第五届非物理类专业大学生物理竞赛试题及解答

(1989北京)

试　　题

一、选择题(共24分, 每小题4分) 每小题选出正确答案(一个或几个) 把它的符号填写在括号内

1、已知质点的运动学方程为 $\mathbf{r}=2t\hat{i}+(4-t^2)\hat{j}$, 在 $t>0$的时间内的情况是(　　).

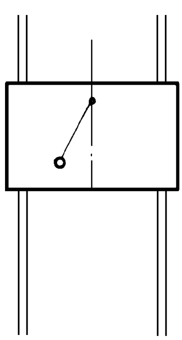
(a) 位置矢量可能和加速度垂直, 速度不可能和加速度垂直

(b) 位置矢量不可能和加速度垂直, 速度可能和加速度垂直

(c) 位置矢量和速度都可能与加速度垂直

(d) 位置矢量和速度都不可能与加速度垂直

2、一单摆挂在木板上的小钉上, 木板质量远大于单摆质量 木板平面在竖直平面内, 并可以沿两竖直轨道无摩擦地自由下落 现使单摆摆动起来 当单摆离开平衡位置但未达到最高点时木板开始自由下降, 则摆球相对于板(　　).



(a) 静止

(b) 仍作简谐振动

(c) 作匀速率圆周运动

(d) 作非匀速率圆周运动

(e) 上面结论都不对.

3、一个球形电容器中间充有均匀介质, 当电容器充电后, 由于介质绝缘不良, 发生缓慢漏电 在介质内下列答案中正确的是(　　).

(a) 位移电流激发的磁场 $B_d=0$

(b) 位移电流激发的磁场 $B_d\neq 0$

(c) 传导电流激发的磁场 $B_c=0$

(d) 传导电流激发的磁场 $B_c\neq 0$.

4、海边有一发射天线发射波长 λ 米的电磁波 海轮上有一接收天线, 二天线都高出海面 H 米 海轮自远处接近发射天线 若将平静海面看作水平反射面 当海轮第一次接收到讯号极大值时, 二天线的距离为(　　) 米

(a) $\frac{H^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{2}$

(b) $\frac{2H^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{8}$

(c) $\frac{2H^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{2}$

(d) $\frac{4H^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{4}$

5、某物理量的计算公式为 $Y=\frac{k}{1+1.6d/H}$, 其中 k 为常数, 1.6为准确数 $H\approx 16\text{cm}$, $d=0.1500\text{cm}$. 若使 Y 的表示式中分母的值具有4位有效数字, 正确测 H 的方法是(　　).

(a) 用游标卡尺估读到 cm 千分位

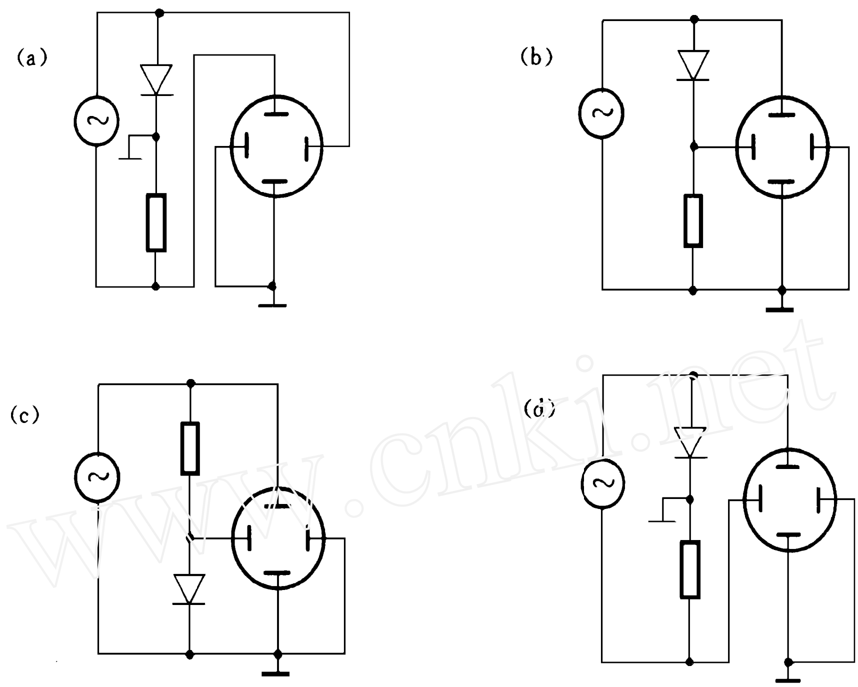
(b) 用米尺估读到 cm 百分位

(c) 用米尺只读到mm 位

(d) 用米尺只读到 cm 位

6、用示波器观察二极管的伏安特性曲线(水平轴为电压) 图中所示四个电路图中正确

的线路图是(　　).



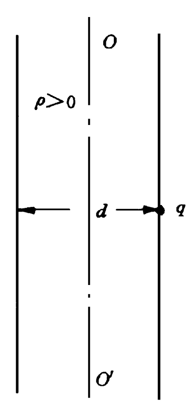
二、填空题(共40分, 每小题5分).

1. 地面上垂直竖立一高20m 旗杆, 已知正午时分太阳在旗杆的正上方. 在下午2时正, 杆顶在地面上影子速度的大小为__________ m/s; 在时刻__________杆影将伸展至20m.

2. 在0℃时, 5.0μF 的电容经20V 的电池充电后熵的变化是____________ J/K.

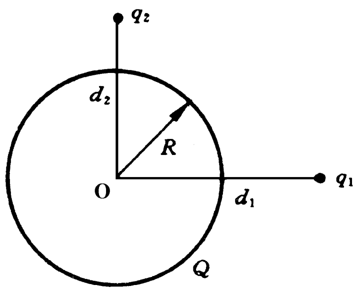
3. 有一卡诺循环, 当热源温度为100℃, 冷却器温度为0℃时, 一循环作净功8000J, 今维持冷却器温度不变 提高热源温度, 使净功增为10000J. 若此两循环都工作于相同的二绝热线之间, 工作物质为同质量的理想气体, 则热源温度增为__________℃; 效率增为__________%.

4. 在两平行无限大平面内是电荷体密度 $\rho > 0$的均匀带电空间, 如图示有一质量为m, 电量为 $q(< 0)$的点电荷在带电板的边缘自由释放 在仅考虑电场力不考虑其它阻力的情况下, 该点电荷运动到中心对称面oo 的时间是____________.



5. 如图所示, 一半径R, 带电量Q 的导体在距球心O 点d_1处放置一已知点电荷q_1, 今在距球心d_2处再放置一点电荷q_2, 当该点电荷电量为__________时可使导体球电势为零(以无穷远处电势为零).

6. 一单色平行光束通过一狭缝产生夫琅和费衍射时, 当缝宽加倍时, 衍射图样中心的



光强为原来的__________倍, 单位时间内透过缝的总能量为原来的__________倍

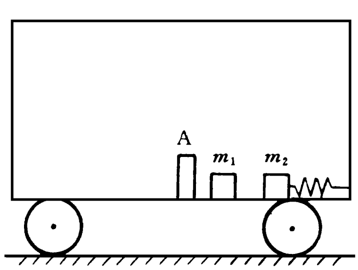
7. 一束光强为 I_0 的自然光连续通过三个偏振片, 它们的偏振化方向分别为 $P_1 \perp P_3$, P_2 与 P_3 夹角 θ 当出射光强 I 为 $3I_0/32$ 时, θ 角的大小为__________

8. 试举出1978—1987年间获得诺贝尔物理学奖中任两个项目__________

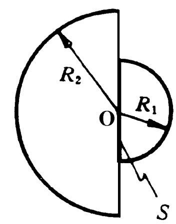
____

____

三、(14分) 一长 $L = 4.8$m 的轻车厢静止于光滑水平轨道上, 固定于车厢地板上的击发器A 自车厢正中部以 $u_0 = 2$m/s 的速度将质量为 $m_1 = 1$kg 的物体沿车厢内光滑地板弹出, 与另一质量 $m_2 = 1$kg 的物体碰撞并粘在一起, 此时 m_2 恰好与一端固定于车厢的水平放置的轻弹簧接触, 弹簧刚度系数 $k = 400$N/m, 长度 $l = 0.30$m, 车厢和击发器的总质量为 $M = 2$kg, 求车厢自静止至弹簧压缩最甚时的位移(不计空气阻力, m_1 和 m_2 视作质点).



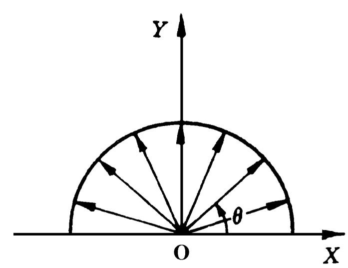
四、(12分) 半径分别为 R_1 与 R_2 的二同心均匀带电半球面相对放置(如图示), 二半球面上的电荷密度 σ_1 与 σ_2 满足关系 $\sigma_1 R_1 = -\sigma_2 R_2$



(1) 试求证小球面所对的圆截面 S 为一等势面

(2) 求等势面 S 上的电势值

五、(12分) 图中原点O (0, 0) 处有一带电粒子源, 以同一速率 v 沿 XY 平面内的各个不同方向 θ(0≤θ≤180°) 发射质量为 m, 电量为 q (> 0) 的带电粒子, 试设计一方向垂直于 XY 平面大小为 B 的均匀磁场区域, 使由O 发射的带电粒子经磁场并从其边界逸出后均能沿 X 轴正方向运动, (写出磁场边界线方程, 并给出边界线).



六、(10分) 假设太阳和地球都可看作黑体, 各有其固定的表面温度, 地球的热辐射能源全部来自太阳, 现取地球表面温度 $T_E = 300$K, 地球半径 $R_E = 6400$km, 太阳半径 $R_S = 6.95 \times 10^5$km, 太阳与地球距离 $D = 1.496 \times 10^8$km, 求太阳表面温度 T.

七、(8分) 声纳起水下雷达的作用, 现有一潜水艇停在海水平面下100m 处, 艇上所携声纳的喇叭对着前方发射声波(由于波衍射作用发射出的波有覆盖范围, 习惯上以第一级衍射极小所对应的张角为覆盖范围), 现潜水艇前上方的海面有一敌舰, 二者相距1000m. 请你为潜水艇的声纳设计一个喇叭, 给出其形状和尺寸, 使该声纳在使用波长为

10cm 的声波时，信号在水平方向的覆盖范围为60 张角，但又不让敌舰收到信号.

答案及参考解法

一、选择题(共24分，每小题4分)

1. (a)

简要说明:

欲判断 r、v、a 是否可能彼此垂直，只要判断它们彼此的标积是否可能为零即可.

由 $r = 2t\hat{i} + (4-t^2)\hat{j}$ 得

$$v = \frac{dr}{dt} = 2\hat{i} - 2t\hat{j}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -2\hat{j}$$

∵ $r\cdot v = xv_x + yv_y = 4t - 2t(4-t^2) = 2t\cdot(t^2-2)$ 所以在 $t>0$ 的时间内，当 $t=\sqrt{2}$ 时，$r\cdot v = 0$.

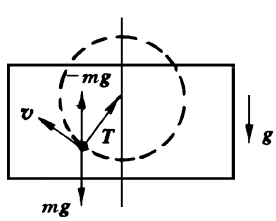
∵ $r\cdot a = xa_x + ya_y = -2(4-t^2)$ 所以在 $t>0$ 的时间内，当 $t=2$ 时，$r\cdot a = 0$

∵ $v\cdot a = v_xa_x + v_ya_y = 4t$

所以在 $t>0$ 的时间内，$v\cdot a \neq 0$.

2. (c)

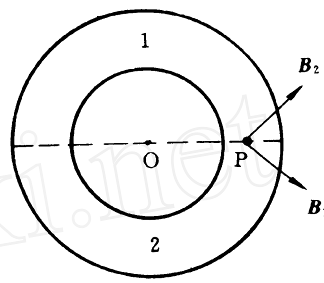
简要说明:



本板以重力加速度 g 下落，它是非惯性系. 在木板参照系中，摆球受到惯性力 $-m$g、重力 mg、摆线的拉力 T. 因惯性力和重力恰好抵消，故摆球受的合力为 T. 因单摆未摆到最高点时相对于木板必有速度 v，而 T 为向心力，故摆球必以此速率作匀速圆周运动. 顺便指出，T 的大小在木板开始自由下落的前一瞬间和后一瞬间是不同的，在自由下落期间 $T = \frac{mv^2}{l}$ (l 为摆线长度).

3、(a)、(c)

简要说明:

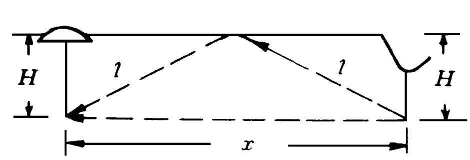


电容器中无论传导电流或位移电流都是沿径向的，只是两者方向相反 (如果电容器一直与电源相连，则由于电场稳定，无位移电流). 由于电流分布的球对称性, 可知如有磁场其分布亦必是球对称的.

如图所示，过球心 O 作一平面将球形电容器分成1、2两部分. 设上半球1在 P 点产生的磁场为 B_1，如图示，则根据对称性下半球在 P 点的磁场必为 B_2，两者对平面对称，B_1、B_2 合成必沿径向. 由于 P 点是任意点，所以电容器内如有磁场其力线必为径向. 但由 B 的高斯定理知这样的磁场是不存在的，(过 P 点在电容器内作一同心球面其磁通量必不为零). 可见电容器内必定磁场为零. 由于传导电流、位移电流都是径向的，上述分析对两者都适用，故选 (a)、(c).

4. (d)

简要说明:



海轮接收到的反射波与直射波的波程差为 $2l - x = 2\sqrt{H^2 + \frac{x^2}{4}} - x$，$x$ 越大波程差越小. 因反射波有半波损失，故海轮第一次接收

到讯号极大值的条件为:

$$2\sqrt{H^2+\frac{x^2}{4}}-x=\frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore x=\frac{4H^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{4}$$

5. (d)

简要说明:

由 $d=0.1500\text{cm}$, $H\approx 16\text{cm}$ 可知:

$$\frac{1.6d}{H}\approx 0.015$$

故 H 只要有二位有效数字, 则 $\frac{1.6d}{H}=0.015$, Y 的表示式中分母就是1.015, 因此应选(d).

6. (a)

简要说明:

对于(a), 二极管两端电压加在水平偏转板上, 电阻两端电压(相应于流过二极管的电流)加于垂直偏转板上, 故是对的

对于(d), 等于水平偏转板上加电流, 垂直偏转板上加电压, 不对.

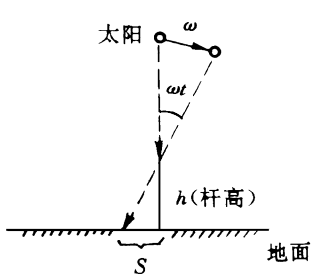
对于(c), 加到垂直偏转板上的电压包括了二极管两端电压, 不能与流过二极管的电流相对应

类似分析可知, (b)也不对.

二、填空题(共40分, 每小题5分)

1. $\underline{\frac{\pi}{1620}\text{m/s}}$, $\underline{\text{下午3时}}$

简要说明:



地球自西朝东自转相当于太阳自东朝西绕地球转动, 地球24×60×60s 自转一周, 故太阳24×60×60s 绕地球转动一周. 太阳绕地球转动的角速度为:

$$\omega=\frac{2\pi}{24\times 60\times 60}$$

从正午时分开始计时, 则杆的影长为:

$$S=h\,\text{tg}\,\omega t$$

下午2时正杆顶在地面上影子的速度的大小为:

$$v=\frac{dS}{dt}=h\omega\frac{1}{\cos^2(\omega t)}=\frac{\pi}{2160}\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$=\frac{\pi}{2160}\times\frac{4}{3}=\frac{\pi}{1620}\text{m/s}$$

当 $S=h$ 时, 则

$$t=\frac{1}{\omega}\text{tg}^{-1}\frac{S}{h}=\frac{1}{\omega}\text{tg}^{-1}1=\frac{\pi}{4\omega}$$

$$=\frac{\pi}{4}\times\frac{24\times 60\times 60}{2\pi}=3\times 60\times 60\ \text{s}$$

即为下午3时正

2. 此题取消

3. $\underline{125℃, 31.4\%}$

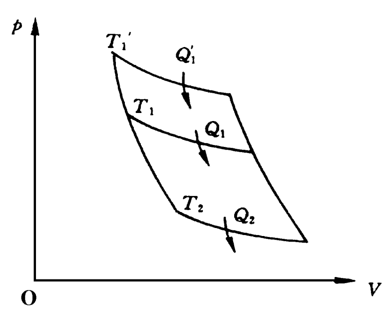
简要说明:

$$\because \frac{Q_1}{Q_2}=\frac{T_1}{T_2},\ \text{即}\ Q_1=\frac{T_1}{T_2}Q_2$$

$$W=Q_1-Q_2$$

$$\therefore W=\frac{T_1}{T_2}Q_2-Q_2=\frac{T_1-T_2}{T_2}Q_2$$

同理 $W'=\frac{T_1'-T_2}{T_2}Q_2$



上两式相除, 得 $\frac{W}{W'}=\frac{T_1-T_2}{T_1'-T_2}$

$$\therefore T_1'=T_2+(T_1-T_2)\frac{W'}{W}$$

$$=273.15+125$$

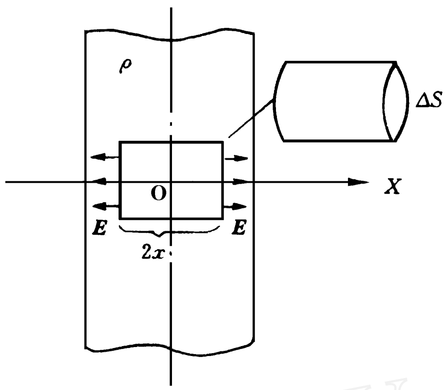
$$\therefore t_1'=125℃$$

$$\eta'=1-\frac{T_2}{T_1'}=1-\frac{273.15}{273.15+125}$$

$$=31.4\%$$

4. $\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{\epsilon_0 m}{\rho q}}$

简要说明:



此题的电场为平面对称场 将高斯定理 $\oint_{(S)} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=\dfrac{q_{(内)}}{\epsilon_0}$ 用于图示的柱面得

$$\oint_{(S)} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=2E\Delta S$$

$q_{(内)}=\rho 2x\Delta S$ (在 $-\dfrac{d}{2}\leq x\leq \dfrac{d}{2}$ 范围)

$\therefore E=\dfrac{\rho}{\epsilon_0}x$　方向沿 X 轴

点电荷 $q\,(<0)$ 所受的电力为

$$F=Eq=\frac{\rho q}{\epsilon_0}x$$

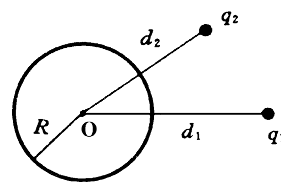
此与弹簧振子的受力规律相同, 而 $-\dfrac{\rho q}{\epsilon_0}$ 与倔强系数 k 相当 显然点电荷 q 要在两平行无限大平面内作简谐振动, 其圆频率为 $\omega=\sqrt{\dfrac{-q\rho}{\epsilon_0 m}}$, 周期为 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{\epsilon_0 m}{-\rho q}}$, 点电荷 q 从边缘自由释放运动到对称面 OO 的时间为 $\dfrac{T}{4}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{\epsilon_0 m}{-\rho q}}$

5. $-d_2\left(\dfrac{Q}{R}+\dfrac{q_1}{d_1}\right)$

简要说明:

由于 q_1 和 q_2 的影响, 导体球上的电荷分布不均匀, 但总电量不变 导体球是等势体, 球上各点的电势与球心 O 的电势 U_0 相同

$$U_0=\int\frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R}+\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 d_1}+\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 d_2}$$



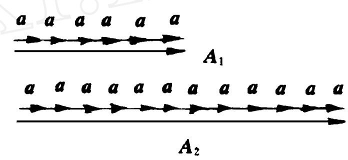
$$=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}+\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 d_1}+\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 d_2}$$

当 $U_0=0$ 时, 则

$$q_2=-d_2\left(\frac{Q}{R}+\frac{q_1}{d_1}\right)$$

6.　4,　2

简要说明:



狭缝上的各个子波源在衍射图样中心处所激起的光振动是同步调的, 由振幅矢量法知, 各个振幅矢量 a 方向相同 当缝宽加倍时, 则子波源的数目加倍, 图样中心处的 a 的数目加倍, 合成振幅矢量加倍, 即

$A_2=2A_1$ (如图)

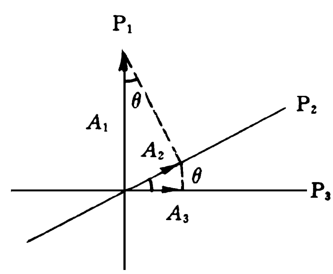
$\because I\propto A^2$

$\therefore \dfrac{I_2}{I_1}=\dfrac{A_2^2}{A_1^2}=\dfrac{(2A_1)^2}{A_1^2}=4$

单位时间内透过缝的总能量为入射光强与缝的面积的乘积 入射光强不变, 缝宽加倍时, 则透过缝的总能量为原来的2倍

7.　30 或60 °

简要说明:



$$A_3=A_2\cos\theta=A_1\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{A_1}{2}\sin 2\theta$$

$$\frac{I}{I_1}=\frac{A_3^2}{A_1^2}=\frac{(\sin 2\theta)^2}{4}$$

$$\because I_1=\frac{I_0}{2}$$

$$\therefore I=\frac{I_0}{2}\cdot\frac{(\sin 2\theta)^2}{4}=\frac{I_0(\sin 2\theta)^2}{8}$$

$$(\sin 2\theta)^2=\frac{8I}{I_0}$$

已知 $I=\dfrac{3I_0}{32}$

$$\therefore (\sin 2\theta)^2=\frac{8\times 3}{32}=\frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin 2\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$2\theta=60°$ 或 $120°$

$\theta=30°$ 或 $60°$

8. 低温物理方面的基本发明和发现, 发现宇宙微波背影辐射(1978); 发展了弱电统一理论(1979); CP 不守恒的发现(1980); 光电子能谱的理论和实验、激光光谱学及非线性光学的研究, 饱和吸收法、非线性光谱学的研究, 四波混频法(1981); 相变的临界现象理论(1982); 预言坍缩的白矮星的结构和变化、有关“黑洞”方面的工作、宇宙中化学元素形成的理论, 核物理及空间方面的研究(1983); 发现传递弱作用的 $W^{\pm}$ 粒子和 Z^0 粒子(1984); 发现量子霍尔效应(1985); 发明电子显微镜、发明扫描遂道显微镜(1986); 高温超导的研究, 发现新的陶瓷超导材料(1987).

三、(14分)

解:

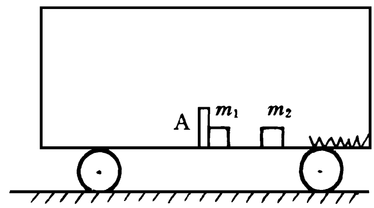
在击发器击发 m_1 之前 m_2 是离开弹簧的, 如图(a)所示

在击发完毕这一瞬间, 质量为 m_1 的物体相对于地面的速度为 u_0, 车厢相对于地面的速度为 V, 质量为 m_2 的物体相对于地面静止, 如图(b)所示 “车厢- m_1- m_2”这个系统受的合外力为零, 故动量守恒, 即

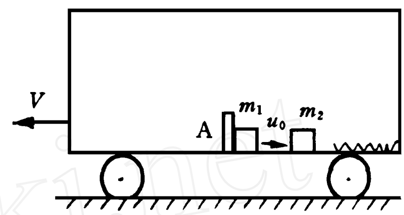
$0=m_1u_0-MV$ (朝右的动量取正)

$$\therefore V=\frac{m_1}{M}u_0 \qquad ①$$

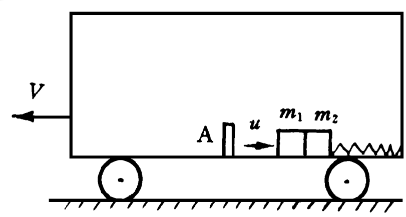
在 m_1 和 m_2 粘在一起这一瞬间, 二者相对于地面的速度为 u, 如图(c)所示 “m_1-



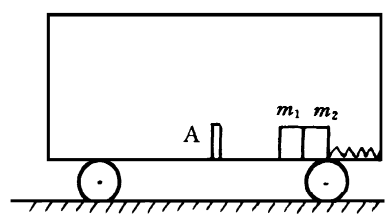
(a)



(b)



(c)



(d)

m_2”这个系统, 在从 m_1 被击发出来到 m_1 和 m_2 粘在一起这个过程中受的合外力为零, 故动量守恒, 即

$$m_1u_0=(m_1+m_2)u$$

$$\therefore u=\frac{m_1}{m_1+m_2}u_0 \qquad ②$$

图(c)这一瞬间 m_2 刚与弹簧接触 在从图(b)到图(c)的过程 Δt 中, 车厢相对于地面的速度 V 不变, 除 m_1 和 m_2 相碰撞这段短暂的时间外, m_1 相对于地面的速度 u_0 也不变, 故有

$$\frac{L}{2}-l=(V+u_0)\Delta t$$

$$\therefore \Delta t=\frac{\frac{L}{2}-l}{V+u_0}$$

在 Δt 内车厢相对地面向左的位移为

$$\Delta X_1 = V\Delta t = \frac{V}{V+u_0}\left(\frac{L}{2}-l\right)$$

将①式代入上式得

$$\Delta X_1 = \frac{m_1u_0/M}{m_1u_0/M+u_0}\left(\frac{L}{2}-l\right)$$

$$= \frac{m_1}{m_1+M}\left(\frac{L}{2}-l\right) \quad ③$$

弹簧压到最甚时，由"车厢、m_1、m_2、弹簧"这个系统的动量守恒知，系统的各部分相对于地面皆静止，如图(d)所示。在从图(c)到图(d)的过程中只有弹簧的弹性内力作功，故"车厢-m_1-m_2-弹簧"这个系统的机械能守恒，即

$$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}MV^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2$$

(Δl 为弹簧压缩的长度)

$$\therefore \Delta l = \sqrt{\frac{MV^2+(m_1+m_2)u^2}{k}}$$

将①和②式代入上式得

$$\Delta l = \sqrt{\frac{M\frac{m_1^2}{M^2}u_0^2+(m_1+m_2)\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}u_0^2}{k}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{k}\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m_1+m_2}\right)}\,m_1u_0 \quad ④$$

在从图(c)到图(d)的过程 Δt 中，由于弹簧的作用，车厢的速度 $V(t)$ 和 m_1、m_2 的速度 $u(t)$ 都随时间 t 变，但"车厢、m_1、m_2、弹簧"这个系统的动量守恒，故有

$$(m_1+m_2)u - MV = (m_1+m_2)u(t) - MV(t) = 0$$

$$\therefore \frac{u(t)}{V(t)} = \frac{u}{V}$$

将①和②式代入上式得

$$u(t) = \frac{M}{m_1+m_2}V(t)$$

在 Δt 的过程中 m_1、m_2 相对于车厢的速度 $u'(t)$ 满足下面的关系

$$u'(t) = V(t)+u(t) = V(t)+\frac{M}{m_1+m_2}V(t)$$

$$= \frac{m_1+m_2+M}{m_1+m_2}V(t)$$

$$\therefore \int^{\prime} u'(t)\,dt = \frac{m_1+m_2+M}{m_1+m_2}\int^{\prime} V(t)\,dt$$

$$\because \int^{\prime} u'(t)\,dt = \Delta l$$

$$\int^{\prime} V(t)\,dt = \Delta X_2$$

(ΔX_2 为车厢在 Δt 内向左的位移)

$$\therefore \Delta X_2 = \frac{m_1+m_2}{m_1+m_2+M}\Delta l$$

$$= \frac{m_1+m_2}{m_1+m_2+M}\sqrt{\frac{1}{k}\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m_1+m_2}\right)}\,m_1u_0$$

(来自④式)

车厢向左的总位移为

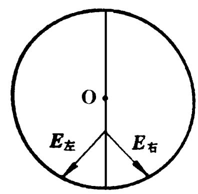
$$\Delta X_1+\Delta X_2 = \frac{m_1}{m_1+M}\left(\frac{L}{2}-l\right)+\frac{m_1+m_2}{m_1+m_2+M}\sqrt{\frac{1}{k}\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{m_1+m_2}\right)}\,m_1u_0$$

$$= \frac{1}{1+2}\left(\frac{4.8}{2}-0.30\right)+\frac{1+1}{1+1+2}\sqrt{\frac{1}{400}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{1+1}\right)}\times 1\times 2$$

$$= 0.70+0.05 = 0.75\text{m}$$

四、(12分)

解：



1. 过均匀带电球面的中心 O 作一截面，将球分成左、右两部分，若左半球的电荷在截面上任一点激发的电场强度 $E_左$ 如图所示，由对称性知，右半球的电荷在截面上同一点激发的电场强度 $E_右$ 必如图示。因均匀带电球面内任一点的总电场强度为零，而图中的 $E_左+E_右\neq 0$，显然矛盾。这个矛盾只有当 $E_左$ 和 $E_右$ 都垂直于截面时才能消除，这就断定了均匀带电半球面在截面上激发的电场强度必垂直于截面。

在本题中，左右两个均匀带电的半球在圆截面 S 上激发的电场强度都垂直于 S，当然 S 上的总电场强度也必垂直于 S，故 S 为一等势面。

2. 既然 S 为等势面，那 S 上各点的电势

必与 O 点的电势 U_0 相等, 而

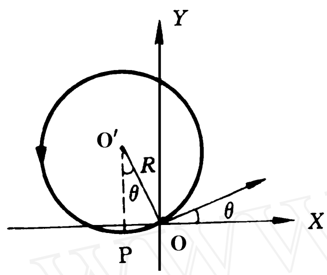
$$U_0=\frac{2\pi R_1^2\sigma_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}+\frac{2\pi R_2^2\sigma_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$=\frac{1}{2\epsilon_0}(R_1\sigma_1+R_2\sigma_2)=0$$

∴ S 面上的电势为零

五、(12分)

解:



先设均匀的磁场 B 垂直于 XY 平面向里, 且无边界, 则粒子源发出的其速度 V 与 X 轴夹角为 θ 的粒子的轨迹为图示的圆, 圆的半径为 $R=\frac{mv}{qB}$.

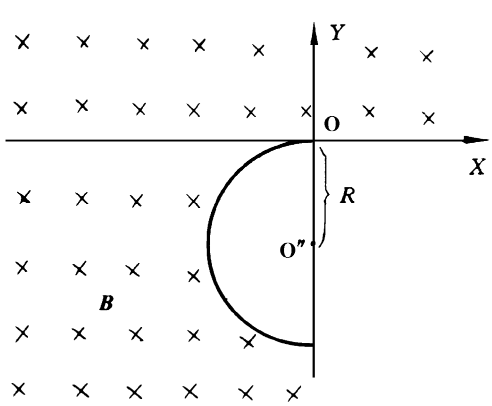
过圆心 O′ 作平行于 Y 轴的直线, 它与圆周相交于 P 点 粒子运动到 P 点时其运动方向恰沿 X 方向 P 点的坐标为

$$\begin{cases} x=-R\sin\theta \\ y=-R+R\cos\theta \end{cases}$$

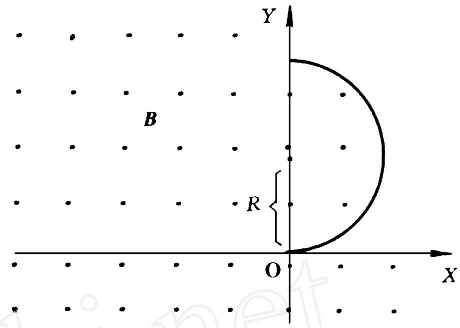
$$\therefore \begin{cases} R\sin\theta=-x \\ R\cos\theta=y+R \end{cases}$$

$$\therefore\quad R^2=x^2+(y+R)^2$$

此即磁场的边界线方程, 它是半径为 R 圆心在 O″ 点的圆 从物理上考虑, 应为图示的半圆

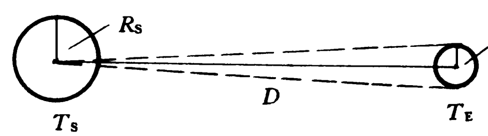


若均匀磁场 B 垂直于 XY 面向外, 则磁场的边界线为图示的半圆 证明同前



六、(10分)

解:



斯忒藩- 玻耳兹曼定律指出, 温度为 T 的黑体单位表面单位时间辐射的能量为

$$E_0=\sigma T^4\ (\sigma=5.67\times10^{-8}\,W/m^2K^4)$$

地球单位时间辐射的总能量为 $4\pi R_E^2\cdot\sigma T_E^4$

地球单位时间辐射的总能量即太阳在单位时间辐射到地球上的能量, 由此得太阳在单位时间辐射的总能量为

$$\frac{4\pi D^2}{\pi R_E^2}\cdot4\pi R_E^2\cdot\sigma T_E^4=16\pi D^2\sigma T_E^4$$

太阳单位时间表面辐射的能量为

$$E_{0S}=\frac{16\pi D^2\sigma T_E^4}{4\pi R_S^2}=4\frac{D^2}{R_3^2}\sigma T_E^4$$

$$\because\quad E_{0S}=\sigma T_S^4$$

$$\therefore\quad \sigma T_S^4=4\frac{D^2}{R_S^2}\sigma T_E^4$$

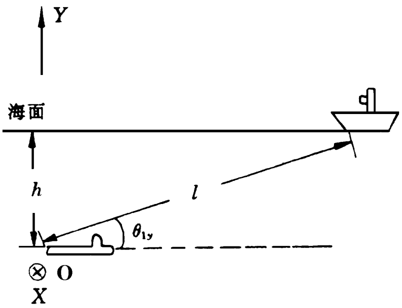
$$\therefore\quad T_S=T_E\left[4\left(\frac{D}{R_S}\right)^2\right]^{1/4}$$

$$=\left[4\left(\frac{14960}{49.5}\right)^2\right]^{1/4}\times300$$

$$=6.22\times10^3\,K$$

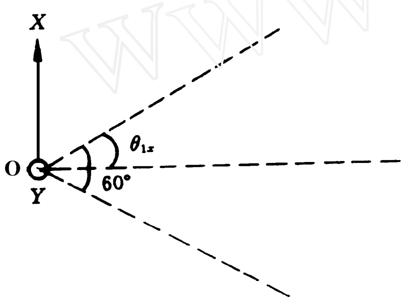
七、(8分)

解:



按题意可知声波在水平方向和竖直方向第一级衍射极小所对应的张角 θ_{1x}、θ_{1y} 是不同的. 水平方向 $\theta_{1x} = 30°$, 竖直方向 θ_{1y} 应为

俯视图

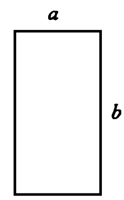


$$\sin\theta_{1y} = \frac{h}{l}$$

$$= \frac{100}{1000}$$

$$= 0.1$$

根据 θ_{1x}、θ_{1y} 的值加上衍射一级极小公式不难求出喇八的尺寸. 由于 θ_{1x}、θ_{1y} 不同, 喇叭形状应为矩形, 设喇叭水平宽度为 a, 竖直长度为 b, 如图, 则由一级极小公式



$$a\sin\theta_{1x} = \lambda$$

得

$$a = \frac{\lambda}{\sin\theta_{1x}} = \frac{10}{\sin 30°} = 20\text{cm}$$

再有

$$b\sin\theta_{1y} = \lambda$$

得

$$b = \frac{\lambda}{\sin_{1y}} = \frac{10}{0.1}$$

$$= 100\text{cm}$$

(清华大学高炳坤)