

2004年第五屆亞洲物理奧林匹亞競賽 及第三十五屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊複選考試

理論試題

2004年2月14日

考試時間：13:30-16:30，共三小時

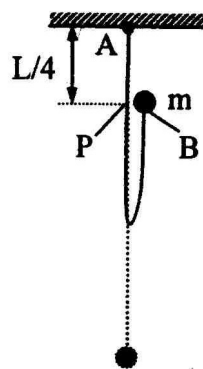
<<注意事項>>

- 1、本試題共有計算題六大題，每題二十五分，合計一五〇分。
- 2、各計算題請在答案卷上指定之位置作答，每大題答案卷二頁。
- 3、可使用無程式之掌上型計算器。

2004年第五屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十五屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

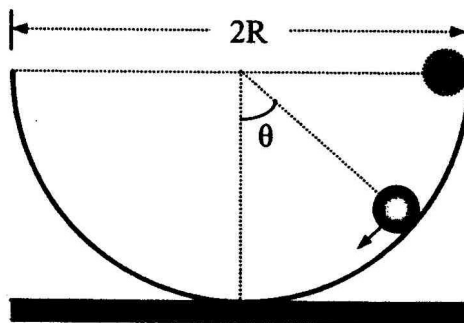
- 1、有一條彈性細繩 AB 的自然長度為 L ，力常數為 k 。此細繩的 A 端固定，B 端繫住一個質量為 m 的小球。假設此細繩的質量可忽略，而其伸長量恆與 B 端受到的拉力成正比，回答下列各問題：
- (a) 當小球靜止自由懸吊時，細繩的伸長量為何？



圖一

在以下各小題中，假設小球由 A 點正下方 $L/4$ 處的 P 點，自靜止狀態開始自由落下，如圖一所示：

- (b) 當小球落至最低點時，細繩的伸長量為何？
- (c) 小球自開始掉落起，到第一次回到 P 點止，共需多少時間？
- (d) 在運動過程中，小球的最大速率 v_m 為何？
- 2、如圖二所示，一直徑為 $2R$ 的半圓筒固定在水平地面上，另有一半徑為 r ，質量為 m 的均勻剛球，在一鉛直面上沿著筒壁曲面來回滾動， θ 為剛球球心和半圓筒中心連線和鉛直線之間的夾角。起始時，剛球放置在半圓筒壁的邊沿，球心和半圓筒的中心軸線同高，剛球自靜止開始自由釋放。回答下列問題：



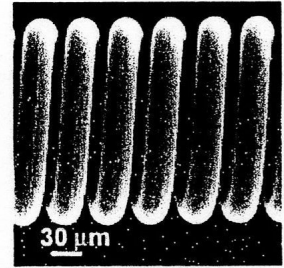
圖二

- (a) 假設剛球在整個運動過程中保持純滾動，試求其運動週期。
- (b) 承(a)小題，試求剛球在 θ 角時，筒壁作用於剛球的正向力和摩擦力。
- (c) 假設剛球的運動不是純滾動，而是在滾動中帶有滑動。若剛球在行經 $\theta = 45^\circ$ 的瞬間，在切線方向上的瞬時加速度為零，而且當時剛球的轉動動能為移動動能的 $1/5$ 。如果在此運動過程中，因滑動摩擦所損失的能量甚小，暫可忽略不計，試估算剛球和筒壁之間的動摩擦係數 μ 。

【註】：(1) 你可能需要用到下列的積分式：
$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin\theta}} \approx 2.62。$$

(2) 剛球繞其球心的轉動慣量為 $\frac{2}{5}mr^2$ 。

3、圖三所示為白熾燈泡內的鎢絲的放大圖。當接通電流時，鎢絲因電阻的熱效應而發光。回答下列問題：



圖三

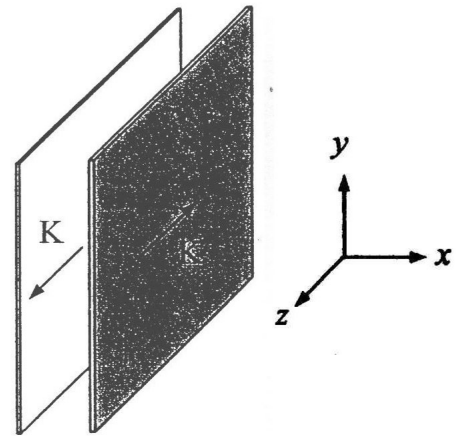
(a) 有一標示為 110V、60W 的白熾燈泡，當通以 $V_{rms} = 110V$ 的交流電時，燈絲的電阻為何？

(b) 已知該燈泡燈絲的截面直徑 $D = 30\mu m$ ，長度 $L = 0.22m$ ，鎢在 $20^\circ C$ 的電阻率 $\rho_{20^\circ C} = 5.3 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ ，其溫度係數 $\alpha = 4.5 \times 10^{-3} ^\circ C^{-1}$ ，則該燈絲在通電發光時的平均溫度為何？

(c) 由於交流電的電壓隨時間而變化，因此燈絲的溫度也會隨之起伏。假設燈絲所生的熱完全以熱輻射的方式散失，燈絲的熱容為 C ，溫度為 T ，表面積為 S ，其表面的熱輻射發射率為 e ，交流電的角頻率為 ω ，史特凡-波茲曼常數為 σ ，寫出有關燈絲溫度變化速率 $\frac{dT}{dt}$ 的數學關係式。

(d) 假設燈絲的溫度變化甚小，估計燈絲溫度變化的幅度。(鎢的密度為 $\rho_w = 19.3 \times 10^3 kg/m^3$ ，鎢的比熱 $s_w = 133 J/kg \cdot K$ ，交流電的頻率 $f = 60 Hz$)

4、有兩片面積很大的金屬薄片，以微小的間隔相向平行並列。在兩金屬片上各流動有大小相等、方向相反的表面電流密度 K (每單位長度的電流)，如圖四所示 (供應表面電流的迴路未畫出)。忽略電流在金屬片的邊緣效應，回答下列各題：



圖四

(a) 試求表面電流在兩金屬片之間和外側所產生的磁場 \vec{B} 。

(b) 試求在兩金屬片上每單位面積所受的力。

(c) 若施以外力，使兩金屬片的間距緩慢地等速增加 Δx 的距離，同時維持電流密度 K 不變，則

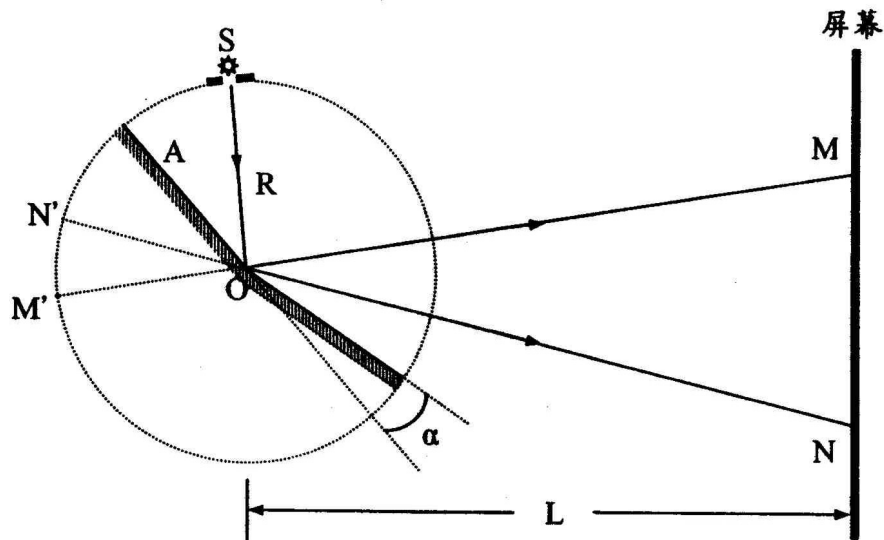
(i) 外力對金屬片每單位面積須作多少功？(以兩金屬片之間的磁場強度 B 表示之。)

(ii) 對兩金屬片所組成的系統，每單位面積增加 (或減少) 多少能量？

(d) 當兩金屬片的間距增加時，在電流迴路內必定產生反電動勢，試求供應電流的電源，對該系統每單位面積提供 (或吸收) 多少能量？

(e) 從能量守恆的觀點，討論(c)和(d)的結果。

5、如圖五所示，A 和 B 為兩面在 O 點處相連的平面鏡，B 鏡面相對於 A 鏡面，往上折起一很小的角度 α 。一波長為 λ 的單色線光源 S，入射在兩鏡面上，反射光投射在和 O 點相距 L 的屏幕上，R 為線光源至 O 點的距離， $L \gg R$ 。ON 為入射光在 A 鏡面上 O 點的反射光線，OM 則為同一入射光在 B 鏡面上的反射光線。圖上的虛線圓以 O 點為圓心，R 為半徑。N' 和 M' 分別為 ON 和 OM 的延長線和虛線圓的相交點。回答下列問題：



圖五

- 在屏幕上可以形成干涉條紋的寬度為何？
- 在屏幕上所形成的干涉條紋的相鄰間距為何？
- 在屏幕上可以形成多少條干涉條紋？
- 若 R 增大為原來的兩倍，則干涉條紋的相鄰間距將有何變化？
- 若要能夠觀測到干涉條紋，則線光源 S 的狹縫寬度有何限制？

6、在理想氣體的模型中，分子和分子之間沒有交互的作用力。但是在真實氣體中，鄰近的分子間彼此仍存在有微弱的吸引力。設某一真實氣體的總能量為 U ，壓力為 P ，體積為 V ，氣體分子的總數為 N ，則其狀態方程式（亦稱為凡得瓦方程式）可寫為

$$\left[P + a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \right] (V - Nb) = A \left(U + \frac{N^2}{V} a \right)$$

式中 a 為一個正的參數，用以描述分子與分子間的吸引力； b 亦為一個正的參數，代表一個氣體分子的體積， A 則是一個和 a 及 b 沒有關係的常數。回答下列問題：

- 若氣體由單原子分子所組成，試求 A 值。
- 在氣體分子體積可被忽略的情況下，試求在絕熱過程中， P 、 V 、和 N 應滿足的氣體狀態方程式。