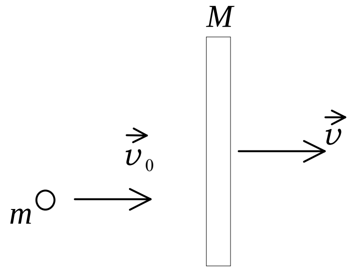
一、填空题（每题 4 分, 共计 40 分）

1. 质量为 m 的小球速度为 υ_0，与一个以速度 $\upsilon\,(\upsilon < \upsilon_0)$ 同向运动的活动挡板作垂直的完全弹性碰撞（设挡板质量 M>>m），则碰撞后小球的

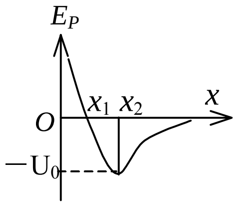
速度 υ_m=______________，挡板对小球的

冲量 I=______________.



2. 一粒子沿 x 轴运动，它的势能 $E_P\,(x)$为 x 的函数，函数图线如图所示．若该粒子所具有的总能量 $E = 0$，则该粒子的运动范围为

________．当粒子处在 x_2 位置时，其动能为______________.



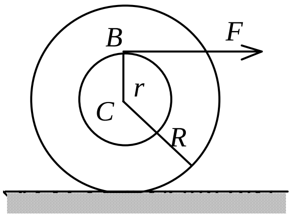
3. 一列火车以速度 u 作匀速直线运动，当一位实验者站在一节敞车上面将一质量为 m 的小球以速度 υ（相对于火车）向前或竖直向上抛出，在地面参考系中看来实验者对小球作的功分别是：

W（前）=______________.　　　　　W（上）=______________.

4. 如图所示．圆柱体的半径为 R，其上有一半径为 r 的固定圆盘(圆盘质量忽略不计),盘周绕有细绳，今沿垂直于圆盘轴的水平方向以力 F 拉绳．若使该圆柱体在水平面上作纯滚动，则该柱体与水平面间

的静摩擦力 f=________.

当 $r = \dfrac{1}{2}R$ 时静摩擦力 f=________.



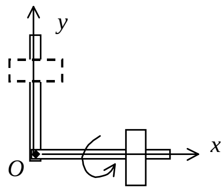
5. 图为一自转轴在水平方向的回转仪的俯视图．t=0 时刻，回转仪绕自转轴的角动量为 $\vec{L} = L\vec{i}$

(1) 欲使回转仪逆时针进动，则该时刻对它加的

外力矩的方向应为__________.

(2) 若经过时间 t，回转仪进动到它的角动量指向 y 方向，而大小不变，则在这段时间内，回转

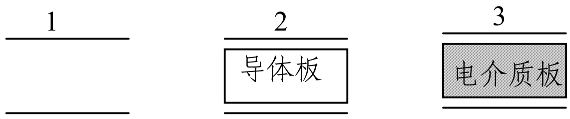
仪所受到的冲量矩为______________.



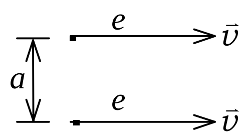
6. 在三个完全相同的空气平行板电容器中，将面积和厚度均相同的一块导体板和一块电介

质板分别插入其中的两个电容器，如图所示．比较三者电容值的大小，

则 ________________ 是电容最大的电容器；________________是电容最小的电容器．

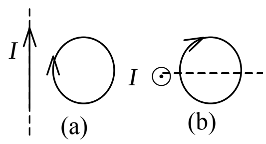


7. 如图，某时刻两电子并排沿平行线以速度$\bar{\upsilon}$运动，两者相距为 a，图中下面一个电子所受的洛伦兹力大小为



___________________，方向为___________________．

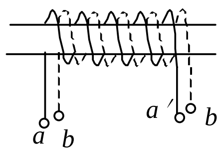
8. 如图，在一固定的无限长载流直导线的旁边放置一个可以自由移动和转动的圆形的刚性线圈，线圈中通有电流，若线圈与直导线在同一平面，见图(a)，则圆线圈



的运动将是______________________________________；
若线圈平面与直导线垂直，见图(b)，则圆线圈将

____．

9. 在一个中空的圆柱面上紧密地绕有两个完全相同的线圈 aa' 和 bb' (如图)．已知每个线圈的自感系数都等于 0.05 H．
若 a、b 两端相接，a' 、b' 接入电路，则整个线



圈的自感 L =____________．

若 a、b' 两端相连，a' 、b 接入电路，则整个线圈的自感 L =____________．
若 a、b 相连，又 a' 、b' 相连，再以此两端接入电路，则整个线圈的自感

L =___________．

10. 一平行板电容器，极板是半径为 R 的圆形金属板，两极板与一交变电源相接，极板上电荷随时间的变化为 $q = q_0 \sin\omega t$ (式中 q_0、ω均为常量)．忽略边缘效

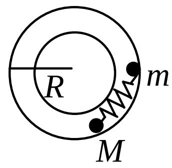
应，则两极板间位移电流密度大小为__________________________；在两极板间，

离中心轴线距离为 r （$r < R$）处，磁场强度大小为________________________．

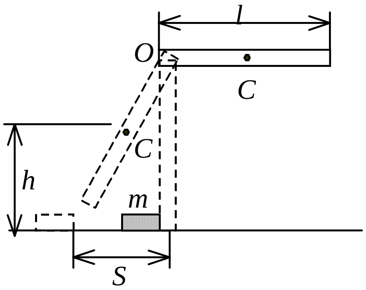
二、计算题（每题 10 分, 共计 60 分）

11. 地球可看作是半径 R =6400 km 的球体，一颗人造地球卫星在地面上空 h = 800 km 的圆形轨道上，以 7.5 km/s 的速度绕地球运动．在卫星的外侧发生一次爆炸，其冲量不影响卫星当时的绕地圆周切向速度 υ_t =7.5 km/s，但却给予卫星一个指向地心的径向速度 υ_n =0.2 km/s．求这次爆炸后使卫星轨道的最低点和最高点各位于地面上空多少公里？

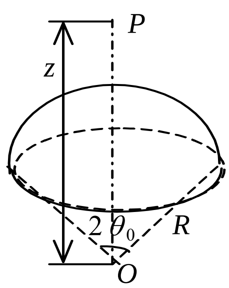
12. 在一较大的无摩擦的平均半径为 R 的水平圆槽内，放有两个小球，质量分别为 m 和 M，两球可在圆槽内自由滑动．现将一不计其长度的压缩的轻弹簧置于两球之间，如图所示．(1) 将压缩弹簧释放后，两球沿相反方向被射出，而弹簧本身仍留在原处不动，问小球将在槽内何处发生碰撞？(2) 设压缩弹簧具有弹性势能 E_0，问小球射出后，经多少时间发生碰撞？



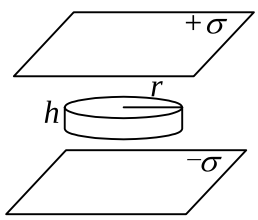
13. 如图所示，一均匀细棒，长为 l，质量为 m，可绕过棒端且垂直于棒的光滑水平固定轴 O 在竖直平面内转动．棒被拉到水平位置从静止开始下落，当它转到竖直位置时，与放在地面上一静止的质量亦为 m 的小滑块碰撞，碰撞时间极短．小滑块与地面间的摩擦系数为μ，碰撞后滑块移动距离 S 后停止，而棒继续沿原转动方向转动，直到达到最大摆角．求：碰撞后棒的中点 C 离地面的最大高度 h．



14. 一半径为 R 的球冠，对球心的张角为 $2\theta_0$，如图所示．此球冠面上均匀带电，电荷面密度为σ．试求其轴线上与球心 O 相距为 z ($z>R$) 的 P 点处的电势(设无限远处为电势零点)，并利用电势梯度求该点场强．



15. 平行板电容器两极板上自由电荷面密度分别为$+\sigma$和$-\sigma$．今在其中放一扁平圆柱形各向同性均匀电介质，其半径为 r，高度为 h，相对介电常量为ε_r，轴线与板面垂直，如图所示．试求圆柱介质内中点处的场强 $\vec{E}$ 和电位移矢量 $\vec{D}$．并求当 $h<<r$ 时，介质中点 $\vec{E}$ 、$\vec{D}$ 的近似值．



16. 按照经典模型，可假设电子是一个质量均匀分布的球体，电荷均匀分布的球壳，并绕它的一条直径转动，即自旋．已知电子的自旋动量矩 $S=\dfrac{1}{2}\hbar$，质量为 m，电荷为 e，电子的半径为 R．求电子中心处磁感应强度的大小．(球体绕中心轴的转动惯量为$\dfrac{2}{5}mR^2$)

参考答案

一、填空题（每题 4 分，共计 40 分）

1. $2\upsilon-\upsilon_0$　　2 分

　$-2m(\upsilon-\upsilon_0)$　　2 分

2. $x\geqslant x_1$　　2 分

　U_0　　2 分

3. $\frac{1}{2}m\upsilon^2+mu\upsilon$　　2 分

　$\frac{1}{2}m\upsilon^2$　　2 分

4. $-\frac{R-2r}{3R}F$ (f 与 F 方向相反)　　2 分

　0　　2 分

5. 沿 y 轴方向　　2 分

　$L\left(\vec{j}-\vec{i}\right)$　　2 分

6. 插导体板的　　2 分

　空气的　　2 分

7. $f=\frac{\mu_0 e^2 \mathbf{v}^2}{4\pi a^2}$　　2 分

　垂直向上.　　2 分

8. 平移，靠向直导线　　2 分

　受力矩，绕通过直导线的线圈直径转动，同时受力向直导线平移　　2 分

9. 0　　1 分

　0.2 H　　1 分

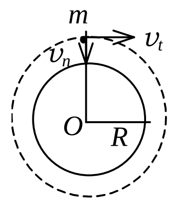
　0.05 H　　2 分

10. $\frac{q_0\omega\cos\omega t}{\pi R^2}$　　2 分

　$\frac{q_0\omega r\cos\omega t}{2\pi R^2}$　　3 分

二、计算题（每题 10 分, 共计 60 分）

11. 解：(1) 爆炸过程中，以及爆炸前后，卫星对地心的角动量始终守恒，故应有 $L = m\upsilon_t r = m\upsilon' r'$ ① 3 分



其中 r' 是新轨道最低点或最高点处距地心的距离，$\vec{\upsilon}'$ 则是在相应位置的速度，此时 $\vec{\upsilon}' \perp \vec{r}'$

(2) 爆炸后，卫星、地球系统机械能守恒：

$$\frac{1}{2}m\upsilon_t^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_n^2 - GMm/r = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 - GMm/r'$$

② 2 分

由牛顿定律： $GMm/r^2 = m\upsilon_t^2/r$

∴ $GM = \upsilon_t^2 r$ ③ 1 分

将①式、③式代入②式并化简得：

$$(\upsilon_t^2 - \upsilon_n^2)r'^2 - 2\upsilon_t^2 rr' + \upsilon_t^2 r^2 = 0$$ 2 分

∴ $[(\upsilon_t + \upsilon_n)r' - \upsilon_t r][(\upsilon_t - \upsilon_n)r' - \upsilon_t r] = 0$

∴ $r_1' = \dfrac{\upsilon_t r}{\upsilon_t - \upsilon_n} = 7397\ \text{km}$，$r_2' = \dfrac{\upsilon_t r}{\upsilon_t + \upsilon_n} = 7013\ \text{km}$

远地点 $h_1 = r_1' - R = 997\ \text{km}$

近地点 $h_2 = r_2' - R = 613\ \text{km}$. 2 分

12. 解：(1) 设两小球被射出后的角速度分别为 ω_m 和 ω_M，根据角动量守恒有：

$$mR^2\omega_m = MR^2\omega_M$$ 2 分

$$\frac{\omega_m}{\omega_M} = \frac{M}{m}$$ ①

设在碰撞处，两小球所转过的角度分别为 θ_m、θ_M，则有：

$$\theta_m + \theta_M = 2\pi$$ ② 1 分

$$\theta_m = \omega_m t,\qquad \theta_M = \omega_M t$$

得 $\dfrac{\theta_m}{\theta_M} = \dfrac{\omega_m}{\omega_M}$ ③ 1 分

由①、②、③解得 $\theta_m = \dfrac{M}{m+M}\cdot 2\pi$；$\theta_M = \dfrac{m}{m+M}\cdot 2\pi$ 2 分

(2) 由机械能守恒定律得：

$$\frac{1}{2}m(R\omega_m)^2 + \frac{1}{2}M(R\omega_M)^2 = E_0$$ 2 分

将①式代入上式，有 $\omega_M = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{2mE_0}{M(m+M)}}$ 1 分

小球从射出到碰撞经过的时间为:

$$t = \frac{\theta_M}{\omega_M} = \frac{2\pi mR}{m+M}\sqrt{\frac{(m+M)M}{2mE_0}}$$ 1 分

13. 解：以棒与地为系统，在棒下落时，仅有保守内力作功，故系统机械能守恒． 1 分

选地面为势能零点，则有

$$mgl = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mgl \qquad ① \qquad 1\text{ 分}$$

以棒与滑块为系统，在二者碰撞过程中，对 O 轴 M 外＝0，故系统对 O 轴的角动量守恒． 1 分

$$J\omega = J\omega' + m\upsilon_0 l \qquad ② \qquad 2\text{ 分}$$

对滑块有

$$-fs = 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \qquad ③ \qquad 1\text{ 分}$$

$$f = \mu mg \qquad ④ \qquad 1\text{ 分}$$

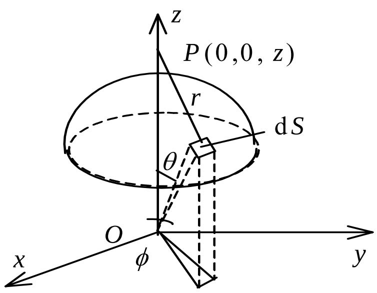
以棒与地为系统，在棒上升过程中，机械能守恒．选地面为势能零点，则有

$$\frac{1}{2}mgl + \frac{1}{2}J\omega'^2 = mgh \qquad ⑤ \qquad 1\text{ 分}$$

①~⑤式联立，考虑到 $J = \frac{1}{3}ml^2$，解得

$$h = l + 3\mu S - \sqrt{6\mu Sl} \qquad 2\text{ 分}$$

14. 解：设坐标系如图，在球冠上任取一面元



$$dS = R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

此面元距 P 点的距离为

$$r = \sqrt{(z - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}$$

$$= \sqrt{z^2 + R^2 - 2Rz\cos\theta} \qquad 2\text{ 分}$$

面元上的电荷 $dq=\sigma dS$ 在 P 点产生的电势为

$$dU = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, dS}{r} \qquad 2\text{ 分}$$

球冠上的电荷在 P 点产生的电势为

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_0} \frac{\sigma R^2 \sin\theta\, dS}{\sqrt{z^2 + R^2 - 2Rz\cos\theta}}$$

$$= \frac{R\sigma}{2\varepsilon_0 z}\left[\sqrt{z^2 + R^2 - 2Rz\cos\theta} - (x - R)\right] \qquad 2\text{ 分}$$

由于轴对称性，P 点电场强度为 $\vec{E} = \vec{E}_z = -\frac{dU}{dz}\vec{k}$ 2 分

$$= \frac{R^2\sigma}{2\varepsilon_0 z^2}\left[1 + \frac{R - z\cos\theta_0}{\sqrt{z^2 + R^2 - 2Rz\cos\theta}}\right]\vec{k} \qquad 2\text{ 分}$$

15. 解：介质在电场中被均匀极化，两端面上有极化面电荷，其密度分别为$-\sigma'$ 和$+\sigma'$. 设极板上自由电荷分布不变，由电场的边界条件在介质棒两端面处有：

$$E_{2t}=E_{1t}=0\ ,\quad D_{2t}=\varepsilon_0\varepsilon_r E_{2t}=0$$

$$D_{2n}=D_{1n}=D_1=\sigma\ ,\quad D_2=D_{2n}=\sigma$$

$$E_2=D_2/(\varepsilon_0\varepsilon_r)=\sigma/(\varepsilon_0\varepsilon_r)$$

因为介质均匀极化，介质内极化电荷体密度$\rho'=0$.

端面上极化电荷面密度 $\sigma'=P_n=\varepsilon_0\chi_e E_2=(\varepsilon_r-1)\sigma/\varepsilon_r$ 4 分

极化面电荷分布在二个平行圆板上，在介质中点处所产生的附加电场

$$E'=\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}\left(1-\frac{h/2}{\sqrt{r^2+(h/2)^2}}\right)$$

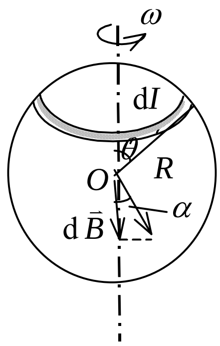
介质中点处的总场强为 $E=E_0-E'=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}\left(1-\dfrac{h/2}{\sqrt{r^2+(h/2)^2}}\right)$

$$=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[1+\frac{(\varepsilon_r-1)h}{\sqrt{4r^2+h^2}}\right]$$ 方向垂直向下

$$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\sigma\left[1+\frac{(\varepsilon_r-1)h}{\sqrt{4r^2+h^2}}\right]$$ 方向垂直向下 4 分

当 $h<<r$ 时， $E\approx\sigma/(\varepsilon_0\varepsilon_r)$ $D\approx\sigma$ 2 分

16. 解：(1) 设电子自转的角速度为ω



$$S=J\cdot\omega=\frac{1}{2}\hbar$$

$$J=\frac{2}{5}mR^2\qquad\therefore\ \omega=\frac{5\hbar}{4mR^2}$$ 3 分

(2) 面电荷密度 $\sigma=e/(4\pi R^2)$.

把电子看作旋转的均匀带电球壳，则与轴夹角为θ的窄环带上的电荷形成的电流为

$$\mathrm{d}I=\mathrm{d}q/T=\sigma\cdot 2\pi R\sin\theta\cdot R\,\mathrm{d}\theta/T=\sigma\omega R^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

2 分

此电流在球心处产生的磁场为$\mathrm{d}\vec{B}$，方向沿转轴，如图，其大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 dI}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{R}}{R^3}\cos\alpha=\frac{\mu_0 dI}{4\pi R^2}\sin\theta\int\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 dI}{2R}\sin^2\theta$$ 3 分

(3) 球心处磁感强度的大小为 $B=\int\mathrm{d}B=\dfrac{5\mu_0 e\hbar}{24m\pi R^3}$， 方向与图中$\mathrm{d}\vec{B}$同.

2 分