A_2 加速转动的势头减缓. A_1 、 A_2 从起始的静止状态逐渐加速转动, 电流随之逐渐增大, 电磁阻力矩亦逐渐增大, 直至电磁阻力矩与机械力矩相等, D 、 A_1 和 A_2 停止作加速转动, 均作匀角速转动, 此时 P 匀速下落, 设其速度为 v , 则 A_1 的角速度

$$\omega_1 = \frac{v}{a_0} \quad (1)$$

A_1 带动 A_2 转动, A_2 的角速度 ω_2 与 A_1 的角速度 ω_1 之间的关系为

$$\omega_1 a_1 = \omega_2 a_2 \quad (2)$$

A_1 中每根辐条产生的感应电动势均为

$$\xi_1 = \frac{1}{2} B a_1^2 \omega \quad (3)$$

轴与轮边之间的电动势就是 A_1 中四条辐条电动势的并联, 其数值见(3)式

同理, A_2 中, 轴与轮边之间的电动势就是 A_2 中四条辐条电动势的并联, 其数值为

$$\xi_2 = \frac{1}{2} B a_2^2 \omega_2 \quad (4)$$

A_1 中, 每根辐条的电阻为 R_1 , 轴与轮边之间的电阻是 A_1 中四条辐条电阻的并联, 其数值为

$$R_{A1} = \frac{R_1}{4} \quad (5)$$

A_2 中, 每根辐条的电阻为 R_2 , 轴与轮边之间的电阻是 A_2 中四条辐条电阻的并联, 其数值为

$$R_{A2} = \frac{R_2}{4} \quad (6)$$

A_1 轮、 A_2 轮和电阻 R 构成串联回路, 其中的电流为

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + R_{A1} + R_{A2}} \quad (7)$$

以(1)至(6)式代入(7)式, 得

$$I = \frac{\left(\frac{1}{2a_0}\right) B a_1 (a_1 + a_2) v}{R + \left(\frac{R_1}{4}\right) + \left(\frac{R_2}{4}\right)} \quad (8)$$

当 P 匀速下降时，对整个系统来说，重力的功率等于所有电阻的焦耳热功率之和，即

$$mgv = I^2 \left(R + \frac{R_1}{4} + \frac{R_2}{4} \right) \quad (9)$$

以(8)式代入(9)式得

$$v = \frac{mg(4R + R_1 + R_2)a_0^2}{B^2 a_1^2 (a_1 + a_2)^2} \quad (10)$$

评分标准：(本题 25 分)

(1)、(2)式各 2 分，(3)、(4)式各 3 分，(5)、(6)、(7)式各 2 分，(9)式 6 分，(10)式 3 分。

七、参考解答：

1. 如图 1 所示，设筒内磁场的方向垂直纸面指向纸外，带电粒子 P 带正电，其速率为 v 。P 从小孔射入圆筒中因受到磁场的作用力而偏离入射方向，若与筒壁只发生一次碰撞，是不可能从小孔射出圆筒的。但与筒壁碰撞两次，它就有可能从小孔射出，在此情形中，P 在筒内的路径由三段等长、等半径的圆弧 HM 、 MN 和 NH 组成。现考察其中一段圆弧 MN ，如图 2 所示。

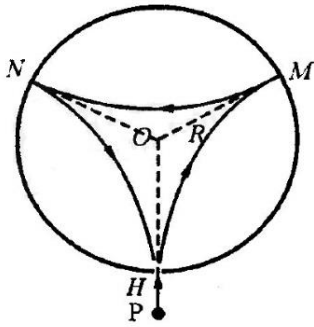


图 1

由于 P 沿筒的半径方向入射， OM 和 ON 均与轨道相切，两者的夹角

$$\alpha = \frac{2}{3}\pi \quad (1)$$

设圆弧的圆半径为 r ，则有

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

圆弧对轨道圆心 O' 所张的圆心角

$$\beta = \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

由几何关系得

$$r = R \cot \frac{\beta}{2} \quad (4)$$

解(2)、(3)、(4)式得

$$v = \frac{\sqrt{3}qBR}{m} \quad (5)$$

2. P 由小孔射入到第一次与筒壁碰撞所通过的路径为

$$s = \beta r \quad (6)$$

经历时间为

$$t_1 = \frac{s}{v} \quad (7)$$

P 从射入小孔到射出小孔经历的时间为

$$t = 3t_1 \quad (8)$$

由以上有关各式得

$$t = \frac{\pi m}{qB} \quad (9)$$

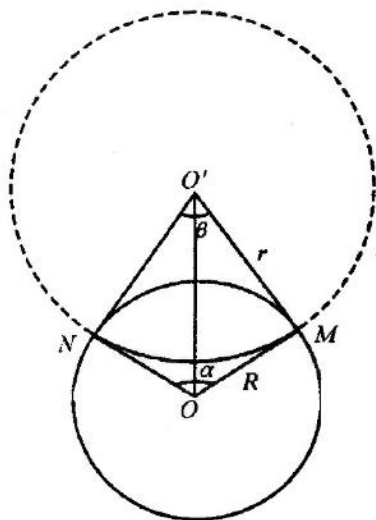


图 2

评分标准: (本题 25 分)

1. 17 分. (1)、(2)、(3)、(4)式各 3 分, (5)式 5 分.

2. 8 分. (6)、(7)、(8)、(9)式各 2 分,

八、参考解答:

小球获得沿竖直向下的初速度 v_0 后, 由于细绳处于松弛状态, 故从 C 点开始, 小球沿竖直方向作初速度为 v_0 、加速度为 g 的匀加速直线运动.

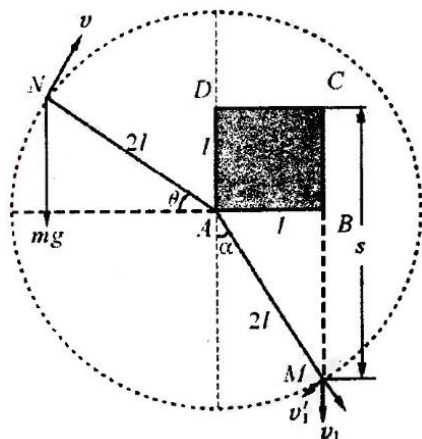


图 1

当小球运动到图 1 中的 M 点时，绳刚被拉直，匀加速直线运动终止，此时绳与竖直方向的夹角为 $\alpha=30^\circ$ 在这过程中，小球下落的距离

$$s = l + 2l \cos \alpha = l(1 + \sqrt{3}) \quad (1)$$

细绳刚拉直时小球的速度 v_1 满足下式：

$$v_1^2 = v_0^2 + 2gs \quad (2)$$

在细绳拉紧的瞬间，由于绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的，故小球沿细绳方向的分速度 $v_1 \cos \alpha$ 变为零，而与绳垂直的分速度保持不变，以后小球将从 M 点开始以初速度

$$v_1' = v_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} v_1 \quad (3)$$

在竖直平面内作圆周运动，圆周的半径为 $2l$ ，圆心位于 A 点，如图 1 所示，由(1)、(2)、(3)式得

$$v_1'^2 = \frac{1}{4} v_0^2 + \frac{1}{2} gl(1 + \sqrt{3}) \quad (4)$$

当小球沿圆周运动到图中的 N 点时，其速度为 v ，细绳与水平方向的夹角为 θ ，由能量关系有

$$\frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mg(\sqrt{3}l + 2l \sin \theta) \quad (5)$$

用 F_T 表示绳对小球的拉力，有

$$F_T + mg \sin \theta = m \frac{v^2}{2l} \quad (6)$$

$$1. v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1)gl$$

设在 $\theta=\theta_1$ 时(见图 2)，绳开始松弛， $F_T=0$ ，小球的速度 $v=u_1$ ，以此代入(5)、(6)两式得

$$v_1'^2 = u_1^2 + 2g(\sqrt{2}l + 2l \sin \theta_1) \quad (7)$$

$$g \sin \theta_1 = \frac{u_1^2}{2l} \quad (8)$$

由(4)、(7)、(8)式和题设 v_0 的数值可求得

$$\theta_1 = 45^\circ \quad (9)$$

$$u_1 = \sqrt{\sqrt{2}gl} \quad (10)$$

即在 $\theta_1=45^\circ$ 时，绳开始松弛。以 N_1 表示此时小球在圆周上的位置，此后，小球将脱离圆轨道从 N_1 处以大小为 u_1 ，方向与水平方向成 45° 角的初速度作斜抛运动。

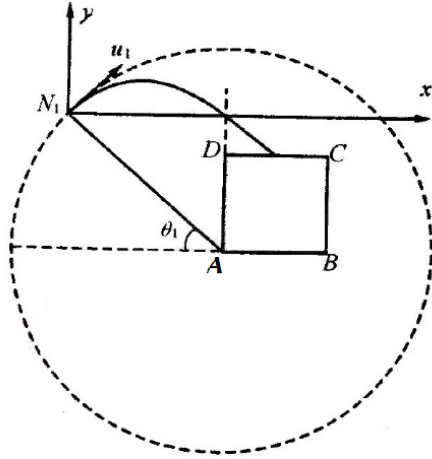


图 2

以 N_1 点为坐标原点，建立直角坐标系 N_1xy ， x 轴水平向右， y 轴竖直向上。若以小球从 N_1 处抛出的时刻作为计时起点，小球在时刻 t 的坐标分别为

$$x = u_1 \cos 45^\circ t = \frac{\sqrt{2}}{2} u_1 t \quad (11)$$

$$y = u_1 \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} u_1 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (12)$$

由(11)、(12)式，注意到(10)式，可得小球的轨道方程：

$$y = x - g \frac{x^2}{u_1^2} = x - \frac{x^2}{\sqrt{2}l} \quad (13)$$

AD 面的横坐标为

$$x = 2l \cos 45^\circ = \sqrt{2}l \quad (14)$$

由(13)、(14)式可得小球通过 AD 所在竖直平面的纵坐标

$$y = 0 \quad (15)$$

由此可见小球将在 D 点上方越过，然后打到 DC 边上， DC 边的纵坐标为

$$y = -(2l \sin 45^\circ - l) = -(\sqrt{2} - 1)l \quad (16)$$

把(16)式代入(13)式，解得小球与 DC 边撞击点的横坐标

$$x = 1.75l \quad (17)$$

撞击点与 D 点的距离为

$$\Delta l = x - 2l \cos 45^\circ = 0.35l \quad (18)$$

$$2. v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$$

设在 $\theta = \theta_2$ 时，绳松弛， $F_T = 0$ ，小球的速度 $v = u_2$ ，以此代替(5)、(6)式中的 θ_1 ， u_1 ，得

$$v_1^2 = u_2^2 + 2g\sqrt{3}l + 2l \sin \theta_2 \quad (19)$$

$$mg \sin \theta_2 = m \frac{u_2^2}{2l} \quad (20)$$

以 $v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$ 代入(4)式，与(19)、(20)式联立，可解得

$$\theta_2 = 90^\circ \quad (21)$$

$$u_2 = \sqrt{2gl} \quad (22)$$

(22)式表示小球到达圆周的最高点处时，绳中张力为 0，随后绳子被拉紧，球速增大，绳中的拉力不断增加，拉力和重力沿绳子的分力之和等于小球沿圆周运动所需的向心力，小球将绕以 D 点为圆心， l 为半径的圆周打到梁上的 C 点。

评分标准：(本题 25 分)

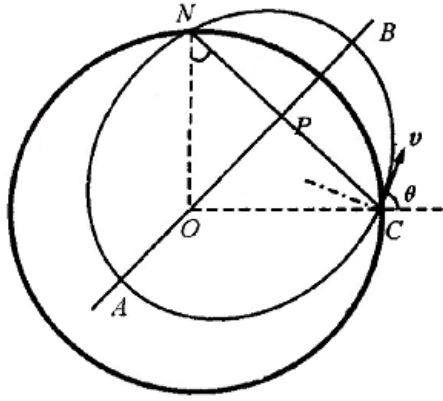
(3)式 2 分，(5)、(6)式各 1 分，(9)、(10)式各 3 分，得出小球不可能打在 AD 边上，给 3 分，得出小球能打在 DC 边上，给 2 分，正确求出小球打在 DC 边上的位置给 2 分，求出(21)、(22)式各占 3 分，得出小球能打在 C 点，再给 2 分。

如果学生直接从抛物线方程和 $y = -(2l \sin 45^\circ - l) = -(\sqrt{2} - 1)l$ (&9) 求出 $x = 1.75l$ ，同样给分。不必证明不能撞击在 AD 边上。

九、参考解答：

1. 这是一个大尺度运动，导弹发射后，在地球引力作用下将沿椭圆轨道运动。如果导弹能打到 N 点，则此椭圆一定位于过地心 O 、北极点 N 和赤道上的发射点 C 组成的平面(此平面是 C 点所在的子午面)内，因此导弹的发射速度(初速度 v)必须也在此平面内，地心 O 是椭圆的一个焦点。根据对称性，注意到椭圆上的 C 、 N 两点到焦点 O 的距离相等，故所考察椭圆的长轴是过 O 点垂直 CN 的直线，即图上的直线 AB ，椭圆的另一焦点必在 AB 上。已知质量为 m 的物体在质量为 M 的地球的引力作用下作椭圆运动时，物体和地球构成的系统的能量 E (无穷远作为引力势能的零点)与椭圆半长轴 a 的关系为

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (1)$$



要求发射的能量最少,即要求椭圆的半长轴 a 最短,根据椭圆的几何性质可知,椭圆的两焦点到椭圆上任一点的距离之和为 $2a$,现 C 点到一焦点 O 的距离是定值,等于地球的半径 R ,只要位于长轴上的另一焦点到 C 点的距离最小,该椭圆的半长轴就最小.显然,当另一焦点位于 C 到 AB 的垂线的垂足处时, C 到该焦点的距离必最小.由几何关系可知

$$2a = R + \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad (2)$$

设发射时导弹的速度为 v ,则有

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)式得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}(\sqrt{2}-1)} \quad (4)$$

因

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg \quad (5)$$

比较(4)、(5)两式得

$$v = \sqrt{2Rg(\sqrt{2}-1)} \quad (6)$$

代入有关数据得

$$v = 7.2\text{km/s} \quad (7)$$

速度的方向在 C 点与椭圆轨道相切,根据解析几何知识,过椭圆上一点的切线的垂直线,平分两焦点到该点连线的夹角 $\angle OCP$.从图中可看出,速度方向与 OC 的夹角

$$\theta = 90^\circ - \frac{1}{2} \times 45^\circ = 67.5^\circ \quad (8)$$

2. 由于地球绕通过 ON 的轴自转,在赤道上 C 点相对地心的速度为

$$v_c = \frac{2\pi R}{T} \quad (9)$$

式中 R 是地球的半径, T 为地球自转的周期, $T=24 \times 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$,故

$$v_c = 0.46\text{km/s} \quad (10)$$

C 点速度的方向垂直于子午面(图中纸面). 位于赤道上 C 点的导弹发射前也有与子午面垂直的速度 v_C , 为使导弹相对于地心速度位于子午面内, 且满足(7)、(8)两式的要求, 导弹相对于地面(C 点)的发射速度应有一大小等于 v_C 、方向与 v_C 相反的分速度, 以使导弹在此方向相对于地心的速度为零, 导弹的速度的大小为

$$v' = \sqrt{v^2 + v_C^2} \quad (11)$$

代入有关数据得

$$v' = 7.4 \text{ km/s} \quad (12)$$

它在赤道面内的分速度与 v_0 相反, 它在子午面内的分速度满足(7)、(8)两式.

3. 质量为 m 的质点在地球引力作用下的运动服从机械能守恒定律和开普勒定律, 故对于近地点和远地点有下列关系式

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2 \quad (14)$$

式中 v_1 、 v_2 分别为物体在远地点和近地点的速度, r_1 、 r_2 为远地点和近地点到地心的距离. 将(14)式中的 v_1 代入(13)式, 经整理得

$$\frac{1}{2}mv_2^2 \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) = \frac{GMm}{r_1r_2} (r_2 - r_1) \quad (15)$$

注意到

$$r_1 + r_2 = 2a \quad (16)$$

得

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{GMm}{2a} \frac{r_1}{r_2} \quad (17)$$

因

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (18)$$

由(16)、(17)、(18)式得

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (19)$$

评分标准: (本题 25 分)

1. 14 分. (2)式 6 分, (3)式 2 分, (6)、(7)式共 4 分, (8)式 2 分.
2. 6 分. (11)式 4 分, (12)式 2 分.
3. 5 分. (13)、(14)式各 1 分, (19)式 3 分.

第 24 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
阅卷									
复核									

本卷共八题，满分 200 分

得分	
阅卷	
复核	

一、(25 分)填空题

1. 2006 年诺贝尔物理学奖授予美国科学京约翰·马瑟和乔治·斯穆特，以表彰他们发现了宇宙微波背景辐射的黑体辐射形式和各向异性。这一发现为有关宇宙起源的_____理论提供了进一步的支持，使宇宙学进入了“精确研究”时代。

2. 恒星演化到了后期，某些恒星在其内部核燃料耗尽时，会发生强烈的爆发，在短短的几天中，亮度陡增千万倍甚至上亿倍，我国《宋史》第五十六卷中对当时观测到的上述现象作了详细记载。2006 年 5 月是我国发现此现象一千周年，为此在杭州召开了有关的国际学术研讨会。天文学上把演化到这一阶段的恒星称为_____，恒星演变到这一阶段，预示着一颗恒星的终结，此后，它可能成为_____或_____。

3. 2006 年 11 月 21 日，中国、欧盟、美国、日本，韩国、俄罗斯和印度七方在法国总统府正式签署一个能源方面的联合实施协定及相关文件，该协定中的能源是指_____能源。

4. 潮汐是一种常见的自然现象，发生在杭州湾钱塘江入海口的“钱江潮”是闻名世界的潮汐现象。在农历初一和十五的后各有一次大潮，在两次大潮之间又各有一次小潮，试把每月中出现两次大潮时地球、月球和太阳的相对位置示意图定性地在下面_____。

_____。

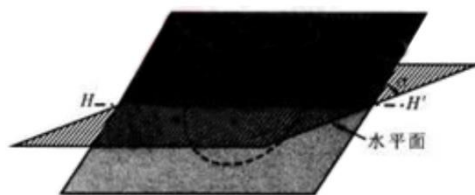
试把每月中出现两次小潮时地球、月球和太阳的相对位置示意图定性地在下面_____。

5. 如图所示，用双线密绕在一个长直圆柱上，形成一个螺线管线圈 aa' 和 bb' (分别以实线和应线表示)，已知两个线圈的自感都是 L 。今若把 a 与 b 两端相连，把 a' 和 b' 两端接入电路，这时两个线圈的总自感等于_____；若把 b 与 a' 相连，把 a 和 b' 两端接入电路，这时两个线圈的总自感等于_____；若把 a 与 b' 两端相连作为一端， a' 与 b 连作为另一端，把这两端接入电路，这时两个线圈的总自感等于_____。



得分	
阅卷	
复核	

二、(25 分) 如图所示，一块光滑的平板能绕水平固定轴 HH' ，调节其与水平面所成的倾角。板上—很长为 $l=1.00$ 的轻细绳，它的一端系住—质量为 m 的小球 P 。另一端固定在 HH' 轴上的 O 点。当平板的倾角固定在 α 时，先将轻绳沿着平轴 HH' 拉直(绳与 HH' 重合)，然后给小球—沿着平板并与轻绳垂直



的初速度 $v_0 = 5.0\text{m/s}$ ，若小球能保持在板面内作圆周运动。倾斜角 α 的值应在什么范围内（取图中 α 处箭头所示方向为 a 的正方向）。取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ 。

得分	
阅卷	
复核	

三、(25分) 如图所示，绝热的活塞 S 把一定质量的稀薄气体（可视为理想气体）密封在水平放置的绝热气缸内。活塞可在气缸内无摩擦地滑动，气缸左端的电热丝可通弱电流对气缸内气体十分缓慢地加热，气缸处在大气中，大气压强为 p_0 ，初始时，气体的体积为 V_0 ，压强

为 p_0 。

已知 1 摩尔该气体温度升高 1K 时其内能的增量为已知恒量 c 。求以下两种过程中电热丝传给气体的热量 Q_1 与 Q_2 之比。

1. 从初始状态出发，保持活塞 S 位置圈定，在电热丝中通以弱电流，并持续一段时间，然后停止通电，待气体达到热平衡时，测得气体的压强为 p_1 。

2. 仍从初始状态出发，让活塞处在自由状态，在电热丝中通过弱电流，也持续一段时间，然后停止通电，最后测得气体的体积为 V_2 。

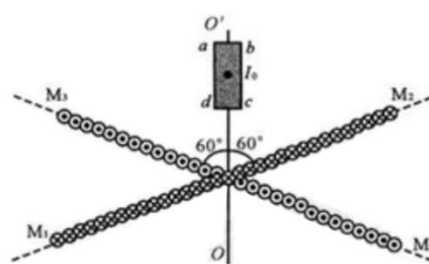
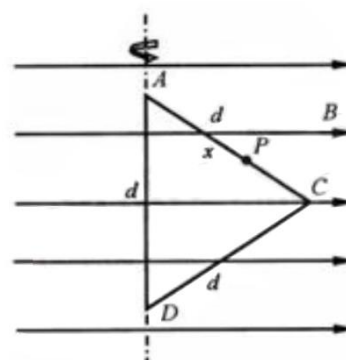
得分	
阅卷	
复核	

四、(25分) 如图所示， M_1M_2 和 M_3M_4 都是由无限多根无限长的外表面绝缘的细直导线紧密排列成的导线排横截面，两导线排相交成 120° ， OO' 为其角平分线。每根细导线中部通有电流 I ，两导线排中电流的方向相反，其中 M_1M_2 中电流的方向垂直纸面向里。导线排中单位长度上细导线的根数为 λ 。图中的矩形 $abcd$ 是用 N 型半导体材料做成的长直半导体

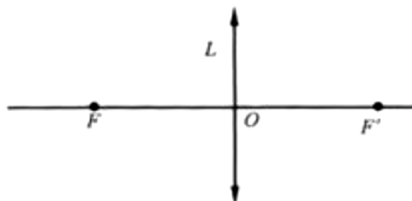
片的横截面，($ab \ll bc$)，长直半导体片与导线排中的细导线平行，并在片中通有均匀电流 I_0 ，电流方向垂直纸面向外。已知 ab 边与 OO' 垂直， $bc = l$ ，该半导体材料内载流子密度为 n ，每个载流子所带电荷量的大小为 q 。求此半导体片的左右两个侧面之间的电势差。

已知当细的无限长的直导线中通有电流 I 时，电流产生的磁场离直导线的距离为 r 处的磁感应强度的大小为 $B = k \frac{I}{r}$ ，式中 k 为已知常量。

得分	
阅卷	
复核	



五、(25分)如图所示, ACD 是由均匀细导线制成的边长为 d 的等边三角形线框, 它以 AD 为转轴, 在磁感应强度为 B 的恒定的匀强磁场中以恒定的角速度 ω 转动(俯视为逆时针旋转), 磁场方向与 AD 垂直, 已知三角形每条边的电阻都等于 R , 取图示线框平面转至与磁场平行的时刻为 $t=0$.



1. 求任意时刻 t 线框中的电流.
2. 规定 A 点的电势为 0 , 求 $t=0$ 时, 三角形线框的 AC 边上任一点 P (到 A 点的距离用 x 表示) 的电势 U_p , 并画出 U_p 与 x 之间关系的图线.

1. 当三角形薄板达到平衡时, 求出碗对顶点 A 、 B 、 C 的作用力的大小各为多少.
2. 当板处于上述平衡状态时, 若解除对 A 点的约束, 让它能在碗的内表面上从静止开始自由滑动, 求此后三角形薄板可能具有的最大动能.

得分	
阅卷	
复核	

六、(25分)空间存在垂直于纸面方向的均匀磁场, 其方向随时间作周期性变化, 磁感应强度 B 随时间 t 变化的图线如图 1 所示. 规定 $B>0$ 时, 磁场的方向穿出纸面, 现在磁场区域中建立一与磁场方向垂直的平面坐标 Oxy , 如图 2 所示, 一电荷量 $q=5 \times 10^{-7} \text{C}$, 质量 $m=5 \times 10^{-10} \text{kg}$ 的带电粒子. 位于原点 O 处, 在 $t=0$ 时刻以初速度 $v_0=\pi \text{m/s}$ 沿 x 轴正方向开始运动. 不计重力的作用, 不计磁场的变化可能产生的一切其它影响.

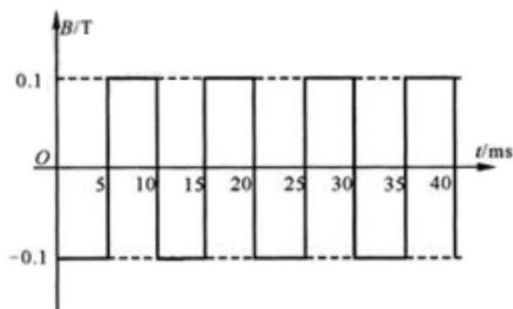


图 1

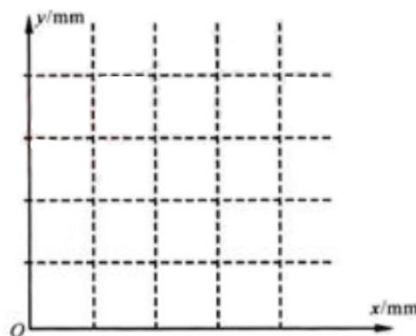


图 2

1. 试在图 2 中画出 $0 \sim 20 \text{ms}$ 时间内粒子在磁场中运动的轨迹, 并标出图 2 中纵横坐标的标度值 (评分时只按图评分, 不要求写出公式或说明.)
2. 在磁场变化 N 个 (N 为整数) 周期的时间内带电粒子的平均速度的大小等于 _____.

得分	
阅卷	
复核	

七、(25分)如图所示, L 是一焦距为 f 的薄凸透镜 (F 与 F' 为其焦点). 在透镜右侧焦点 F' 处放置一曲率半径大小为 R 的球面反射镜 (其顶点位于 F' 处), 透镜和球面组成一轴对称的光学系统, 在透镜 L 左侧光轴上有限远处有一发光点 P , 它发出的傍轴光线经此光学系统后, 恰好成像在 P 点. 试在下面第 1 和第 2 小题中填空, 在第 3 小题中作图.

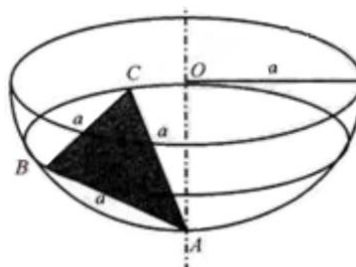
1. 若球面镜为凹面镜, 则 P 点到透镜的距离等于 _____; 若球面镜为凸面镜, 则 P 点到透镜的距离等于 _____.

2. 若将一短细杆垂直于光轴放置，杆的下端位于 P 点，则此细杆经上述光学系统所成的最后的像的大小与物的大小之比对凹透镜等于 _____；对凸透镜等于 _____。

3. 若球面镜子半径大小 $R=2f$ ，试按作图法的规范要求，画出第 2 问中短杆对上述光学系统逐次成的像及成像光路图。（要求将凹面镜和凸面镜分别两个两张图上。评分时只按图评分，不要求写出作图理由和说明，但须用已知量标出各个像在光轴上的具体位置。）

得分	
阅卷	
复核	

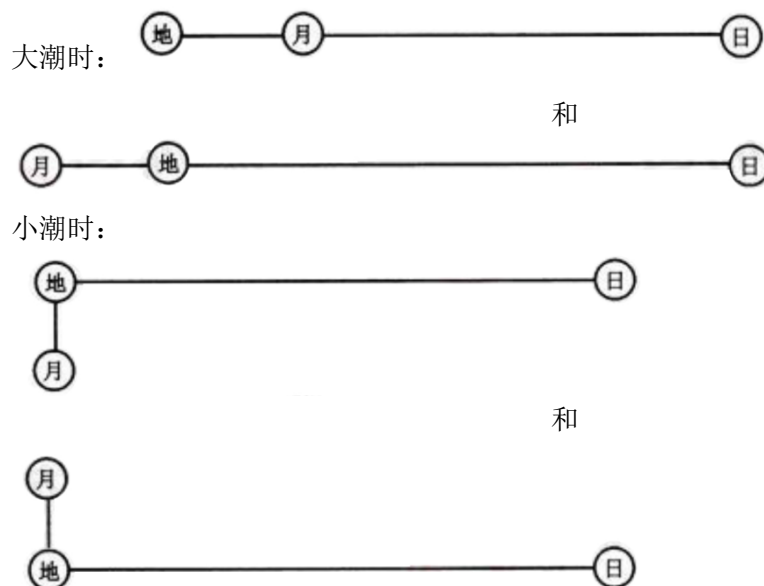
八、(25 分) 如图所示，有一固定的、半径为 a 、内壁光滑的半球形碗（碗口处于水平位置）， O 为球心。碗内搁置一质量为 m 、边长为 a 的等边三角形均匀薄板 ABC 。板的顶点 A 位于碗内最低点，碗的最低点处对 A 有某种约束使顶点 A 不能滑动（板只能绕 A 点转动）。



第 24 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答及评分标准

一、参考答案：

1. 大爆炸
2. 超新星 中子星 黑洞
3. 核聚变
- 4.



5. 0, 4L, L.

评分标准：本题 25 分。

第 1 小题 3 分。

第 2 小题 6 分，每一空格 2 分。

第 3 小题 3 分。

第 4 小题 6 分。第一空格中画对一个图给 2 分，画对二个图给 3 分；第二空格中画对一个图给 2 分，画对二个图给 3 分。

第 5 小题 7 分。第一空格 2 分，第二空格 3 分，第三空格 2 分。

二、参考解答：

当光滑平板与水平面的倾角为 α 时，无论小球 P 处在斜面上什么位置，它受的重力在斜面上的投影总是垂直于 HH' ，大小总是等于 $mg\sin\alpha$ 。以此作为重力的一个分力，则重力的另一个分力即垂直于斜面的分力 $mg\cos\alpha$ 总是与斜面对小球 P 的支持力平衡。这样，小球 P 在斜面内只受上述重力的分量 $mg\sin\alpha$ 和细绳拉力的作用。

当小球 P 运动到圈周的最高点时，细绳垂直于 HH' 绳的拉力与小球所受重力的分量 $mg\sin\alpha$ 沿同一直线，这时只要细绳不松弛，小球就能保持在板面内作圆周运动。设小球到达圆周最高点时的速度为 v ，绳的拉力为 T ，有

$$T + mg \sin \alpha = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

由能量关系，有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgl \sin \alpha \quad (2)$$

由(1)、(2)式得

$$T = m \left(\frac{v_0^2}{l} - 3g \sin \alpha \right) \quad (3)$$

细绳不松弛的条件是

$$T \geq 0 \quad (4)$$

由(3)、(4)式得

$$\alpha \leq \arcsin \left(\frac{v_0^2}{3lg} \right) \quad (5)$$

代入有关数据, 得

$$\alpha \leq \arcsin \left(\frac{5}{6} \right) \quad (6)$$

当倾角 $\alpha < 0$ 时, 经相同的分析可得

$$\alpha \geq -\arcsin \left(\frac{5}{6} \right) \quad (7)$$

由(6)、(7)两式, 可知 α 的取值范围为

$$-\arcsin \left(\frac{5}{6} \right) \leq \alpha \leq \arcsin \left(\frac{5}{6} \right) \quad (8)$$

评分标准: 本题 25 分.

(1)式 7 分, (2)式 7 分, (4)式 5 分, (5)式或(6)式 3 分, (7)式 3 分.

三、参考解答:

以 m 表示气缸内气体的质量, μ 表示其摩尔质量. 当气体处在初始状态时, 已知其压强为 p_0 、体积为 V_0 . 设其温度为 T_0 , 由理想气体状态方程有

$$p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0 \quad (1)$$

在过程 1 中, 对气体加热时, 活塞 S 位置固定不动, 气体体积保持不变, 气体对外不做功, 根据热力学第一定律有

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} c(T_1 - T_0) \quad (2)$$

式中 T_1 为加热后气体的温度. 根据题意, 这时气体的压强为 p_1 . 由理想气体状态方程可知

由(1)、(2)、(3)式得

$$p_1 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad (3)$$

在过程 2 中, 对气体加热时, 活塞要移动, 气体的压强保持 p_0 不变, 体积由 V_0 变为 V_2 , 气体对外做功. 根据热力学第一定律, 有

$$Q_1 = \frac{c}{R} V_0 (p_1 - p_0) \quad (4)$$

在过程 2 中, 对气体加热时, 活塞要移动, 气体的压强保持 p_0 不变, 体积由 V_0 变为 V_2 , 气体对外做功. 根据热力学第一定律, 有

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} c (T_2 - T_0) + p_0 (V_2 - V_0) \quad (5)$$

式中 T_2 为加热后气体的温度. 由理想气体状态方程可知

$$p_0 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2 \quad (6)$$

由 (1)、(5)、(6) 式, 得

$$Q_2 = \frac{(c+R)}{R} p_0 (V_2 - V_0) \quad (7)$$

由 (4)、(7) 式得

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{c}{c+R} \right) \cdot \frac{(p_1 - p_0) V_0}{(V_2 - V_0) p_0} \quad (8)$$

评分标准: 本题 25 分.

(1) 式 2 分, (2) 式 7 分, (3) 式 2 分, (5) 式 7 分, (6) 式 2 分, (8) 式 5 分.

四、参考解答

1. 两导线排的电流产生的磁场

考察导线排 $M_1 M_2$ 中的电流产生的磁场, 取 x 轴与导线排 $M_1 M_2$ 重合, y 轴与导线排 $M_1 M_2$ 垂直, 如图 1 所示. 位于 x 和 $x + \Delta x$ (Δx 为小量) 之间的细导线可以看做是“一根”通有电流 $I \lambda \Delta x$ 的长直导线, 它在 y 轴上 P 点产生的磁感应强度的大小为

$$\Delta B = k \frac{I \lambda \Delta x}{r} \quad (1)$$

r 为 P 点到此直长导线的距离, ΔB 的方向与 r 垂直, 与电流构成右手螺旋.

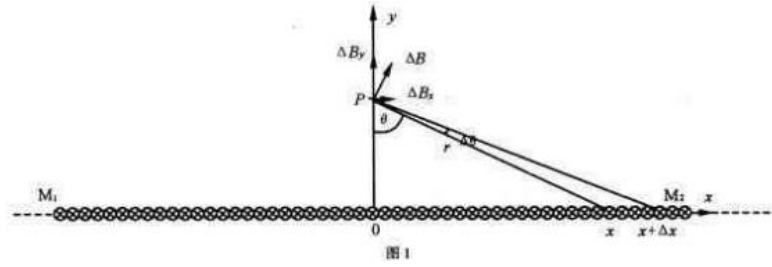
将 ΔB 分解成沿 x 方向和 y 方向的两个分量 ΔB_x 和 ΔB_y , 有

$$\Delta B_x = k \frac{I \lambda \Delta x}{r} \cos \theta \quad (2)$$

$$\Delta B_y = k \frac{I \lambda \Delta x}{r} \sin \theta \quad (3)$$

根据对称性, 位于 $-x$ 到 $-(x + \Delta x)$ 之间的细导线中电流产生的磁感应强度在 y 方向的分量与 ΔB_y 大小相等、方向相反. 可见整个导线排中所有电流产生的磁场在 y 方向的合磁场为 0. 由图 1 可看出

$$\frac{\Delta x \cos \theta}{r} = \Delta \theta \quad (4)$$



把 (4) 式代入 (2) 式得

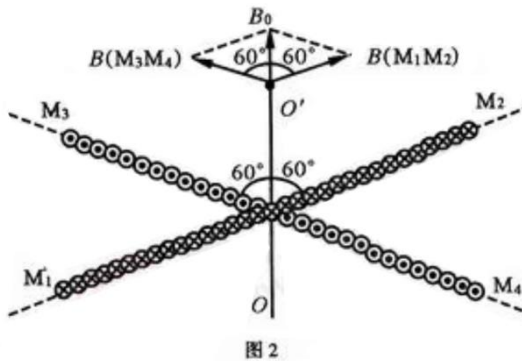
$$\Delta B_x = kI\lambda\Delta\theta \quad (5)$$

导线排上所有电流产生的磁感应强度

$$B = \sum \Delta B_x = \sum kI\lambda\Delta\theta \quad (6)$$

注意到 $\sum \Delta\theta = \pi$ ，得

$$B = k\pi\lambda I \quad (7)$$



即每个导线排中所有电流产生的磁场是匀强磁场，磁场的方向分别与 M_1M_2 和 M_3M_4 导线排平行，如图 2 所示，两导线排中电流产生的磁感应强度 $B(M_1M_2)$ 与 $B(M_3M_4)$ 成 120° ，它们的合磁场的磁感应强度的大小

$$B_0 = 2B\cos 60^\circ = k\pi\lambda I \quad (8)$$

方向与 OO' 平行，由 O 指向 O' 。

2. 半导体片左右两侧面间的电势差

当半导体片中通有均匀电流 I_0 时，半导体片中的载流子作定向运动， N 型半导体的载流子带负电荷，故其速度 v 的方向与 I_0 方向相反，垂直纸面向里，且有

$$I_0 = nqvS \quad (9)$$

式中 S 为半导体片横截面的面积

$$S = \overline{ab} \cdot l \quad (10)$$

载流子作定向运动时要受到磁场洛伦兹力 f_B 的作用，其大小为

$$f_B = qvB_0 \quad (11)$$

对带负电荷的载流子此力的方向指向左侧，于是负电荷积聚在左侧面上，从而左侧面带负电，右侧面带正电，两侧面间出现电势差 $U = U_{右} - U_{左}$ 。带负电荷的载流子受到静电力 f_e 由左侧

面指向右侧面，达到稳定时， f_E 与 f_B 平衡，即

$$f_E = \frac{U}{ab}q = f_B \quad (12)$$

由(8)、(9)、(10)、(11)、(12)各式得

$$U = k \frac{\pi \lambda I I_0}{nql} \quad (13)$$

评分标准：本题 25 分。

(7)式 8 分，(8)式 4 分，(9)式 3 分，(12)式 5 分，(13)式 5 分，

五、参考解答：

1. 在线框转动过程中，三角形的 AC 、 CD 两边因切割磁感应线而产生感应电动势，因长度为 d 的 AC 边和 CD 边都不与磁场方向垂直，每条边切割磁感应线的有效长度，即垂直于磁场方向的长度为

$$l = d \cos 30^\circ = \frac{1}{2}d \quad (1)$$

因 AC 边上不同部分到转轴的距离不同，它们的速度随离开转轴的距离的增大而线性增大，故可认为 AC 边上各部分产生的总电动势，数值上等同于整条 AC 边均以 AC 边中点处的速度 \bar{v} 运动时产生的电动势，而

$$\bar{v} = \omega \frac{1}{2} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega d \quad (2)$$

设在 $t=0$ 至时刻 t ，三角形从平行于磁场方向的位置绕轴转过角度为 θ ，则

$$\theta = \omega t \quad (3)$$

因而边上各点速度的方向不再与磁场方向垂直，沿垂直磁场方向的分量

$$\bar{v}_\perp = \bar{v} \cos \theta \quad (4)$$

由此得到 t 时刻 AC 边中的感应电动势

$$E_{AC} = Bl\bar{v}_\perp \quad (5)$$

其方向由 A 指向 C ，由(1)、(2)、(3)、(4)、(5)各式得

$$E_{AC} = \frac{\sqrt{3}}{8} B \omega d^2 \cos \omega t \quad (6)$$

同理可得

$$E_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{8} B \omega d^2 \cos \omega t \quad (7)$$

其方向由 C 指向 D ，三角形线框中的总电动势

$$E = E_{AC} + E_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{4} B \omega d^2 \cos \omega t \quad (8)$$

其方向沿 $ACDA$ 回路方向，因线框中的总电阻为 $3R$ ，故 t 时刻线框中的电流

$$i = \frac{E}{3R} = \frac{\sqrt{3}}{12R} B \omega d^2 \cos \omega t \quad (9)$$

2. 对于 AP 来说，长度为 x ，在 $t=0$ 时刻， $\cos \omega t=1$ ，而以 x 代替(6)式中的 d ，即可得

AP 段中的感应电动势的大小

$$E_{AP} = \frac{\sqrt{3}}{8} Bx^2 \omega \quad (10)$$

方向由 A 点指向 P 点, 由(9)式, 此时线框的电流

$$I = \frac{\sqrt{3}}{12R} Bxd^2 \quad (11)$$

根据含源电路欧姆定律, P 点的电势

$$U_P = E_{AP} - I \frac{R}{d} x \quad (12)$$

把(10)、(11)两式代入(12)式, 经整理后得

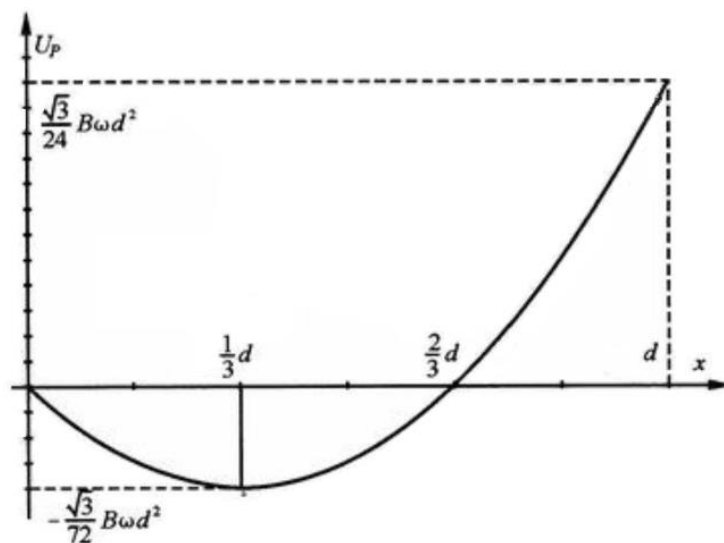
$$U_P = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega \left(x^2 - \frac{2}{3} xd \right) \quad (13)$$

为了画出 $U_P(x)$ 图线, 先求出若干特征点的电势值: (13)式右侧是一个关于 x 的二次方程,

故 $U_P(x)$ 图线为一抛物线, (13)式可改写为

$$U_P + \frac{\sqrt{3}}{72} B\omega d^2 = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega \left(x - \frac{1}{3} d \right)^2 \quad (14)$$

由(14)式可知, 此抛物线



(i) $x = 0$ 和 $x = \frac{2}{3}d$

$$U_P = 0$$

(ii) 抛物线的顶点坐标为

$$x = \frac{d}{3}, \quad U_P = -\frac{\sqrt{3}}{72} B\omega d^2$$

(iii) $x = d, \quad U_P = \frac{\sqrt{3}}{24} B\omega d^2$

图线如图所示.

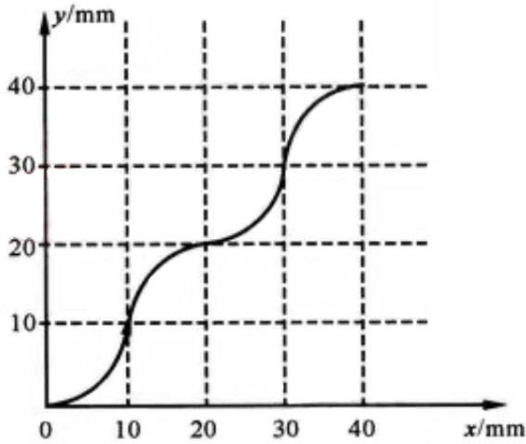
评分标准: 本题 25 分.

第 1 小题 13 分. 求得(6)或(7)式 8 分, (8)式 2 分, (9)式 3 分.

第 2 小题 12 分. (10)式 4 分, (13)式 4 分, 图线正确给 4 分,

六、参考解答:

1.



2. $2\sqrt{2}\text{m/s}$

评分标准: 本题 25 分.

1. 图线形状正确给 10 分, 横坐标标度正确给 5 分, 纵坐标标度正确给 5 分.

2. 求得平均速度大小给 5 分.

七、参考解答:

1. $\frac{f(R-f)}{R}$; $\frac{f(R+f)}{R}$

2. 1; 1

3. 对凹面镜光路图如图 1 所示;

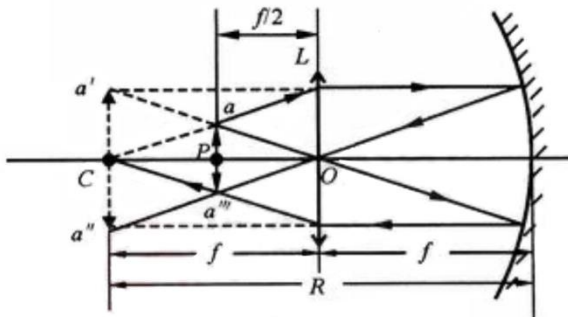
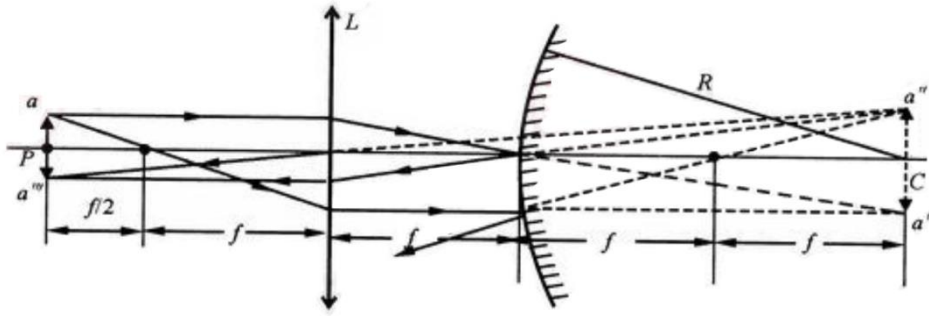


图 1

对凸面镜光路图如图 2 所示,



评分标准：本题 25 分。

第 1 小题 10 分，每一空格 5 分。

第 2 小题 5 分，填对一个空格给 3 分，填对二个空格给 5 分。

第 3 小题 10 分，每图 5 分。

八、参考解答：

解法一

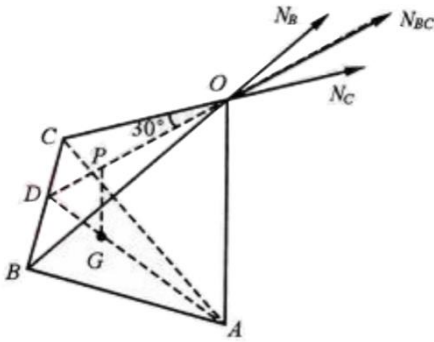


图 1

1. 因 A 点位于半球形碗的最低点，等边三角形薄板的 BC 边一定沿水平方向。作连线 OB 和 OC，因 O 为半球形碗的球心，A、B、C 均在球面上，故有

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = a \quad (1)$$

ABC 是等边三角形，

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = a \quad (2)$$

故 OABC 为正四面体，如图 1 所示。三角形薄板所受的力有：

$$N_B = N_C \quad (3)$$

(i) B、C 处碗面对板的作用力 NB 和 NC 均垂直于碗面，指向球心 O。又由对称性可知，它们的合力 NBC 沿 $\angle COB$ 的角平分线 DO 的方向，其大小为

$$N_{BC} = 2N_B \cos 30^\circ = \sqrt{3}N_B \quad (4)$$

DO 的长度

$$\overline{DO} = \overline{OB} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (5)$$

(ii) 重力 F_G 的大小

$$F_G = mg \quad (6)$$

它作用于三角形 ABC 的重心 G . G 位于 AD 上, 与 A 的距离

$$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{OD} = \frac{\sqrt{3}}{3}a \quad (7)$$

重力的方向与 OA 平行, 该力位于 OAD 平面内, 与 OD 相交. 用 P 表示其交点, 则

$$\overline{OP} = \frac{2}{3}\overline{AG} = \frac{\sqrt{3}}{3}a \quad (8)$$

$$h' = a - \overline{OG'} = a - \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AG}^2} = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)a \quad (15)$$

A 点被约束时薄板重心为 G 点, 参阅图 1, 可知 G 点相对碗最低点的高度

$$h = \overline{AG} \cos \angle DAO = \overline{AG} \cos \alpha \quad (16)$$

由(7)和(9)式可得

$$h = \frac{1}{3}a \quad (17)$$

由(15)、(17)两式可求得薄板从 A 点约束解除到处于水平状态过程中, 其重心高度减少量的最大值, 从而求出重力势能的减少量的最大值, 最后即求得薄板具有的最大动能为

$$E_k = mg(h - h') = \frac{\sqrt{6} - 2}{3}mga \quad (18)$$

评分标准: 本题 25 分.

第 1 小题 20 分. (4)式 2 分, (10)式 7 分, (11)式 7 分, (12)式 2 分, (14)式 2 分.

第 2 小题 5 分. (15)式 1 分, (17)式 2 分, (18)式 2 分.

解法二

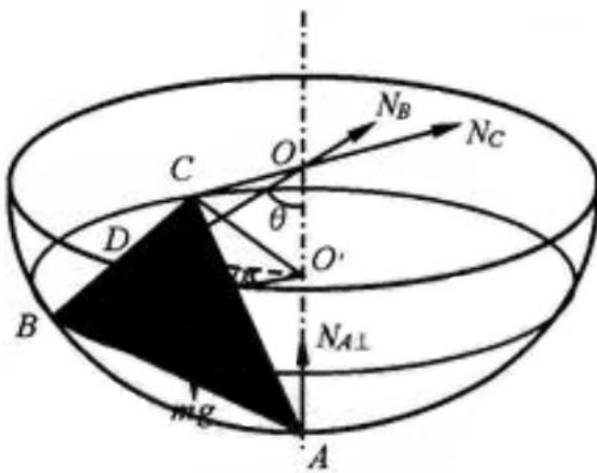


图 1

1. 当三角形薄板处于平衡状态时, 根据对称性, \overline{BC} 必位于过 B 、 C 两点的水平圆面内, 以 O' 表示此水平圆面的圆心, 如图 1 所示, 碗内壁球面的球心为 O , 则 O' 以及 A 、 O 三点必位于同一条竖直线上, 由于 B 、 C 与球面接触处都是光滑的, 球面对这两点的作用力都指向球面的球心 O , 令 N_B 和 N_C 分别表示这两个力的大小, 由对称性可知

$$N_B = N_C \quad (1)$$

因球面的半径等于等边三角形的边长, 三角形 OAB 和 OBC 都是等边三角形

$$\angle AOB = \angle BOC = \theta = 60^\circ \quad (2)$$

把 N_B 分解成沿竖直方向的分量 $N_{B\perp}$ 和位于水平面内的分量 $N_{B\parallel}$ ，则有

$$N_{B\perp} = N_B \cos \theta = N_B \cos 60^\circ = \frac{1}{2} N_B \quad (3)$$

$$N_{B\parallel} = N_B \sin \theta = N_B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_B \quad (4)$$

同理有

$$N_{C\perp} = N_C \cos \theta = N_C \cos 60^\circ = \frac{1}{2} N_C \quad (5)$$

$$N_{C\parallel} = N_C \sin \theta = N_C \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_C \quad (6)$$

$N_{B\parallel}$ 与 BO' 平行， $N_{C\parallel}$ 与 CO' 平行，都平行于以 O' 为圆心的水平圆面，可以把这两个力移到圆心为 O' 的水平四面内，如图 2 所示。 $N_{B\parallel}$ 和 $N_{C\parallel}$ 的合力为 N_{\parallel} 。

球面底部作用于三角形薄板的力 N_A 也可分解成沿竖直方向的分量 $N_{A\perp}$ 和位于水平面内的分量 $N_{A\parallel}$ 。当三角形薄板达到平衡时，有

$$N_{A\parallel} = N_{\parallel} = 2N_{B\parallel} \cos \alpha \quad (7)$$

$$mg - N_{A\perp} - N_{B\perp} - N_{C\perp} = 0 \quad (8)$$

由图 1 可知，圆心为 O' 的水平圆面的半径 R 即线段 $\overline{O'B}$ 是等边三角形 OAB 的高，故有

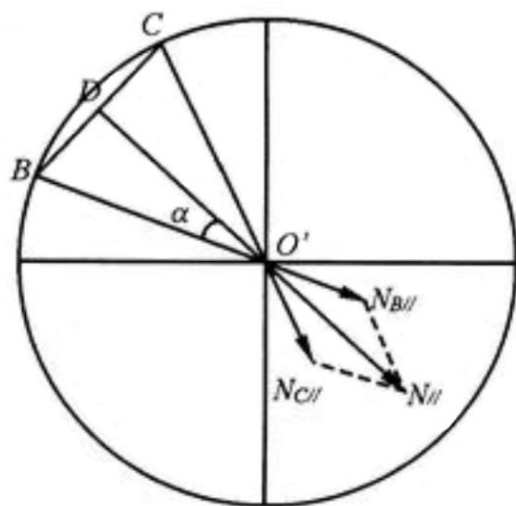


图 2

$$R = a \sin \theta = a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (9)$$

由图 2 得

$$\cos \alpha = \frac{\overline{O'D}}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{R} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (10)$$

由以上有关各式, (7)、(8)两式可写成

$$N_{A//} = \sqrt{2}N \quad (11)$$

$$N_{A\perp} = mg - N_B \quad (12)$$

当三角形薄板达到平衡时, 作用于三角形的各力对 BC 边的力矩总和等于零. N_B, N_C 通过 BC 边, 对 BC 边无力矩作用, 只有 $N_{A//}$ 、 $N_{A\perp}$ 和重力 mg 对 BC 边有力矩作用. 平衡时有

$$N_{A//} \cdot \frac{a}{2} + mg \cdot \frac{1}{3}\overline{O'D} - N_{A\perp}\overline{O'D} = 0 \quad (13)$$

由(9)、(10)式可知

$$\overline{O'D} = R \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}a \quad (14)$$

把(14)式代入(13)式, 得

$$N_{A//} = \sqrt{2}N_{A\perp} - \frac{\sqrt{2}}{3}mg \quad (15)$$

由(11)、(12)和(15)及(1)式

$$N_B = N_C = \frac{1}{3}mg \quad (16)$$

$$N_{A//} = \frac{\sqrt{2}}{3}mg \quad (17)$$

$$N_{A\perp} = \frac{2mg}{3} \quad (18)$$

$$N_A = \frac{\sqrt{6}}{3}mg \quad (19)$$

2. 当解除对 A 点的约束, A 、 B 、 C 三顶点将在球面内从静止开始滑动, 根据对称性可知, 必有一时刻薄板处于水平位置, 这时板的重心最低, 重力势能最小, 薄板具有的动能最大, 这动能采自薄板减少的重力势能.

在图 1 中三角形 ADO' 为直角三角形, 一条直角边 DO' 位于水平位置, 另一条直角边 AO' 位于竖直位置, 根据题意及几何关系可知, 三角形薄板的重心 C 位于斜边 AD 上, 离 A 点的距离为 $\frac{2}{3}\overline{AD}$, 重心 G 的高度

$$h = \frac{2}{3}\overline{AO'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{1}{3}a \quad (20)$$

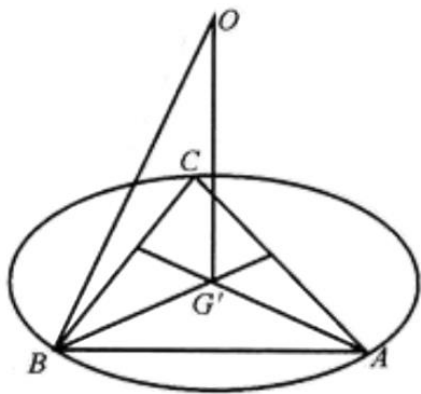


图 3

当三角形薄板的三条边位于同一水平的圆面内时，三角形的重心 G' 与其三边所在圆面的圆心重合，如图 3 所示。

$$\overline{BG'} = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\overline{OG'} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{BG'}^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3}{9}a^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

这时，三角形薄板重心 G' 的高度

$$h' = a - \frac{\sqrt{6}}{3} a = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} a \quad (21)$$

薄板的最大动能

$$E_k = mg(h - h') = \frac{\sqrt{6} - 2}{3} mga \quad (22)$$

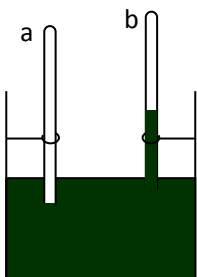
评分标准：本题 25.

第 1 小题 20 分. (11)式 6 分，(12)式 6 分，(15)式 4 分，(16)式 2 分，(19)式 2 分.

第 2 小题 5 分. (20)式 1 分，(21)式 2 分，(22)式 2 分.

- B. a 中的气体内能减少, b 中的气体内能增加
- C. a、b 中气体内能都增加
- D. a、b 中气体内能都减少

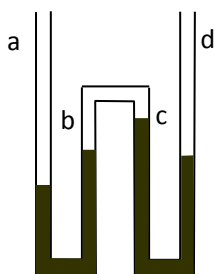
[]



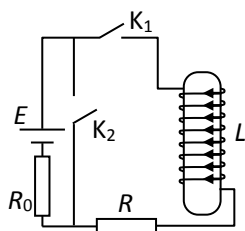
5. 图示为由粗细均匀的细玻璃管弯曲成的“双 U 形管”, a、b、c、d 为其中四段竖直的部分, 其中 a、d 上端是开口的, 处在大气中, 管中的水银把一段气柱密封在 b、c 内, 达到平衡时, 管内水银面的位置如图所示. 现缓慢地降低气柱中气体的温度, 若 c 中的水银上升了一小段高度 Δh , 则

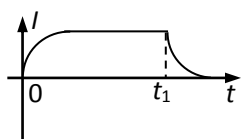
- A. b 中的水银面也上升 Δh
- B. b 中的水银面也上升, 但上升的高度小于 Δh
- C. 气柱中气体压强的减少量等于高为 Δh 的水银柱所产生的压强
- D. 气柱中气体压强的减少量等于高为 $2\Delta h$ 的水银柱所产生的压强

[]



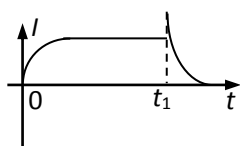
6. 图中 L 是绕在铁心上的线圈, 它与电阻 R 、 R_0 、电键和电池 E 可构成闭合回路. 线圈上的箭头表示线圈中电流的正方向, 当电流的流向与箭头所示的方向相同, 该电流为正, 否则为负. 电键 K_1 和 K_2 都处于断开状态. 设在 $t=0$ 时刻, 接通电键 K_1 , 经过一段时间, 在 $t=t_1$ 时刻, 再接通电键 K_2 , 则能较正确在表示 L 中的电流 I 随时间 t 的变化的图线是下面给出的四个图中的哪个图?





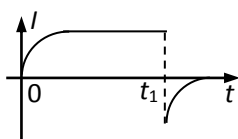
图

A. 图 1



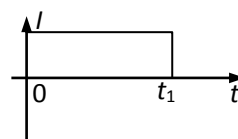
图

B. 图 2



图

C. 图 3



图

D. 图 4

[]

二、填空题和作图题。把答案填在题中横线上或把图画在题指定的地方。只要给出结果，不需要写出求得结果的过程。

7. (8分)为了估算水库中水的体积，可取一瓶无毒的放射性同位素的水溶液，测得瓶内溶液每分钟衰变

6×10^7 次，已知这种同位素的半衰期为 2 天。现将这瓶溶液倒入水库，8 天后可以认为已均匀分布在水库中，这时取 1.0 m^3 水库中的水样，测得水样每分钟衰变 20 次。同此可知水库中水的体积为_____ m^3 。

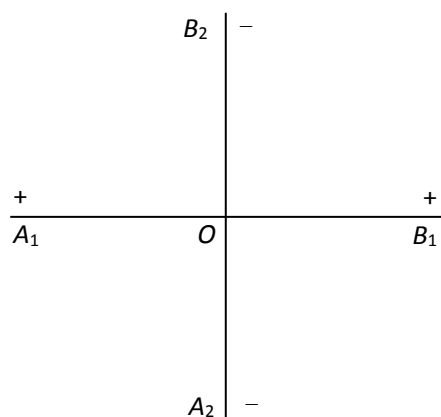
8. (8分)在一条笔直的公路上依次设置三盏交通信号灯 L_1 、 L_2 和 L_3 ， L_2 与 L_1 相距为 80m， L_3 与 L_1 相距为 120m。每盏信号灯显示绿色的时间间隔都是 20s，显示红色的时间间隔都是 40s， L_1 与 L_3 同时显示绿色， L_2 则在 L_1 显示红色经历 10s 时开始显示绿色。规定车辆通过三盏信号灯经历的时间不得超过 150s。若有一辆匀速向前行驶的汽车通过 L_1 的时刻正好是 L_1 刚开始显示绿色的时刻，则此汽车能不停顿地通过三盏信号灯的最大速率是_____ m/s。若一辆匀速向前行驶的自行车通过 L_1 的时刻是 L_1 显示绿色经历了 10s 的时刻，则此自行车能不停顿地通过三盏信号灯的最小速率是_____ m/s。

9. (8分)位于水平光滑桌面上的 n 个完全相同的小物块，沿一条直线排列，相邻小物块间都存在一定的距离。自左向右起，第 1 个小物块标记为 P_1 ，第 2 个小物块标记为 P_2 ，第 3 个小物块标记为 P_3 ，……，最后一个小物块即最右边的小物块标记为 P_n 。现设法同时给每个小物块一个方向都向右但大小各不相同的速度，其中最大的速度记作 v_1 ，最小的速度记作 v_n ，介于最大速度和最小速度间的各速度由大到小依次记为 v_2 、 v_3 、……、 v_{n-1} 。若小物块发生碰撞时，碰撞都是弹性正碰，且碰撞时间极短，则最终小物块 P_1 、 P_2 、 P_3 、……、 P_n 速度的大小依次为_____。

10. (11 分)有两块无限大的均匀带电平面，一块带正电，一块带负电，单位面积所带电荷量的数值相等。现把两带电平面正交放置如图所示。图中直线 A_1B_1 和 A_2B_2 分别为带正电的平面和带负电的平面与纸面正交的交线， O 为两交线的交点。

(i) 试根据每块无限大均匀带电平面产生的电场(场强和电势)具有对称性的特点，并取 O 点作为电势的零点，在右面给的整个图上画出电场(正、负电荷产生的总电场)中电势分别为 $0V$ 、 $1V$ 、 $2V$ 、 $3V$ 、 $-1V$ 、 $-2V$ 、 $-3V$ 的等势面与纸面的交线的示意图，并标出每个等势面的电势。

(ii) 若每个带电平面单独产生的电场是 $E_0=1.0V/m$ ，则求出(i)中相邻两等势面间的距离 $d=$ _____。



11. (10 分)一列简谐横波在 x 轴上传播(振动位移沿 y 轴)。已知 $x=12cm$ 处的质元的振动图线如图 1 所示， $x=18cm$ 处的质元的振动图线如图 2 所示。根据这两条振动图线，可获得关于这列简谐横波的确定的和可能的信息(如频率、波速、波长等)是哪些？

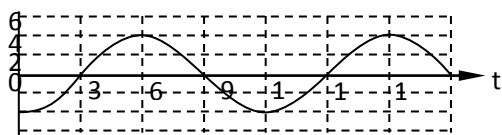


图 1

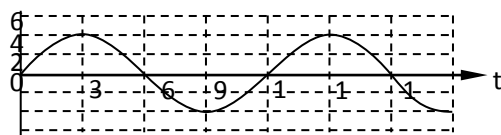


图 2

12. (8 分)一座平顶房屋，顶的面积 $S=40m^2$ 。第一次连续下了 $t=24$ 小时的雨，雨滴沿竖直方向以 $v=5.0m/s$ 的速度落到屋顶，假定雨滴撞击屋顶的时间极短且不反弹，并立即流走。第二次气温在摄氏零下若干度，而且是下冻雨，也下了 24 小时，全部冻雨落到屋顶便都结成冰并留在屋顶上，测得冰层的厚度 $d=25mm$ 。已知两次下雨的雨量相等，冰的密度为 $9 \times 10^2 kg/m^3$ 。由以上数据可估算得第二次下的冻雨结成冰对屋顶的压力为_____N，第一次下雨过程中，雨对屋顶的撞击使整个屋顶受到的压力为_____N。

13. (10分)在示波器的YY'偏转电极上,加电压 $u_1=U_0\sin 2\pi vt$, 式中频率 $\nu=50\text{Hz}$. 同时在示波器XX'偏转电极上加如图1所示的锯齿波电压 u_2 , 试在图2中画出荧光屏上显示的图线. 如果由于某种原因, 此图线很缓慢地向右移动, 则其原因是_____

_____。

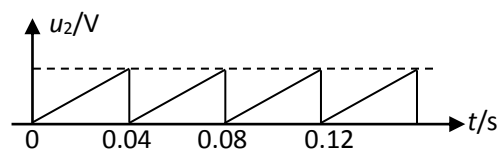


图 1

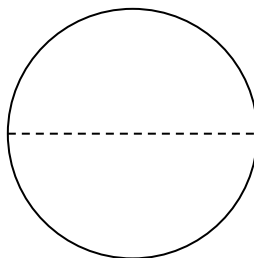


图 2

三、计算题。解答应写出必要的文字说明、方和和重要的演算步骤。只写出最后结果的不能得分。有数值计算的题，答案中必须明确写出数值和单位。

14. (14分)一电流表，其内阻 $R_g=10.0\Omega$ ，如果将它与一阻值 $R_0=49990\Omega$ 的定值电阻串联，便可成为一量程 $U_0=50V$ 的电压表。现把此电流表改装成一块双量程的电压表，两个量程分别为 $U_{01}=5V$ 和 $U_{02}=10V$ 。当用此电压表的 $5V$ 挡去测一直流电源两端的电压时，电压表的示数为 $4.50V$ ；当用此电压表的 $10V$ 挡去测量该电源两端的电压时，电压表的示数为 $4.80V$ 。问此电源的电动势为多少？

15. (12分)为训练宇航员能在失重状态下工作和生活，需要创造一种失重的环境。在地球表面附近，当飞机模拟某些在重力作用下的运动时，就可以在飞机座舱内实现短时间的完全失重状态。现要求一架飞机在 $v_1=500m/s$ 时进入失重状态的试验，在速率为 $v_2=1000m/s$ 时退出失重状态试验。重力加速度 $g=10m/s^2$ 试问：

- (i) 在上述给定的速率要求下，该飞机需要模拟何重运动，方可在一定范围内任意选择失重的时间的长短？试定量讨论影响失重时间长短的因素。
- (ii) 飞机模拟这种运动时，可选择的失重状态的时间范围是多少？

16. (12 分)假定月球绕地球作圆周运动,地球绕太阳也作圆周运动,且轨道都在同一平面内.已知地球表面处的重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$,地球半径 $R_e=6.37\times 10^6\text{m}$,月球质量 $m_m=7.3\times 10^{22}\text{kg}$,月球半径 $R_m=1.7\times 10^6\text{m}$,引力恒量 $G=6.67\times 10^{-11}\text{N m}^2\text{ kg}^{-2}$,月心地心间的距离约为 $r_{em}=3.84\times 10^8\text{m}$.

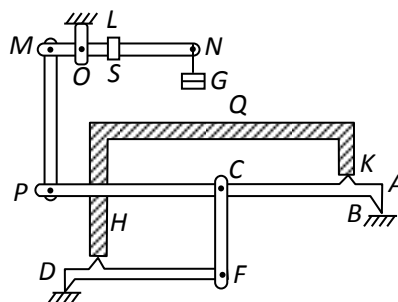
- (i) 月球的月心绕地球的地心运动一周需多少天?
- (ii) 地球上的观察者相继两次看到满月需多少天?
- (iii) 若忽略月球绕地球的运动,设想从地球表面发射一枚火箭直接射向月球,试估算火箭到达月球表面时的速度至少为多少(结果要求两位数字)?

17. (12 分)如图所示,1 和 2 是放在水平地面上的两个小物块(可视为质点),与地面的滑动摩擦系数相同,两物块间的距离 $d=170.00\text{m}$,它们的质量分别为 $m_1=2.00\text{kg}$, $m_2=3.00\text{kg}$.现令它们分别以初速度 $v_1=10.00\text{m/s}$ 和 $v_2=2.00\text{m/s}$ 迎向运动,经过时间 $t=20.0\text{s}$,两物块相碰,碰撞时间极短,碰后两者粘在一起运动.求从刚碰后到停止运动过程中损失的机械能.

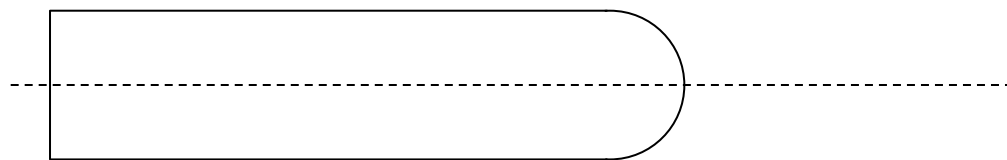


18. (11分)磅秤由底座、载物平台 Q 、杠杆系统及砝码组成，如示为其等效的在竖直平面内的截面图. Q 是一块水平放置的铁板，通过两侧的竖直铁板 H 和 K 、压在 E 、 B 处的刀口上. 杠杆系统由横杆 DEF 、 $ABCF$ 和竖杆 CF 、 MP 以及横杆 MON 组成. 另有两个位于 A 、 D 处的刀口分别压在磅秤的底座上(Q 、 K 、 H 、 E 、 B 、 A 、 D 在沿垂直于纸面的方向都有一定的长度，图中为其断面). C 、 F 、 M 、 N 、 O 、 P 都是是转轴，其中 O 被位于顶部并与磅秤底座固连在支架 OL 吊住，所以转轴 O 不能发生移动. 磅秤设计时，已做到当载物平台上不放任何待称物品、游码 S 位于左侧零刻度处、砝码挂钩上砝码为零时，横梁 MON 处于水平状态，这时横杆 DEF 、 $ABCF$ 亦是水平的，而竖杆 CF 、 MP 则是竖直的.

当重为 W 的待称物品放在载物平台 Q 上时，用 W_1 表示 B 处刀口增加的压力， W_2 表示 E 处刀口增加的压力，由于杠杆系统的调节，横梁 MON 失去平衡，偏离水平位置. 适当增加砝码 G 或移动游码 S 的位置，可使横梁 MON 恢复平衡，回到水平位置. 待称物品的重量(质量)可由砝码数值及游码的位置确定. 为了保证待称物品放在载物台上不同位置时磅秤都能显示出相同的结果，在设计时， AB 、 DE 、 AC 、 DF 之间应满足怎样的关系?



19. (11 分)如图所示，一细长的圆柱形均匀玻璃棒，其一个端面是平面(垂直于轴线)，另一个端面是球面，球心位于轴线上。现有一根很细的光束沿平行于轴线方向且很靠近轴线入射。当光从平端面射入棒内时，光线从另一端面射出后与轴线的交点到球面的距离为 a ；当光线从球形端面射入棒内时，光线在棒内与轴线的交点到球面的距离为 b 。试近似地求出玻璃的折射率 n 。



20. (13 分)光子不仅有能量，而且还有动量，频率为 ν 的光子能量为 $h\nu$ ，动量为 $\frac{h\nu}{c}$ ，式中 h 为普朗克常量， c 为光速。光子射到物体表面时将产生压力作用，这就是光压。设想有一宇宙尘埃，可视为一半径 $R=10.0\text{cm}$ 的小球，其材料与地球相同，它到太阳的距离与地球到太阳的距离相等。试计算太阳辐射对此尘埃作用力的大小与太阳对它万有引力大小的比值。假定太阳辐射射到尘埃时被尘埃全部吸收。已知：地球绕太阳运动可视为圆周运动，太阳辐射在单位时间内射到位于地球轨道处的、垂直于太阳光线方向的单位面积上的辐射能 $S=1.37\times 10^3\text{W m}^2$ ，地球到太阳中心的距离 $r_{ec}=1.5\times 10^{11}\text{m}$ ，地球表面附近的重力加速度 $g=10\text{m s}^{-2}$ ，地球半径 $R_e=6.4\times 10^6$ ，引力恒量 $G=6.67\times 10^{-11}\text{N m}^2\text{ kg}^{-2}$ 。

21. (16分) 设空间存在三个相互垂直的已知场: 电场强度为 E 的匀强电场, 磁感应强度为 B 的匀强磁场和重力加速度为 g 的重力场. 一质量为 m 、电荷量为 q 的带正电的质点在此空间运动, 已知在运动过程中, 质点速度大小恒定不变.

- (i) 试通过论证, 说明此质点作何运动(不必求出运动的轨迹方程).
- (ii) 若在某一时刻, 电场和磁场突然全部消失, 已知此后该质点在运动过程中的最小动能为其初始动能(即电场和磁场刚要消失时的动能)的一半, 试求在电场、磁场刚要消失时刻该质点的速度在三个场方向的分量封存.

第 25 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 答案及评分标准

一、选择题(36 分)

答案:

1. C、D, 2. B、C, 3. A、C、D, 4. B, 5. A、D,
6. A.

评分标准:

每小题 6 分. 全都选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

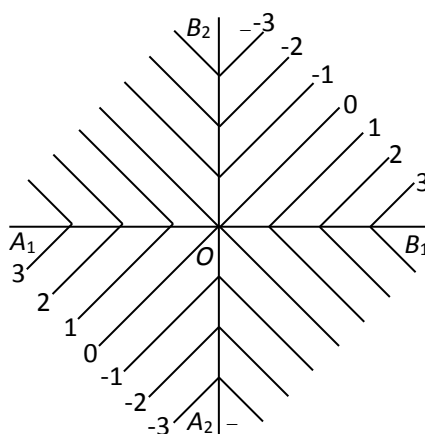
二、填空题及作图题答案及评分标准:

7. 1. 9×10^5 (8 分)

8. 2 (4 分)、 $\frac{12}{13}$ (4 分)

9. $v_n, v_{n-1}, \dots, v_3, v_2, v_1$. (8 分)

10. (i) 如图所示(8 分)



- (ii) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m (3 分)

11. (1) 振幅 $A=4\text{cm}$ (2 分)

- (2) 周期 $T=12\text{s}$, 或频率 $\nu=\frac{1}{12}\text{s}^{-1}$ (2 分)

- (3) 若波沿 x 轴方向传播, 则此波可能的最大传播速度 $v_m=\frac{2}{3}\text{cm s}^{-1}$, 其他可能的传播

速度为 $v_n = \frac{2}{3+4n}\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $n=1, 2, 3, \dots$; 此波可能的最大波长为 $\lambda=8\text{cm}$, 其它可能波

长为 $\lambda_n = \frac{24}{3+4n}\text{cm}$, $n=1, 2, 3, \dots$ (3 分)

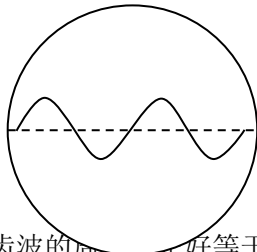
- (4) 若波沿负 x 轴方向传播, 则此波可能的最大传播速度 $v_m=2\text{cm s}^{-1}$, 其它可能的传播

速度为 $v_n = \frac{2}{1+4n} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $n=1, 2, 3, \dots$; 此波可能的最大波长为 $\lambda=24\text{cm}$, 其它可能波

长为 $\lambda_n = \frac{24}{1+4n} \text{ cm}$, $n=1, 2, 3, \dots$ (3分)

12. 9×10^3 (2分) 0.058 (6分)

13.



(6分)

锯齿波的周期正好等于正弦波周期的2倍, 而是稍小一点. (4分)

三、计算题

14.

参考解答:

设电流表的量程为 I_g , 当电流表与定值电阻 R_0 串联改装成电压表时, 此电压表的内阻

$$R'_0 = R_g + R_0 \quad (1)$$

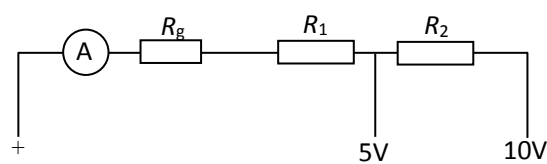
由于此电压表的量程 $U_0=50\text{V}$, 故有

$$I_g R'_0 = U_0 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式得

$$I_g = \frac{U_0}{R_g + R_0} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (3)$$

即电流表的量程为 1mA .



电流表改装成双量程电压表的电路如图所示, 图中 R_1 和 R_2 是为把电流表改装成双量程电压表必须串联的电阻, 其值待求. 用 R'_1 表示电压表量程 $U_{01}=5\text{V}$ 挡的内阻, 则有

$$R'_1 = R_g + R_1 \quad (4)$$

而

$$I_g R'_1 = U_{01} \quad (5)$$

由(3)、(5)式得

$$R'_1 = \frac{U_{01}}{I_g} = \frac{5}{10^{-3}} \Omega = 5 \times 10^3 \Omega \quad (6)$$

同理得电压表量程 $U_{02}=10\text{V}$ 挡的内阻

$$R'_2 = R_g + R_1 + R_2 = \frac{U_{02}}{I_g} = \frac{10}{10^{-3}} = 1.0 \times 10^4 \Omega \quad (7)$$

设电源电动势为 E ，内阻为 r ，当用电压表量程为 5V 挡测电源两端的电压时，电压表的示数为 U_1 ，已知 $U_1=4.50\text{V}$ ，设此时通过电流表的电流为 I_1 ，有

$$U_1 + I_1 r = E \quad (8)$$

$$U_1 = I_1 R'_1 \quad (9)$$

当用电压表的 10V 挡测量该电源两端的电压时，电压表的示数为 U_2 ，已知 $U_2=4.80\text{V}$ ，设此时通过电流表的电流为 I_2 ，有

$$U_2 + I_2 r = E \quad (10)$$

$$U_2 = I_2 R'_2 \quad (11)$$

解(8)、(9)、(10)、(11)式，并注意到(6)、(7)式得

$$E=5.14\text{V} \quad (12)$$

评分标准：

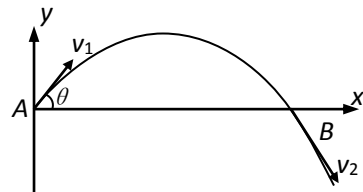
本题 14 分。(3)式 3 分，(6)式 2 分，(7)式 2 分，(8)式、(9)式、(10)式、(11)式共 4 分，(12)式 3 分。

15.

参考解答：

(i) 当飞机作加速度大小为重力加速度 g ，加速度的方向竖直向下的运动时，座舱内的试验者便处于完全失重状态。这种运动可以是飞机模拟无阻力下的自由落体运动或竖直上抛运动，也可以是斜抛运动。当进入试验速率和退出试验的速率确定后，飞机模拟前两种运动时，失重时间长短都是一定的、不可选择的。当飞机模拟无阻力下的斜抛运动时，失重时间的长短与抛射角有关，可在一定范围内进行选择。

考察飞机模拟无阻力作用下的斜抛运动。设开始试验时飞机的初速度大小为 v_1 ，方向与水平方向成 θ 角，起始位置为 A 点，经做抛物线运动在 B 点退出试验，如图所示。以 t 表示试验经历的时间，在退出试验时的速率为 v_2 ，则有



$$v_{2x} = v_1 \cos \theta \quad (1)$$

$$v_{2y} = v_1 \sin \theta - gt \quad (2)$$

而

$$v_2^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2 \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式得

$$g^2 t^2 - 2v_1 g t \sin \theta + v_1^2 - v_2^2 = 0 \quad (4)$$

解(4)式得

$$t = \frac{v_1 \sin \theta + \sqrt{v_1^2 \sin^2 \theta + (v_2^2 - v_1^2)}}{g} \quad (5)$$

由(5)式可知, 当进入试验时, 飞机的速度 v_1 和退出飞机的速度 v_2 确定以后, 失重时间的长短可通过 θ 来调节.

(ii) 当 $\theta=90^\circ$ 时, 失重时间最长, 由(5)式可求得最长失重时间

$$t_{\max} = 150s \quad (6)$$

当 $\theta=-90^\circ$ 时, 失重时间最短, 由(5)式可求得最短失重时间

$$t_{\min} = 50s \quad (7)$$

失重时间的调节范围在 50s 到 150s 之间.

评分标准:

本题 12 分

第(i)小问 8 分. 指明斜抛运动得 2 分, 求得(5)式并指出失重时间的长短可通过 θ 来调节得 6 分.

第(ii)小问 4 分. 求得(6)式得 2 分, 求得(7)式得 2 分.

16.

参考解答:

(i) 月球在地球引力作用下绕地心作圆周运动, 设地球的质量为 m_e , 月球绕地心作圆周运动的角速度为 ω_m , 由万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{m_e m_m}{r_{em}^2} = m_m r_{em} \omega_m^2 \quad (1)$$

另有

$$G \frac{m_e}{R_e^2} = g \quad (2)$$

月球绕地球一周的时间

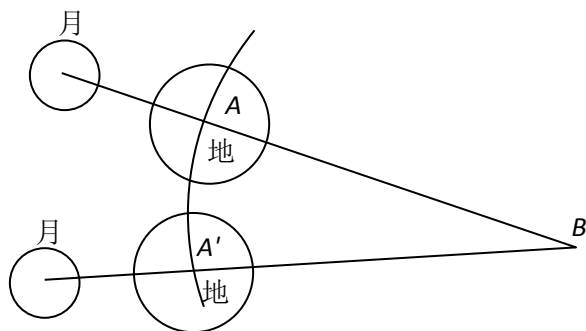
$$T_m = \frac{2\pi}{\omega_m} \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)三式得

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{r_{em}^3}{g R_e^2}} \quad (4)$$

代入有关数据得

$$T_m = 2.37 \times 10^6 s = 27.4 \text{天} \quad (5)$$



(ii) 满月是当月球、地球、和太阳成一直线时才有的，此时地球在月球和太阳之间，即图中 A 的位置。当第二个满月时，由于地球绕太阳的运动，地球位置已运动到 A'。若以 T'_m 表示相继两次满月经历的时间， ω_e 表示地球绕太阳运动的角速度，由于 ω_e 和 ω_m 的方向相同，故有

$$\omega_m T'_m = 2\pi + \omega_e T'_m \quad (6)$$

而

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T_m} \quad (7)$$

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} \quad (8)$$

式中 T_e 为地球绕太阳运动的周期， $T_e = 365$ 天。由(6)、(7)、(8)三式得

$$T'_m = \frac{T_e T_m}{T_e - T_m} \quad (9)$$

注意到(5)式，得

$$T'_m = 29.6 \text{ 天} \quad (10)$$

(iii) 从地面射向月球的火箭一方面受到地球的引力作用，另一方面也受到月球的引力作用。当火箭离地球较近时，地球的引力大于月球的引力；当离月球较近时，月球的引力大于地球的引力。作地心和月心的连线，设在地月间某一点处，地球作用于火箭的引力的大小正好等于月球作用于火箭的引力的大小。以 r 表示到月球中心的距离，则有

$$G \frac{m_e m}{(r_{em} - r)^2} = G \frac{m_m m}{r^2} \quad (11)$$

式中 m 为火箭的质量。由(11)式得

$$\left(\frac{m_e}{m_m} - 1 \right) r^2 + 2r_{em} r - r_{em}^2 = 0 \quad (12)$$

解(12)式，注意到(2)式，代入有关数据，得

$$r = 3.8 \times 10^7 m \quad (13)$$

从地球表面发射直接射向月球的火箭只要能到达 O 点，则过 O 点后，因月球引力大于地球引力，它便能在月球引力作用下到达月球，这样发射时火箭离开地面时的速度最小，它到达月球时的速度也最小。 设火箭刚达到月球时的最小速度为 v ，则由机械能守恒定律有

$$-G \frac{m_e m}{r_{em} - r} - G \frac{m_m m}{r} = -G \frac{m_e m}{r_{em} - R_m} - G \frac{m_e m}{R_m} + \frac{1}{2} m v^2 \quad (14)$$

解得

$$v = \sqrt{2Gm_e \left(\frac{1}{r_{em} - R_m} - \frac{1}{r_{em} - r} \right) + 2Gm_m \left(\frac{1}{R_m} - \frac{1}{r} \right)} \quad (15)$$

注意到(2)式，代入有关数据得

$$v = 2.3 \times 10^3 m \cdot s^{-1} \quad (16)$$

评分标准：

本题 12 分.

第(i)小问 3 分. 求得(4)式得 2 分，求得(5)式得 1 分.

第(ii)小问 3 分. 求得(9)式得 2 分，求得(10)式得 1 分.

第(iii)小问 6 分. (11)式 2 分，(14)式 2 分，(16)式 2 分.

17.

参考解答：

因两物块与地面间的滑动摩擦系数相同，故它们在摩擦力作用下加速度的大小是相同的，以 a 表示此加速度的大小. 先假定在时间 t 内，两块始终作减速运动，都未停下. 现分别以 s_1 和 s_2 表示它们走的路程，则有

$$s_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

$$s_2 = v_2 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

而

$$s_1 + s_2 = d \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)三式并代入有关数据得

$$a = 0.175 m / s^2 \quad (4)$$

经过时间 t ，两物块的速度分别为

$$v'_1 = v_1 - a t \quad (5)$$

$$v'_2 = v_2 - a t \quad (6)$$

代入有关数据得

$$v_1' = 6.5 \text{ m/s} \quad (7)$$

$$v_2' = -1.5 \text{ m/s} \quad (8)$$

v_2' 是负值是不合理的，因为物块在摩擦力作用下作减速运动，当速度减少至零时，摩擦力消失，加速度不复存在， v_2' 不可以为负。 v_2' 为负，表明物块 2 经历的时间小于 t 时已经停止运动，(2)式从而(4)、(6)、(7)、(8)式都不成立。在时间 t 内，物块 2 停止运动前滑行的距离应是

$$s_2 = \frac{v_2^2}{2a} \quad (9)$$

解(1)、(9)、(3)式，代入有关数据得

$$a = 0.20 \text{ m/s}^2 \quad (10)$$

由(5)、(10)式求得刚要发生碰撞时物块 1 的速度

$$v_1' = 6.0 \text{ m/s} \quad (11)$$

而物块 2 的速度

$$v_2' = 0 \quad (12)$$

设 V 为两物块相碰后的速度，由动量守恒有

$$m_1 v_1' = (m_1 + m_2) V \quad (13)$$

刚碰后到停止运动过程中损失的机械能

$$\Delta E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \quad (14)$$

由(13)、(14)式得，

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 v_1'^2}{m_1 + m_2} \quad (15)$$

代入有关数据得

$$\Delta E = 14.4 \text{ J} \quad (16)$$

评分标准：

本题 12 分。通过定量论证得到(9)式共 4 分，求得(11)式得 4 分，(13)式 1 分，(14)式 1 分，(16)式 1 分。

18.

参考解答：

根据题意，通过通过增加砝码和调节游码的位置使磅秤恢复平衡，这时横梁 MON 、横杆 $ABCP$ 、 DEF 以及载物台 Q 都是水平的，竖杆 MP 、 CF 都是竖直的。 B 、 E 处的刀口增加的压力分别为 W_1 和 W_2 ，它们与待称量的物体的重量 W 的关系为

$$W = W_1 + W_2 \quad (1)$$

W_1 与 W_2 之和是确定的，但 W_1 、 W_2 的大小与物品放置与载物台上的位置有关。对于横杆 DEF，它在 E 点受到向下作用力（为了叙述简单，下面所说的作用力皆指载物后增加的作用力）的大小 W_2 ，设在 F 点受到向上的作用力的大小为 W_2' ，平衡时有

$$W_2 \cdot DE = W_2' \cdot DF \quad (2)$$

对横杆 ABCP，在 B 点受到向下作用力的大小为 W_1 ，在 C 点受到向下的作用力的大小为 W_2' ，设 P 点受到向上的作用力的大小为 W_3 ，平衡时有

$$W_3 \cdot AP = W_1 \cdot AB + W_2' \cdot AC \quad (3)$$

由以上三式得

$$W_3 \cdot AP = W \cdot AC \cdot \frac{DE}{DF} + W_1 \cdot \left(AB - AC \frac{DE}{DF} \right) \quad (4)$$

要使重物在平台上的位置不影响 W_3 的大小，就必须要求 W_3 与 W_1 无关，即有

$$AB - AC \frac{DE}{DF} = 0 \quad (5)$$

即 AB、DE、DF 应满足的关系为

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \quad (6)$$

评分标准：

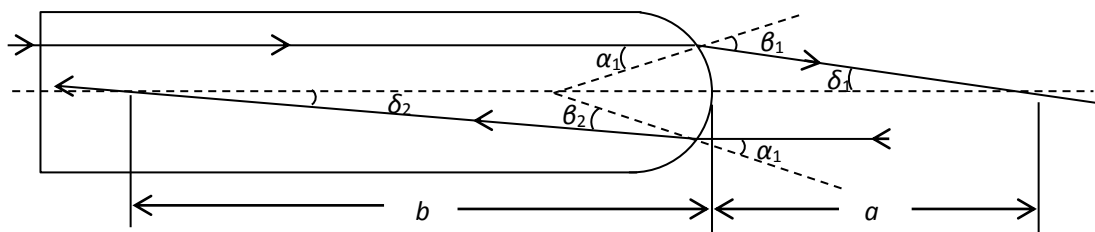
本题 11 分。(1)式 2 分，(2)式 2 分，(3)式 2 分，(4)式 3 分，(5)式或(6)式 2 分。

19.

参考解答：

入射的两条光线如图所示。 α_1 、 β_1 是从平端面入射的光线通过球形端面时的入射角和折射角；

α_2 、 β_2 是从球形端面入射的光线通过球面时的入射角和折射角。根据折射定律有



$$n \sin \alpha_1 = \sin \beta_1 \quad (1)$$

$$\sin \alpha_2 = n \sin \beta_2 \quad (2)$$

由几何关系有

$$\beta_1 = \alpha_1 + \delta_1 \quad (3)$$

$$\beta_2 = \alpha_2 + \delta_2 \quad (4)$$

设球面的半径为 R ，注意到 α_1 、 α_2 、 δ_1 、 δ_2 都是小角度，故有

$$R\alpha_1 = a\delta_1 \quad (5)$$

$$R\alpha_2 = b\delta_2 \quad (6)$$

根据题给的条件，(1)、(2)式可近似表示成

$$n\alpha_1 = \beta_1 \quad (7)$$

$$\alpha_2 = n\beta_2 \quad (8)$$

由(3)式—(8)式得

$$n = \frac{b}{a} \quad (9)$$

评分标准：

本题 11 分。(1)式 1 分，(2)式 1 分，(3)式 1 分，(4)式 1 分，(5)式 1 分，(7)式 1 分，(8)式 1 分，(9)式 3 分。

20.

参考解答：

设宇宙尘埃的质量为 m ，太阳的质量为 M ，则太阳作用于尘埃的万有引力

$$f = G \frac{Mm}{r_{ec}^2} \quad (1)$$

设地球的密度为 ρ ，地球的质量为 m_e ，按题意有

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad (2)$$

$$\rho = \frac{m_e}{\frac{4}{3} \pi R_e^3} \quad (3)$$

另有

$$G \frac{m_e}{R_e^2} = g \quad (4)$$

和

$$G \frac{Mm_e}{r_{ec}} = m_e \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{ec} \quad (5)$$

式中 T 为地球绕太阳作圆周运动的周期, $T = 365 \times 24 \times 60 \times 60s = 3.15 \times 10^7 s$. 由(1)、(2)、(3)、(4)、(5)式得

$$f = \frac{gR^3}{GR_e} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{ec} \quad (6)$$

太阳辐射中含有各种频率的光子, 设单位时间内, 射到尘埃所在处的与太阳辐射垂直的单位面积上频率为 ν_i 的光子数为 N_i , 根据 S 的定义有

$$S = \sum_i N_i h \nu_i \quad (7)$$

光子不仅有能量, 还具有动量. 由题意可知频率为 ν_i 的光子的动量

$$p_i = \frac{h \nu_i}{c} \quad (8)$$

光子射到尘埃表面被尘埃吸收, 故光子作用于尘埃的冲量

$$\Delta I_i = p_i \quad (9)$$

单位时间内射到尘埃单位面积上的各种频率的光子对尘埃的总冲量

$$\Delta I = \sum_i N_i \Delta I_i = \sum_i N_i p_i \quad (10)$$

ΔI 也就是压强. 由于尘埃表面是球面, 球面上各部分并不都与太阳辐射垂直, 但射到球面上的光辐射与射到与太阳辐射垂直的地球大圆表面上的光辐射是相等的, 故太阳辐射作用于尘埃的力

$$F = \pi R^2 \Delta I \quad (11)$$

由(7)式—(11)式得

$$F = \frac{\pi R^2}{c} S \quad (12)$$

由于(6)式和(12)式得

$$\frac{F}{f} = \frac{GR_e ST^2}{4\pi g R c r_{ec}} \quad (13)$$

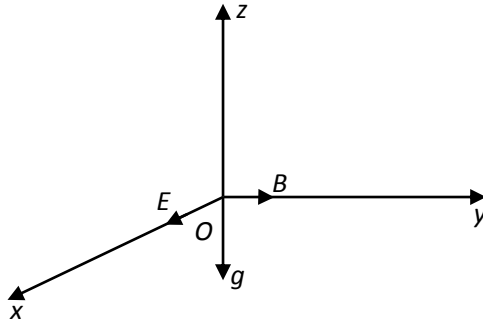
代入有关数据得

$$\frac{F}{f} = 1.0 \times 10^{-6} \quad (14)$$

评分标准:

本题 13 分. 求得(6)式得 4 分, 求得(12)式得 7 分, 求得(13)式得 1 分, 求得(14)式得 1 分. 21.

参考解答:



(i) 在空间取如图所示的直角坐标 $Oxyz$, Ox 轴沿电场方向, Oy 沿磁场方向, Oz 轴与重力方向相反. 因为磁场作用于质点的洛伦兹力与磁场方向垂直, 即在 Ozx 平面内; 作用于质点的电场力和重力也在 Oxz 平面内, 故质点在 y 方向不受力作用, 其速度沿 y 方面的分速度的大小和方面是不变的. 根据题意, 质点速度大小是恒定不变的, 而磁场作用于质点的洛伦兹力对质点不做功, 故质点的速度沿垂直磁场方向的大小一定是恒定不变的, 故此分速度必须与电场力和重力的合力垂直. 由于电场力和重力的合力的方向是不变的, 故此分速度的方向也是不变的. 由此可得出结论: 质点速度的方向也是不变的, 即质点在给定的场中作匀速直线运动, 其轨迹是直线, 在 Oxz 平面内, 与电场和重力的合力垂直.

(ii) 质点作匀速直线运动表明电场、磁场和重力场对质点作用力的合力等于 0. 设存在电场、磁场时质点的速度大小为 v_0 , 它在从标系中的三个分量分别为 v_{0x} 、 v_{0y} 、 v_{0z} , 这也就是电场、磁场刚要消失时质点的速度在三个场方向的分量, 以 F_x 、 F_y 和 F_z 分别表示 F 在坐标系中的分量, 则有

$$F_x = qE - qv_{0z}B = 0 \quad (1)$$

$$F_y = 0 \quad (2)$$

$$F_z = -mg + qv_{0x}B = 0 \quad (3)$$

由(1)、(3)式得

$$v_{0x} = \frac{E}{B} \quad (4)$$

$$v_{0z} = \frac{mg}{qB} \quad (5)$$

若知道了粒子的速度 v_0 , 粒子速度的 y 分量为

$$v_{0y}^2 = v_0^2 - v_{0x}^2 - v_{0z}^2 \quad (6)$$

因电场和磁场消失后, 粒子仅在重力作用下运动, 任何时刻 t 质点的速度为

$$v_x = v_{0x} \quad (7)$$

$$v_y = v_{0y} \quad (8)$$

$$v_z = v_{0z} - gt \quad (9)$$

当 v_x 等于 0 时，粒子的动能最小，这最小动能

$$E_{k\min} = \frac{1}{2} m (v_{0x}^2 + v_{0y}^2) \quad (10)$$

根据题意有

$$E_{k\min} = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{2} m v_0^2 \right) \quad (11)$$

由(10)、(11)式得

$$v_0^2 = 2(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) \quad (12)$$

由(4)、(5)、(6)、(12)各式得

$$v = \frac{1}{qB} \sqrt{(qB)^2 - (mg)^2} \quad (13)$$

评分标准：

本题 16 分

第(i)小问 4 分。通过论证得到质点作匀速直线运动的结论得 4 分。

第(ii)小问 12 分。(4)式 3 分，(5)式 3 分，求得(13)式 6 分。

试卷答案重要勘误更正

设电流表的量程为 I_g ，当电流表与定值电阻 R_0 串联改装成电压表时，此电压表的内阻

$$R'_0 = R_g + R_0 \quad (1)$$

由于此电压表的量程 $U_0 = 50V$ ，故有

$$I_g R'_0 = U_0 \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式得

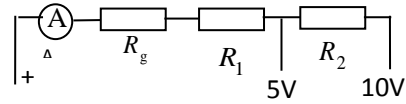
$$I_g = \frac{U_0}{R_g + R_0} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (3)$$

即电流表的量程为 1.11mA 。

电流表改装成的双量程电压表的电路如图所示，

图中 R_1 和 R_2 是为把电流表改装成双量程电压表必须

串联的电阻，其值待求。用 R'_1 表示电压表量程



$U_{01} = 5V$ 挡的内阻，则有

$$R'_1 = R_g + R_1 \quad (4)$$

而

$$I_g R'_1 = U_{01} \quad (5)$$

由 (3)、(5) 式得

$$R'_1 = \frac{U_{01}}{I_g} = 4.50 \times 10^3 \Omega \quad (6)$$

同理得电压表量程 $U_{02} = 10V$ 挡的内阻

$$R'_2 = R_g + R_1 + R_2 = \frac{U_{02}}{I_g} = 9.00 \times 10^3 \Omega \quad (7)$$

设电源的电动势为 E ，内阻为 r ，当用电压表的 $5V$ 挡测电源两端的电压时，电压表的示数为 U_1 ，已知 $U_1 = 4.50V$ ，设此时通过电压表的电流为 I_1 ，有

$$U_1 + I_1 r = E \quad (8)$$

$$U_1 = I_1 R'_1 \quad (9)$$

当用电压表的 $10V$ 挡测量该电源两端的电压时，电压表的示数为 U_2 ，已知 $U_2 = 4.80V$ ，

设此时通过电压表的电流为 I_2 ，有

$$U_2 + I_2 r = E \quad (10)$$

$$U_2 = I_2 R'_2 \quad (11)$$

解 (8)、(9)、(10)、(11) 式, 并注意到 (6)、(7) 式得

$$E = 5.14\text{V} \quad (12)$$

评分标准:

本题 14 分. (3) 式 3 分, (6) 式 2 分, (7) 式 2 分, (8) 式、(9) 式、(10) 式、(11) 式共 4 分, (12) 式 3 分.

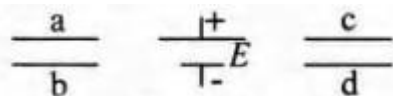
第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1-5		6		7		8		总分
9		10		11		12		
13		14		15		16		

得分	阅卷	复核	

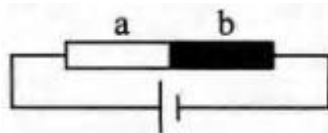
一、选择题. 本题共 5 小题, 每小题 7 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项是正确的, 有的小题有多项是正确的. 把正确选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 7 分, 选对但不全的得 3 分, 选错或不答的得 0 分.

1. 图中 a、b 和 c、d 分别是两个平行板电容器的极板, E 为电池, 彼此相距较远. 用导线将 E 的正极与 a、c 相连, 将 E 的负极与 b、d 相连, 待电容器充电后, 去掉导线. 这时已知 a 带的电荷量大于 c 带的电荷量, 称此状态为原始状态. 现设想用两根导线分别都从原始状态出发, 进行以下两次连接: 第一次用一根导线将 a、c 相连, 用另一根导线将 b、d 相连; 第二次用一根导线将 a、d 相连, 用另一根导线将 b、c 相连, 每次连接后都随即移去导线. 下面哪种说法是正确的?



- A. 经过第一次连接, a、b 间的电压下降, c、d 间的电压上升
 - B. 经过第一次连接, a、b 间和 c、d 间的电压都不变
 - C. 经过第二次连接, a、b 间的电压和 c、d 间的电压中有一个上升, 一个下降
 - D. 经过第二次连接, a、b 间的电压和 c、d 间的电压都下降
- []

2. 两根不同金属制成的长度相等、横截面积相同的圆柱形杆, 串联后接在某一直流电源两端, 如图所示. 已知杆 a 的质量小于杆 b 的质量, 杆 a 金属的摩尔质量小于杆 b 金属的摩尔质量, 杆 a 的电阻大于杆 b 的电阻, 假设每种金属的每个原子都提供相同数目的自由电子 (载流子). 当电流达到稳恒时, 若 a、b 内存在电场, 则该电场可视为均匀电场. 下面结论中正确的是



- A. 两杆内的电场强度都等于零
 - B. 两杆内的电场强度都不等于零, 且 a 内的场强大于 b 内的场强
 - C. 两杆内载流子定向运动的速度一定相等
 - D. a 内载流子定向运动的速度一定大于 b 内载流子定向运动的速度
- []

3. 一根内径均匀、两端开口的细长玻璃管, 竖直插在水中, 管的一部分在水面上. 现用手指封住管的上端, 把一定量的空气密封在玻璃管中, 以 V_0 表示其体积; 然后把玻璃管沿竖直方向提出水面, 设此时封在玻璃管中的气体体积为 V_1 ; 最后把玻璃管在竖直平面内转过 90° , 使玻璃管处于水平位置, 设此时封在玻璃管中的气体体积为 V_2 . 则有

- A. $V_1 > V_0 = V_2$
 - B. $V_1 > V_0 > V_2$
 - C. $V_1 = V_2 > V_0$
 - D. $V_1 > V_0, V_2 > V_0$
- []

4. 一块足够长的白板, 位于水平桌面上, 处于静止状态. 一石墨块 (可视为质点) 静止在白板上. 石墨块与白板间有摩擦, 滑动摩擦系数为 μ . 突然, 使白板以恒定的速度 v_0 做匀速

直线运动，石墨块将在板上划下黑色痕迹。经过某一时间 t ，令白板突然停下，以后不再运动。在最后石墨块也不再运动时，白板上黑色痕迹的长度可能是（已知重力加速度为 g ，不计石墨与板摩擦划痕过程中损失的质量）

- A. $\frac{v_0^2}{2\mu g}$ B. $v_0 t$ C. $v_0 t - \frac{1}{2}\mu g t^2$ D. $\frac{v_0^2}{\mu g}$

[]

5. 如图 1 所示，一个电容为 C 的理想电容器与两个阻值皆为 R 的电阻串联后通过电键 K 连接在电动势为 E 的直流电源的两端，电源的内电阻忽略不计，电键 K 是断开的，在 $t=0$ 时刻，闭合电键 K ，接通电路，在图 2 中给出了六种电压 V 随时间 t 变化的图线 a、b、c、d、e、f，现从其中选出三种图线用来表示图 1 所示电路上 1、2、3、4 四点中某两点间的电压随时间 t 的变化，下面四个选项中正确的是

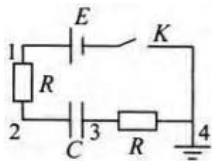


图 1

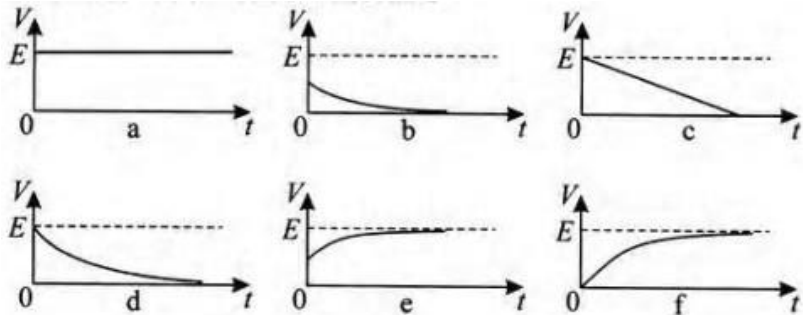


图 2

- A. a、b、f B. a、e、f C. b、d、e D. c、d、e

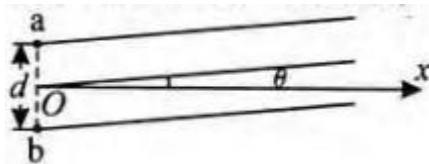
[]

二、填空题和作图题。把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方。只要给出结果，不需写出求得结果的过程。

得分	阅卷	复核

6. (8 分) 传统的雷达天线依靠转动天线来搜索空中各个方向的目标，这严重影响了搜索的速度。现代的“雷达”是“相位控制阵列雷达”，它是由数以万计的只有几厘米或更小的小天线按一定的顺序排列成的天线阵，小天线发出相干的电磁波，其初相位可通过电子计算机调节，从而可改变空间干涉极强的方位，这就起了快速扫描搜索空中各个方向目标的作用。对下面的简单模型的研究，有助于了解改变相干波的初相位对空间干涉极强方位的影响。

图中 a、b 为相邻两个小天线，间距为 d ，发出波长为 λ 的相干电磁波。Ox 轴通过 a、b 的中点且垂直于 a、b 的连线。若已知当 a、b 发出的电磁波在 a、b 处的初相位相同即相位差为 0 时，将在与 x 轴成 θ 角 (θ 很小) 方向的远处形成干涉极强，现设法改变 a、b 发出的电磁波的初相位，使 b 的初相位比 a 的落后一个小量 ϕ ，结果，原来相干极强的方向将从 θ 变为 θ' ，则 $\theta - \theta'$ 等于



得分	阅卷	复核

7. (8 分) He — Ne 激光器产生的波长为 $6.33 \times 10^{-7} \text{m}$ 的谱线是 Ne 原子从激发态能级 (用 E_1 表示) 向能量较低的激发态能级 (用 E_2 表示) 跃迁时发生的；波长为 $3.39 \times 10^{-6} \text{m}$ 的谱线是 Ne 原子从能级 E_1 向能级较低的激发态能级 (用 E_3 表示) 跃迁时发生的。已知普朗克常量 h 与光速 c 的乘积 $hc = 1.24 \times 10^{-6} \text{eV}$ 。由此可知 Ne 的激发态

能级 E_3 与 E_2 的能最差为 eV.

得分	阅卷	复核

8. (8分) 一列简谐横波沿 x 轴负方向传播, 传播速度 $v=200\text{m/s}$. 已知位于坐标原点 ($x=0$) 处的质元的振动图线如图 1 所示. 试在图 2 中画出, $t=40\text{ms}$, 时该简谐波的波形图线 (不少于一个波长).

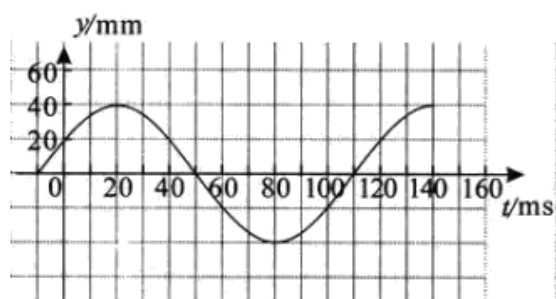


图 1

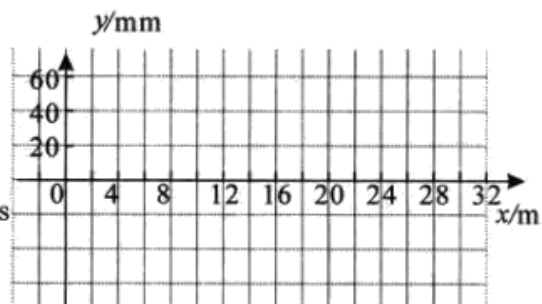
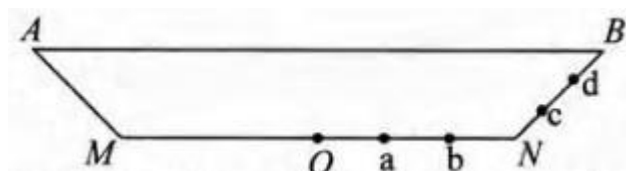


图 2

得分	阅卷	复核

9. (8分) 图示为某一圆形水池的示意图 (竖直截面). AB 为池中水面的直径, MN 为水池底面的直径, O 为圆形池底的圆心. 已知 ON 为 11.4m , AM 、 BN 为斜坡, 池中水深 5.00m , 水的折射率为 $4/3$. 水的透明度极好, 不考虑水的吸收. 图中 a 、 b 、 c 、 d 为四个发光点, 天空是蓝色的, 水面是平的. 在池底中心处有一凹槽, 一潜水员仰卧其中, 他的眼睛位于 O 处, 仰视水面的最大范围的直径为 AB .

- (i) 潜水员仰视时所看到的蓝天图象对他的眼睛所张的视角为
 (ii) 四个发光点 a 、 b 、 c 、 d 中, 其发出的光能通过全反射到达潜水员眼睛的是



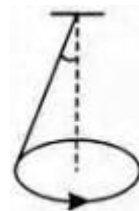
三、计算题. 解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的. 答案中必须明确写出数值和单位.

得分	阅卷	复核

10. (19分) 试分析下面两个实验操作中的误差 (或失误) 对实验结果的影响.

(i) 用“插针法”测量玻璃的折射率时, 要先将透明面平行的玻璃砖放置在铺平的白纸上, 然后紧贴玻璃砖的两个透明面, 分别画出两条直线, 在实验中便以这两条直线间的距离作为透明面之间的距离. 如果由于操作中的误差, 使所画的两条直线间的距离大于玻璃砖两透明面间的实际距离, 问这样测得的折射率与实际值相比, 是偏大, 偏小, 还是相同? 试给出简要论证

(ii) 在用单摆测量重力加速度 g 时, 由于操作失误, 致使摆球不在同一竖直平面内运动, 而是在一个水平面内作圆周运动, 如图所示. 这时如果测出摆球作这种运动的周期, 仍用单摆的周期公式求出重力加速度, 问这样求出的重力加速度与重力加速度的实际值相比, 哪个大? 试定量比较.



得分	阅卷	复核

11. (18 分) 现有以下器材: 电流表一只 (量程适当, 内阻可忽略不计, 带有按钮开关 K_1 , 按下按钮, 电流表与电路接通, 有电流通过电流表, 电流表显出一定的读数), 阻值已知为 R 的固定电阻一个, 阻值未知的待测电阻 R_x 一个, 直流电源一个 (电动势 ε 和内阻 r 待测), 单刀双掷开关 K 一个, 接线用的导线若干.

试设计一个实验电路, 用它既能测量直流电源的电动势 ε 和内阻 r , 又能测量待测电阻的阻值 R_x (注意: 此电路接好后, 在测量过程中不许再拆开, 只许操作开关, 读取数据). 具体要求:

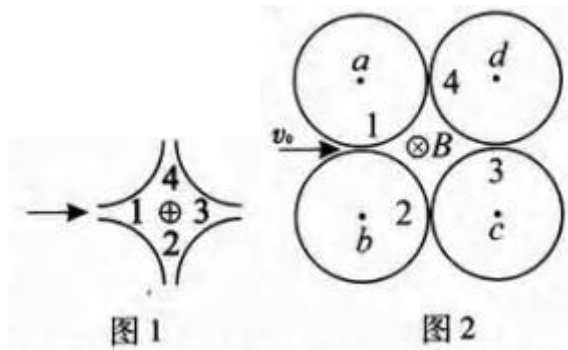
- (i) 画出所设计的电路图.
- (ii) 写出测量 ε 、 r 和 R_x 主要的实验步骤.
- (iii) 导出用已知量和实验中测量出的量表示的 ε 、 r 和 R_x 的表达式.

得分	阅卷	复核

12. (18 分) 一静止的原子核 A 发生 α 衰变后变成原子核 B , 已知原子核 A 、原子核 B 和 α 粒子的质量分别为 m_A 、 m_B , 和 m_α , 光速为 c (不考虑质量与速度有关的相对论效应), 求衰变后原子核 B 和 α 粒子的动能.

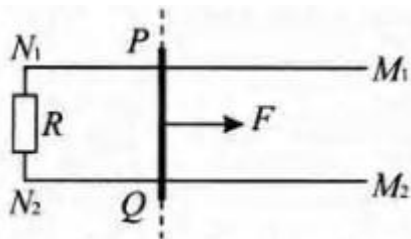
得分	阅卷	复核

13. (18 分) 近代的材料生长和微加工技术, 可制造出一种使电子的运动限制在半导体的一个平面内 (二维) 的微结构器件, 且可做到电子在器件中像子弹一样飞行, 不受杂质原子射散的影响. 这种特点可望有新的应用价值. 图 1 所示为四端十字形. 二维电子气半导体, 当电流从 1 端进入时, 通过控制磁场的作用, 可使电流从 2, 3, 或 4 端流出. 对下面模拟结构的研究, 有助于理解电流在上述四端十字形导体中的流动. 在图 2 中, a 、 b 、 c 、 d 为四根半径都为 R 的圆柱体的横截面, 彼此靠得很近, 形成四个宽度极窄的狭缝 1、2、3、4, 在这些狭缝和四个圆柱所包围的空间 (设为真空) 存在匀强磁场, 磁场方向垂直于纸面指向纸里. 以 B 表示磁感应强度的大小. 一个质量为 m 、电荷量为 q 的带正电的粒子, 在纸面内以速度 v_0 沿与 a 、 b 都相切的方向由缝 1 射入磁场内, 设粒子与圆柱表面只发生一次碰撞, 碰撞是弹性的, 碰撞时间极短, 且碰撞不改变粒子的电荷量, 也不受摩擦力作用. 试求 B 为何值时, 该粒子能从缝 2 处且沿与 b 、 c 都相切的方向射出.



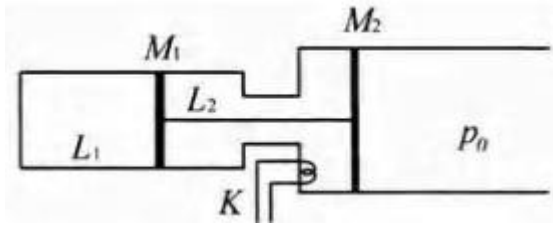
得分	阅卷	复核

14. (20分) 如图所示, $M_1N_1N_2M_2$ 是位于光滑水平桌面上的刚性 U 型金属导轨, 导轨中接有阻值为 R 的电阻, 它们的质量为 m_0 . 导轨的两条轨道间的距离为 l , PQ 是质量为 m 的金属杆, 可在轨道上滑动, 滑动时保持与轨道垂直, 杆与轨道的接触是粗糙的, 杆与导轨的电阻均不计. 初始时, 杆 PQ 于图中的虚线处, 虚线的右侧为一匀强磁场区域, 磁场方向垂直于桌面, 磁感应强度的大小为 B . 现有一位于导轨平面内的与轨道平行的恒力 F 作用于 PQ 上, 使之从静止开始在轨道上向右作加速运动. 已知经过时间 t , PQ 离开虚线的距离为 x , 此时通过电阻的电流为 I_0 , 导轨向右移动的距离为 x_0 (导轨的 N_1N_2 部分尚未进入磁场区域). 求在此过程中电阻所消耗的能量. 不考虑回路的自感.



得分	阅卷	复核

15. (20分) 图中 M_1 和 M_2 是绝热气缸中的两个活塞, 用轻质刚性细杆连结, 活塞与气缸壁的联系是光滑的、不漏气的, M_1 是导热的, M_2 是绝热的, 且 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍. M_1 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_1 部分, M_1 和 M_2 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_2 部分, M_2 的右侧为大气, 大气的压强 P_0 是恒定的. K 是加热 L_2 中气体用的电热丝. 初始时, 两个活塞和气体都处在平衡状态, 分别以 V_{10} 和 V_{20} 表示 L_1 和 L_2 中气体的体积. 现通过 K 对气体缓慢加热一段时间后停止加热, 让气体重新达到平衡态, 这时, 活塞未被气缸壁挡住. 加热后与加热前比, L_1 和 L_2 中气体的压强是增大了、减小了还是未变? 要求进行定量论证.



得分	阅卷	复核

16. (20 分) 一个质量为 m_1 的废弃人造地球卫星在离地面 $h=800\text{km}$ 高空作圆周运动, 在某处和一个质量为 $m_2=m_1/9$ 的太空碎片发生迎头正碰, 碰撞时间极短, 碰后二者结合成一个物体并作椭圆运动. 碰撞前太空碎片作椭圆运动, 椭圆轨道的半长轴为 7500km , 其轨道和卫星轨道在同一平面内. 已知质量为 m 的物体绕地球作椭圆运动时,

其总能量即动能与引力势能之和 $E = -G \frac{Mm}{2a}$, 式中 G 是引力常量, M 是地球的质量, a

为椭圆轨道的半长轴. 设地球是半径 $R=6371\text{km}$ 的质量均匀分布的球体, 不计空气阻力.

(i) 试定量论证碰后二者结合成的物体会不会落到地球上.

(ii) 如果此事件是发生在北级上空 (地心和北极的连线方向上), 碰后二者结合成的物体与地球相碰处的纬度是多少?

第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题。(共 35 分)

答案:

1. B, D 2. B 3. A 4. A, C 5. A, B

评分标准:

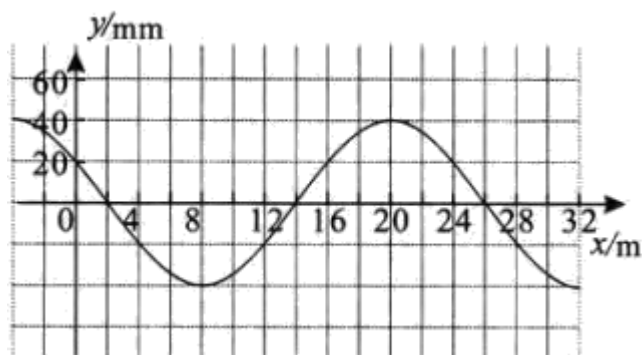
每小题 7 分。在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项是正确的, 有的小题有多项是正确的。全部选对的得 7 分。选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分。

二、填空题和作图题。共 32 分, 每小题 8 分。按各小题的答案和评分标准给分。

6. 答案与评分标准: $\frac{\phi\lambda}{2\pi d}$ (8 分)

7. 答案与评分标准: 1.59 (8 分)

8. 答案:



评分标准: 8 分。有任何错误都给 0 分。

9. 答案与评分标准:

(i) 97.2° (4 分)

(ii) c、d (两个都对得 4 分, 只填一个且正确得 2 分, 有填错的得 0 分)

10. 参考解答:

(i) 以两条实线代表在白纸上所画出的直线, 以两条虚线代表玻璃砖的两个透明面, 根据题意, 实线间的距离大于虚线间的距离, 如图所示。根据实线位置定出的折射角为 γ , 按实际的玻璃砖两透明面的位置即虚线定出的折射角为 γ' , 由图知

$$\gamma > \gamma' \quad (1)$$

由折射定律 $\sin i = n \sin \gamma$ (2)

令入射角 i 相等, 当折射角偏大时, 测出的折射率将偏小。

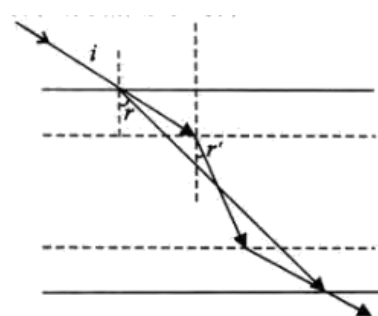
(ii) 以 l 表示摆长, θ 表示摆线与竖直方向的夹角, m 表示摆球的质量, F 表示摆线对摆球的拉力, T 表示摆球作题图所示运动的周期。有

$$F \sin \theta = ml \sin \theta \frac{2\pi}{T}^2 \quad (1)$$

$$F \cos \theta = mg \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} \quad (3)$$



而单摆的周期公式为 $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

即使在单摆实验中，摆角很小， $\theta < 5^\circ$ ，但 $\cos\theta < 1$ ，这表示对于同样的摆长 l ，摆球在水平面内作圆周运动的周期 T 小于单摆运动的周期 T' ，所以把较小的周期通过 (4) 求出的重力加速度的数值将大于 g 的实际值。

评分标准： 本题 19 分。

第 (i) 小题 9 分。得到 (1) 式给 4 分，得到正确结论给 5 分。只有结论给 0 分。

第 (ii) 小题 10 分。得到 (3) 式给 5 分，得到正确结论给 5 分。只有结论给 0 分。

11. 参考解答：

解法一

(i) 电路如右图所示，

(ii) 实验步骤：

(1) 将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线。

(2) 按下电流表上的按钮开关 K_1 ，读下电流表的示数 I_1 。

(3) 将 K 打向左侧与 a 接通，读下电流表的示数 I_2 。

(4) 将 K 打向右侧与 b 接通，读下电流表的示数 I_3 。

(iii) 由欧姆定律有

$$\varepsilon = I_1 R + I_1 r \quad (1)$$

$$\varepsilon = I_2 r + I_2 \frac{RR_x}{R + R_x} \quad (2)$$

$$I_3 R = \left(\frac{\varepsilon}{\frac{RR_x}{R + R_x} + r} - I_3 \right) R_x \quad (3)$$

解以上三式得

$$\varepsilon = \frac{(I_2 - I_3)I_1 R}{I_2 - I_1} \quad (4)$$

$$r = \frac{(I_1 - I_3)R}{I_2 - I_1} \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3 R}{I_2 - I_3} \quad (6)$$

评分标准： 本题 18 分。

第 (i) 小题 9 分。若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流，都得 0 分。

第 (ii) 题 3 分。在电路正确的前提下，每测一个电流的步骤占 1 分。

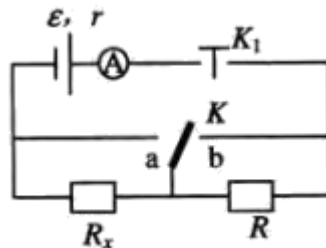
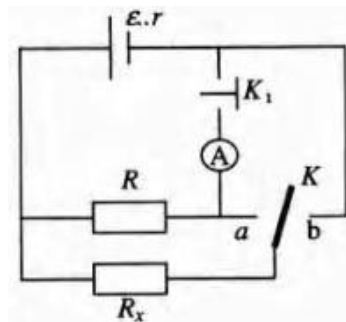
第 (iii) 题 6 分。(4)、(5)、(6) 式各 2 分。

解法二

(i) 电路如右图所示。

(ii) 实验步骤：

(1) 将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线。



(2) 按下电流表上的按钮开关 K_1 , 读下电流表的示数 I_1 .

(3) 将 K 打向左侧与 a 接通, 读下电流表的示数 I_2 .

(4) 将 K 打向右侧与 b 接通, 读下电流表的示数 I_3 .

(iii) 由欧姆定律有

$$\mathcal{E} = I_1(R + R_x + r) \quad (1)$$

$$\mathcal{E} = I_2(R + r) \quad (2)$$

$$\mathcal{E} = I_3(R_x + r) \quad (3)$$

解以上三式得

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_3 R}{I_3 - I_1} \quad (4)$$

$$r = \frac{I_1 I_2 + I_1 I_3 - I_2 I_3}{I_2(I_3 - I_1)} R \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3(I_2 - I_1)}{I_2(I_3 - I_1)} R \quad (6)$$

评分标准: 本题 18 分.

第 (i) 小题 9 分. 若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流, 都得 0 分.

第 (ii) 题 3 分. 在电路正确的前提下, 每测一个电流的步骤占 1 分.

第 (iii) 题 6 分. (4)、(5)、(6) 式各 2 分.

12. **参考解答:**

设 α 粒子速度的大小为 v_α , 原子核 B 速度的大小为 v_B , 在衰变过程中动量守恒, 有 $m_\alpha v_\alpha + m_B v_B = 0$ (1)

衰变过程中能量守恒, 有

$$m_A c^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + m_\alpha c^2 + m_B c^2 \quad (2)$$

解 (1)、(2) 二式得

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_B} (m_A - m_B - m_\alpha) c^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{m_B}{m_\alpha + m_B} (m_A - m_B - m_\alpha) c^2 \quad (4)$$

评分标准: 本题 18 分.

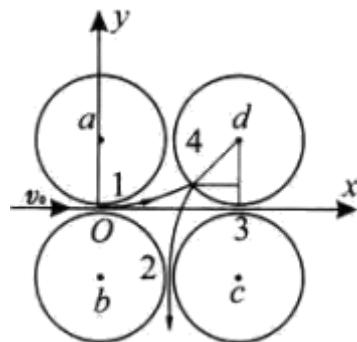
(1) 式 4 分, (2) 式 8 分, (3)、(4) 各 3 分.

13. **参考解答:**

解法一

在图中纸面内取 Oxy 坐标 (如图), 原点在狭缝 1 处, x 轴过缝 1 和缝 3. 粒子从缝 1 进入磁场, 在洛仑兹力作用下作圆周运动, 圆轨道在原点与 x 轴相切, 故其圆心必在 y 轴上. 若以 r 表示此圆的半径, 则圆方程为 $x^2 + (y - r)^2 = r^2$ (1)

根据题的要求和对称性可知, 粒子在磁场中作圆周运动时应与 d 的柱面相碰于缝 3、4 间的圆弧中点处, 碰撞处的坐标为



$$x=2R-R\sin 45^{\circ} \quad (2)$$

$$y=R-R\cos 45^{\circ} \quad (3)$$

$$\text{由 (1)、(2)、(3) 式得 } r=3R \quad (4)$$

$$\text{由洛伦兹力和牛顿定律有 } qv_0B = m\frac{v_0^2}{r} \quad (5)$$

$$\text{由 (4)、(5) 式得 } B = \frac{mv_0}{3qR} \quad (6)$$

评分标准：本题 18 分。

(1)、(2)、(3) 式各 4 分，(4)、(5)、(6) 式各 2 分。

解法二

如图所示，A 为 a、b 两圆圆心的连线与缝 1 的交点，F 为 c、d 两圆圆心的连线与缝 3 的交点。从 1 缝中射入的粒子在磁场作用下与圆柱 d 的表面发生弹性碰撞后，反弹进入缝 2，这个过程一定对连结 b、d 两圆圆心的直线 OP 对称，故直线 OP 与 d 圆的交点 C 必是碰撞点。由于粒子在磁场中做圆运动过 A 点，因此这个轨道的圆心必在过 A 点并垂直于 AF 的直线 AE 上；同时这个轨道经过 C 点，所以轨道的圆心也一定在 AC 的垂直平分线 DE 上。这样 AE 与 DE 的交点 E 就是轨道的圆心，AE 就是轨道的半径 r。过 C 点作 AF 的垂线与 AF 交于 H 点，则

$$\triangle AHC \sim \triangle EDA$$

$$\text{有 } r = \frac{AC}{HC} AD \quad (1)$$

由图可知

$$HC = R - \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad (2)$$

$$AH = 2R - \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad (3)$$

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} \quad (4)$$

$$AD = \frac{1}{2}AC \quad (5)$$

$$\text{由以上各式得 } r=3R \quad (6)$$

$$\text{由洛伦兹力和牛顿定律有 } qv_0B = m\frac{v_0^2}{r} \quad (7)$$

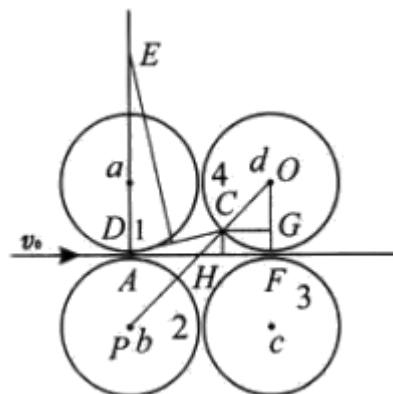
$$\text{得到 } B = \frac{mv_0}{3qR} \quad (8)$$

评分标准：本题 18 分。

(1) 式 8 分，(2)、(3) (4)、(5) 式各 1 分，(6)、(7)、(8) 式各 1 分。

14. 参考解答：

杆 PQ 在磁场中运动时，受到的作用力有：外加恒力 F，方向向右；磁场的安培力，其



大小 $F_B=BIl$ ，方向向左，式中 I 是通过杆的感应电流，其大小与杆的速度有关；摩擦力，大小为 F_μ ，方向向左。根据动能定理，在所考察过程中作用于杆的合力做的功等于杆所增加的动能，即有

$$W_F + W_{F_B} + W_{F_\mu} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

式中 v 为经过时间 t 杆速度的大小， W_F 为恒力 F 对杆做的功， W_{F_B} 为安培力对杆做的功， W_{F_μ} 为摩擦力对杆做的功。恒力 F 对杆做的功

$$W_F = Fx \quad (2)$$

因安培力的大小是变化的，安培力对杆做的功用初等数学无法计算，但杆克服安培力做的功等于电阻所消耗的能量，若以 E_R 表示电阻所消耗的能量，则有

$$-W_{F_B} = E_R \quad (3)$$

摩擦力 F_μ 是恒力，它对杆做的功

$$W_{F_\mu} = -F_\mu x \quad (4)$$

但 F_μ 未知。因 U 型导轨在摩擦力作用下做匀加速运动，若其加速度为 a ，则有

$$F_\mu = m_0 a \quad (5)$$

$$\text{而 } a = 2x_0/t^2 \quad (6)$$

$$\text{由 (4)、(5)、(6) 三式得 } W_{F_\mu} = -2m_0 \frac{x_0 x}{t^2} \quad (7)$$

经过时间 t 杆的速度设为 v ，则杆和导轨构成的回路中的感应电动势

$$\varepsilon = Blv \quad (8)$$

根据题意，此时回路中的感应电流

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \quad (9)$$

由 (8)、(9) 式得

$$v = \frac{I_0 R}{Bl} \quad (10)$$

由 (1)、(2)、(3)、(7)、(10) 各式得

$$E_R = (F - 2m_0 \frac{x_0}{t^2})x - \frac{1}{2}m \frac{I_0^2 R^2}{B^2 l^2} \quad (11)$$

评分标准： 本题 20 分。

(1) 式 3 分，(2) 式 1 分，(3) 式 4 分，(7) 式 4 分，(10) 式 5 分，(11) 式 3 分。

15. **参考解答：**

解法一

用 n_1 和 n_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体的摩尔数， P_1 、 P_2 和 V_1 、 V_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体处在平衡态时的压强和体积， T 表示气体的温度（因为 M_1 是导热的，两部分气体的温度相等），由理想气体状态方程有

$$p_1 V_1 = n_1 RT \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = n_2 RT \quad (2)$$

式中 R 为普适气体常量。若以两个活塞和轻杆构成的系统为研究对象，处在平衡状态时有

$$p_1 S_1 - p_2 S_1 + p_2 S_2 - p_0 S_2 = 0 \quad (3)$$

已知

$$S_2 = 2S_1 \quad (4)$$

由 (3)、(4) 式得

$$p_1 + p_2 = 2p_0 \quad (5)$$

由 (1)、(2)、(5) 三式得

$$p_1 = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_2}{V_1 + \frac{n_1}{n_2} V_2} \quad (6)$$

若 (6) 式中的 V_1 、 V_2 是加热后 L_1 和 L_2 中气体的体积, 则 p_1 就是加热后 L_1 中气体的压强. 加热前 L_1 中气体的压强则为

$$p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_{20}}{V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20}} \quad (7)$$

设加热后, L_1 中气体体积的增加量为 ΔV_1 , L_2 中气体体积的增加量为 ΔV_2 , 因连结两活塞的杆是刚性的, 活塞 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍, 故有

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V \quad (8)$$

加热后, L_1 和 L_2 中气体的体积都是增大的, 即 $\Delta V > 0$. [若 $\Delta V < 0$, 即加热后, 活塞是向左移动的, 则大气将对封闭在气缸中的气体做功, 电热丝又对气体加热, 根据热力学第一定律, 气体的内能增加, 温度将上升, 而体积是减小的, 故 L_1 和 L_2 中气体的压强 p_1 和 p_2 都将增大, 这违反力学平衡条件 (5) 式]

$$\text{于是有 } V_1 = V_{10} + \Delta V \quad (9)$$

$$V_2 = V_{20} + \Delta V \quad (10)$$

由 (6)、(7)、(9)、(10) 四式得

$$p_1 - p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 (V_{10} - V_{20}) \Delta V}{[V_{10} + \Delta V + \frac{n_1}{n_2} (V_{20} + \Delta V)] (V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20})} \quad (11)$$

由 (11) 式可知, 若加热前 $V_{10} = V_{20}$, 则 $p_1 = p_{10}$, 即加热后 p_1 不变, 由 (5) 式知 p_2 亦不变; 若加热前 $V_{10} < V_{20}$, 则 $p_1 < p_{10}$, 即加热后 p_1 必减小, 由 (5) 式知 p_2 必增大; 若加热前 $V_{10} > V_{20}$, 则 $p_1 > p_{10}$, 即加热后 p_1 必增大, 由 (5) 式知 p_2 必减小.

评分标准: 本题 20 分.

得到 (5) 式得 3 分, 得到 (8) 式得 3 分, 得到 (11) 式得 8 分, 最后结论得 6 分.

解法二

设加热前 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积分别为 p_{10} 、 p_{20} 和 V_{10} 、 V_{20} , 以 p_1 、 p_2 和 V_1 、 V_2 分别表示加热后 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积, 由于 M_1 是导热的, 加热前 L_1 和 L_2 中气体的温度是相等的, 设为 T_0 , 加热后 L_1 和 L_2 中气体的温度也相等, 设为 T . 因加热前、后两个活塞和轻杆构成的系统都处在力学平衡状态, 注意到 $S_2 = 2S_1$, 力学平衡条件分别为

$$p_{10} + p_{20} = 2p_0 \quad (1)$$

$$p_1 + p_2 = 2p_0 \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式得

$$p_1 - p_{10} = -(p_2 - p_{20}) \quad (3)$$

根据理想气体状态方程, 对 L_1 中的气体有

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{T}{T_0} \quad (4)$$

对 L : 中的气体有

$$\frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}} = \frac{T}{T_0} \quad (5)$$

由 (4)、(5) 两式得

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}} \quad (6)$$

(6) 式可改写成

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 + \frac{p_2 - p_{20}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_2 - V_{20}}{V_{20}}\right) \quad (7)$$

因连结两活塞的杆是刚性的, 活塞 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍, 故有

$$V_1 - V_{10} = V_2 - V_{20} \quad (8)$$

把 (3)、(8) 式代入 (7) 式得

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 - \frac{p_1 - p_{10}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{20}}\right) \quad (9)$$

若 $V_{10} = V_{20}$, 则由 (9) 式得 $p_1 = p_{10}$, 即若加热前, L_1 中气体的体积等于 L_2 中气体的体积, 则加热后 L_1 中气体的压强不变, 由 (2) 式可知加热后 L_2 中气体的压强亦不变.

若 $V_{10} < V_{20}$, 则由 (9) 式得 $p_1 < p_{10}$, 即若加热前, L_1 中气体的体积小于 L_2 中气体的体积, 则加热后 L_1 中气体的压强必减小, 由 (2) 式可知加热后 L_2 中气体的压强必增大.

若 $V_{10} > V_{20}$, 则由 (9) 式得 $p_1 > p_{10}$, 即若加热前, L_1 中气体的体积大于 L_2 中气体的体积, 则加热后 L_1 中气体的压强必增大, 由 (2) 式可知加热后 L_2 中气体的压强必减小.

评分标准: 本题 20 分.

得到 (1) 式和 (2) 式或得到 (3) 得 3 分, 得到 (8) 式得 3 分, 得到 (9) 式得 8 分, 最后结论得 6 分.

16. 参考解答:

(i) 图 1 为卫星和碎片运行轨道的示意图. 以 v_1 表示碰撞前卫星作圆周运动的速度, 以 M 表示地球 E 的质量, 根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm_1}{(R+h)^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R+h} \quad (1)$$

式中 G 是引力常量. 由 (1) 式得

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{R}{R+h}} \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (2)$$

以 v_2 表示刚要碰撞时太空碎片的速度, 因为与卫星发生碰撞时, 碎片到地心的距离等于卫星到地心的距离, 根据题意, 太空碎片作椭圆运动的总能量

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{Mm_2}{R+h} = -G \frac{Mm_2}{2a} \quad (3)$$

式中 a 为椭圆轨道的半长轴. 由 (3) 式得

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h} - \frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{2R}{R+h} - \frac{R}{a}} \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (4)$$

卫星和碎片碰撞过程中动量守恒, 有

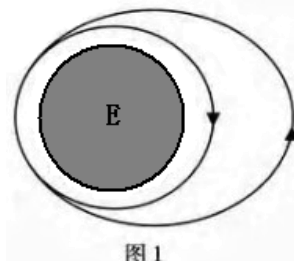


图 1

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (5)$$

这里 v 是碰后二者结合成的物体（简称结合物）的速度。由（5）式得

$$v = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

由（2）、（4）、（6）三式并代人有关数据得

$$v = 0.7520\sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (7)$$

结合物能否撞上地球，要看其轨道（椭圆）的近地点到地心的距离 r_{\min} ，如果 $r_{\min} < R$ ，则结合物就撞上地球。为此我们先来求结合物轨道的半长轴 a' 。结合物的总能量

$$-G \frac{M(m_1 + m_2)}{2a'} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - G \frac{M(m_1 + m_2)}{R+h} \quad (8)$$

代人有关数据得 $a' = 5259 \text{ km}$ (9)

结合物轨道的近地点到地心的距离

$$r_{\min} = 2a' - (R+h) = 3347 \text{ km} < R \quad (10)$$

据此可以判断，结合物最后要撞上地球。

(ii) 解法一

在极坐标中讨论。取极坐标，坐标原点在地心处，极轴由北极指向南极，如图 2 所示。碰撞点在北极上空，是椭圆轨道的远地点，结合物轨道的椭圆方程

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (11)$$

式中 e 是偏心率， p 是椭圆的半正焦弦，远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R+h \quad (12)$$

由解析几何有

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a'} (= 0.3635) \quad (13)$$

在轨道的近地点， $r = r_{\min}$ ， $\theta = 0$ ，由（11）式得

$$p = r_{\min}(1+e) (= 4563 \text{ km}) \quad (14)$$

或有

$$p = r_{\max}(1-e) \quad (15)$$

在结合物撞击地球处： $r = R$ ，由（11）式有

$$R = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (16)$$

$$\text{或 } \cos \theta = \frac{p - R}{eR} \quad (17)$$

代人有关数据可得

$$\cos \theta = -0.7807 \quad (18)$$

$$\theta = 141.32^\circ \quad (19)$$

这是在北纬 51.32° 。

评分标准： 本题 20 分。

第 (i) 小题 12 分。(1) 或 (2)、(3) 或 (4)、(5) 或 (6) 式各 2 分，(8) 式 3 分，

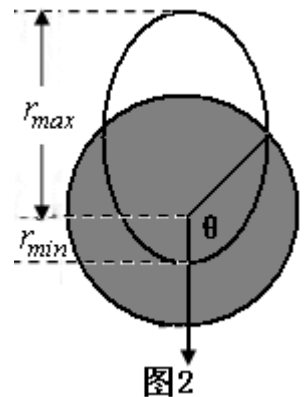


图 2

(10) 式 3 分.

第 (ii) 小题 8 分. (11)、(12)、(13)、(14) 或 (15)、(16) 或 (17) 式各 1 分, (19) 式 2 分 (答案在 141° 到 142° 之间的都给 2 分), 正确指出纬度给 1 分.

解法二

在直角坐标中讨论. 取直角坐标系, 以椭圆的对称中心为坐标原点 O , x 轴通过近地点和远地点并由远地点指向近地点, 如图 3 所示. 结合物轨道的椭圆方程是

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1 \quad (20)$$

式中 a' 、 b' 分别为结合物椭圆轨道的半长轴和半短轴. 远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R + h \quad (21)$$

根据解析几何, 若 c 为地心与坐标原点间的距离,

$$c = r_{\max} - a' (= 1912 \text{ km}) \quad (22)$$

$$\text{而 } b' = \sqrt{a'^2 - c^2} \quad (23)$$

注意到 a' 由 (9) 式给出, 得

$$b' = 4899 \text{ km} \quad (24)$$

结合物撞击地面处是结合物的椭圆轨道与地面的交点, 设该处的坐标为 x_p 和 y_p , 则有

$$x_p = R \cos \theta + c \quad (25)$$

$$y_p = R \sin \theta \quad (26)$$

式中 θ 为从地心指向撞击点的矢经与 x 方向的夹角. 因撞击点在结合物的轨道上, 将 (24)、(25) 式代入轨道方程 (20) 式, 经整理得

$$R^2(b'^2 - a'^2)\cos^2 \theta + 2b'^2 c R \cos \theta - a'^2 b'^2 + a'^2 R^2 = 0 \quad (27)$$

引入以下符号并代人有关数据得

$$\alpha = R^2(b'^2 - a'^2) (= -1484 \times 10^{11} \text{ km})$$

$$\beta = 2b'^2 c R (= 5846 \times 10^{11} \text{ km})$$

$$\gamma = b'^2 c^2 - a'^2 b'^2 + a'^2 R^2 (= 5465 \times 10^{11} \text{ km})$$

代入 (27) 式得

$$\alpha \cos^2 \theta + \beta \cos \theta + \gamma = 0 \quad (28)$$

$$\text{解得 } \cos \theta = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (29)$$

舍掉不合理的答案, 得

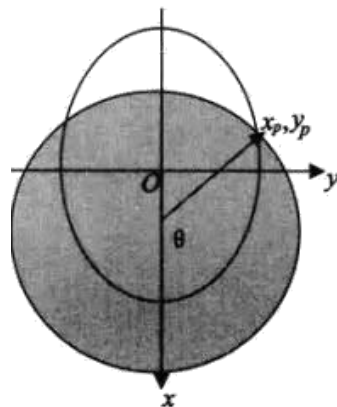
$$\cos \theta = -0.7807 \quad (30)$$

$$\theta = 141.32^\circ \quad (31)$$

这是在北纬 51.32° .

评分标准:

(20)、(21)、(22)、(23) 或 (24)、(27) 式各 1 分, (31) 式 2 分 (答案在 141° 到 142° 之间的都给 2 分), 正确指出纬度给 1 分.



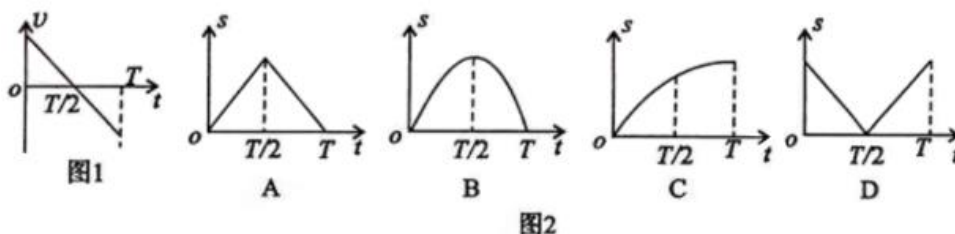
第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1-7		8		9		10		总分	加分人
11		12		13		14			
15		16		17		18			

得分	阅卷	复核	

一、选择题. 本题共 7 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项是符合题意的, 有的小题有多项是符合题意的. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小置后面的方括号内. 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. 若质点作直线运动的速度. 随时间, 变化的图线如图'所示, 则该质点的位移 s (从 $t=0$ 开始) 随时间 t 变化的图线可能是图 2 中的哪一个?

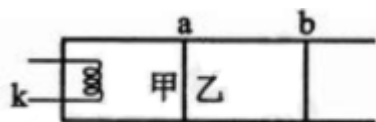


[]

2. 烧杯内盛有 0°C 的水, 一块 0°C 的冰浮在水面上, 水面正好在杯口处. 最后冰全部熔解成 0°C 的水. 在这过程中

- A. 无水溢出杯口, 但最后水面下降了
- B. 有水溢出杯口, 但最后水面仍在杯口处
- C. 无水溢出杯口, 水面始终在杯口处
- D. 有水溢出杯口, 但最后水面低于杯口

[]



3. 如图所示, a 和 b 是绝热气缸内的两个活塞, 他们把气缸分成甲和乙两部分, 两部分中都封有等量的理想气体. a 是导热的, 其热容量可不计, 与气缸壁固连. b 是绝热的, 可在气缸内无摩擦滑动, 但不漏气, 其右方为大气. 图中 k 为加热用的电炉丝, 开始时, 系统处于平衡状态, 两部分中气体的温度和压强皆相同, 现接通电源, 缓慢加热一段时间后停止加热, 系统又达到新的平衡. 则

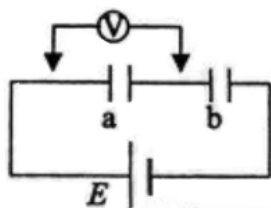
- A. 甲、乙中气体的温度有可能不变
- B. 甲、乙中气体的压强都增加了
- C. 甲、乙中气体的内能的增加量相等
- D. 电炉丝放出的总热量等于甲、乙中气体增加内能的总和

[]

4. 一杯水放在炉上加热烧开后, 水面上方有“白色气”; 夏天一块冰放在桌面上, 冰的上方也有“白色气”.

- A. 前者主要是由杯中水变来的“水的气态物质”
- B. 前者主要是由杯中水变来的“水的液态物质”
- C. 后者主要是由冰变来的“水的气态物质”
- D. 后者主要是由冰变来的“水的液态物质”

[]



5. 如图所示，电容量分别为 C 和 $2C$ 的两个电容器 a 和 b 串联接在电动势为 E 的电池两端充电，达到稳定后，如果用多用电表的直流电压档 V 接到电容器 a 的两端（如图），则电压表的指针稳定后的读数是

- A. $E/3$ B. $2E/3$ C. E D. 0 []

6. 已知频率为 ν 、波长为 λ 的光子的能量 $E=h\nu$ ，动量 $P=\frac{h}{\lambda}$ ，式中 h 为普朗克常量，则光速 c 可表示为

- A. $\frac{P}{E}$ B. $\frac{E}{P}$ C. EP D. $\frac{E^2}{P^2}$ []

7. 某种核 X 经过 α 衰变后变为核 Y ，再经过 β 衰变后变为核 Z ，即 ${}^a_b X \xrightarrow{\alpha} {}^c_d Y \xrightarrow{\beta} {}^e_f Z$ ，

- 下列关系中正确的是
A. $a=e+4$ B. $a=e$ C. $d=f-1$ D. $b=f+2$ []

二、填空题. 把答案填在题中的横线上或题中指定的地方，只要给出结果，不需写出求得结果的过程.

得分	阅卷	复核

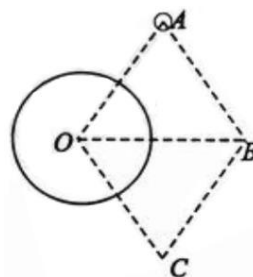
8. (12 分) 选择合适的卫星发射地发射卫星，对提高运载效率、节省燃料等方面都有影响（特别是对同步卫星的发射）.

如果在地球表面纬度为 θ 处发射一颗绕地球表面运行的人造卫星，假设地球可视为质量均匀分布的球体. 已知地球自转的角速度为 ω ，地球半径为 R ，地球表面处的重力加速度为 g ，卫星质量为 m ，则至少要给卫星的能量为_____ . 设重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$ ，地球半径 $R=6.40 \times 10^6\text{m}$ ，卫星质量 $m=1.00 \times 10^3\text{kg}$ ，若发射地在酒泉，其纬度为北纬 40 度 58 分，则所需的能量为_____ J；若发射地在文昌，其纬度为北纬 19 度 19 分，则所需的能量为_____ J.

得分	阅卷	复核

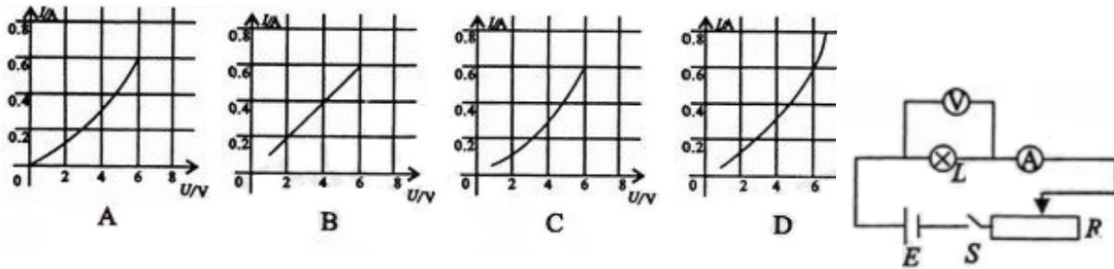
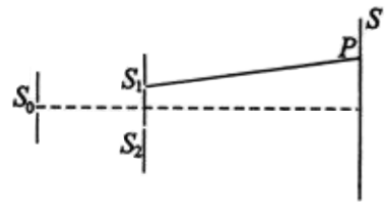
9. (18 分) 图中所示为一球心在 O 点的不带电的固定的导体球， A 、 B 、 C 是球外三点，与球心 O 在同一平面内，三点的位置使 OAB 和 OBC 皆为等边三角形. 当把一表面均匀带正电的塑料小球的球心放在 A 点时（如图所示），已知此时 A 、 B 、 C 三点的电势分别为 U_A 、 U_B 、 U_C . 现把另外两个与放在 A 点的小球完全相同的带正电的塑料小球的球心分别放在 B 点和 C 点，已知导体球上感应电荷的分布可看作是各塑料小球单独存在时所产生感应电荷分布的叠加. 此时， BA 两点间的电势差 $U'_B - U'_A =$ _____， BC 两点间的电势差 $U'_B - U'_C =$ _____， AC 两点间的电势差 $U'_A - U'_C =$ _____ . 如

如果在上面的情况下，把导体球移到电场以外，则 BA 两点间的电势差将（填增大、减小或不变）_____， BC 两点间的电势差将（填增大、减小或不变）_____， AC 两点间的电势差将（填增大、减小或不变）_____ .



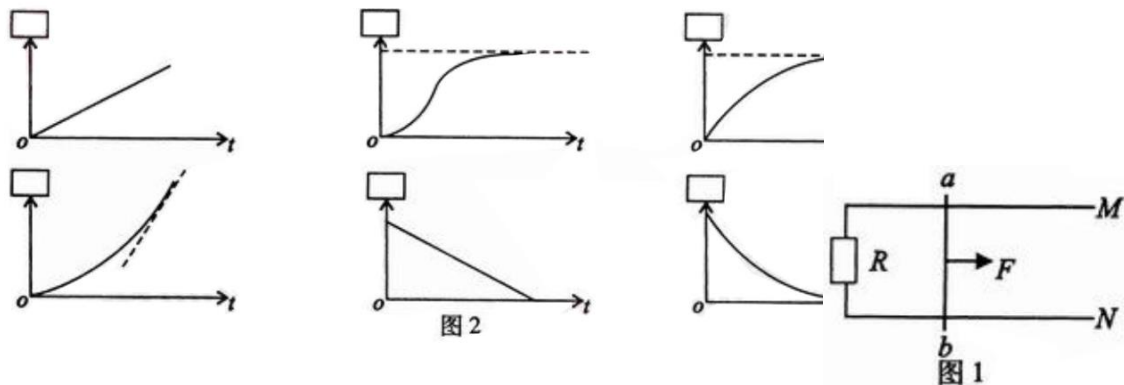
得分	阅卷	复核

10. (10分) 用图示电路测得的数据可画出小灯泡的伏安特性图线. 小灯泡工的额定功率为 3.6W, 额定电压为 6V. 电源 E 的电动势为 10V, 内阻忽略不计, 滑动电阻器 R 的全电阻约为 200Ω . 通过调节滑动变阻器, 可以调节通过 L 的电流, 电流 I 由电流表 A 读出, 灯泡两端的电压 U 由电压表 V 读出, 根据测量数据可在方格纸上画出在测量范围内小灯泡灯丝的伏安特性图线, 所画出的图线可能是下图中的哪一个? 答(用图线下面的英文字母表示)_____.



得分	阅卷	复核

11. (12分) 图 1 中的 M 、 N 为处在匀强磁场中的两条位于同一水平面内的平行长导轨, 一端串接电阻 R , 磁场沿竖直方向. ab 为金属杆, 可在导轨上无摩擦滑动, 滑动时保持与导轨垂直, 杆和导轨的电阻都不计. 现于导轨平面内沿垂直于 ab 方向对杆施一恒力 F , 使杆从静止出发向右运动. 在以后的过程中, 杆速度的大小 v 、加速度的大小 a 、力 F 冲量的大小 I 、以及 R 上消耗的总能量 E 随时间 t 变化的图线, 分别对应于图 2 中哪一条图线? 把代表该物理量的符号填在你所选定图线纵坐标处的方框中.



得分	阅卷	复核

12. (9分) 右图为“用双缝干涉测量光的波长”实验装置的示意图. 图中 S_0 为狭缝, S_1 、 S_2 为双狭缝, S 为观察屏. 当用单色光 (以 λ 表示其波长) 从左方照射狭缝 S_0 时, 由双狭缝 S_1 、 S_2 射出的光是相干光, 可在观察屏 S 上出现明暗相间的干涉条纹, 若屏 S 上的 P 点是某一暗条纹的中心, 已知 P 点到 S_1 的距离为 r_1 , 则 P 点到缝 S_2 是的距离 r_2 =_____. 为了求出波长 λ , 实验中应测量的物理量是_____. 若实验装置中单缝、双狭缝和屏的位置都不变, 只是入射光第一次为红光, 第二次为蓝光, 则第二次观察到的干涉条纹与第一次比, 不同之处除了条纹的颜色外, 还有_____.

得分	阅卷	复核

13. (8分) 光通过光纤长距离传输时, 因损耗而要衰减, 故必须在途中设立“中继站”进行放大. 现代采用直接放大即全光型放大, 它可使传输速率大大提高, 其办法是在光纤中掺入铒.

铒离子的能级如图所示. 其中标为 ${}^4I_{13/2}$ 的能级是亚稳态能级, 粒子处在这能级可以持续一段时间而不立即向较低能级跃迁, 可用半导体激光器产生的波长为 $0.98\mu\text{m}$ 激光照射, 把处于基态能级 ${}^4I_{15/2}$ 的粒子激发到标为 ${}^4I_{11/2}$ 的能级, 再

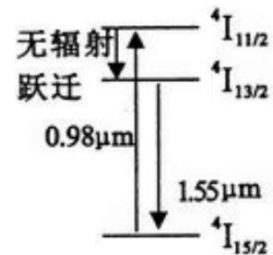


通过“无辐射跃迁”跃迁到亚稳态能级 ${}^4I_{13/2}$, 从而使该能级积聚粒子数远超过处于基态的粒子数, 当光纤中传输的波长为 $1.55\mu\text{m}$ 的光波传入掺铒的光纤时, 能使大量处在亚稳态能级的粒子向基态跃迁, 发出波长为 $1.55\mu\text{m}$ 的光波, 于是输出的光便大大加强, 实现了全光型中继放大. 若普朗克常量 h 与光速 c 的乘积 $hc=1.99\times 10^{-25}\text{J}\cdot\text{m}$, 则无辐射跃迁中一个铒粒子放出的能量等于_____J.

三、计算题. 解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤. 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

得分	阅卷	复核

14. (13分) 假设把地球大气等效于一个具有一定厚度和折射率均匀的透光气体球壳, 其折射率取 $n=1.00028$. 把地球看作为圆球, 当太阳在地球某处正上方时, 该处的观察者看太阳时的视角比太阳对观察者所在处的张角相差多少? 已知太阳半径 $R_s=6.96\times 10^8\text{m}$, 日地距离 $r_E=1.50\times 10^{11}\text{m}$.



得分	阅卷	复核

15. (18分) 一劲度系数为 k 的轻质弹簧, 上端固定, 下端连一质量为 m 的物块 A , A 放在托盘 B 上, 以 N 表示 B 对 A 的作用力, x 表示弹簧的伸长量. 初始时全都静止, 弹簧处于自然状态, $x=0$. 现设法控制 B 的运动, 使 A 匀加速下降, 以 a 表示其加速度, 考察能保持 A 匀加速下降的整个过程.

- 试求 N 随 x 的变化关系式, 并画出当 a 趋近于 0 和 a 等于 $\frac{1}{2}g$ 时 N 随 x 变化的图线 (g 为重力加速度).
- 求各种能量在所考察的整个过程中的终态值和初态值之差.

得分	阅卷	复核

16. (18分) 在图所示的装置中, 离子源 A 可提供速度很小的正离子 (其速度可视为 0), 经加速电压加速后从 S 点进入匀强磁场, 磁场方向垂直纸面指向纸外, 虚线框为磁场区域的边界线, 在磁场作用下, 离子沿半个圆周运动后射出磁场, 射出点 P 到 S 的距离用 x 表示.

i. 当离子源提供的是单一种类的第一种离子时, P 到 S 的距离为 x_1 , 当离子源提供的是单一种类的第二种离子时, P 到 S 的距

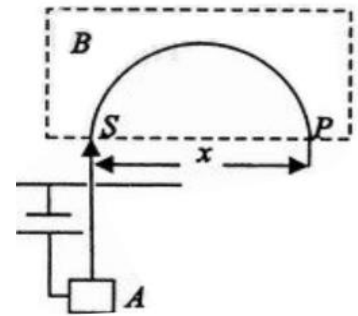
离为 x_2 , 已知 $\frac{x_1}{x_2} = \alpha$. 试求这两种离子在磁场中运动时间 t_1 和 t_2 的

比值 t_1/t_2 .

ii. 若离子源 A 提供的是由 H^+ 、 D^+ 、 ${}^4He^+$ 和 H_2^+ 混合而成的多种

离子, 又通过速度选择器使各种离子的速率都为 v , 当这些离子从 S 点进入匀强磁场后, 从磁场射出时可分离出哪几种离子束? 若 $v=2.0 \times 10^6 m/s$, $B=0.50T$, 基本电量 $e=1.60 \times 10^{-19}C$,

质子质量 $m_p=1.68 \times 10^{-27}kg$, 试求各种离子的射出点 P 到 S 的距离.



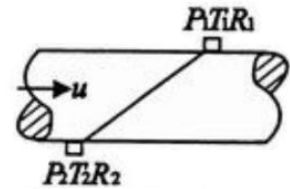
得分	阅卷	复核

17. (20分) 可以近似认为地球在一个半径为 R 的圆轨道上绕日公转, 取日心参考系为惯性系, 地球公转周期即一年为 $T=365.2564$ 日, 地球自转周期为 t . 地球上的人连续两次看见太阳在天空中同一位置的时间间隔 t_E 为一个太阳日, 简称一日, 即 24 小时. 假设有某种作用, 把地球绕日公转的圆轨道半径改变为 R' , 但未改变地球自转周期. 设经过这样改变后, 地球公转一个周期即新的一年刚好是 360 新日, 试问

- i. 这新的一日的的时间是多少小时 (按改变前的小时计)?
- ii. 这新的一年应该是多少小时, 才能使得新的一年刚好是 360 新日?
- iii. 这个改变前后, 系统的能量差是地球现在公转动能的百分之多少?

得分	阅卷	复核

18. (20分) 超声波流量计是利用液体流速对超声波传播速度的影响来测量液体流速, 再通过流速来确定流量的仪器. 一种超声波流量计的原理示意如图所示. 在充满流动液体 (管道横截面上各点流速相同) 管道两侧外表面上 P_1 和 P_2 处 (与管道轴线在同一平面内), 各置一超声波脉冲发射器 T_1 、 T_2 和接收器 R_1 、 R_2 , 位于 P_1 处的超声波脉冲发射器 T_1 向被测液体发射超声脉冲, 当位于 P_2 处的接收器 R_2 接收到超声脉冲时, 发射器 T_2 立即向被测液体发射超声脉冲. 如果知道了超声脉冲从 P_1 传播到 P_2 所经历的时间 t_1 和超声脉冲从 P_2 传播到 P_1 所经历的时间 t_2 , 又知道了 P_1 、 P_2 两点的距离 l 以及 l 沿管道轴线的投影 b , 管道中液体的流速 u 便可求得. 试求 u .



第 27 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题.

答案:

1. B 2. C 3. C 4. B 5. D 6. B 7. A, B, C

评分标准:

全题 42 分, 每小题 6 分. 每小题中全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

二、按各小题的答案和评分标准给分.

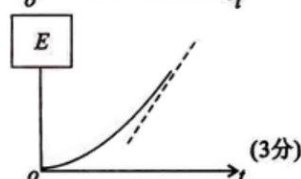
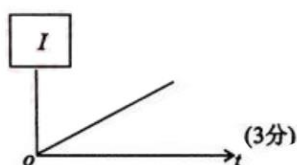
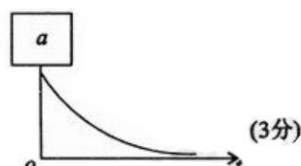
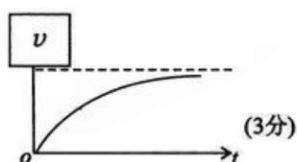
8. $\frac{1}{2}m(\sqrt{Rg} - \omega R \cos \varphi)^2$ (6 分). 2.85×10^{10} (3 分); 2.80×10^{10} (3 分)

9. $U_B - U_C$ (4 分), $U_B - U_C$ (4 分), 0 (4 分)

增大 (2 分), 增大 (2 分), 不变 (2 分).

10. 答案: E (10 分)

11.



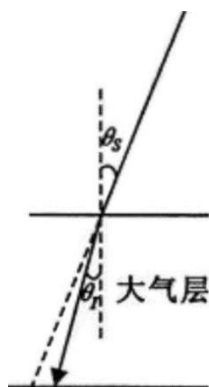
12. $r_1 + (2k+1)\frac{1}{2}\lambda, k=0,1,2,3\cdots$ (3 分). 双狭缝 S_1 中心到 S_2 中心的距离, 观察屏到双狭缝

的距离, 相邻两亮纹或暗纹间的距离. (3 分). 条纹间的距离变小. (3 分)

13. 7.48×10^{-20} (3 分)

三、计算题

14. 参考解答:



当太阳在观察者正上方时, 观察者看太阳时的视角以 $2\theta_1$ 表示, 太阳对观察者所在处的张角

以 $2\theta_s$ 表示, θ_s 和 θ_1 , 也就是太阳边缘发出的光线经过大气层表面时的入射角和折射角. 如图所示, 这两个角度都很小, 所以折射定律可以写成

$$n\theta_1 = \theta_s \quad (1)$$

其中

$$\theta_s = \frac{R_s}{r_E} \quad (2)$$

所以观察者看太阳时的视角与太阳对观察者所在处张角之差为

$$\Delta = 2\theta_1 - 2\theta_s \quad (3)$$

由 (1)、(2)、(3) 式得

$$\Delta = \frac{1-n}{n} \frac{2R_s}{r_E} \quad (4)$$

代入数据得

$$\Delta = -2.60 \times 10^{-6} \quad (5)$$

评分标准: 本题 13 分.

(1) 式 5 分, (2) 式 4 分, (4) 式 2 分, (5) 式 2 分.

15. 参考解答:

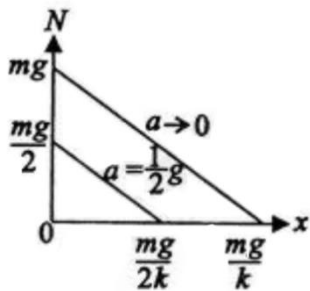
i. 当 A 开始作匀加速运动后, 有

$$mg - N - kx = ma \quad (1)$$

式中 $a > 0$. 由 (1) 式得

$$N = m(g - a) - kx \quad (2)$$

(2) 式便是 N 随 x 变化的关系式, 它表明 N 与 x 成线性关系, 直线的斜率决定于弹簧的劲度系数 k , 截距则与加速度的大小有关.



由 (2) 式, 当 $x=0$ 时, N 有最大值, 它就是在纵坐标轴上的截距, 即

$$N_{\max} = m(g - a) \quad (3)$$

N_{\max} 与 a 有关. 当 a 趋向于 0 时, $N_{\max} = mg$; 当 $a = \frac{1}{2}g$ 时, $N_{\max} = \frac{1}{2}mg$. 当 $N=0$ 时, x 有最大值, 它就是在横坐标轴上的截距, 即

$$x_{\max} = \frac{m}{k}(g - a) \quad (4)$$

x_{\max} 与 a 有关. 当 a 趋近于 0 时, $x_{\max} = \frac{1}{k}mg$; 当 $a = \frac{1}{2}g$ 时, $x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{mg}{k}$. 由此可得 N 与

x 的图线如图所示.

ii. 在所考察的过程中, 弹簧的弹性势能为

$$E_1 = \frac{1}{2} kx^2 \quad (5)$$

整个过程中弹性势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_1 = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{m^2}{2k} (g-a)^2 \quad (6)$$

取 $x=0$ 为重力势能的 0 点, 则在所考察的过程中, 重力势能为

$$E_2 = -mgx \quad (7)$$

整个过程中重力势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_2 = -mgx_{\max} = -\frac{m^2 g}{k} (g-a) \quad (8)$$

设整个过程中物块 A 动能的终态值和初态值之差为 ΔE_3 , 由功能关系有

$$W = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 \quad (9)$$

式中 W 是所考察过程中 B 对 A 的作用力 N 所做的功, 由 $N \sim x$ 图线有

$$W = -\frac{1}{2} N_{\max} x_{\max} = -\frac{1}{2} \frac{m^2 (g-a)^2}{k} \quad (10)$$

由 (6)、(8)、(9)、(10) 各式得

$$\Delta E_3 = \frac{m^2 a}{k} (g-a) \quad (11)$$

评分标准: 本题 18 分

第 i 小问 10 分, 求得 (2) 式给 5 分, 图线正确 (正确标出每条直线在纵、横坐标轴上的截距) 给 5 分.

第 ii 小问 8 分, 求得 (6) 式给 2 分, 求得 (8) 式给 2 分, 求得 (11) 式给 4 分.

16. 参考解答:

i. 设加速电压为 U , 电荷量为 q 、质量为 m 的粒子加速获得的速度为 v , 由能量关系, 有

$$qU = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1)$$

粒子进入磁场, 在磁场的洛伦兹力作用下作圆周运动, 设磁场的磁感应强度为 B , 圆周的半径为 R , 有

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

由圆周运动周期的定义和 (2) 式可得

$$T = \frac{2\pi}{\frac{q}{m} B} \quad (3)$$

设这两种离子的电荷量分别为 q_1 和 q_2 , 质量分别为 m_1 和 m_2 , 进入磁场时的速度分别为 v_1 和

v_2 , 根据题意有

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (4)$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (5)$$

由以上有关各式得

$$\frac{t_1}{t_2} = \alpha^2 \quad (6)$$

ii. 离子束射出点 P 到 S 点的距离为 $2R$, 由 (2) 式可知

$$x = \frac{2v}{\frac{q}{m}B} \quad (7)$$

x 取决于离子的电荷量与质量的比值. 可以看出, 氘核 (D^+) 与氢分子离子 (H_2^+) 的电荷量与质量的比值相同, 他们将从同一点射出磁场, 这两种离子束不能被磁场分开, 而质子 (H^+)

与氦离子 ($^4He^+$) 的电荷量与质量的比值不相同, 也与氘核和氢分子离子的不同, 他们将从不同点射出磁场, 可以单独分离出来. 故可获得质子束流、氦离子束流、氘核与氢分子离子混合的束流, 共三种束流.

把有关数据代入 (7) 式得

$$x_{H^+} = 8.4\text{cm} \quad (8)$$

$$x_{D^+} = 17\text{cm} \quad (9)$$

$$x_{^4He^+} = 34\text{cm} \quad (10)$$

$$x_{H_2^+} = 17\text{cm} \quad (11)$$

评分标准: 本题 18 分.

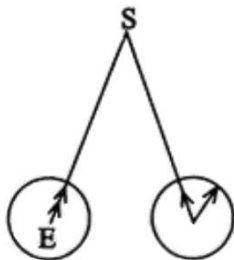
第 i 小问 10 分. (1)、(2)、(3) 式各 2 分, 求得 (6) 式给 4 分.

第 ii 小问 8 分. 正确指出可分离出三种束流给 4 分, (8)、(9)、(10)、(11) 式各 1 分.

17. 参考解答:

i. 由于地球除自转以外还有公转, 当经过时间 t_E , 从日心惯性系来看, 地球已转过一周多了, 如图所示. t 、 t_E 、 T 应有以下关系

$$\frac{2\pi}{t} \times t_E = 2\pi + \frac{2\pi}{T} \times t_E \quad (1)$$



解得

$$t = \frac{1}{\frac{1}{t_E} + \frac{1}{T}} \quad (2)$$

因 $t_E = 24\text{h}$, $T = 365.2564 \times 24\text{h}$, 代入 (2) 式得

$$t = 23.93450\text{h} \quad (3)$$

当地球公转的轨道半径改变为 R' 后, 周期相应改变为 T' , 根据题意, 地球在日心惯性系中

的自转周期仍为 t ，而 $T'=360t'_E$ ， t'_E 为新的一个太阳日，即新的一日，由 (2) 式得

$$t = \frac{T't'_E}{T'+t'_E} \text{ 或 } t'_E = \frac{T't}{T'-t} \quad (4)$$

代入有关数据得

$$t'_E = 24.00098\text{h} \quad (5)$$

ii

$$T' = 360t'_E = 8640.353\text{h} \quad (6)$$

iii. 当地球绕太阳作圆周运动时有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad (7)$$

其中 G 为万有引力恒量， M 为太阳质量， m 为地球质量， v 为地球公转速率。由此可得地球的动能

$$E_k = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{R} \quad (8)$$

地球的引力势能

$$E_p = -G \frac{Mm}{R} \quad (9)$$

地球的总能量

$$E = E_k + E_p = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R} \quad (10)$$

当地球公转的轨道半径改变为 R' 时，地球的总能量

$$E' = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R'} \quad (11)$$

轨道半径改变前后的能量差为

$$E' - E = \frac{1}{2} GMm \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} \right) = \frac{GMm}{2R} \left(\frac{R}{R'} - 1 \right) \quad (12)$$

由开普勒第三定律有

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{R^3}{R'^3} \quad (13)$$

由 (8)、(12)、(13) 各式得

$$E' - E = \left(\frac{T^{2/3}}{T'^{2/3}} - 1 \right) E_k \quad (14)$$

代入有关数据得

$$E' - E = \frac{0.971}{100} E_k \quad (15)$$

评分标准：本题 20 分。

第 i 小问 10 分。求得 (2) 式给 4 分，求得 (4) 式给 4 分，(5) 式 2 分

第 ii 小问 2 分。(6) 式 2 分，

第 iii 小问 8 分。求得 (10) 式 2 分，求得 (12) 式 2 分，(13) 式 2 分，求得 (15) 式 2 分。

18. 参考解答：

解法一

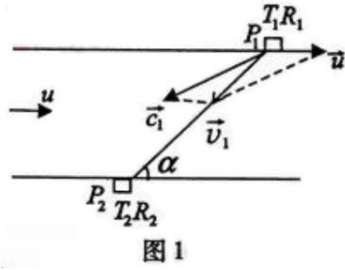


图 1

声波的传播速度是声波相对媒质的速度。以 \vec{c}_1 表示由发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c ； \vec{u} 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 \vec{v}_1 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_1 、 P_2 的连线，由 P_1 指向 P_2 ，如图 1 所示。根据速度叠加原理，有

$$\vec{v}_1 = \vec{c}_1 + \vec{u} \quad (1)$$

以 α 表示 P_1 、 P_2 的连线与管道轴线的夹角，根据 (1) 式和图 1 可得

$$c^2 = v_1^2 + u^2 - 2v_1u \cos(\pi - \alpha) \quad (2)$$

即

$$v_1^2 + 2uv_1 \cos \alpha - (c^2 - u^2) = 0 \quad (3)$$

解得

$$v_1 = \frac{-2u \cos \alpha + \sqrt{4u^2 \cos^2 \alpha + 4(c^2 - u^2)}}{2} \quad (4)$$

发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器 R_2 所需的时间

$$t_1 = \frac{l}{v_1} \quad (5)$$

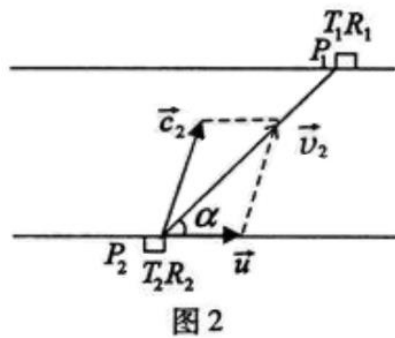


图 2

以 \vec{c}_2 表示由发射器 T_2 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c ；以 \vec{u} 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 \vec{v}_2 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_2 、 P_1 的连线，由 P_2 指向 P_1 ，如图 2 所示。根据速度叠加原理，有

$$\vec{v}_2 = \vec{c}_2 + \vec{u} \quad (6)$$

根据 (6) 式和图 2 可得

$$c^2 = v_2^2 + u^2 - 2v_2u \cos \alpha \quad (7)$$

即

$$v_2^2 - 2uv_2u \cos \alpha - (c^2 - u^2) = 0 \quad (8)$$

解 (8) 式得

$$v_2 = \frac{2u \cos \alpha + \sqrt{4u^2 \cos^2 \alpha + 4(c^2 - u^2)}}{2} \quad (9)$$

发射器 T_2 向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器 R_1 所需的时间

$$t_2 = \frac{l}{v_2} \quad (10)$$

由 (5)、(10) 式有

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{v_2 - v_1}{l} \quad (11)$$

把 (4)、(9) 式代入 (11) 式, 得

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2u \cos \alpha}{l} \quad (12)$$

注意到

$$\cos \alpha = \frac{b}{l} \quad (13)$$

得

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \frac{l^2}{b} \quad (14)$$

评分标准: 本题 20 分

求得 (4) 式给 5 分, (5) 式 1 分; 求得 (9) 式给 5 分, (10) 式 1 分; (11) 式 4 分, (14) 式 4 分.

解法二

由于 $c \gg u$, 可以近似求得超声波由 P_1 到 P_2 的传播时间和由 P_2 到 P_1 的传播时间分别为

$$t_1 = \frac{l}{c - u \cos \alpha} \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{l}{c + u \cos \alpha} \quad (2)$$

其中 α 是 P_1 、 P_2 连线与管道轴线的夹角. 由 (1)、(2) 两式得

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2u \cos \alpha}{l} \quad (3)$$

注意到

$$\cos \alpha = \frac{b}{l} \quad (4)$$

得

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \frac{l^2}{b} \quad (5)$$

评分标准：本题 20 分.

(1)、(2) 式各 6 分，(3) 式 4 分，求得 (5) 式 4 分.

第 28 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

一、选择题（本题共 5 小题，每小题 6 分）

1、如图 28 预—1 所示，常用示波器中的扫描电压 u 随时间 t 变化的图线是（ ）

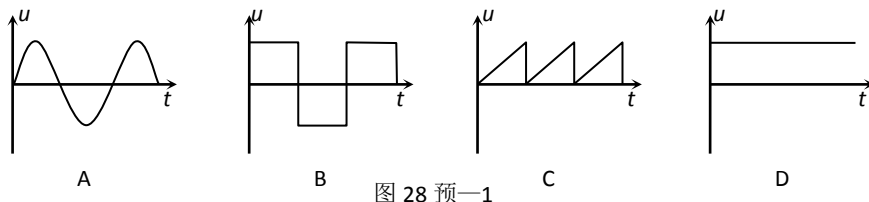


图 28 预—1

2、下面列出的一些说法中正确的是（ ）

A. 在温度为 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和压强为 1 个大气压时，一定量的水蒸发为同温度的水蒸气，在此过程中，它所吸收的热量等于其内能的增量。

B. 有人用水银和酒精制成两种温度计，他都把水的冰点定为 0 度，水的沸点定为 100 度，并都把 0 刻度与 100 刻度之间均匀等分成同数量的刻度，若用这两种温度计去测量同一环境的温度（大于 0 度小于 100 度）时，两者测得的温度数值必定相同。

C. 一定量的理想气体分别经过不同的过程后，压强都减小了，体积都增大了，则从每个过程中气体与外界交换的总热量看，在有的过程中气体可能是吸收了热量，在有的过程中气体可能是放出了热量，在有的过程中气体与外界交换的热量为零。

D. 地球表面一平方米所受的大气的压力，其大小等于这一平方米表面单位时间内受上方作热运动的空气分子对它碰撞的冲量，加上这一平方米以上的大气的重量。

3、如图 28 预—2 所示，把以空气为介质的两个平行板电容器 a 和 b 串联，再与电阻 R 和电动势为 E 的直流电源如图连接。平衡后，若把一块玻璃板插入电容器 a 中，则再达到平衡时，有（ ）

A. 与玻璃板插入前比，电容器 a 两极间的电压增大了

B. 与玻璃板插入前比，电容器 a 两极间的电压减小了

C. 与玻璃板插入前比，电容器 b 贮存的电能增大了

D. 玻璃板插入过程中电源所做的功等于两电容器贮存总电能的增加量

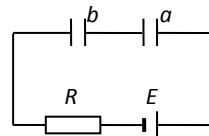


图 28 预—2

4、多电子原子核外电子的分布形成若干壳层， K 壳层离核最近， L 壳层次之， M 壳层更次之，……，每一壳层中可容纳的电子数是一定的，当一个壳层中的电子填满后，余下的电子将分布到次外的壳层。当原子的内壳层中出现空穴时，较外壳层中的电子将跃迁至空穴，并以发射光子（ X 光）的形式释放出多余的能量，但亦有一定的概率将跃迁中放出的能量传给另一个电子，使此电子电离，这称为俄歇（Auger）效应，这样电离出来的电子叫俄歇电子。现用一能量为 40.00keV 的光子照射 Cd （镉）原子，击出 Cd 原子中 K 层一个电子，使该壳层

出现空穴，已知该 K 层电子的电离能为 26.8keV 。随后， Cd 原子的 L 层中一个电子跃迁到 K 层，而由于俄歇效应， L 层中的另一个的电子从 Cd 原子射出，已知这两个电子的电离能皆为 4.02keV ，则射出的俄歇电子的动能等于 ()

- A . $(26.8-4.02-4.02)$ keV B . $(40.00-26.8-4.02)$ keV C . $(26.8-4.02)$ keV
D . $(40.00-26.8+4.02)$ keV

5、一圆弧形槽，槽底放在水平地面上，槽的两侧与光滑斜坡 aa' 、 bb' 相切，相切处 a 、 b 位于同一水平面内，槽与斜坡在竖直平面内的截面如图 28 预—3 所示。一小物块从斜坡 aa' 上距水平面 ab 的高度为 $2h$ 处沿斜坡自由滑下，并自 a 处进入槽内，到达 b 后沿斜坡 bb' 向上滑行，已知到达的最高处距水平面 ab 的高度为 h ；接着小物块沿斜坡 bb' 滑下并从 b 处进入槽内反向运动，若不考虑空气阻力，则 ()

- A. 小物块再运动到 a 处时速度变为零
B. 小物块尚未运动到 a 处时，速度已变为零
C. 小物块不仅能再运动到 a 处，并能沿斜坡 aa' 向上滑行，上升的最大高度为 $2h$
D. 小物块不仅能再运动到 a 处，并能沿斜坡 aa' 向上滑行，上升的最大高度小于 h

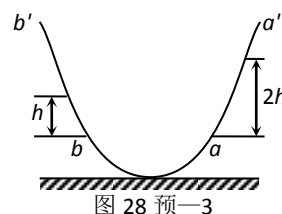


图 28 预—3

二、填空题和作图题

6、(6 分) 在大气中，将一容积为 0.50m^3 的一端封闭一端开口的圆筒筒底朝上筒口朝下竖直插入水池中，然后放手，平衡时，筒内空气的体积为 0.40m^3 。设大气的压强与 10.0m 高的水柱产生的压强相同，则筒内外水面的高度差为。

7、(10 分) 近年来，由于“微结构材料”的发展，研制具有负折射率的人工材料的光学性质及其应用，已受人们关注。对正常介质，光线从真空射入折射率为 n 的介质时，入射角和折射角满足折射定律公式，入射光线和折射光线分布在界面法线的两侧；若介质的折射率为负，即 $n < 0$ ，这时入射角和折射角仍满足折射定律公式，但入射光线与折射光线分布在界面法线的同一侧。现考虑由共轴的两个薄凸透镜 L_1 和 L_2 构成的光学系统，两透镜的光心分别为 O_1 和 O_2 ，它们之间的距离为 s 。若要求以与主光轴成很小夹角的光线入射到 O_1 能从 O_2 出射，并且出射光线与入射光线平行，则可以在 O_1 和 O_2 之间放一块具有负折射率的介质平板，介质板的中心位于 OO' 的中点，板的两个平行的侧面与主光轴垂直，如图 28 预—4 所示。若介质的折射率 $n = -1.5$ ，则介质板的厚度即垂直于主光轴的两个平行侧面之间的距离 $d =$ 。

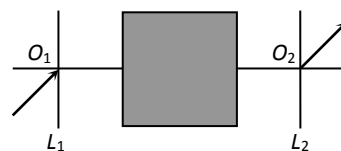


图 28 预—4

8、(10 分) 已知：规定一个 K (钾) 原子与 Cl (氯) 原子相距很远时，他们的相互作用势

能为零；从一个 K 原子中移走最外层电子形成 K^+ 离子所需的能量（称为电离能）为 E_K ，一个 Cl 原子吸收一个电子形成 Cl^- 离子释放的能量（称为电子亲和能）为 E_{Cl} ； K^+ 离子（视为质点）与 Cl^- 离子（视为质点）之间的吸引力为库仑力，电子电荷量的大小为 e ，静电力常量为 k 。利用以上知识，可知当 KCl 分子中 K^+ 离子与 Cl^- 离子之间的库仑相互作用势能为零时， K^+ 离子与 Cl^- 离子之间的距离 r_s ，可表示为。若已知 $E_K=4.34\text{eV}$ ， $E_{Cl}=3.62\text{eV}$ ， $k=9.0\times 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ， $e=1.60\times 10^{-19}\text{C}$ ，则 $r_s=\text{m}$ 。

9、（10 分）光帆是装置在太空船上的一个面积很大但很轻的帆，利用太阳光对帆的光压，可使太空船在太空中飞行。设想一光帆某时刻位于距离太阳为 1 天文单位（即日地间的平均距离）处，已知该处单位时间内通过垂直于太阳光辐射方向的单位面积的辐射能量 $E=1.37\times 10^3\text{J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ ，设平面光帆的面积为 $1.0\times 10^6\text{m}^2$ ，且其平面垂直于太阳光辐射方向，又设光帆对太阳光能全部反射（不吸收），则光帆所受光的压力约等于 N。

10、（20 分）有两个电阻 1 和 2，它们的阻值随所加电压的变化而改变，从而它们的伏安特性即电压和电流不再成正比关系（这种电阻称为非线性电阻）。假设电阻 1 和电阻 2 的伏安特性图线分别如图 28 预—5 所示。现先将这两个电阻并联，

然后接在电动势 $E=9.0\text{V}$ 、内电阻 $r_0=2.0\Omega$ 的电源上。试利用题给的数据和图线在题图中用作图法读得所需的数据，进而分别求出电阻 1 和电阻 2 上消耗的功率 P_1 和 P_2 。要求：

- 在题图上画出所作的图线。（只按所画图线评分，不要求写出画图的步骤及理由）
- 从图上读下所需物理量的数据（取二位有效数字），分别是：；
- 求出电阻 R_1 消耗的功率 $P_1=$ ，电阻 R_2 消耗的功率 $P_2=$ 。

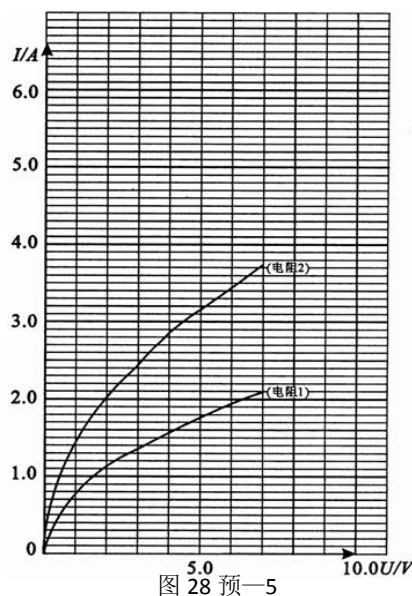


图 28 预—5

三、计算题

11、（17 分）宇航员从空间站（绕地球运行）上释放了一颗质量 $m=500\text{kg}$ 的探测卫星。该卫星通过一条柔软的细轻绳与空间站连接，稳定时卫星始终在空间站的正下方，到空间站的距离 $l=20\text{km}$ 。已知空间站的轨道为圆形，周期 $T=92\text{min}$ （分）。

- 忽略卫星拉力对空间站轨道的影响，求卫星所受轻绳拉力的大小；
- 假设某一时刻卫星突然脱离轻绳。试计算此后卫星轨道的近地点到地面的高度、远地点到地面的高度和卫星运行周期。

【取地球半径 $R=6.400\times 10^3\text{km}$ ，地球同步卫星到地面的高度为 $H_0=3.6000\times 10^4\text{km}$ ，地球自转

周期 $T_0=24$ 小时】

12、(17分) 某同学选了一个倾角为 θ 的斜坡，他骑在自行车上刚好能在不踩踏板的情况下让自行车沿斜坡匀速向下行驶，现在他想估测沿此斜坡向上匀速行驶时的功率，为此他数出在上坡过程中某一只脚踏踏板的圈数 N (设不间断的匀速蹬)，并测得所用的时间 t ，再测得下列相关数据：自行车和人的总质量 m ，轮盘半径 R_1 ，飞轮半径 R_2 ，车后轮半径 R_3 。试导出估测功率的表达式。已知上、下坡过程中斜坡及空气作用于自行车的阻力大小相等，不论是在上坡还是下坡过程中，车轮与坡面接触处都无滑动。不计自行车内部各部件之间因相对运动而消耗的能量，自行车结构示意图如图 28 预—6 所示。

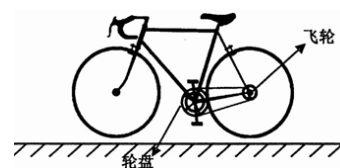


图 28 预—6

13、(20 分) 电荷量为 q 的正电荷，均匀分布在由绝缘材料制成的质量为 m 半径为 R 的均匀细圆环上，现设法加外力使圆环从静止开始，绕通过环心垂直于环面的轴线匀加速转动。试求从开始转动到环的角速度达到某一值 ω_0 的整个过程中外力所做的功。已知转动带电圆环的等效电流为 I 时，等效电流产生的磁场对整个以圆环为周界的圆面的磁通量 $\Phi=kI$ ， k 为一已知常量。不计电荷作加速运动所产生的辐射效应。

14、(20 分) 如图 28 预—7 所示，一木块位于光滑的水平桌面上，木块上固连一支架，木块与支架的总质量为 M ，一摆球挂于支架上，摆球的质量为 m ， $m < M/2$ 摆线的质量不计。初始时，整个装置处于静止状态，一质量为 m 的子弹以大小为 v_0 、方向垂直于图面向里的速度射入摆球并立即停留在球内，摆球和子弹便一起开始运动。已知摆线最大的偏转角小于 90° ；在小球往返运动过程中摆线始终是拉直的，木块未发生转动。

- i. 求摆球上升的最大高度；
- ii. 求木块的最大速率；
- iii. 求摆球在最低处时速度的大小和方向。

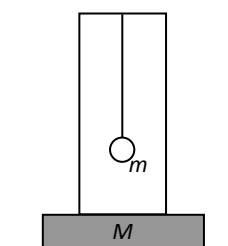


图 28 预—7

15、(20分)如图 28 预—8 所示,坐标原点 $O(0, 0)$ 处有一带电粒子源,向 $y \geq 0$ 一侧沿 Oxy 平面内的各个不同方向发射带正电的粒子,粒子的速率都是 v ,质量均为 m ,电荷量均为 q .有人设计了一方向垂直于 Oxy 平面,磁感应强度的大小为 B 的均匀磁场区域,使上述所有带电粒子从该磁场区域的边界射出时,均能沿 x 轴正方向运动。试求出此边界线的方程,并画出此边界线的示意图。

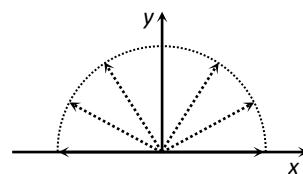


图 28 预—8

16、(20分)在海面上有三艘轮船,船 A 以速度 u 向正东方向航行,船 B 以速度 $2u$ 向正北方向航行,船 C 以速度 $2\sqrt{2}u$ 向东偏北 45° 方向航行。在某一时刻,船 B 和 C 恰好同时经过船 A 的航线并位于船 A 的前方,船 B 到船 A 的距离为 a ,船 C 到船 A 的距离为 $2a$.若以此刻作为计算时间的零点,求在 t 时刻 B 、 C 两船间距离的中点 M 到船 A 的连线 MA 绕 M 点转动的角速度。

第 28 届全国中学生物理竞赛复赛试卷参考 答案及评分标准

一、选择题

答案：

1. *C* 2. *C* 3. *BC* 4. *A* 5. *D*

评分标准：

本题共 5 分，每小题 6 分。全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分。

二、填空题

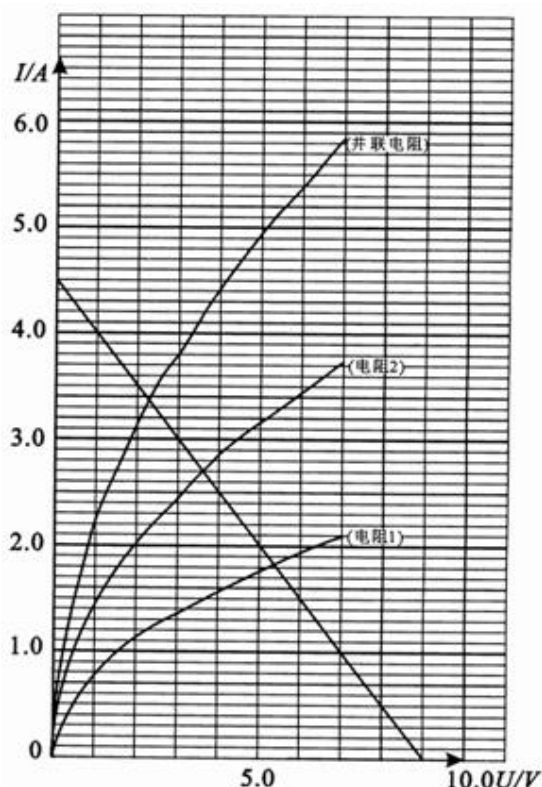
答案与评分标准

6. 2.5m (6 分)

7. $\frac{3}{5}S$ (10 分)

8. $\frac{ke^2}{E_k - E_{e1}}$ (6 分) 2.0×10^{-9} (2 分)

9. 9 (10 分)



10.

i 如图所示。(8 分)(图错不给分，图不准确酌情评分)

ii 并联电阻两端的电压 $U_0 = 2.3V$ (2 分)，通过电阻 1 的电流 $I_{10} = 1.2A$ (3 分)，通过电阻 2 的电流 $I_{20} = 2.2A$ (3 分)(读数第一位必须正确，第二位与答案不同，可酌情评分。)

iii. 2.8W (2 分)， 4.9W (2 分)

11. 参考解答：

i. 设空间站离地面的高度为 H ，因为同步卫星的周期和地球自转周期相同，根据开普勒第三定律以及题意有

$$\frac{(R+H)^3}{(R+H_0)^3} = \frac{T^2}{T_0^2} \quad (1)$$

即

$$H = (R+H_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} - R \quad (2)$$

代入数据得

$$H = 376\text{km} \quad (3)$$

卫星的高度

$$h = H - l = 365\text{km} \quad (4)$$

卫星在细绳的拉力 F 和地球引力作用下跟随空间站一起绕地球作周期为 T 的圆周运动，有

$$G \frac{Mm}{(R+h)^2} - F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h) \quad (5)$$

式中 G 为万有引力常量， M 为地球质量，空间站在地球引力作用下绕地球作周期为 T 的圆周运动，故有

$$G \frac{Mm}{(R+H)^2} = m'\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+H) \quad (6)$$

式中 m' 为空间站的质量，由 (5)、(6) 两式得

$$F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)\left[\frac{(R+H)^2}{(R+h)^2} - 1\right] \quad (7)$$

将 (3)、(4) 式及其他有关数据代入 (7) 式得

$$F = 38.2\text{N} \quad (8)$$

ii. 细绳脱落后，卫星在地球引力作用下绕地球运动的轨道为一椭圆，在脱落的瞬间，卫星的速度垂直于卫星与地心的连线，所以脱落点必须脱落点必是远地点（或近地点），由 (4) 式可知，此点到地面的高度

$$h = 356\text{km} \quad (9)$$

根据机械能守恒，有

$$\frac{1}{2}mv'^2 - G \frac{Mm}{R+h'} = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)^2 - G \frac{Mm}{R+h} \quad (11)$$

联立 (10)、(11) 两式并利用 (6) 式得

$$h' = \frac{(R+h)^4}{2(R+H)^3 - (R+h)^3} \quad (12)$$

代入有关数据有

$$h' = 238\text{km}$$

由 (9)、(13) 两式可知，远地点到地面的高度为 356km，近地点到地面的高度为 238km。

设卫星的周期为 T' ，根据开普勒第三定律，卫星的周期

$$T' = \left(\frac{2R+h+h'}{2R+2H}\right)^{\frac{3}{2}}T \quad (14)$$

代入数据得

$$T' = 90.4 \text{ min} \quad (15)$$

评分标准：本题 17 分。

第 i 小题 9 分。(1) 式 2 分，(5) 式 3 分，(6) 式 2 分，(8) 式 2 分。

第 ii 小题 8 分，(9)、(10) 式各 1 分，(11) 式 2 分，(12)、(13)、(14)、(15) 式各 1 分

12. 参考解答：

解法一

因为下坡时自行车匀速行驶，可知阻力大小

$$f = mg \sin \theta \quad (1)$$

由题意可知，自行车沿斜坡匀速向上行驶时，轮盘的角速度

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} \quad (2)$$

设轮盘边缘的线速度为 v_1 ，由线速度的定义有

$$v_1 = \omega R_1 \quad (3)$$

设飞轮边缘的线速度为 v_2 ，后车轮边缘的线速度为 v_3 ，因为轮盘与飞轮之间用链条连结，它们边缘上的线速度相同，即

$$v_1 = v_2 \quad (4)$$

因飞轮上与后车的转动角速度相同，故有

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{R_2}{R_3} \quad (5)$$

因车轮与坡面接触处无滑动，在车后绕其中心轴转动一周的时间 T 内，车内轮中心轴前进的路程

$$\Delta s = 2\pi R_3 \quad (6)$$

而

$$T = \frac{2\pi R_3}{v_3} \quad (7)$$

车后轮的中心轴前进的速度及车形成行驶速度的大小

$$V = \frac{\Delta s}{T} \quad (8)$$

由以上有关各式得

$$V = \frac{2\pi N R_1 R_3}{R_2 t} \quad (9)$$

人骑自行车上坡的功率为克服阻力 f 的功率加上克服重力沿斜面分里的功率，即

$$P = fV + mgV \sin \theta \quad (10)$$

由 (1)、(9)、(10) 式得

$$P = \frac{4mg\pi N R_1 R_3}{R_2 t} \sin \theta \quad (11)$$

评分标准：本题 17 分

(1) 式 3 分，求得 (9) 式共 8 分，(10) 式 5 分，(11) 式 1 分
解法二

因下坡时自行车匀速行驶，若自行车出发点的高度为 h ，则克服阻力所做的功 W_f 等于势能的减少，有

$$W_f = mgh \quad (1)$$

用 s 表示自行车行驶的路程，有

$$h = s \sin \theta \quad (2)$$

自行车沿斜坡匀速向上行驶时，骑车者所做的功 W ，等于克服阻力的功 W_f 与势能增量 mgh 之和，即

$$W = W_f + mgh \quad (3)$$

设骑车者蹬踩踏板 N 圈到达下坡时的出发点，因踏板转 N 圈可使轮转 $\frac{NR_1}{R_2}$ 圈，所以说自行车行驶的距离 s 为

$$s = \frac{NR_1}{R_2} \cdot 2\pi R_3 \quad (4)$$

由 (1) 到 (4) 式，得

$$W = \frac{4\pi NR_1 R_3}{R_2} mg \sin \theta \quad (5)$$

上式除以所用时间 t ，即得骑车者功率

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4\pi NR_1 R_3}{R_2 t} \cdot mg \sin \theta \quad (6)$$

评分标准：本题 17 分

(1) 式 3 分，(2) 式 1 分，(3) 式 4 分，(4) 式 6 分，(5) 式 1 分，(6) 式 2 分
13. 参考解答：

当环的角速度到达 ω_0 时，环的动能

$$E_k = \frac{1}{2} m(R\omega_0)^2 \quad (1)$$

若在时刻 t ，环转动的角速度 ω ，则环上电荷所形成的等效电流

$$I = \frac{q}{2\pi R} R\omega = \frac{\omega q}{2\pi} \quad (2)$$

感应电动势

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = k \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (3)$$

由 (2)、(3) 式得

$$\varepsilon = k \frac{q}{2\pi} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (4)$$

环加速度转动时，要克服感应电动势做功，功率为

$$P_1 = \varepsilon I \quad (5)$$

因为是匀加速度转动，所以 ω 和 I 都随时间 t 线性增加。瘦弱角速度从零开始增加到 ω_0 经历的时间为 t_0 ，则有

$$\omega_0 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} t_0 \quad (6)$$

若与 ω_0 对应的等效电流为 I_0 ，则在整个过程中克服感生电动势做的总功

$$W_1 = \frac{1}{2} \omega I_0 t_0 \quad (7)$$

由以上有关各式得

$$W_1 = k \frac{\omega_0^2 q^2}{8\pi^2} \quad (8)$$

外力所做的总功

$$W = W_1 + E_k = k \frac{\omega_0^2 q^2}{8\pi^2} + \frac{1}{2} m R^2 \omega_0^2 \quad (9)$$

评分标准：本题 20 分。

(1) 式 3 分，(2) 式 4 分，(3) 2 分，(5) 式 3 分，(6) 式 2 分，(7) 式 3 分，(8) 式 1 分，(9) 式 2 分

14. 参考解答：

i 由于子弹射入摆球至停留在球内经历的时间极短，可以认为在这过程中摆球仅获得速度但无位移。设摆球（包括停留在球内的子弹）向前（指垂直于图面向里）的速度为 u ，由动量守恒定律有

$$mv_0 = 2mu \quad (1)$$

摆球以速度 u 开始向前摆动，木块亦发生运动。当摆球上升至最高时，摆球相对木块静止，设此时木块的速度为 V ，摆球上升的高度为 h ，因水平方向动量守恒以及机械能守恒有

$$2mu = (2m + M)V \quad (2)$$

$$mu^2 = \frac{1}{2}(2m + M)V^2 + 2mgh \quad (3)$$

解 (1)、(2)、(3) 三式得

$$h = \frac{Mv_0^2}{8g(2m + M)} \quad (4)$$

ii. 摆球升到最高后相对木块要反向摆动。因为在摆球从开始运动到摆线返回到竖直位置前的整个过程中，摆线作用于支架的拉力始终向斜前方，它使木块向前运动的速度不断增大；摆球经过竖直位置后，直到摆线再次回到竖直位置前，摆线作用于支架的拉力将向斜后方，它使木块速度减小，所以在摆线（第一次）返回到竖直位置的那一时刻，木块的速度最大，方向向前。

以 V' 表示摆线位于竖直位置时木块的速率， u' 表示此时摆球的速度（相对桌面），当 $u' > 0$ ，表示其方向水平向前，反之，则水平向后，因水平方向动量守恒以及机械能守恒，故有

$$2mu = 2mu' + MV' \quad (5)$$

$$mu^2 = mu'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 \quad (6)$$

解 (1)、(5)、(6) 三式可得摆线位于竖直位置时木块速度的大小

$$V' = 0 \quad (7)$$

$$V' = \frac{2mv_0}{2m + M} \quad (8)$$

(7) 式对应于子弹刚射入摆球但木块尚未运动时木块的速度, 它也是摆球在以后相对木块往复运动过程中摆线每次由后向前经过竖直位置时木块的速度; 而题中要求的木块的最大速率为 (8) 式, 它也是摆球在以后相对木块的往复运动过程中摆线每次由前向后经过竖直位置时木块的速度。

iii. 在整个运动过程中, 每当摆线处于数值未竖直时, 小球便位于最低处, 当子弹刚射入摆球时, 摆球位于最低处, 设这时摆球的速度为 u , 由 (1) 式得

$$u = \frac{1}{2}v_0 \quad (9)$$

方向水平向前, 当摆球第一次回到最低处时, 木块速度最大, 设这时摆球的速度为 u' , 由 (1)、(5)、(6) 三式和 (8) 式可得

$$u' = \frac{m - \frac{1}{2}M}{M + 2m}v_0 \quad (10)$$

其方向向后。

当摆球第二次回到最低处时, 由 (7) 式木块减速至 0, 设这时摆球的速度为 u'' , 由 (1)、(5)、(6) 式可得

$$u'' = u = \frac{1}{2}v_0 \quad (11)$$

方向向前, 开始重复初速运动。

评分标准: 本题 20 分

第 i 小题 8 分, (1) 式 1 分, (2)、(3) 式各 3 分, (4) 式 1 分

第 ii 小题 7 分, (5)、(6) 式各 3 分, (8) 式 1 分

第 iii 小题 5 分, (9) 式 1 分, (10) 式 3 分, (11) 式 1 分。

15. 参考解答:

先设磁感应强度为 B 的匀强磁场方向垂直 xy 平面向里, 且无边界。考察从粒子源发出的速率为 v 、方向与 x 轴夹角为 θ 的粒子, 在磁场的洛伦兹力作用下粒子做圆周运动, 圆轨道经过坐标原点 O , 且与速度方向相切, 若圆轨道的半径为 R , 有

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \quad (1)$$

得

$$R = \frac{mv}{qB}$$

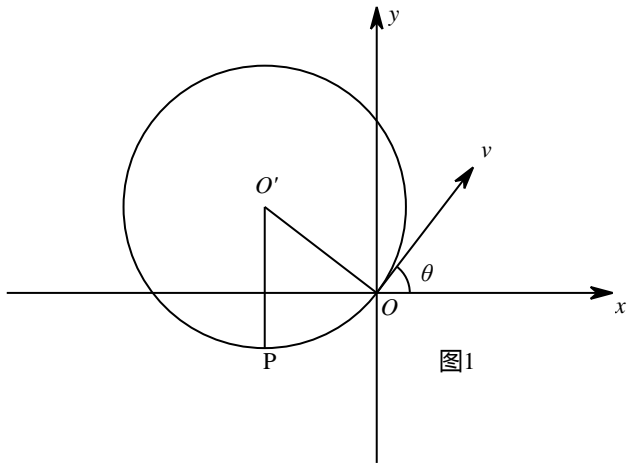


图1

圆轨道的圆心 O' 在过坐标原点 O 与速度方向垂直的直线上，至原点的距离为 R ，如图 1 所示，通过圆心 O' 作平行于 y 轴的直线与圆轨道交于 P 点，粒子运动到 P 点时其速度方向恰好是沿 x 轴正方向，故 P 点就在连线就是所求磁场区域的边界线。 P 点的坐标为

$$x = -R \sin \theta \quad (3)$$

$$y = -R + R \cos \theta \quad (4)$$

这就是磁场区域边界的参数方程，消去参数 θ ，得

$$x^2 + (y + R)^2 = R^2 \quad (5)$$

由 (2)、(5) 式得

$$x^2 + \left(y + \frac{mv}{qB}\right)^2 = \frac{m^2 v^2}{q^2 B^2} \quad (6)$$

这是半径 R 圆心 O'' 坐标为 $(0, -R)$ 的圆，作为题所要的磁场区域的边界线，应是如图 2 所示的半个圆周，故磁场区域的边界线的方程为

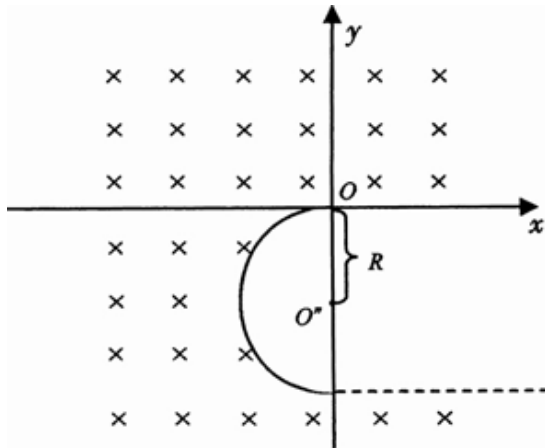


图 2

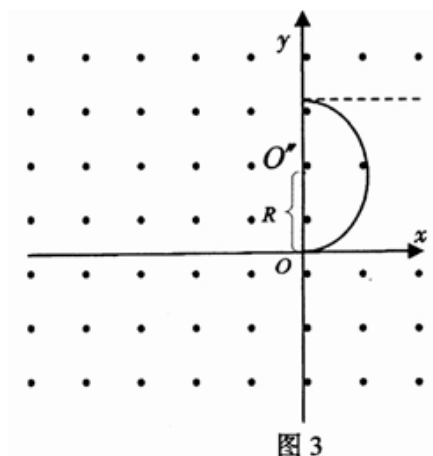
若磁场方向垂直于 xy 面向外，则磁场的边界线为如图 3 所示的半圆，磁场区域的边界线的方程为

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad (8)$$

或

$$x^2 + \left(y - \frac{mv}{qB}\right)^2 = \frac{m^2v^2}{q^2B^2} \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad (9)$$

证明同前



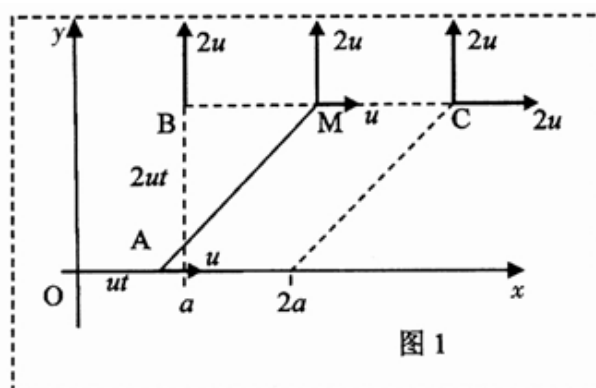
评分标准：本题 20 分

(1) 或 (2) 式 2 分，(3)、(4) 式各 4 分，(7) 式 3 分，图 (图 2) 2 分 (只要半圆的位置正确就给 2 分)，(9) 式 3 分，图 (图 3) 2 分 (只要半圆的位置正确就给 2 分)。

16. 参考解答：

以 $t = 0$ 时刻船 A 所在的位置为坐标原点 O ，作如图 1 所示平面直角坐标 Oxy ， x 轴指向正东， y 轴指向正北。可以把船 C 的速度分解成沿正东方向的分速度 v_x 和沿正北方向的分速度 v_y 两个分量，根据题意有

$$v_x = v_y = 2u \quad (1)$$



在 t 时刻，三船的位置如图 1 所示， B 、 C 二船在 y 方向位移相等，两船的连线 BC 与 x 轴平行，两船间的距离

$$\overline{BC} = a + 2ut \quad (2)$$

BC 的中点 M 到 B 的距离为 $\frac{1}{2}a + ut$ ，中点 M 的坐标分别为

$$x_M = a + \frac{1}{2}a + ut = \frac{3}{2}a + ut \quad (3)$$

$$y_M = 2ut \quad (4)$$

可见 M 点沿 x 方向的速度为 u , 沿 y 方向位移相等, 两船的连线 BC 与 x 轴上, 其 x 坐标为 $\frac{3}{2}a$

在与 M 点固连的参考系中考察, 并建立以 M 为原点的直角坐标系 $Mx'y'$, x' 轴与 x 轴平行, y' 轴与 y 轴平行, 则相对 M , 船 A 的速度只有沿负 y' 方向的分量, 有

$$u_{AM} = u_{AMy'} = -2u \quad (5)$$

在时刻 t , 船 A 在坐标系 $Mx'y'$ 的坐标为

$$x'_A = -\frac{3}{2}a \quad (6)$$

$$y'_A = u_{AM}t \quad (7)$$

可以把 A 船的速度分解为沿连线 MA 方向的分量 u_{AM1} 和垂直于连线 MA 方向的分量 u_{AM2} 两个分量, u_{AM1} 使连线 MA 的长度增大, u_{AM2} 使连线 MA 的方向改变, 如图 2 所示, 若用 R 表示 t 时刻连线 MA 的长度, 则连线 MA 绕 M 点转动的角速度

$$\omega = \frac{u_{AM2}}{R} \quad (8)$$

若 MA 与 x' 轴的夹角为 θ , 则有

$$u_{AM2} = u_{AM} \cos \theta \quad (9)$$

而

$$\cos \theta = \frac{|x'_A|}{R} \quad (10)$$

$$r = \sqrt{x'^2_A + y'^2_A} \quad (11)$$

由 (5) 到 (10) 各式得

$$\omega = \frac{12au}{9a^2 + 16u^2t^2} \quad (12)$$

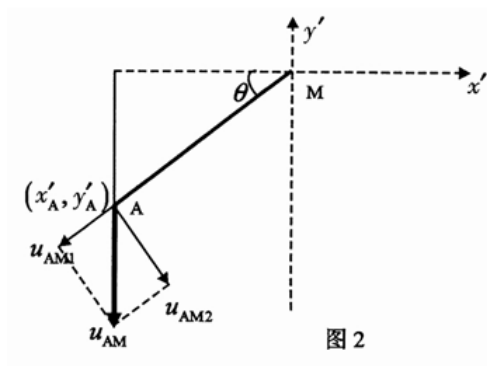


图 2

评分标准: 本题 20 分

求得 (5) 式共 6 分, (6)、(7) 式各 1 分, (8) 式 6 分, (9) 2 分, (10)、(11) 式各 1 分, (12) 式 2 分

第 29 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

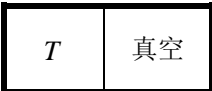
1~5		6		7		8		总分
9		10		11		12		
13		14		15		16		

本卷共 16 题，满分 200 分。

一、选择题. 本题共 5 小题，每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分.

得分	阅卷	复核	

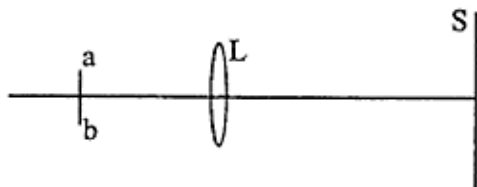
1. 下列说法中正确的是
 - A. 水在 0°C 时密度最大.
 - B. 一个绝热容器中盛有气体，假设把气体中分子速率很大的如大于 v_A 的分子全部取走，则气体的温度会下降，此后气体中不再存在速率大于 v_A 的分子.
 - C. 杜瓦瓶的器壁是由两层玻璃制成的，两层玻璃之间抽成真空，抽成真空的主要作用是即可降低热传导，又可降低热辐射.
 - D. 图示为一绝热容器，中间有一隔板，隔板左边盛有温度为 T 的理想气体，右边为真空. 现抽调隔板，则气体的最终温度仍为 T . []



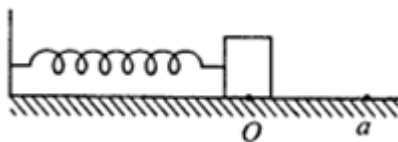
2. 如图，一半径为 R 电荷量为 Q 的带电金属球，球心位置 O 固定， P 为球外一点. 几位同学在讨论 P 点的场强时，有下列一些说法，其中哪些说法是正确的？
 - A. 若 P 点无限靠近球表面，因为球表面带电，根据库伦定律可推知， P 点的场强趋于无穷大.
 - B. 因为在球内场强处处为 0 ，若 P 点无限靠近球表面，则 P 点的场强不变.
 - C. 若 Q 不变， P 点的位置也不变，而令 R 变小，则 P 点的场强不变.
 - D. 若保持 Q 不变，而令 R 变大，同时始终保持 P 点极靠近球表面处，则 P 点的场强不变.



3. 图中 L 为一薄凸透镜， ab 为一发光圆面，二者共轴， S 为与 L 平行放置的屏，已知这时 ab 可在屏上成清晰的像. 现将透镜切除一半，只保留主轴以上的一半透镜，这时 ab 在 S 上的像
 - A. 尺寸不变，亮度不变.
 - B. 尺寸不变，亮度降低.
 - C. 只剩半个圆，亮度不变.
 - D. 只剩半个圆，亮度降低. []



4. 一轻质弹簧，一段固定在墙上，另一端连一小物块，小物块放在摩擦系数为 μ 的水平面上，弹簧处在自然状态，小物块位于 O 处. 现用手将小物块向右移到 a 处，然后从静止释放小物块，发现小物块开始向左移动.
 - A. 小物块可能停在 O 点.
 - B. 小物块停止以后所受的摩擦力必不为 0 .
 - C. 小物块无论停在 O 点的左边还是右边，停前所



光线通过它可照射到电极 K 上；C 是密封在真空玻璃管内圆筒形的收集电极，它能收集 K 所发出的光电子。RR 是接在电池组 E（电压足够高）两端的滑动变阻器，电极 K 通过导线与串联电池组的中心端 O 连接；G 是用于测量光电流的电流计。已知当某一特定频率的单色光通过窗口照射电极 K 时，能产生光电流，当滑动头向右移动时，G 的示数增大，使滑动头继续缓慢向右不断移动时，电流计 G 的示数变化情况是：
 _____。当滑动变阻器的滑动接头从 P 点缓慢向左不断移动时，电流计 G 的示数变化情况是：_____。

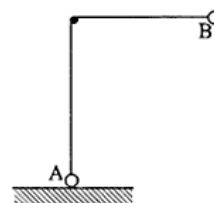
若测得用频率为 ν_1 的单色光照射电极 K 时的遏止电压为 V_1 ，频率为 ν_2 的单色光照射电极时的遏止电压为 V_2 ，已知电子的电荷量为 e ，则普朗克常量 $h =$ _____，

金属电极 K 的逸出功 $W_0 =$ _____。

三、计算题.计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。

得分	阅卷	复核

11. (18 分) 如图所示，一根跨越一固定的水平光滑细杆的柔软、不可伸长的轻绳，两端各系一个质量相等的小球 A 和 B，球 A 刚好接触地面，球 B 被拉到与细杆同样高度的水平位置，当球 B 到细杆的距离为 l 时，绳刚好拉直。在绳被拉直时释放球 B，使球 B 从静止开始向下摆动。求球 A 刚要离开地面时球 B 与其初始位置的高度差。



得分	阅卷	复核

12.(20 分)一段横截面积 $S=1.0\text{mm}^2$ 的铜导线接入直流电路中，当流经该导线的电流 $I=1.0\text{A}$ 时，该段铜导线中自由电子定向运动的平均速度 u 为多大？已知，每个铜原子有一个“自由电子”，每个电子的电荷量 $q=1.6\times 10^{-19}\text{C}$ ；铜的密度 $\rho=8.9\text{g/cm}^3$ ，铜的摩尔质量 $\mu=64\text{g/mol}$ 。阿伏伽德罗常数 $N_0=6.02\times 10^{23}\text{mol}^{-1}$ 。

得分	阅卷	复核

13. (20 分) 电荷量分别为 q 和 Q 的两个带异号电荷的小球 A 和 B（均可视为点电荷），质量分别为 m 和 M 。初始时刻，B 的速度为 0，A 在 B 的右方，且与 B 相距 l_0 ，A 具有向右的初速度 v_0 ，并还

受到一向右的作用力 f 使其保持匀速运动，某一时刻，两球之间可以达到一最大距离。

i. 求此最大距离。

ii. 求从开始到两球间距离达到最大的过程中 f 所做的功。

得分	阅卷	复核

14. (20 分) 由双原子分子构成的气体，当温度升高时，一部分双原子分子会分解成两个单原子分子，温度越高，被分解的双原子分子的比例越大，于是整个气体可视为由单原子分子构成的气体与由双原子分子构成的气体的混合气体。这种混合气体的每一种成分气体都可视为理想气体。在体积 $V=0.045\text{m}^3$ 的坚固的容器中，盛有一定质量的碘蒸气，现于不同温度下测得容器中蒸气的

压强如下：

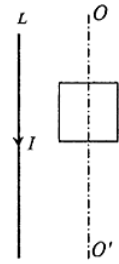
T/K	1073	1473
p/Pa	2.099×10^5	4.120×10^5

试求温度分别为 1073K 和 1473K 时该碘蒸气中单原子分子碘蒸气的质量与碘的总质量之比值。已知碘蒸气的总质量与一个摩尔的双原子碘分子的质量相同，普适气体常量 $R=8.31J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ 。

得分	阅卷	复核

15. (20 分) 图中 L 是一根通电长直导线，导线中的电流为 I 。一电阻为 R 、每条边为 $2a$ 的导线方框，其中两条边与 L 平行，可绕过其中心并与长直导线平行的轴线

OO' 转动，轴线与长直导线相距 b ， $b > a$ ，初始时刻，导线框与直导线共面。现使线框以恒定的角速度 ω 转动，求线框中的感应电流的大小。不计导线框的自感。已知电流 I 的长直导线在距导线 r 处的磁感应强度大小为 $k \frac{I}{r}$ ，其中 k 为常量。



得分	阅卷	复核

16. (20 分) 一质量为 $m=3000kg$ 的人造卫星在离地面的高度为 $H=180km$ 的高空绕地球作圆周运动，那里的重力加速度

$g=9.3m \cdot s^{-2}$ 。由于受到空气阻力的作用，在一年时间内，人造卫星的高度要下降 $\Delta H=0.50km$ 。

已知物体在密度为 ρ 的流体中以速度 v 运动时受到的阻力 F 可表示为 $F=\frac{1}{2}\rho ACv^2$ ，式中 A 是物体的最大横截面积， C 是拖曳系数，与物体的形状有关。当卫星在高空中运行时，可以认为卫星的拖曳系数 $C=1$ ，取卫星的最大横截面积 $A=6.0m^2$ 。已知地球的半径为 $R_0=6400km$ 。试由以上数据估算卫星所在处的大气密度。

第 29 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题.

答案:

1.D 2.C 3.B 4.AC 5.CD

评分标准:

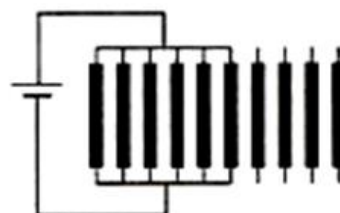
本题共 5 小题, 每小题 6 分. 每一小题中, 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

二、填空题和作图题.

答案与评分标准:

6. (共 6 分) 82 (3 分) 206 (3 分)

7. (共 10 分) i.6 (7 分)
ii.如图 (3 分)



8. $-\frac{gd}{c^2}v$ (10 分)

9. (共 10 分) $\frac{(M+m)\mu g}{\gamma}$ (5 分)

$\frac{\mu^2 g^2 (M+m)}{2\gamma}$ (5 分)

10. (共 16 分) 逐渐增大, 最后趋向一恒定值. (4 分)

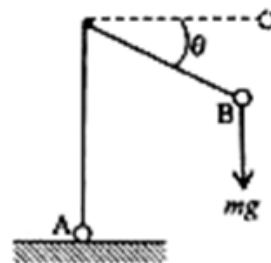
逐渐减少, 最后变到零. (4 分)

$e \frac{V_1 - V_2}{v_1 - v_2}$ (4 分) $\frac{V_1 v_2 - V_2 v_1}{v_1 - v_2} e$ (4 分)

三、计算题.

11. 参考解答:

设球 A 刚要离地面时联接球 B 的绳与其初始位置的夹角为 θ , 如图所示, 这时球 B 的速度为 v , 绳对球 B 的拉力为 T , 根据牛顿定律和能量守恒, 有



$$T - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g l \sin \theta \quad (2)$$

当 A 球刚要离开地面时, 有

$$T = mg \quad (3)$$

以 h 表示所求的高度差, 则有

$$h = l \sin \theta \quad (4)$$

由 (1)、(2)、(3)、(4) 四式得

$$h = \frac{1}{3} l \quad (5)$$

评分标准: 本题共 18 分.

(1)、(2) 式各 6 分, (3)、(5) 式各 3 分.

12. 参考解答:

设单位体积中自由电子数为 n , 则有

$$\frac{l}{S} = nqu \quad (1)$$

而

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_0 \quad (2)$$

由以上两式得

$$u = \frac{\mu l}{\rho q S N_0} \quad (3)$$

代入已知数据得

$$u = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4)$$

评分标准: 本题 20 分.

(1) 式 6 分, (2) 式 8 分, (3) 式 2 分, (4) 式 4 分.

13. 参考解答:

解法一

i. 由于 A 球始终以恒定的速度 v_0 运动, 故随 A 球一起运动的参考系 S' 为惯性系.

在参考系 S' 中, 因 A 球静止, 故作用于 A 球的外力 f 不做功, A、B 两球构成的系统的能量守恒. 当两球间的距离为 l_0 时, B 球以初速度 v_0 向左运动, 随着 B 球远离 A 球, 其动能在库仑力作用下逐渐变小, 两球的静电势能增大, 当 B 球动能减少到 0 时, A、B 间距达到最大值 l_M . 由能量守恒定律有

$$-k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \quad (1)$$

解得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (2)$$

ii. 为了计算变力 f 作的功, 应回到初始时 B 球相对它静止的参考系 S 来考察问题, 相对 S 系, 当两球间的距离为 l_0 时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0; 当两球的速度相等时, 两球间距离达到最大值 l_M , 由功能关系, 在这过程中, 变力 f 的功

$$W = \left[\frac{1}{2} (M+m) v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} \right] - \left[\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right] \quad (3)$$

由 (2)、(3) 两式得

$$W = M v_0^2 \quad (4)$$

解法二

在开始时 B 球相对它静止的参考系 S 中来考察问题.初始时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0, 当两球间距离达到最大值 l_M 时, 两球的速度相等, 都是 v_0 , 根据动量定理和功能关系有

$$J = (m + M)v_0 - mv_0 \quad (1)$$

$$W = \frac{1}{2}(m + M)v_0^2 - k \frac{qQ}{l_M} - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 - k \frac{qQ}{l_0} \right) \quad (2)$$

式中 J 和 W 分别是在所考察过程中变为 f 的冲量和功.在所考察过程中某一时间间隔 Δt_i 内, f_i 的冲量为 $\Delta J_i = f_i \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总冲量

$$J = \sum_i \Delta J_i = \sum_i f_i \Delta t_i \quad (3)$$

在 Δt_i 时间内, A 球的位移 $\Delta s_i = v_0 \Delta t_i$, 力 f_i 做的功为 $\Delta W_i = f_i \Delta s_i = f_i v_0 \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总功

$$W = \sum_i \Delta W_i = \sum_i f_i v_0 \Delta t_i \quad (4)$$

由以上四式得

$$k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 + k \frac{Qq}{l_0} \quad (5)$$

由 (5) 式得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (6)$$

把 (6) 式代入 (2) 式得

$$W = Mv_0^2 \quad (7) \text{ 评}$$

分标准: 本题 20 分.

解法一

(2)、(4) 式各 10 分.

解法二

(6)、(7) 式各 10 分.

14. 参考解答.

以 m 表示碘蒸气的总质量, m_1 表示蒸气的温度为 T 时单原子分子的碘蒸气的质量, μ_1 、 μ_2 分别表示单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的摩尔质量, p_1 、 p_2 分别表示容器中单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的分压器, 则由理想气体的状态方程有

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \quad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m - m_1}{\mu_2} RT \quad (2)$$

其中, R 为理想气体常量.

根据道尔顿分压定律, 容器中碘蒸气的总压强 p 满足关系式

$$p = p_1 + p_2 \quad (3)$$

设

$$\alpha = \frac{m_1}{m} \quad (4)$$

为单原子分子碘蒸气的质量与碘蒸气的总质量的比值, 注意到

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \mu_2 \quad (5)$$

由以上各式解得

$$\alpha = \frac{\mu_2 V p}{m R T} - 1 \quad (6)$$

代入有关数据可得, 当温度为 1073k 时,

$$\alpha = 0.06 \quad (7)$$

当温度为 1473k 时,

$$\alpha = 0.51 \quad (8)$$

评分标准: 本题 20 分.

(1)、(2)、(3)、(6) 式各 4 分, (7)、(8) 式各 2 分.

15. 参考解答:

当线框绕转轴转过 $\theta = \omega t$ 的角度时, 其位置如图 1 所示, 俯视图如图 2 所示.

当线框以角速度 ω 绕 OO' 转动时, 线框与轴线平行的两条边的速度都是 v , 且

$$v = \alpha \omega \quad (1)$$

L 中的电流产生的磁场在这两条边所在处的磁感应强度分别为

$$B = k \frac{I}{r} \quad (2)$$

和

$$B' = k \frac{I}{r'} \quad (3)$$

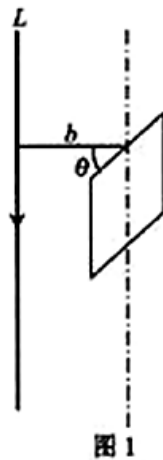


图 1

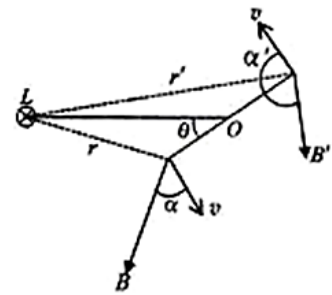


图 2

式中 r 和 r' 分别为这两条边到 L 的距离. 线

框的两条边的速度 v 的方

向与 B 和 B' 的方向间的夹角分别为 α 和 α' . 由电磁感应定律, 线框的感应电动势为

$$\mathcal{E} = 2Bav \sin \alpha + 2B'av \sin \alpha' \quad (4)$$

注意到

$$\frac{\sin \theta}{r} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{b} = \frac{\sin \alpha}{b} \quad (5)$$

$$\frac{\sin \theta}{r'^2} = \frac{\sin(\pi - \alpha')}{b} = \frac{\sin \alpha'}{b} \quad (6)$$

以及

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta \quad (7)$$

$$r'^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta \quad (8)$$

由以上各式得

$$E = 2kIa^2b\omega \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab \cos \omega t} \right) \sin \omega t \quad (9)$$

由欧姆定律得线框中的感应电流

$$i = \frac{E}{R} \quad (10)$$

由(9)、(10)两式得

$$i = \frac{2kIa^2b\omega}{R} \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab \cos \omega t} \right) \sin \omega t \quad (11)$$

评分标准：本题 20 分.

(1) 式 2 分, (4) 式 8 分. (5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分. (10) 式 2 分, (11) 式 4 分.

16. 参考解答:

设一年前、后卫星的速度分别为 v_1 、 v_2 , 根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm}{R_1^2} = m \frac{v_1^2}{R_1} \quad (1)$$

$$G \frac{Mm}{R_2^2} = m \frac{v_2^2}{R_2} \quad (2)$$

式中 G 为万有引力恒量, M 为地球的质量. R_1 和 R_2 分别为一年前、后卫星轨道的半径, 即

$$R_1 = R_0 + H \quad (3)$$

$$R_2 = R_0 + H - \Delta H \quad (4)$$

卫星在一年时间内动能的增量

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (5)$$

由(1)、(2)、(5)三式得

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (6)$$

由(3)、(4)、(6)式可知, $\Delta E_k > 0$, 表示在这过程中卫星的动能是增加的.

在这过程中卫星引力势能的增量

$$\Delta E_p = -GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (7)$$

$\Delta E_p < 0$, 表示在这过程中卫星的引力势能是减少的, 卫星机械能的增量

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$\Delta E = -\frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (9)$$

$\Delta E < 0$, 表示在这过程中卫星的机械能是减少的.由(3)、(4)式可知,因 R_1 、 R_2 非常接近,利用

$$R_1 - R_2 = \Delta H \quad (10)$$

$$R_1 R_2 = R_1^2 \quad (11)$$

(9) 式可表示为

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1^2} \Delta H \quad (12)$$

卫星机械能减少时因为克服空气阻力做了功.卫星在沿半径为 R 的轨道运行一周过程中空气作用于卫星的阻力做的功

$$W_1 = -F \times 2\pi R = -\rho\pi AC R v^2 \quad (13)$$

根据万有引力定律和牛顿定律有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$ (14)

由(13)、(14)式得

$$W_1 = -\rho\pi AC GM \quad (15)$$

(15) 式表明卫星在绕轨道运行一周过程中空气阻力做的功是一恒量.与轨道半径无关.卫星绕半径为 R 的轨道运行一周经历的时间

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (16)$$

由(14)、(16)式得

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}} \quad (17)$$

由于在一年时间内轨道半径变化不大,可以认为 T 是恒量,且

$$T = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{R_1}{GM}} \quad (18)$$

以 τ 表示一年的时间,有

$$\tau = 3600s \times 365 \times 24 = 3.15 \times 10^7 s \quad (19)$$

卫星在一年时间内作圆周运动的次数

$$n = \frac{\tau}{T} \quad (20)$$

在一年时间内卫星克服空气阻力作的功

$$W = nW_1 \quad (21)$$

由功能关系有

$$W = \Delta E \quad (22)$$

由(15)、(18)、(20)、(21)、(22)各式并利用 $G \frac{M}{R_1^2} = g$ 得

$$\rho = \frac{m\Delta H}{\tau A C R_1 \sqrt{R_1 g}} \quad (23)$$

代入有关数据得

$$\rho = 1.54 \times 10^{-13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (24)$$

评分标准：本题 20 分。

(6) 式 3 分，(7) 式 2 分，(9)、(12) 式各 1 分，(15) 式 3 分，(23) 式 7 分，(24) 式 3 分。

第 30 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1-5		6		7		8		总分
9		10		11		12		
13		14		15		16		

本卷共 16 题，满分 200 分。

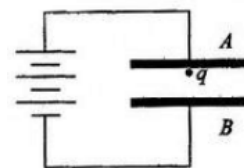
得分	阅卷	复核

一、选择题. 本题共 5 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项符合题意, 有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. 下列说法正确的是:

- A. 一束单色光从真空射入玻璃时, 在玻璃表面处发生折射现象, 这与光在玻璃中的传播速度不同于在真空中的传播速度有关.
- B. 白纸上有两个非常靠近的小黑斑, 实际上是分开的, 没有重叠部分. 但通过某一显微镜所成的象却是两个连在一起的没有分开的光斑, 这与光的衍射现象有关.
- C. 雨后虹的形成与光的全反射现象有关.
- D. 老年人眼镜常变为远视眼, 这时近处物体通过眼镜所成的像在视网膜的前方 (瞳孔与视网膜之间), 故看不清. []

2. 图中 A、B 是两块金属板, 分别与高压直流电源的正负极相连. 一个电荷量为 q 、质量为 m 的带正电的点电荷自贴近 A 板处静止释放 (不计重力作用). 已知当 A、B 两板平行、两板的面积很大且两板间的距离较小时, 它刚到达 B 板时的速度为 u_0 . 在下列情况下以 u 表示点电荷刚到达 B 板时的速度.



- A. 若 A、B 两板不平行, 则 $u < u_0$
- B. 若 A 板面积很小, B 板面积很大, 则 $u < u_0$
- C. 若 A、B 两板间的距离很大, 则 $u < u_0$
- D. 不论 A、B 两板是否平行、两板面积大小及两板间距离多少, u 都等于 u_0 []

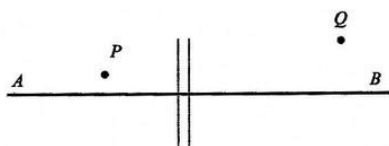
3. α 粒子和 β 粒子都沿垂直于磁场的方向射入同一均匀磁场中, 发现这两种粒子沿相同半径的圆轨道运动. 若 α 粒子的质量是 m_1 , β 粒子的质量是 m_2 , 则 α 粒子与 β 粒子的动能之比 (用 m_1 和 m_2 表示) 是

- A. $\frac{m_2}{m_1}$
- B. $\frac{m_1}{m_2}$
- C. $\frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{m_2} \right)$
- D. $4 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)$ []

4. 由玻尔理论可知, 当氢原子中的核外电子由一个轨道跃迁到另一轨道时, 有可能

- A. 发射出光子, 电子的动能减少, 原子的势能减少.
- B. 发射出光子, 电子的动能增加, 原子的势能减少.
- C. 吸收光子, 电子的动能减少, 原子的势能增加
- D. 吸收光子, 电子的动能增加, 原子的势能减少 []

5. 图示两条虚线之间为一光元件所在处, AB 为其主光轴. P 是一点光源, 其傍轴光线通过此光学元件成像与 Q 点. 该光学元件可能是



- A. 薄凸透镜
- B. 薄凹透镜
- C. 凸球面镜
- D. 凹球面镜

[]

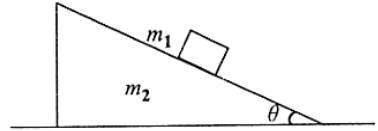
二、填空题和作图题.把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方.只要给出结果,不需写出求得结果的过程.

得分	阅卷	复核

6. (8分) 国际上已规定 ^{133}Cs 原子的频率 $f=9192631770\text{Hz}$ (没有误差).这样,秒的定义.国际上已规定一个公认的光速值 $c=299792458\text{m/s}$ (没有误差).长度单位由时间单位导出,则米定义为.

得分	阅卷	复核

7. (8分) 质量为 m_1 的小滑块,沿一倾角为 θ 的光滑斜面滑下,斜面质量为 m_2 ,置于光滑的水平面上.设重力加速度为 g ,斜面在水平桌面上运动的加速度大小为.



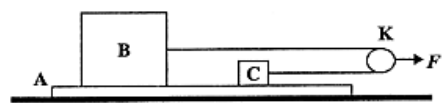
得分	阅卷	复核

8. (8分) 一线光源,已知它发出的光包含三种不同频率的可见光,若要使它通过三棱镜分光,最后能在屏上看到这三种不同频率的光的谱线,则除了光源、三棱镜和屏外,必需的器件至少还应有.

其中一个的位置应在和之间,另一个的位置应在和之间.

得分	阅卷	复核

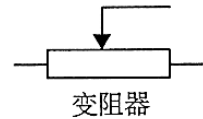
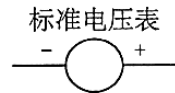
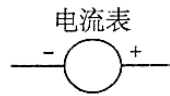
9. (12分) 如图所示, A 为放在水平光滑桌面上的长方形物块,在它上面放有物块 B 和 C. A、B、C 的质量分别为 m 、 $5m$ 、 m . B、C 与 A 之间的静摩擦系数和滑动摩擦系数皆为 0.10. K 为轻滑轮,绕过轻滑轮连接 B 和 C 的轻细绳都处于水平位置.现用沿水平方向的恒定外力 F 拉滑轮,使 A 的加速度等于 $0.20g$, g 为重力加速度.在这种情况下, B、A 之间沿水平方向的作用力的大小等于, C、A 之间沿水平方向的作用力的大小等于,外力 F 的大小等于.



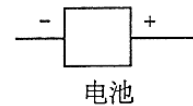
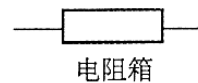
得分	阅卷	复核

10. (14分)

i. 在做“把电流表改装成电压表”的实验中,必须测出电流表的内阻和用标准电压表对改装成的电压表进行校准.某同学对图示的器材进行了连线,使所连成的电路只要控制单刀双掷开关的刀位和调节电阻箱及变阻器,不需改动连线,就能:



(1) 在与电阻箱断路的条件下测出电流表的内阻;(2) 对改装成的电压表所有的刻度进行校准.试在图中画出该同学的全部连线.



ii. 有一块横截面为矩形的长板,长度在 81cm 与 82cm 之间,宽度在 5cm 与 6cm 之间,厚度在 1cm 与 2cm 之间.现用直尺(最小刻度为 mm)、卡尺(游标为 50 分度)和千分尺(螺旋测微器)去测量此板的长度、宽度和厚度,要求测出的最后一位有效数字是估读的.试设想一组可能的数据填在下面的空格处.板的长度 cm,板的宽度 cm,板的厚度 cm.

三、计算题.计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤,只写出最后结果的不能得分.有数值计算的,答案中必须明确写出数值和单位.

得分	阅卷	复核

11. (20分) 在水平地面某处,以相同的速率 v_0 用不同的抛射角分别抛射两个小球 A 和 B,它们的射程相同.已知小球 A 在空中运行的时间为 T_A ,求小球 B 在空中运行的时间 T_B .重力加速度大小为 g ,不考虑空气阻力.

得分	阅卷	复核

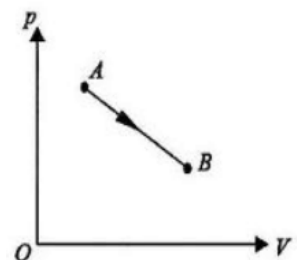
12. (20分) 从地球上看到太阳时, 对太阳直径的张角 $\theta = 0.53^\circ$. 取地球表面上纬度为 1° 的长度 $l = 110 \text{ km}$, 地球表面处的重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, 地球公转的周期 $T = 365$ 天. 试仅用以上数据计算地球和太阳密度之比. 假设太阳和地球都是质量均匀分布的球体.

得分	阅卷	复核

13. (16分) 一个用电阻丝绕成的线圈. 浸没在量热器所盛的油中, 油的温度为 0°C . 当线圈两端加上一定的电压后, 油温渐渐上升, 0°C 时温度升高的速率为 $5.0 \text{ K} \cdot \text{min}^{-1}$, 持续一段时间后, 油温上升到 30°C , 此时温度升高的速率变为 $4.5 \text{ K} \cdot \text{min}^{-1}$, 这是因为线圈的电阻与温度有关. 设温度为 $\theta^\circ\text{C}$ 时线圈的电阻为 R_θ , 温度为 0°C 时线圈的电阻为 R_0 , 则有 $R_\theta = R_0(1 + \alpha\theta)$, α 称为电阻的温度系数. 试求此线圈电阻的温度系数. 假设量热器及其中的油以及线圈所构成的系统温度升高的速率与该系统吸收热量的速率 (即单位时间内吸热的热量) 成正比; 对油加热过程中加在线圈两端的电压恒定不变; 系统损失的热量忽略不计.

得分	阅卷	复核

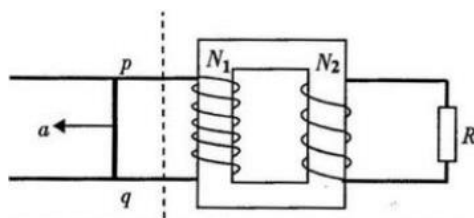
14. (18分) 如图所示, 一摩尔理想气体, 由压强与体积关系的 p - V 图中的状态 A 出发, 经过一缓慢地直线过程到达状态 B , 已知状态 B 的压强与状态 A 的压强之比为 $\frac{1}{2}$, 若要使整个过程的最终结果是气体从



外界吸收了热量, 则状态 B 与状态 A 的体积之比应满足什么条件? 已知此理想气体每摩尔的内能为 $\frac{3}{2}RT$, R 为普适气体常量, T 为热力学温度.

得分	阅卷	复核

15. (23 分) 如图所示, 匝数为 N_1 的原线圈和匝数为 N_2

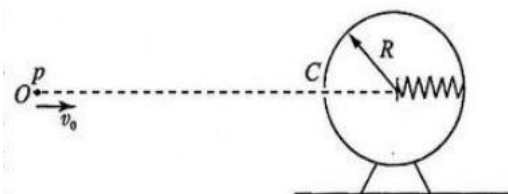


的副线圈绕在同一闭合的铁心上. 副线圈两端与电阻 R 相联, 原线圈两端与平行金属导轨相联. 两轨之间的距离为 L , 其电阻可不计. 在虚线的左侧, 存在方向与导轨所在平面垂直的匀强磁场, 磁感应强度的大小为 B . pq 是一质量为 m 电阻为 r 与导轨垂直放置的金属杆, 它可在导轨上沿与导轨平行的方向无摩擦地滑动. 假设在任何同一时刻通过线圈每一匝的磁通都相同. 两个线圈的电阻、铁心中包括涡流在内的各种损耗都忽略不计, 且变压器中的电磁场完全限制在变压器铁芯中. 现于 $t=0$ 时开始施一外力, 使杆从静止出发以恒定的加速度 a 向左运动. 不考虑连接导线的自感. 若已知在某时刻 t 时原线圈中电流的大小 I_1 .

- 求此时刻外力的功率
- 此功率转化为哪些其他形式的功率或能量变化率? 试分别求出它们的大小.

得分	阅卷	复核

16. (23 分) 如图所示, 一质量为 m 半径为 R 的



由绝缘材料制成的薄球壳，均匀带正电，电荷量为 Q ，球壳下面有与球壳固连的底座，底座静止在光滑水平面上，球壳内部有一劲度系数为 η 的轻弹簧（质量不计），弹簧始终处于水平位置，其一端与球壳内壁固连，另一端恰位于球心处，球壳上开有一小孔 C ，小孔位于过球心的水平线上。在此水平线上离球壳很远的 O 处有一质量也为 m 电荷量也在 Q 的带正电的点电荷 P ，它以足够大的初速 v_0 沿水平的 OC 方向开始运动。并知 P 能通过小孔 C 进入球壳内，不考虑重力和底座的影响。已知静电力常量 k 。

求 P 刚进入 C 孔到刚再由 C 孔出来所经历的时间。

第30届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题.

本题共5小题,每小题6分.在每小题给出的4个选项中,有的小题只有一项符合题意,有的小题有多项符合题意.把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内.全部选对的得6分,选对但不全的得3分,有选错或不答的得0分.

答案:

1. A、B 2. D 3. D 4. B、C 5. D

二、填空题和作图题.

答案与评分标准:

6. (共8分)

^{133}Cs 跃迁时所对应的电磁波振动 9192631770 个周期的时间 (4分).

光在真空中再 $\frac{1}{299792458}$ 秒的时间内所传播距离的长度 (4分)

7. (共8分)

$$\frac{m_1 \sin \theta \cos \theta}{m_2 + m_1 \sin^2 \theta} g$$

8. (共8分)

两个凸透镜 (4分). 光源 (1分) 三棱镜 (1分) 三棱镜 (1分) 屏 (1分)

9. (共12分)

0.10mg (4分)

0.10mg (4分)

2.2mg (4分)

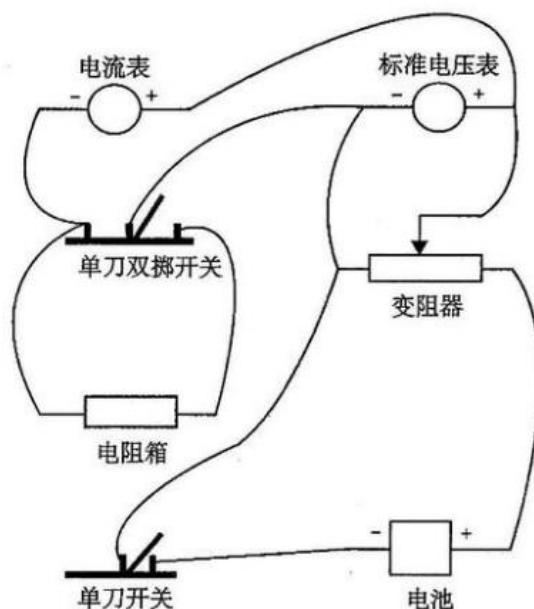
10. (共14分)

i. 连线如图所示 (8分)

ii. 81.52 (2分, 只要小数点后是二位数, 都给这2分)

5.532 (2分, 只要小数点后是三位数, 都给这2分)

1.8424 (2分, 只要小数点后是四位数, 都给这2分)



三、计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

11. 参考解答:

取抛射点为坐标原点, x 轴沿水平方向, y 轴竖直向上, 抛射角为 θ . 抛出时刻时间

t 取为 0, 对任何斜抛小球有

$$x = tv_0 \cos \theta \quad (1)$$

$$y = tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

消去 t 得小球运动的轨迹方程为

$$y = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 \quad (3)$$

取 $y=0$, 解出 x 即为射程 d

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (4)$$

利用 (4) 式可得小球在空中运行的时间

$$T = \frac{d}{v_0 \cos \theta} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \quad (5)$$

以 θ_A 表示小球 A 的抛射角, θ_B 表示小球 B 的抛射角, 现要两小球射程相同, 由 (4) 式有按题意有

$$\sin 2\theta_A = \sin 2\theta_B \quad (6)$$

而

$$2\theta_A = \pi - 2\theta_B \quad (7)$$

由 (5) 式, 小球 A 和 B 在空中运行的时间分别为

$$T_A = \frac{2v_0 \sin \theta_A}{g} \quad (8)$$

$$T_B = \frac{2v_0 \sin \theta_B}{g} \quad (9)$$

由 (7)、(8)、(9) 式可得

$$T_B = \frac{\sqrt{4v_0^2 - (T_A g)^2}}{g} \quad (10)$$

评分标准:

本题 20 分. (1)、(2) 式各 4 分, (4)、(7) 式各 3 分, (8)、(9)、(10) 式各 2 分.

12. 参考解答

地球绕太阳运行时, 由万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{M_E M_S}{r^2} = M_E \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r \quad (1)$$

其中, G 为引力恒量, M_E 和 M_S 分别为地球和太阳的质量, r 为日地距离, T 为地

球公转周期. 令 R_s 表示太阳半径, 根据题意有

$$\frac{2R_s}{r} = \theta \quad (2)$$

由(1)和(2)式得

$$G \frac{M_s}{R_s^3} = 8 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left(\frac{1}{\theta} \right)^3 \quad (3)$$

由万有引力定律和牛顿定律,对地球表面处质量为 m 的物体有

$$G \frac{M_E m}{R_E^2} = mg \quad (4)$$

其中 R_E 为地球半径,据题意已知

$$2\pi R_E = 360l \quad (5)$$

代入上式得

$$\frac{GM_E}{R_E^3} = \frac{\pi g}{180l} \quad (6)$$

令 ρ_s 和 ρ_E 分别表示太阳和地球的密度,则有

$$\rho_s = \frac{M_s}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} \quad \rho_E = \frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi R_E^3} \quad (7)$$

由(3)、(6)、(7)式得

$$\frac{\rho_E}{\rho_s} = \frac{gT^2\theta^3}{180l \times 32\pi} \quad (8)$$

代入数据,得

$$\frac{\rho_E}{\rho_s} = 3.92 \quad (9)$$

评分标准:

本题 20 分。(1)、(2) 式各 3 分, (3) 式 1 分, (4)、(5) 式各 3 分, (6) 式 1 分, (7)、(8) 式各 2 分, (9) 式 2 分 (在 3.91 到 3.93 范围内的都给这 2 分)。

13. 参考解答:

量热器、油和线圈构成的系统在单位时间内吸收的热量等于通过线圈的电流的电功率。设加在线圈两端的电压为 U , 当线圈的电阻为 R_0 时, 电流的功率

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} \quad (1)$$

根据题意有

$$v_0 = kP_0 \quad (2)$$

式中 v_0 为 0° 时系统升温的速率, k 为比例系数。同理当油温为 30°C 时有

$$P_{30} = \frac{U^2}{R_0} \quad (3)$$

$$v_{30} = kP_{30} \quad (4)$$

式中 v_{30} 为 30°C 系统升温的速率.由 (1)、(2)、(3)、(4) 各式得

$$\frac{R_{30}}{R_0} = \frac{v_0}{v_{30}} = 1 + 30\alpha \quad (5)$$

代入数据得

$$\alpha = 3.7 \times 10^{-3} \text{K}^{-1} \quad (6)$$

评分标准:

本题 16 分. (1) 式 3 分, (2) 式 2 分, (3) 式 3 分, (4) 式 2 分, (5) 式 4 分, (6) 式 2 分.

14. **参考解答:**

令 ΔU 表示系统内能的增量, Q 和 W 分别表示系统吸收的热量和外界对系统所做的功, 由热力学第一定律

$$\Delta U = Q + W \quad (1)$$

令 T_1 和 T_2 分别表示状态 A 和状态 B 的温度, 有

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) \quad (2)$$

令 p_1 、 p_2 和 V_1 、 V_2 分别表示状态 A、B 的压强和体积, 由 (2) 式和状态方程可得

$$\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) \quad (3)$$

由状态图可知, 做功等于图线下所围面积, 即

$$W = -\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) \quad (4)$$

要系统吸热, 即 $Q > 0$, 由以上各式可得

$$\frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) > 0 \quad (5)$$

按题意, $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2}$, 代入上式, 可得

$$\frac{V_2}{V_1} > \frac{3}{2} \quad (6)$$

评分标准:

本题 18 分. (1)、(2)、(3) 式各 3 分, (4) 式 4 分, (5) 式 3 分, (6) 式 2 分.

15. **参考解答:**

i. 令 F 表示此时刻外力的大小, v 表示此时杆的速度, P 表示外力的功率, 则有

$$P = Fv = Fat \quad (1)$$

在 t 时刻, 由牛顿定律有

$$F - I_1BL = ma \quad (2)$$

由上两式得

$$P = (ma + I_1 BL)at \quad (3)$$

ii. 在 t 时刻, 杆运动产生的电动势

$$E = BLat \quad (4)$$

令 E_1 、 E_2 分别表示原、副线圈两端的感应电动势, 并有 $E_1 = E$, U_1 、 U_2 分别表示原、副线圈两端的电压, I_2 表示副线圈中的电流, 由欧姆定律有

$$E_1 = E = U_1 + I_1 r \quad (5)$$

$$E_2 = U_2 = I_2 R \quad (6)$$

根据题的假设, 利用法拉弟电磁感应定律, 有

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (7)$$

由 (4)、(5)、(6)、(7) 式可得

$$U_1 = atBL - I_1 r \quad (8)$$

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1}(atBL - I_1 r) \quad (9)$$

$$I_2 = \frac{N_2}{N_1 R}(atBL - I_1 r) \quad (10)$$

外力的功率转化为: 杆的动能的变化率

$$P_{\text{ek}} = ma^2 t \quad (11)$$

电阻 r 上消耗的功率

$$P_r = I_1^2 r \quad (12)$$

电阻 R 上消耗的功率

$$P_R = I_2^2 R = \frac{N_2^2}{N_1^2 R}(atBL - I_1 r)^2 \quad (13)$$

变压器内场能的变化率

$$W_B = U_1 I_1 - U_2 I_2 = (atI_1 BL - I_1^2 r) - \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{(atBL - I_1 r)^2}{R} \quad (14)$$

评分标准:

本题 23 分

第 i 问 5 分. (1)、(2) 式各 2 分, (3) 式 1 分.

第 ii 问 18 分. (4) 式 2 分, (5)、(6) 式各 1 分, (7) 式 3 分, (8)、(9)、(10) 式各 1 分, (11) 式 2 分, (12) 式 1 分, (13) 式 2 分, (14) 式 3 分.

16. **参考解答:**

以固定的光滑水平面为参考系, 选开始时 C 所处的空间固定点为原点, 沿水平向右为 x 轴的正方向. 设 P 到达 C 孔时的速度为 v_1 , 球壳的速度为 v_2 , 由动量守恒和能量守恒

(规定 P 与球相距无限远时电势能为 0) 有

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + k\frac{Q^2}{R} \quad (2)$$

P 进入 C 后, 因均匀带电球壳在壳内产生的场强为 0, 故 P 和球壳都做匀速运动, 相对速度为 $v_1 - v_2$, 若经过 t_1 时间, P 与弹簧的左端相接触, 因走过的相对距离为 R , 故有

$$t_1 = \frac{R}{v_1 - v_2} \quad (3)$$

由以上各式, 可得

$$t_1 = R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

此后, 弹簧将被压缩, 以 x_1 和 x_2 分别表示弹簧两端的位置 (即 P 和球壳右端的位置), 则弹簧的形变为

$$X = R - (x_2 - x_1) \quad (5)$$

以 a_1 和 a_2 分别表示 P 和球壳的加速度, 由胡克定律和牛顿定律, 有

$$ma_1 = -\eta X \quad (6)$$

$$ma_2 = \eta X \quad (7)$$

得

$$m(a_1 - a_2) = -2\eta X \quad (8)$$

即两者的相对运动时简谐振动. 其周期为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2\eta}} \quad (9)$$

所以, 从 P 开始于弹簧的左端接触, 以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧分离, 这一过程所经历的时间 t_2 应为

$$t_2 = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{2\eta}} \quad (10)$$

从两物体碰撞来看, 从 P 开始与弹簧的左端接触, 以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧碰撞, 两物体的质量又相同, 所以可证碰撞前后必然是交换速度, 即 P 的速度变为前述的 v_2 , 而球壳的速度变为前述的 v_1 , P 相对球壳的速度的大小仍为 $v_1 - v_2$, 但方向向左, 所以

从开始分离到回到小孔 C 时所经历的时间 t_3 应和 (3)、(4) 式得结果相同. 即

$$t_3 = R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

所以从 P 进入 C 孔到由 C 孔出来所经历的时间为

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \pi \sqrt{\frac{m}{2\eta}} + 2R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

评分标准：

本题 23 分. (1)、(2) 式各 3 分, (4) 式 2 分, (9) 式 8 分, (10) 式 2 分, (11) 式 2 分, (12) 式 3 分.

第 31 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

本卷共 16 题，满分 200 分，

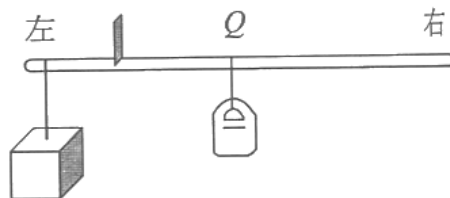
一、选择题。本题共 5 小题，每小题 6 分。在每小题给出的 4 个项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内。全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分。

1. (6 分) 一线膨胀系数为 α 的正立方体物块，当膨胀量较小时，其体膨胀系数等于

- A. α B. $\alpha^{1/3}$ C. α^3 D. 3α

2. (6 分) 按如下原理制作一杆可直接测量液体密度的秤，称为密度秤，其外形和普通的杆秤差不多，装秤钩的地方吊着一体积为 1 cm^3 的较重的合金块，杆上有表示液体密度数值的刻度，当秤砣放在 Q 点处时秤杆恰好平衡，如图所示。当合金块完全浸没在待测密度的液体中时，移动秤砣的悬挂点，直至秤杆恰好重新平衡，便可直接在杆秤上读出液体的密度，下列说法中错误的是

- A. 密度秤的零点刻度在 Q 点
 B. 秤杆上密度读数较大的刻度在较小的刻度的左边
 C. 密度秤的刻度都在 Q 点的右侧
 D. 密度秤的刻度都在 Q 点的左侧

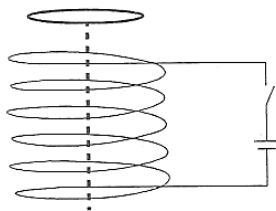


3. (6 分) 一列简谐横波在均匀的介质中沿 x 轴正向传播，两质点 P_1 和 P_2 的平衡位置在 x 轴上，它们相距 60 cm ，当 P_1 质点在平衡位置处向上运动时， P_2 质点处在波谷位置，若波的传播速度为 24 m/s ，则该波的频率可能为

- A. 50 Hz
 B. 60 Hz
 C. 400 Hz
 D. 410 Hz



4. (6 分) 电磁驱动是与炮弹发射、航空母舰上飞机弹射起飞有关的一种新型驱动方式。电磁驱动的原理如图所示，当直流电流突然加到一固定线圈上，可以将置于线圈上的环弹射出去。现在同一个固定线圈上，先后置有分别用铜、铝和硅制成的形状、大小和横截面积均相同的三种环，当电流突然接通时，它们所受到的推力分别为 F_1 、 F_2 和 F_3 。若环的重力可忽略，



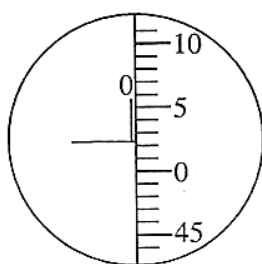
下列说法正确的是

- A. $F_1 > F_2 > F_3$ B. $F_2 > F_3 > F_1$
 C. $F_3 > F_2 > F_1$ D. $F_1 = F_2 = F_3$

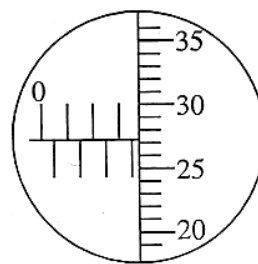
5. (6分) 质量为 m_A 的 A 球, 以某一速度沿光滑水平面向静止的 B 球运动, 并与 B 球发生弹性正碰, 假设 B 球的质量 m_B 可选取为不同的值, 则
- A. 当 $m_B=m_A$ 时, 碰后 B 球的速度最大
 - B. 当 $m_B=m_A$ 时, 碰后 B 球的动能最大
 - C. 在保持 $m_B>m_A$ 的条件下, m_B 越小, 碰后 B 球的速度越大
 - D. 在保持 $m_B<m_A$ 的条件下, m_B 越大, 碰后 B 球的动量越大

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程.

6. (10分) 用国家标准一级螺旋测微器(直标度尺最小分度为 0.5mm, 丝杆螺距为 0.5mm, 套管上分为 50 格刻度) 测量小球直径. 测微器的初读数如图(a)所示, 其值为_____mm, 测量时如图(b)所示, 其值为_____mm, 测得小球直径 $d=$ _____mm.

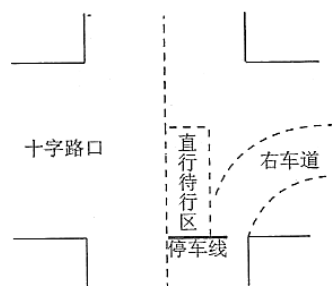


图(a)

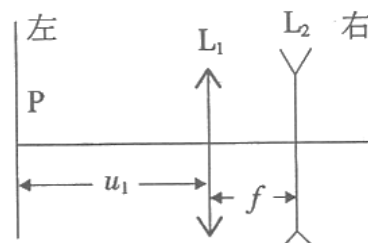


图(b)

7. (10分) 为了缓解城市交通拥堵问题, 杭州交通部门在禁止行人步行的十字路口增设“直行待行区”(行人可从天桥或地下过道过马路), 如图所示, 当其他车道的车辆右拐时, 直行道上的车辆可以提前进入“直行待行区”; 当直行绿灯亮起时, 可从“直行待行区”直行通过十字路口. 假设某十字路口限速 50km/h , “直行待行区”的长度为 12m , 从提示进入“直行待行区”到直行绿灯亮起的时间为 4s . 如果某汽车司机看到上述提示时立即从停车线由静止开始匀加速直线运动, 运动到“直行待行区”的前端虚线处正好直行绿灯亮起, 汽车总质量为 1.5t , 汽车运动中受到的阻力恒为车重的 0.1 倍, 则该汽车的行驶加速度为_____; 在这 4s 内汽车发动机所做的功为_____。
- (重力加速度大小取 10m/s^2)

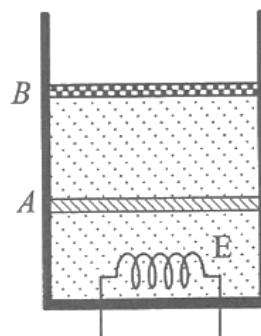


8. (10分) 如图所示, 两个薄透镜 L_1 和 L_2 共轴放置. 已知 L_1 的焦距 $f_1=f$, L_2 的焦距 $f_2=-f$, 两透镜间的距离也是 f , 小物体位于物面 P 上, 物距 $u_1=3f$



- (1) 小物体经过这两个透镜成的像在 L_2 的_____边, 到 L_2 的距离为_____, 是_____像(填“实”或“虚”)、_____像(填“正”或“倒”), 放大率为_____.
- (2) 现把两个透镜位置调换, 若还要使给定的原物体在原像处成像, 两透镜作为整体应沿光轴向_____边移动距离_____这个新的像是_____像(填“实”或“虚”)、_____像(填“正”或“倒”), 放大率为_____.

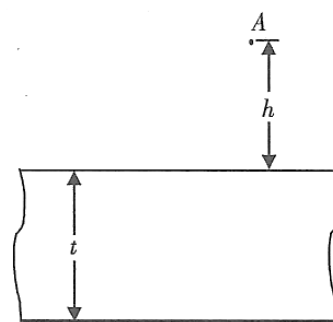
9. (10分) 图中所示的气缸壁是绝热的. 缸内隔板 A 是导热的, 它固定在缸壁上. 活塞 B 是绝热的, 它与缸壁的接触是光滑的, 但不漏气. B 的上方为大气. A 与 B 之间以及 A 与缸底之间都盛有 n mol 的同种理想气体. 系统在开始时处于平衡状态, 现通过电炉丝 E 对气体缓慢加热. 在加热过程中, A、B 之间的气体经历_____过程, A 以下气体经历_____过程; 气体温度每上升 1K, A、B 之间的气体吸收的热量与 A 以下气体净吸收的热量之差等于_____ . 已知普适气体常量为 R .



10. (10分) 宇宙空间某区域有一磁感应强度大小为 $B=1.0 \times 10^{-9}T$ 的均匀磁场, 现有一电子绕磁力线做螺旋运动. 该电子绕磁力线旋转一圈所需的时间间隔为_____s; 若该电子沿磁场方向的运动速度为 $1.0 \times 10^{-2}c$ (c 为真空中光速的大小), 则它在沿磁场方向前进 1.0×10^{-3} 光年的过程中, 绕磁力线转了_____圈. 已知电子电荷量为 $1.60 \times 10^{-19}C$. 电子质量为 $9.11 \times 10^{-31}kg$.

三、计算题. 计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

11. (15分) 如图所示, 一水平放置的厚度为 t 折射率为 n 的平行玻璃砖, 下表面镀银 (成反射镜). 一物点 A 位于玻璃砖的上方距玻璃砖的上表面为 h 处. 观察者在 A 点附近看到了 A 点的像, A 点的像到 A 点的距离等于多少? 不考虑光经玻璃砖上表面的反射.



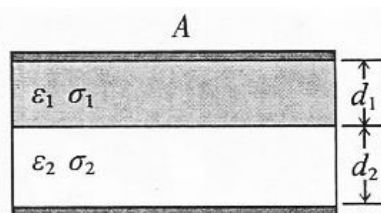
12. (20分) 通常电容器两极板间有多层电介质, 并有漏电现象. 为了探究其规律性, 采用如图所示的简单模型. 电容器的两极板面积均为 A , 其间充有两层电介质 1 和 2, 第 1 层电介质的介电常数、电导率 (即电阻率的倒数) 和厚度分别为 $\epsilon_1 \sigma_1$ 和 d_1 , 第 2 层电介质的则为 $\epsilon_2 \sigma_2$ 和 d_2 . 现在两极板加一直流电压 U , 电容器处于稳定状态.

(1) 画出等效电路图;

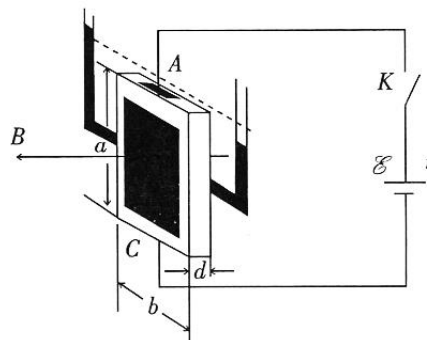
(2) 计算两层电介质所损耗的功率;

(3) 计算两介质交界面处的净电荷量;

提示: 充满漏电电介质的电容器可视为一不漏电电介质的理想电容和一纯电阻的并联电路.



13. (20分) 如图所示, 一绝缘容器内部为立方体空腔, 其长和宽分别为 a 和 b , 厚度为 d , 其两侧等高处装有两根与大气相通的玻璃管 (可用来测量液体两侧的压强差). 容器内装满密度为 ρ 的导电液体, 容器上下两端装有铂电极 A 和 C , 这样就构成了一个液体电阻. 该液体电阻置于一方向与容器的厚度方向平行的均匀恒定的磁感应强度为 B 的磁场中, 并通过开关 K 接在一电动势为 \mathcal{E} 内阻为 r 的电池的两端. 闭合开关. 若稳定时两侧玻璃管中液面的高度差为 h , 求导电液体的电导率 σ 重力加速度大小为 g .

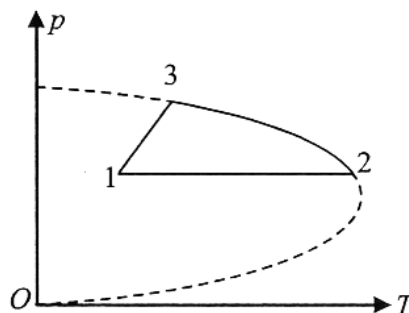


14. (20分) 1 mol 的理想气体经历一循环过程 1-2-3-1, 如 p - T 图示所示, 过程 1-2 是等压过程, 过程 3-1 是通过 p - T 图原点的直线上的一段, 描述过程 2-3 的方程为

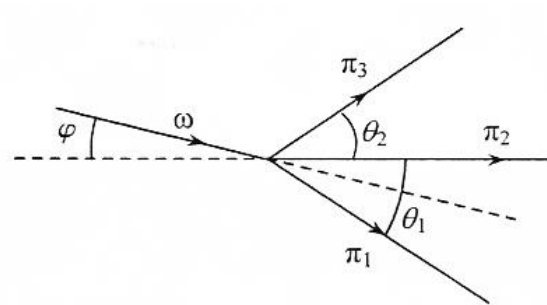
$$c_1 p^2 + c_2 p = T$$

式中 c_1 和 c_2 都是待定的常量, p 和 T 分别是气体的压强和绝对温度. 已知, 气体在状态 1 的压强、绝对温度分别为 p_1 和 T_1 , 气体在状态 2 的绝对温度以及在状态 3 的压强和绝对温度分别为 T_2 以及 p_3 和 T_3 . 气体常量 R 也是已知的.

- (1) 求常量 c_1 和 c_2 的值;
- (2) 将过程 1-2-3-1 在 p - v 图示上表示出来;
- (3) 求该气体在一次循环过程中对外做的总功.



15. (20分) 一个 ω 介子飞行时衰变成静止质量均为 m 的三个 π 介子, 这三个 π 介子的动量共面, 已知: 衰变前后介子运动的速度都远小于光在真空中的速度 c ; 衰变后的三个 π 介子的动能分别为 T_1 、 T_2 和 T_3 , 且第一、二个 π 介子飞行方向之间的夹角为 θ_1 , 第二、三个 π 介子飞行方向之间的夹角为 θ_2 (如图所示); 介子的动能等于介子的能量与其静止时的能量 (即其静止质量与 c^2 的乘积) 之差, 求 ω 介子在衰变前的瞬间的飞行方向 (用其飞行方向与衰变后的第二个介子的飞行方向的夹角即图中的 φ 角表示) 及其静止质量.



16. (25 分) 一圆盘沿顺时针方向绕过圆盘中心 O 并与盘面垂直的固定水平转轴以匀角速度 $\omega = 4.43 \text{ rad/s}$ 转动. 圆盘半径 $r = 1.00 \text{ m}$, 圆盘正上方有一水平天花板. 设圆盘边缘各处始终有水滴被甩出, 现发现天花板上只有一点处有水. 取重力加速度大小 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$. 求
- (1) 天花板相对于圆盘中心轴 O 点的高度;
 - (2) 天花板上有水的那一点的位置坐标.

第31届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考 解答与评分标准

一、选择题.

本题共5小题,每小题6分.在每小题给出的4个选项中,有的小题只有一项符合题意,有的小题有多项符合题意.把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内.全部选对的得6分,选对但不全的得3分,有选错或不答的得0分.

1. D; 2. C; 3. AD; 4. A; 5. BCD;

二、填空题.把答案填在题中的横线上.只要给出结果,不需要写出求得结果的过程.

6. (10分)

答: $0.022 \sim 0.024 \text{ mm}$, 3分

$3.772 \sim 3.774 \text{ mm}$, 3分

$3.748 \sim 3.752 \text{ mm}$, 4分(若有效位数错,不给这4分)

7. (10分)

答案: 1.5 m/s^2 , 5分; $4.5 \times 10^4 \text{ J}$, 5分

8. (10分)

答案: (1) 右, f , 实, 倒, 1. 每空1分;

(2) 左, $2f$, 实, 倒, 1. 每空1分.

9. (10分)

答案: 等压, 2分; 等容, 2分; nR , 6分

10. (10分)

答案: 3.6×10^{-2} , 5分; 8.8×10^7 , 5分

三、计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤,只写出最后结果的不能得分.有数值计算的,答案中必须明确写出数值和单位.

11. (15分)

解法一:

由折射定律得

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_d \quad \text{①}$$

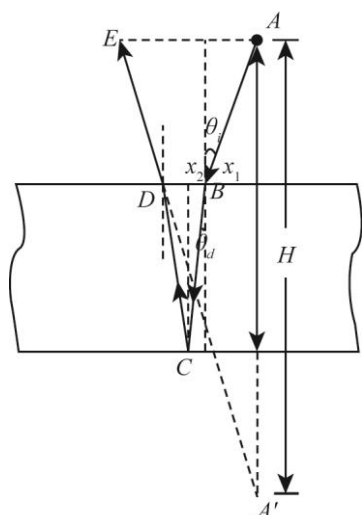
由几何关系得

$$x_1 = h \tan \theta_i \quad \text{②}$$

$$x_2 = t \tan \theta_d \quad \text{③}$$

$$H = 2(x_1 + x_2) \tan(90^\circ - \theta_i) \quad \text{④}$$

式中， H 为物 A 到像 A' 的距离.



在小角度近似下有

$$\tan \theta_i \approx \sin \theta_i,$$

$$\tan \theta_d \approx \sin \theta_d,$$

$$\tan(90^\circ - \theta_i) \approx \frac{1}{\sin \theta_i} \quad ⑤$$

联立以上各式得

$$H = 2 \left(H + \frac{t}{n} \right) \quad ⑥$$

解法二:

由折射定律得

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_d \quad ①$$

由几何关系有

$$x_1 = h \tan \theta_i \quad ②$$

$$x_2 = t \tan \theta_d \quad ③$$

$$H - h = (x_1 + 2x_2) \tan(90^\circ - \theta_i) \quad ④$$

式中， H 为物 A 到像 A' 的距离.

利用小角度近似关系

$$\tan \theta_i \approx \sin \theta_i, \quad \tan \theta_d \approx \sin \theta_d, \quad \tan(90^\circ - \theta_i) \approx \frac{1}{\sin \theta_i} \quad ⑤$$

$$\text{得 } h + \frac{2t}{n} = H - h$$

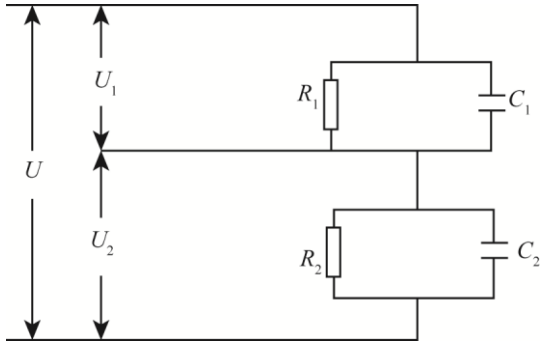
像 A' 与 A 点的距离为

$$H = 2 \left(h + \frac{t}{n} \right) \quad ⑥$$

评分标准：①式 3 分，②③④式各 2 分，⑤⑥式各 3 分。

12. (20 分)

(1) 等效电路如图所示。



(2) 等效电容 C_1 和 C_2 为

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 A}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 A}{d_2} \quad \text{①}$$

等效电阻 R_1 和 R_2 为

$$R_1 = \frac{d_1}{\sigma_1 A}, \quad R_2 = \frac{d_2}{\sigma_2 A} \quad \text{②}$$

两层电介质所损耗的功率为

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2 A \sigma_1 \sigma_2}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} \quad \text{③}$$

(3) 设两层介质各自上下界面之间的电压分别为 U_1 和 U_2 。上层介质面上的电荷为

$$Q_1 = C_1 U_1 = \frac{\varepsilon_1 U}{d_1} \cdot \frac{R_1 U}{R_1 + R_2} = \frac{\varepsilon_1 \sigma_2 A U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} \quad \text{④}$$

下层介质面上的电荷为

$$Q_2 = C_2 U_2 = \frac{\varepsilon_2 \sigma_1 A U}{d_1 \sigma_1 + d_2 \sigma_1} \quad \text{⑤}$$

两层介质交界面处的净电荷量为

$$Q_1 - Q_2 = \frac{A U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} (\varepsilon_1 \sigma_2 - \varepsilon_2 \sigma_1) \quad \text{⑥}$$

评分标准：第 (1) 问 4 分，等效电路图正确（没标注相应字母和箭头的，也算正确），4 分；第 (2) 问 9 分，①②③式各 3 分；第 (3) 问 7 分，④⑤式各 2 分，⑥式 3 分。

13. (20 分)

沿着电流强度 I 的方向液柱长度为 a ，该液柱受到的安培力大小为：

$$F_m = B I a \quad \text{①}$$

液柱两侧面受到的由压强差产生的压力大小为

$$F_p = \rho g h a d \quad (2)$$

由水平方向上力的平衡条件有

$$F_m = F_p \quad (3)$$

由欧姆定律得

$$\xi = I(R + r) \quad (4)$$

式中

$$R = \frac{a}{\sigma b d} \quad (5)$$

由以上各式解各

$$\sigma = \frac{\rho g h a}{b(B\varepsilon - r\rho g h d)} \quad (6)$$

评分标准：①式 4 分，②③④⑤式各 3 分，⑥式 4 分。

14. (20 分)

(1) 设气体在状态 i ($i=1, 2$ 和 3) 下的压强、体积和绝对温度分别为 p_i 、 V_i 和 T_i ，由题设条件有

$$c_1 p_2^2 + c_2 p_2 = T_2 \quad (1)$$

$$c_1 p_3^2 + c_2 p_3 = T_3 \quad (2)$$

由此解得

$$c_1 = \frac{T_2 p_3 - T_3 p_2}{p_2^2 p_3 - p_3^2 p_2} = \frac{T_2 p_3 - T_3 p_1}{p_1^2 p_3 - p_3^2 p_1} \quad (3)$$

$$c_2 = \frac{T_2 p_3^2 - T_3 p_2^2}{p_2 p_3^2 - p_2^2 p_3} = \frac{T_2 p_3^2 - T_3 p_1^2}{p_1 p_3^2 - p_1^2 p_3} \quad (4)$$

(2) 利用气体状态方程 $pV = RT$ ，以及

$$V_1 = R \frac{T_1}{p_1}, \quad V_2 = R \frac{T_2}{p_2}, \quad V_3 = R \frac{T_3}{p_3} \quad (5)$$

可将过程 2-3 的方程改写为

$$\frac{V_2 - V_3}{p_2 - p_3} p = V + \frac{V_2 p_3 - V_3 p_2}{p_2 - p_3} \quad (6)$$

可见，在 $p-V$ 图示上过程 2-3 是以 (p_2, V_2) 和 (p_3, V_3) 为状态端点的直线。在 $p-T$ 图示中，过程 3-1 是通过原点的直线上的一段，因而描述其过程的方程为

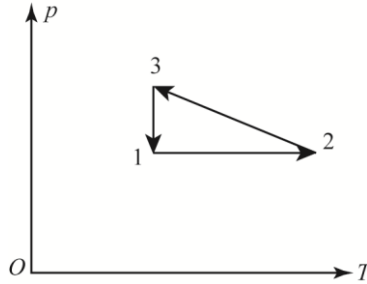
$$\frac{p}{T} = c_3 \quad (7)$$

式中， c_3 是一常量。利用气体状态方程 $pV = RT$ ，可将过程 3-1 的方程改写为

$$V = \frac{R}{c_3} = V_3 = V_1 \quad (8)$$

这是以 (p_3, V_1) 和 (p_1, V_1) 为状态端点的等容降压过程.

综上所述, 过程 1-2-3-1 在 $p-V$ 图示上是一直角三角形, 如图所示.



(3) 气体在一次循环过程中对外做的总功为

$$W = -\frac{1}{2}(p_3 - p_1)(V_2 - V_1) \quad (9)$$

利用气体状态方程 $pV = RT$ 和⑤式, 上式即

$$W = -\frac{1}{2}R(T_2 - T_1)\left(\frac{p_3}{p_1} - 1\right) \quad (10)$$

评分标准: 第(1)问 8 分, ①②③④式各 2 分; 第(2)问 10 分, ⑤⑥式各 2 分, 过程 1-2-3-1 在 $p-V$ 图示正确, 给 6 分; 第(3)问 2 分, ⑩式 2 分.

15. (20 分)

以第二个 π 介子的飞行方向为 x 轴, 以事件平面为 $x-y$ 平面. 设衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的动量大小分别为 p_ω 、 p_1 、 p_2 和 p_3 . 衰变前后粒子在 x 和 y 方向的总动量分别守恒

$$p_\omega \cos \varphi = p_1 \cos \theta_1 + p_2 + p_3 \cos \theta_2 \quad (1)$$

$$-p_\omega \sin \varphi = -p_1 \sin \theta_1 + p_3 \sin \theta_2 \quad (2)$$

衰变前后粒子总能量守恒

$$m_\omega c^2 + T_\omega = (mc^2 + T_1) + (m_c^2 + T_2) + (m_c^2 + T_3) \quad (3)$$

式中左端和右端三个圆括号所示的量分别是衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的总能(静能与动能之和). 衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的总能可由分别其动量和静质量表示出来

$$T_\omega = \frac{p_\omega^2}{2m_\omega} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{p_1^2}{2m} \quad (5)$$

$$T_2 = \frac{p_2^2}{2m} \quad \text{⑥}$$

$$T_3 = \frac{p_3^2}{2m} \quad \text{⑦}$$

分别由⑤⑥⑦式得

$$p_1 = \sqrt{2mT_1} \quad \text{⑧}$$

$$p_2 = \sqrt{2mT_2} \quad \text{⑨}$$

$$p_3 = \sqrt{2mT_3} \quad \text{⑩}$$

联立①②⑧⑨⑩式得

$$\varphi = \arctan \frac{\sqrt{T_1} \sin \theta_1 - \sqrt{T_3} \sin \theta_2}{\sqrt{T_1} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2} + \sqrt{T_3} \cos \theta_2} \quad \text{⑪}$$

$$p_\omega^2 = 2m(T_1 + T_2 + T_3) + 4m[\sqrt{T_1 T_3} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sqrt{T_1 T_2} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2 T_3} \cos \theta_2] \quad \text{⑫}$$

由③④⑫式得

$$2c^2 m_\omega^2 - 2(3m_c^2 + T_1 + T_2 + T_3)m_\omega + 2m(T_1 + T_2 + T_3) + 4m[\sqrt{T_1 T_3} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sqrt{T_1 T_2} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2 T_3} \cos \theta_2] = 0 \quad \text{⑬}$$

其解为

$$m_\omega = \frac{3}{2}m + \frac{1}{2c^2}(T_1 + T_2 + T_3) + \sqrt{\left[\frac{3}{2}m + \frac{1}{2c^2}(T_1 + T_2 + T_3)\right]^2 - \frac{p_\omega^2}{2c^2}} \quad \text{⑭}$$

式中, p_ω^2 由⑫式给出. 另一解 $m_\omega \sim \frac{p_\omega}{c}$, 与非相对论近似条件 $m_\omega c^2 \ll p_\omega c$ 矛盾, 舍去.

评分标准: 本题 20 分. ①②③④⑤⑥⑦式各 2 分, ⑪⑫⑬⑭式各 2 分. (采用相对论的能量-动量公式得出正确结果的, 同样得分)

16. (25 分)

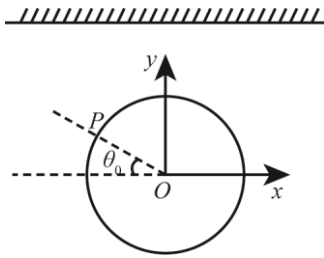
解法一

(1) 在圆盘所在平面内建立平面直角坐标系, 使盘心 O 为原点, x 轴水平向右, y 轴竖直向上. 按题意, 天花板上有水的地方仅仅是一点, 该心必定是所有水滴运动轨迹的最高点; 只有第二象限的圆盘边缘甩出的水滴才能到达这一最高点. 水滴甩出时的初速度大小是恒定的

$$v_0 = r\omega \quad \text{①}$$

以 P 点位于 $(-r, 0)$ 处时为计时零点, 则 P 点在时刻 t_0

处时, O 、 P 连线与右图中 x 轴负方向的夹角为



$$\theta_0 = \omega t_0 \quad (2)$$

这时经过 P 点的水滴的位置 (x_0, y_0) 和速度 (v_{0x}, v_{0y}) 分别为

$$x_0 = -r \cos \theta_0, \quad y_0 = r \sin \theta_0 \quad (3)$$

$$v_{0x} = v_0 \sin \theta_0, \quad v_{0y} = v_0 \cos \theta_0 \quad (4)$$

在时刻 t_0 被甩出的水滴做抛体运动. 设不存在天花板, 该水滴在时刻 t_1 达到最高处. 由抛体运动公式, 可得

$$0 = r\omega \cos \theta_0 - g(t_1 - t_0) \quad (5)$$

$$x_1 = x_0 + v_{0x}(t_1 - t_0),$$

$$y_1 = y_0 + v_{0y}(t_1 - t_0) - \frac{1}{2}g(t_1 - t_0)^2 \quad (6)$$

由①②③④⑤式和⑥式中第二式, 得

$$y_1 = r \sin(\omega t_0) + \frac{(r\omega)^2}{2g} [1 - \sin^2(\omega t_0)] \quad (7)$$

对变元 $\sin(\omega t_0)$ 配方后得

$$y_1 = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} - \frac{(r\omega)^2}{2g} \left[\sin(\omega t_0) - \frac{g}{r\omega^2} \right]^2 \quad (8)$$

于是在

$$\sin(\omega t_0)_{y_1=y_{1\max}} - \frac{g}{r\omega^2} = 0 \quad (9)$$

时有

$$y_{1\max} = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} \quad (10)$$

依题意, 上式即天花板相对于圆盘中心轴 O 点的高度. 代入题给数据得

$$y_{\max} = 1.25m \quad (11)$$

(2) 由⑨式和题给数据可知,

$$\sin(\omega t_0)_{y_1=y_{\max}} = \frac{g}{r\omega^2} = 0.5 \quad (12)$$

故

$$(\theta_0)_{y_1=y_{1\max}} = 30^\circ \quad (13)$$

由①②③④⑤式和⑥中第一式，得

$$x_{1y_1=y_1\max} = -r\cos 30^\circ + \frac{(r\omega)^2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{(r\omega)^2}{2g} - r \right)$$

代入题给数据得

$$x_{1y_1=y_1\max} = 0 \quad \text{⑭}$$

所以， y 轴与天花板的交点为天花板上有水的那一点的位置，其坐标值为 $(0, 1.25\text{m})$ 。

评分标准：第（1）问 17 分，①②③④⑤式各 1 分，⑥⑧⑨式各 2 分，⑩式 4 分，

⑪式 2 分；第（2）问 8 分，⑬式 4 分，⑭式 2 分，结论正确给 2 分。

解法二

（1）在圆盘所在平面内建立平面直角坐标系，使盘心 O 为原点， x 轴水平向右， y 轴竖直向上。只有第二象限的圆盘边缘甩出的水滴才可能到达天花板上某一固定点；而不是打到天花板上某一区域（不止一个点），或者打不到天花板上。水滴甩出时的初速度大小是恒定的：

$$v_0 = r\omega \quad \text{①}$$

其 x 和 y 分量分别为：

$$v_{0x} = r\omega \sin \theta, \quad v_{0y} = r\omega \cos \theta \quad \text{②}$$

取水滴从 P 点甩出时为计时零点， P 在 $t=0$ 时的初始坐标为：

$$x_0 = -r \cos \theta, \quad y_0 = r \sin \theta \quad \text{③}$$

水滴的 x ， y 坐标与 t 的关系式为：

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \text{④}$$

现在求 θ 的各种可能取值中， y 的最大值。

对某一特定的 θ 值， x_0 、 y_0 、 v_{0x} 、 v_{0y} 均为固定值，先针对这个固定的 θ 值，求

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{⑤}$$

的最大值。即求斜抛运动的“最大射高”：

$$(y - y_0)_{\max} = \left(v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \right)_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \quad \text{⑥}$$

对应的

$$\begin{aligned} y_{\max} &= y_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g} = r \sin \theta + \frac{(r\omega \cos \theta)^2}{2g} \\ &= r \sin \theta + \frac{(r\omega)^2}{2g} (1 - \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

$$= \frac{(r\omega)^2}{2g} - \left[\frac{(r\omega)^2}{2g} \sin^2 \theta - r \sin \theta \right] \quad \text{⑦}$$

$$= \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} - \left[\frac{r\omega \sin \theta}{\sqrt{2g}} - \sqrt{\frac{g}{2}} \frac{1}{\omega} \right]^2$$

这说明不同的 θ 值对应不同的 y 的最大值. 只有含 θ 的平方项 (即上式最后的 [...]) 为 0 时, 才是这些“最大射高”中的最大值.

由此得到天花板的高度为:

$$y_{\max} = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} = \frac{(1 \times 4.43)^2}{2 \times 9.80} + \frac{9.80}{2 \times 4.43^2} = 1.00 + 0.25 = 1.25 \text{ m} \quad \text{⑧}$$

(2) 当水滴能打到天花板时,

$$\sin \theta = \frac{g}{r\omega^2} = \frac{9.80}{1 \times 4.43^2} = 0.50 \quad \text{⑨}$$

即

$$\theta = 30^\circ$$

令⑤式为 0 得到斜抛水滴再次到达初始时的水平高度时的时间为:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} \quad \text{⑩}$$

y 值取最大时所用的时间是上述值的一半, 把该时间代入④的第一式得水滴在天花板上的 x 位置坐标为:

$$x = x_0 + v_{0x}t = -r \cos \theta + r\omega \sin \theta \frac{r\omega \cos \theta}{g}$$

$$= -r \cos \theta + \frac{(r\omega)^2 \sin 2\theta}{2g} = -1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{(1 \times 4.43)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \times 9.80} \quad \text{⑪}$$

$$= 0$$

所以 y 轴与天花板的交点为天花板上有水的那一点的位置, 其坐标值为 $(0, 1.25 \text{ m})$.

评分标准: 第 (1) 问 17 分, ①式 1 分, ②③④⑤⑥式各 2 分, ⑦式 4 分, ⑧式 2 分;

第 (2) 问 8 分, ⑩式 4 分, ⑪式 2 分, 结论正确给 2 分.