第26届全国中学生物理竞赛预赛

　　一、选择题.本题共5小题，每小题7分.在每小题给出的4个选项中，有的小题只有一项是正确的，有的小题有多项是正确的.把正确选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内.全部选对的得7分，选对但不全的得3分，选错或不答的得0分.

　　1.图中a、b和c、d分别是两个平行板电容器的极扳，E为电池，彼此相距较远.用导线将E的正极与a、 c相连，将E的负极与b、d相连，待电容器充电后，去掉导线.这时已知a带的电荷量大于c带的电荷量，称此状态为原始状态.现设想用两根导线分别都从原始状态出发，进行以下两次连接：第一次用一根导线将a、c相连，用另一根导线将b、d相连；第二次用一根导线将a、d相连，用另一根导线将b、c相连，每次连接后都随即移去导线.下面哪种说法是正确的？

　　A.经过第一次连接，a、b间的电压下降，c、d间的电压上升

　　B.经过第一次连接，a、b间和c、d间的电压都不变

　　C.经过第二次连接，a、b间的电压和c、d间的电压中有一个上升，一个下降

　　D.经过第二次连接，a、b间的电压和c、d间的电压都下降

　　2.两根不同金属导体制成的长度相等、横截面积相同的圆柱形杆，串联后接在某一直流电源两端，如图所示.已知杆a的质量小于杆b的质量，杆a金属的摩尔质量小于杆b金属的摩尔质量，杆a的电阻大于杆b的电阻，假设每种金属的每个原子都提供相同数目的自由电子(载流子).当电流达到稳恒时，若a、 b内存在电场，则该电场可视为均匀电场.下面结论中正确的是

　　A.两杆内的电场强度都等于零

　　B.两杆内的电场强度都不等于零，且a内的场强大于b内的场强

　　C.两杆内载流子定向运动的速度一定相等

　　D.a内载流子定向运动的速度一定大于b内载流子定向运动的速度

　　3.一根内径均匀、两端开口的细长玻璃管，竖直插在水中，管的一部分在水面上.现用手指封住管的上端，把一定量的空气密封在玻璃管中，以V0表示其体积；然后把玻璃管沿竖直方向提出水面，设此时封在玻璃管中的气体体积为V1；最后把玻璃管在竖直平面内转过90°，使玻璃管处于水平位置，设此时封在玻璃管中的气体体积为V2.则有

　　A.V1＞V0=V2　　B.V1＞V0＞V2C.V1=V2＞V0　　D.V1＞V0，V2＞V0

　　4.一块足够长的白板，位于水平桌面上，处于静止状态.一石墨块(可视为质点)静止在白板上.石墨块与白板间有摩擦，滑动摩擦系数为μ.突然，使白板以恒定的速度v0做匀速直线运动，石墨块将在板上划下黑色痕迹.经过某一时间t，令白板突然停下，以后不再运动.在最后石墨块也不再运动时，白板上黑色痕迹的长度可能是(已知重力加速度为g，不计石墨与板摩擦划痕过程中损失的质量)

　　A.　　　　　B.v0t　　　　　C.　　D.

　　5.如图1所示，一个电容为C的理想电容器与两个阻值皆为R的电阻串联后通过电键K连接在电动势为 E的直流电源的两端，电源的内电阻忽略不计，电键K是断开的，在t=0时刻，闭合电键K，接通电路，在图2中给出了六种电压V随时间t变化的图线a、b、c、d、e、f，现从其中选出三种图线用来表示图l所示电路上1、2、3、4四点中某两点间的电压随时间t的变化，下面四个选项中正确的是

　　A.a、b、f 　　　B.a、e、f 　　 C.b、d、e 　　 D.c、d、e

　　二、填空题和作图题.把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方.只要给出结果，不需写出求得结果的过程.

　　6.(8分)传统的雷达天线依靠转动天线来搜索空中各个方向的目标，这严重影响了搜索的速度.现代的“雷达”是“相位控制阵列雷达”，它是由数以万计的只有几厘米或更小的小天线按一定的顺序排列成的天线阵，小天线发出相干的电磁波，其初相位可通过电子计算机调节，从而可改变空间干涉极强的方位，这就起了快速扫描搜索空中各个方向目标的作用.对下面的简单模型的研究，有助于了解改变相干波的初相位差对空间干涉极强方位的影响.

　　图中a、b为相邻两个小天线，间距为d，发出波长为λ的相干电磁波.Ox轴通过a、b的中点且垂直于a、b的连线.若已知当a、b发出的电磁波在a、b处的初相位相同即相位差为O时，将在与x轴成θ角(θ很小)方向的远处形成干涉极强，现设法改变a、b发出的电磁波的初相位，使b的初相位比a的落后一个小量φ，结果，原来相干极强的方向将从θ变为θ＇，则θ－θ＇等于\_\_\_\_.

　　7.(8分)He-Ne激光器产生的波长为6.33×10-7m的谱线是Ne原子从激发态能级(用E1表示)向能量较低的激发态能级(用E3表示)跃迁时发生的；波长为 3.39×10-6m 的谱线是Ne原子从能级E1向能级较低的激发态能级(用E3表示)跃迁时发生的.已知普朗克常量h与光速c的乘积hc=1.24×10-6m·eV.由此可知Ne的激发态能级E3与E2的能最差为\_\_\_\_eV.

　　8.(8分)一列简谐横波沿x轴负方向传播，传播速度v=200m/s.已知位于坐标原点(x=0)处的质元的振动图线如图1所示.试在图2中画出，t=4Oms，时该简谐波的波形图线(不少于一个波长).

　　

　　9.(8分)图示为某一圆形水池的示意图(竖直截面).AB为池中水面的直径，MN为水池底面的直径，O为圆形池底的圆心.已知ON为11.4m, AM、BN为斜坡，池中水深5.00m，水的折射率为4/3.水的透明度极好，不考虑水的吸收.图中a、b、c、d为四个发光点，天空是蓝色的，水面是平的.在池底中心处有一凹槽，一潜水员仰卧其中，他的眼睛位于O处，仰视水面的最大范围的直径为AB.

　　(i)潜水员仰视时所看到的蓝天图象对他的眼睛所张的视角为\_\_\_\_\_\_\_\_ .

　　(ii)四个发光点a、b、c、d中，其发出的光能通过全反射到达潜水员眼睛的是\_\_\_\_\_\_\_\_.

　　三、计算题.解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分.有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位.

　　10.(19分)试分析下面两个实验操作中的误差(或失误)对实验结果的影响.

　　(i)用“插针法”测量玻璃的折射率时，要先将透明面平行的玻璃砖放置在铺平的白纸上，然后紧贴玻璃砖的两个透明面，分别画出两条直线，在实验中便以这两条直线间的距离作为透明面之间的距离.如果由于操作中的误差，使所画的两条直线间的距离大于玻璃砖两透明面间的实际距离，问这样测得的折射率与实际值相比，是偏大，偏小，还是相同？试给出简要论证

　　(ii)在用单摆测量重力加速度g时，由于操作失误，致使摆球不在同一竖直平面内运动，而是在一个水平面内作圆周运动，如图所示.这时如果测出摆球作这种运动的周期，仍用单摆的周期公式求出重力加速度，问这样求出的重力加速度与重力加速度的实际值相比，哪个大？试定量比较.

　　11.(18分)现有以下器材：电流表一只(量程适当.内阻可忽略不计.带有按钮开关K1，按下按钮，电流表与电路接通，有电流通过电流表，电流表显出一定的读数)，阻值己知为R的固定电阻一个，阻值未知的待测电阻Rx一个，直流电源一个(电动势ε和内阻r待测)，单刀双掷开关K一个，接线用的导线若干.

　　试设计一个实验电路，用它既能测量直流电源的电动势ε和内阻r，又能测量待测电阻的阻值Rx(注意：此电路接好后，在测量过程中不许再拆开，只许操作开关，读取数据).具体要求：

　　(i)画出所设计的电路图.

　　(ii)写出测量ε、r和Rx主要的实验步骤.

　　(iii)导出用已知量和实验中测量出的量表示的ε、r和Rx的表达式.

　　12.(18分)一静止的原子核A发生α衰变后变成原子核B，已知原子核A、原子核B和α粒子的质量分别为mA、mB，和mα，光速为c(不考虑质量与速度有关的相对论效应), 求衰变后原子核B和α粒子的动能.

　　13.(18分)近代的材料生长和微加工技术，可制造出一种使电子的运动限制在半导体的一个平面内(二维)的微结构器件，且可做到电子在器件中像子弹一样飞行，不受杂质原子射散的影响.这种特点可望有新的应用价值.图l 所示为四端十字形.二维电子气半导体，当电流从l端进人时，通过控制磁场的作用，可使电流从 2, 3，或4端流出.对下面摸拟结构的研究，有助于理解电流在上述四端十字形导体中的流动.在图 2 中， a、b、c、d为四根半径都为R的圆柱体的横截面，彼此靠得很近，形成四个宽度极窄的狭缝1、2、3、4，在这些狭缝和四个圆柱所包围的空间(设为真空)存在匀强磁场，磁场方向垂直于纸面指向纸里.以B表示磁感应强度的大小.一个质量为m、电荷量为q的带正电的粒子，在纸面内以速度v0沿与a、b都相切的方向由缝1射人磁场内，设粒子与圆柱表面只发生一次碰撞，碰撞是弹性的，碰撞时间极短，且碰撞不改变粒子的电荷量，也不受摩擦力作用.试求B为何值时，该粒子能从缝2处且沿与b、c都相切的方向射出.



　　14.(20分)如图所示，M1N1N2M2是位于光滑水平桌面上的刚性U型金属导轨，导轨中接有阻值为R的电阻，它们的质量为m0.导轨的两条轨道间的距离为l，PQ是质量为m的金属杆，可在轨道上滑动，滑动时保持与轨道垂直，杆与轨道的接触是粗糙的，杆与导轨的电阻均不计.初始时，杆PQ于图中的虚线处，虚线的右侧为一匀强磁场区域，磁场方向垂直于桌面，磁感应强度的大小为B.现有一位于导轨平面内的与轨道平行的恒力F作用于PQ上，使之从静止开始在轨道上向右作加速运动.已知经过时间t , PQ离开虚线的距离为x，此时通过电阻的电流为I0，导轨向右移动的距离为x0(导轨的N1N2部分尚未进人磁场区域).求在此过程中电阻所消耗的能量.不考虑回路的自感.

　　15.(20分)图中M1和M2是绝热气缸中的两个活塞，用轻质刚性细杆连结，活塞与气缸壁的接触是光滑的、不漏气的，M1是导热的，M2是绝热的，且M2的横截面积是M1的2倍.M1把一定质量的气体封闭在气缸的L1部分，M1和M2把一定质量的气体封闭在气缸的L2部分，M2的右侧为大气，大气的压强P0是恒定的. K 是加热L2中气体用的电热丝.初始时，两个活塞和气体都处在平衡状态，分别以V10和V20表示L1和L2中气体的体积.现通过K对气体缓慢加热一段时间后停止加热，让气体重新达到平衡态，这时，活塞未被气缸壁挡住.加热后与加热前比， L1和L2中气体的压强是增大了、减小了还是未变？要求进行定量论证.

　　16.(20分)一个质量为m1的废弃人造地球卫星在离地面h=800km高空作圆周运动，在某处和一个质量为m2=m1/9的太空碎片发生迎头正碰，碰撞时间极短，碰后二者结合成一个物体并作椭圆运动.碰撞前太空碎片作椭圆运动，椭圆轨道的半长轴为7500km，其轨道和卫星轨道在同一平面内.已知质量为m的物体绕地球作椭圆运动时，其总能量即动能与引力势能之和，式中G是引力常量，M是地球的质量，a为椭圆轨道的半长轴.设地球是半径R=6371km的质量均匀分布的球体，不计空气阻力.

　　(i)试定量论证碰后二者结合成的物体会不会落到地球上.

　　(ii)如果此事件是发生在北级上空(地心和北极的连线方向上)，碰后二者结合成的物体与地球相碰处的纬度是多少？

参考解答与评分标准

　　一、选择题.(共35分)

　　答案 1.BD 2.B 3.A 4.AC 5.AB

　　二、填空题和作图题.共32分，每小题8分.按各小题的答案和评分标准给分.

　　6.答案与评分标准：(8分)

　　7.答案与评分标准： 1.59(8分)

　　8.答案：

　　评分标准：8分.有任何错误都给0分.

　　9.答案与评分标准：

　　(i)97.2°(分)

　　(ii)c、d(两个都对得4分，只填一个且正确得2分，有填错的得0分)

　　10.参考解答：

　　(i)以两条实线代表在白纸上所画出的直线，以两条虚线代表玻璃砖的两个透明面，根据题意，实线间的距离大于虚线间的距离，如图所示.根据实线位置定出的折射角为γ，按实际的玻璃砖两透明面的位置即虚线定出的折射角为γ＇，由图知

　　γ＞γ＇ (l)

　　由折射定律 sini=nsinγ (2)

　　令入射角i 相等，当折射角偏大时，测出的折射率将偏小.

　　(ii)以l表示摆长，θ表示摆线与竖直方向的夹角，m表示摆球的质量，F表示摆线对摆球的拉力，T表示摆球作题图所示运动的周期.有  (1)

　　Fcosθ=mg (2)

　　由(l)、(2)式得

　　 (3)

　　而单摆的周期公式为

　　即使在单摆实验中，摆角很小，θ＜5°，但cosθ＜l，这表示对于同样的摆长l，摆球在水平面内作圆周运动的周期T小于单摆运动的周期T＇，所以把较小的周期通过(4)求出的重力加速度的数值将大于g的实际值.

　　评分标准：本题 19 分.

　　第(i)小题9分.得到(l)式给4分，得到正确结论给5分.只有结论给0分.

　　第(ii)小题10分.得到(3)式给5分，得到正确结论给5分.只有结论给0分.

　　11.参考解答：

　　解法一　　(i)电路如右图所示，

　　(ii)实验步骤：

　　(1)将单向双掷开关K置于空位，按所设计的电路图接线.

　　(2)按下电流表上的按钮开关K1，读下电流表的示数I1.

　　(3)将K打向左侧与a接通，读下电流表的示数I2.

　　(4)将K打向右侧与b接通，读下电流表的示数I3.

　　(iii)由欧姆定律有

　　ε=I1R+I1r (1)

　　 (2)

　　 (3)

　　解以上三式得

　　 (4)

　　 (5)

　　 (6)

　　评分标准：本题18分.

　　第(i)小题9分.若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流，都得0分.

　　第(ii)题3分.在电路正确的前提下，每测一个电流的步骤占1分.

　　第(iii)题6分.(4)、(5)、(6)式各 2 分.

　　解法二

　　(i)电路如右图所示.

　　(ii)实验步骤：

　　(1)将单向双掷开关K置于空位，按所设计的电路图接线.

　　(2)按下电流表上的按钮开关K1，读下电流表的示数I1.

　　(3)将K打向左侧与a接通，读下电流表的示数I2.

　　(4)将K打向右侧与b接通，读下电流表的示数13.

　　(iii)由欧姆定律有

　　ε=I1(R+Rx+r) (1)

　　ε=I2(R+r) (2)

　　ε=I3(Rx+r) (3)

　　解以上三式得

　　 (4)

　　 (5)

　　 (6)

　　评分标准：本题18分.

　　第(i)小题9分.若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流，都得0分.

　　第(ii)题3分.在电路正确的前提下，每测一个电流的步骤占1分.

　　第(iii)题6分.(4)、(5)、(6)式各 2 分.

　　12.参考解答：

　　设α粒子速度的大小为vα，原子核B速度的大小为vB，在衰变过程中动量守恒，有

　　mαvα+mBvB=0 (1)

　　衰变过程中能量守恒，有

　　 (2)

　　解(l)、(2)二式得

　　 (3)

　　 (4)

　　评分标准：本题18分.

　　(1)式4分，(2)式8分，(3)、(4)各3分.

　　13.参考解答：

　　解法一

　　在图中纸面内取Oxy坐标(如图)，原点在狭缝l处，x轴过缝1和缝3.粒子从缝1进人磁场，在洛仑兹力作用下作圆周运动，圆轨道在原点与x轴相切，故其圆心必在y轴上.若以r表示此圆的半径，则圆方程为

　　x2+(y-r)2=r2 (1)

　　根据题的要求和对称性可知，粒子在磁场中作圆周运动时应与d的柱面相碰于缝3、4间的圆弧中点处，碰撞处的坐标为

　　x=2R-Rsin45° (2)

　　y=R-Rcos45° (3)

　　由(l)、(2)、(3)式得 r=3R (4)

　　由洛仑兹力和牛顿定律有  (5)

　　由(4)、(5)式得  (6)

　　评分标准：本题 18 分.

　　(1)、(2)、(3)式各4分，(4)、(5)、(6)式各2分.

　　解法二

　　如图所示，A为a、b两圆圆心的连线与缝l的交点，F为c、d两圆圆心的连线与缝3的交点.从1缝中射人的粒子在磁场作用下与圆柱d的表面发生弹性碰撞后，反弹进人缝2，这个过程一定对连结b、d 两圆圆心的直线OP对称，故直线OP与d圆的交点C必是碰度点.由于粒子在磁场中做圆运动过A点，因此这个轨道的圆心必在过A点并垂直于AF的直线AE上；同时这个轨道经过C点，所以轨道的圆心也一定在AC的垂直平分线DE上.这样AE与DE的交点E就是轨道的圆心，AE就是轨道的半径r.过C点作AF的垂线与AF交于H点，则

　　△AHC∽△EDA

　　有(1)

　　由图可知

　　 (2)

　　 (3)

　　 (4)

　　 (5)

　　由以上各式得 r=3R (6)

　　由洛仑兹力和牛顿定律有  (7)

　　得到 (8)

　　评分标准：本题18分.

　　(1)式8分，(2)、(3)(4)、(5)式各1分，(6)、(7)、(8)式各1分.

　　14.参考解答：

　　杆PQ在磁场中运动时，受到的作用力有：外加恒力F，方向向右；磁场的安培力，其大小FB=BIl，方向向左，式中I是通过杆的感应电流，其大小与杆的速度有关；摩擦力，大小为Fμ，方向向左.根据动能定理，在所考察过程中作用于杆的合力做的功等于杆所增加的动能，即有

　　 (1)

　　式中v为经过时间t杆速度的大小，WF为恒力F对杆做的功，WF安为安培力对杆做的功，WFμ为摩擦力对杆做的功.恒力F对杆做的功

　　WF=Fx (2)

　　因安培力的大小是变化的，安培力对杆做的功用初等数学无法计算，但杆克服安培力做的功等于电阻所消耗的能量，若以ER表示电阻所消耗的能量，则有

　　-WF安=ER (3)

　　摩擦力Fμ是恒力，它对杆做的功

　　WFμ=-Fμx (4)

　　但Fμ未知.因U型导轨在摩擦力作用下做匀加速运动，若其加速度为a，则有

　　Fμ=m0a (5)

　　而 a=2x0/t2 (6)

　　由(4)、(5)、(6)三式得 (7)

　　经过时间t杆的速度设为v，则杆和导轨构成的回路中的感应电动势

　　ε=Blv (8)

　　根据题意，此时回路中的感应电流

　　(9)

　　由(8)、(9)式得

　　 (10)

　　由(l)、(2)、(3)、(7)、(10)各式得

　　 (11)

　　评分标准：本题20分.

　　(1)式3分，(2)式l分，(3)式4分，(7)式4分，(10)式5分，(11)式3分.

　　15.参考解答：

　　解法一

　　用n1和n2分别表示L1和L2中气体的摩尔数，P1、P2和 V1、V2分别表示L1和L2中气体处在平衡态时的压强和体积，T表示气体的温度(因为 M1是导热的，两部分气体的温度相等)，由理想气体状态方程有

　　p1V1=n1RT (1)

　　P2V2=n2RT (2)

　　式中R为普适气体常量.若以两个活塞和轻杆构成的系统为研究对象，处在平衡状态时有

　　p1S1-p2S1+p2S2-p0S2=0 (3)

　　已知

　　S2=2S1 (4)

　　由(3)、(4)式得

　　p1+p2=2p0 (5)

　　由(l)、(2)、(5)三式得

　　 (6)

　　若(6)式中的V1、V2是加热后L1和L2中气体的体积，则p1就是加热后L1中气体的压强.加热前L1中气体的压强则为

　　 (7)

　　设加热后，L1中气体体积的增加量为△V1，L2中气体体积的增加量为△V2，因连结两活塞的杆是刚性的，活塞M2的横截面积是M1的2倍，故有

　　△V1=△V2=△V (8)

　　加热后，L1和L2中气体的体积都是增大的，即△V > 0 .[若△V< 0，即加热后，活塞是向左移动的，则大气将对封闭在气缸中的气体做功，电热丝又对气体加热，根据热力学第一定律，气体的内能增加，温度将上升，而体积是减小的，故L1和L2中气体的压强p1和p2都将增大，这违反力学平衡条件(5)式］

　　于是有 V1=V10+△V (9)

　　V2=V20+△V (10)

　　由(6)、(7)、(9)、(10)四式得

　　 (11)

　　由(11)式可知，若加热前V10=V20，则p1＝p10，即加热后p1不变，由(5)式知p2亦不变；若加热前 V10＜V20，则p1< p10，即加热后P1必减小，由(5)式知P2必增大；若加热前 V10＞V20, 则p1＞p10，即加热后p1必增大，由(5)式知p2必减小.

　　评分标准：本题 20 分.

　　得到(5)式得3分，得到(8)式得3分，得到(11)式得8分，最后结论得6分.

　　解法二

　　设加热前L1和L2中气体的压强和体积分别为p10、p20和V10、V20，以pl、p2和V1、V2分别表示加热后L1和L2中气体的压强和体积，由于M1是导热的，加热前L1和L2中气体的温度是相等的，设为T0，加热后L1和L2中气体的温度也相等，设为T.因加热前、后两个活塞和轻杆构成的系统都处在力学平衡状态，注意到S2=2S1，力学平衡条件分别为

　　p10+p20=2p0 (1)

　　p1+p2=2p0(2)

　　由(l)、(2)两式得

　　p1-p10=-(p2-p20) (3)

　　根据理想气体状态方程，对L1中的气体有

　　 (4)

　　对L：中的气体有

　　 (5)

　　由(4)、(5)两式得

　　 (6)

　　(6)式可改写成

　　 (7)

　　因连结两活塞的杆是刚性的，活塞M2的横截面积是M1的2倍，故有

　　V1-V10=V2-V20 (8)

　　把(3)、(8)式代入(7)式得

　　 (9)

　　若V10=V20，则由(9)式得p1=p10，即若加热前，L1中气体的体积等于L2中气体的体积，则加热后L1中气体的压强不变，由(2)式可知加热后L2中气体的压强亦不变.

　　若V10＜V20，则由(9)式得p1＜p10，即若加热前，L1中气体的体积小于L2中气体的体积，则加热后L1中气体的压强必减小，由(2)式可知加热后L2中气体的压强必增大.

　　若V10＞V20，则由(9)式得p1＞p10，即若加热前， L1中气体的体积大于L2中气体的体积，则加热后L1中气体的压强必增大，由(2)式可知加热后L2中气体的压强必减小.

　　评分标准：本题 20 分.

　　得到(l)式和(2)式或得到(3)得3分，得到(8)式得3分，得到(9)式得8分，最后结论得6 分.

　　16.参考解答：

　　(i)图1为卫星和碎片运行轨道的示意图.以v1表示碰撞前卫星作圆周运动的速度，以M表示地球E的质量，根据万有引力定律和牛顿定律有

　　 (1)

　　式中G是引力常量.由(l)式得

　　 (2)

　　以v2表示刚要碰撞时太空碎片的速度，因为与卫星发生碰撞时，碎片到地心的距离等于卫星到地心的距离，根据题意，太空碎片作椭圆运动的总能量

　　 (3)

　　式中a为椭圆轨道的半长轴.由(3)式得

　　 (4)

　　卫星和碎片碰撞过程中动量守恒，有

　　m1v1－m2v2=(m1+m2)v (5)

　　这里v是碰后二者结合成的物体(简称结合物)的速度.由(5)式得

　　(6)

　　由(2)、(4)、(6)三式并代人有关数据得

　　(7)

　　结合物能否撞上地球，要看其轨道(椭圆)的近地点到地心的距离rmin，如果rmin＜R，则结合物就撞上地球.为此我们先来求结合物轨道的半长轴a′.结合物的总能量

　　 (8)

　　代人有关数据得 a′=5259km (9)

　　结合物轨道的近地点到地心的距离

　　rmin=2a′-(R+h)=3347km＜R (10)

　　据此可以判断，结合物最后要撞上地球.

　　(ii)解法一

　　在极坐标中讨论.取极坐标，坐标原点在地心处，极轴由北极指向南极，如图2所示.碰撞点在北极上空，是椭圆轨道的远地点，结合物轨道的椭圆方程

　　 (11)

　　式中e是偏心率，p是椭圆的半正焦弦，远地点到地心的距离

　　rmax=R+h (12)

　　由解析几何有

　　 (13)

　　在轨道的近地点，r=rmin，θ=0，由(11)式得

　　p=rmin(1+e)(=4563km) (14)

　　或有

　　p=rmax(1－e) (15)

　　在结合物撞击地球处；r=R，由(11)式有

　　 (16)

　　或(17)

　　代人有关数据可得

　　cosθ=-0.7807 (18)

　　θ=141.32° (19)

　　这是在北纬51.32°.

　　评分标准：本题20分.

　　第(i)小题12分.(1)或(2)、(3)或(4)、(5)或(6)式各2 分，(8)式3分，(10)式3分.

　　第(ii)小题8分.(11)、(12)、(13)、(14)或(15)、(16)或(17)式各l分，(19)式2分(答案在141°到142°之间的都给2分)，正确指出纬度给l分.

　　解法二

　　在直角坐标中讨论.取直角坐标系，以椭圆的对称中心为坐标原点O, x轴通过近地点和远地点并由远地点指向近地点，如图3所示.结合物轨道的椭圆方程是

　　(20)

　　式中a＇、b＇分别为结合物椭圆轨道的半长轴和半短轴.远地点到地心的距离

　　rmax=R+h (21)

　　根据解析几何，若c为地心与坐标原点间的距离，

　　c=rmax－a＇(=1912km) (22)

　　而(23)

　　注意到a＇由(9)式给出，得

　　b＇=4899km (24)

　　结合物撞击地面处是结合物的椭圆轨道与地面的交点，设该处的坐标为xp和yp，则有

　　xp=Rcosθ+c (25)

　　yp=Rsinθ (26)

　　式中θ为从地心指向撞击点的矢经与x方向的夹角.因撞击点在结合物的轨道上，将(24)、(25)式代入轨道方程(20)式，经整理得

　　R2(b′2-a′2)cos2θ+2b′2cRcosθ-a′2b′2+a′2R2=0 (27)

　　引人以下符号并代人有关数据得

　　α=R2(b′2-a′2)=(-1484×1011km)

　　β=2b′2cR(=5846×1011km).

　　γ=b′2c2-a′2b′2+a′2R2(=5465×1011km)

　　代入(27)式得

　　αcos2θ+βcosθ+γ=0 (28)

　　解得  (29)

　　舍掉不合理的答案，得

　　cosθ=-0.7807 (30)

　　θ=141.32°(31)

　　这是在北纬51.32°.



