

物理光学

§ 2.1 光的波动性

2.1.1 光的电磁理论

19世纪60年代,美国物理学家麦克斯韦发展了电磁理论,指出光是一种电磁波,使波动说发展到了相当完美的地步。

2.1.2 光的干涉

1、干涉现象是波动的特性

凡有强弱按一定分布的干涉花样出现的现象,都可作为该现象具有波动本性的最可靠最有力的实验证据。

2、光的相干迭加

两列波的迭加问题可以归结为讨论空间任一点电磁振动的力迭加,所以,合振动平均强度为

$$\bar{I} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

其中 A_1 、 A_2 为振幅, φ_1 、 φ_2 为振动初相位。

$$\begin{cases} \varphi_2 - \varphi_1 = 2j\pi, j = 0,1,2,\dots & \bar{I} = (A_1 + A_2)^2 \text{干涉相加} \\ \varphi_2 - \varphi_1 = (2j+1)\pi, j = 0,1,2,\dots & \bar{I} = (A_1 - A_2)^2 \text{干涉相消} \\ (\varphi_2 - \varphi_1) \text{为其他值且} A_2 = A_1 & \bar{I} = 4A^2 \cos^2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \end{cases}$$

3、光的干涉

(1) 双缝干涉

在暗室里,托马斯·杨利用壁上的小孔得到一束阳光。在这束光里,在垂直光束方向里放置了两条靠得很近的狭缝的黑屏,在屏在那边再放一块白屏,如图 2-1-1 所示,

于是得到了与缝平行的彩色条纹;如果在双缝前放一块滤光片,就得到明暗相同的条纹。

A 、 B 为双缝,相距为 d , M 为白屏与双缝相距为 l , DO 为 AB 的中垂线。屏上距离 O 为 x 的一点 P 到双缝的距离

$$PA^2 = l^2 + \left(\frac{x-d}{2}\right)^2, PB^2 = l^2 + \left(\frac{x+d}{2}\right)^2$$

$$(PB - PA) \cdot (PB + PA) = 2dx$$

由于 d 、 x 均远小于 l , 因此 $PB+PA=2l$, 所以 P 点到 A 、 B 的光程差为:

$$\delta = PB - PA = \frac{d}{l}x$$

若 A 、 B 是同位相光源, 当 δ 为波长的整数倍时, 两列波波峰与波峰或波谷与波谷相遇, P 为加强点(亮

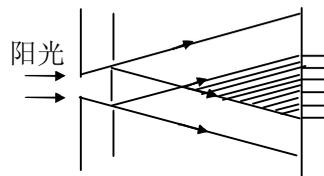


图 2-1-1

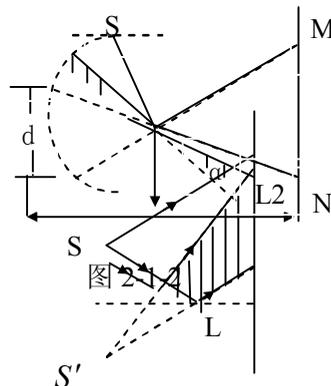


图 2-1-3

点)；当 δ 为半波长的奇数倍时，两列波波峰与波谷相遇， P 为减弱点(暗点)。因此，

$$x = \pm k \cdot \frac{l}{d} \cdot \lambda (k = 0, 1, 2, \dots)$$

白屏上干涉明条纹对应位置为 暗条纹对应位置为

$x = \pm(k - \frac{1}{2}) \cdot \frac{d}{l} \lambda (k = 0, 1, 2, \dots)$ 。其中 $k=0$ 的明条纹为中央明条纹，称为零级明条纹； $k=1, 2, \dots$ 时，分别为中央明条纹两侧的第 1 条、第 2 条...明(或暗)条纹，称为一级、二级...明(或暗)条纹。

相邻两明(或暗)条纹间的距离 $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$ 。该式表明，双缝干涉所得到干涉条纹间的距离是均匀的，在 d, l 一定的条件下，所用的光

波波长越长，其干涉条纹间距离越宽。 $\lambda = \frac{d}{l} \Delta x$ 可用来测定光波的波长。

(2)类双缝干涉

双缝干涉实验说明，把一个光源变成“两相干光源”即可实现光的干涉。类似装置还有

①菲涅耳双面镜：

如图 2-1-2 所示，夹角 α 很小的两个平面镜构成一个双面镜(图中 α 已经被夸大了)。点光源 S 经双面镜生成的像 S_1 和 S_2 就是两个相干光源。

②埃洛镜

如图 2-1-3 所示，一个与平面镜 L 距离 d 很小(数量级 $0.1mm$)的点光源 S ，它的一部分光线掠入射到平面镜，其反射光线与未经反射的光线叠加在屏上产生干涉条纹。

因此 S 和 S' 就是相干光源。但应当注意，光线从光疏介质射入光密介质，反射光与入射光相位差 π ，即发生“并波损失”，因此计算光程差时，反身光应有 $\frac{\lambda}{2}$ 的附加光程差。

③双棱镜

如图 2-1-4 所示，波长 $\lambda = 632.8nm$ 的平行激光束垂直入射到双棱镜上，双棱镜的顶角 $\alpha = 3'30''$ ，宽度 $w=4.0cm$ ，折射率 $n=1.5$ 。问：当幕与双棱镜的距离分别为多大时，在幕上观察到的干涉条纹的总数最少和最多？最多时能看到几条干涉条纹？

平行光垂直入射，经双棱镜上、下两半折射后，成为两束倾角均为 θ 的相干平行光。

当幕与双棱镜的距离等于或大于 L_0 时，两束光在幕上的重叠区域为零，干涉条纹数为零，最少，当幕与双棱镜的距离为 L 时，两束光在幕上的重叠区域最大，为 ΔL ，干涉条纹数最多。利用折射定律求出倾角 θ ，再利用干涉条纹间距的公式及几何关系，即可求

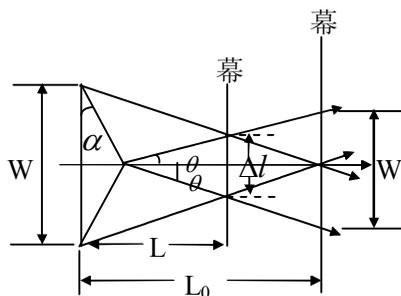


图 2-1-4

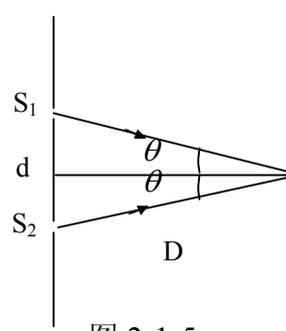


图 2-1-5

解.

$$\theta = (n-1)\alpha$$

式中 α 是双棱镜顶角, θ 是入射的平行光束经双棱镜上、下两半折射后, 射出的两

束平行光的倾角。如图 2-1-5 所示, 相当于杨氏光涉, $d \gg D$, $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$, 而

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{d}{2D}$$

条纹间距

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} = 0.62 \text{mm}$$

可见干涉条纹的间距与幕的位置无关。

当幕与双棱镜的距离大于等于 L_0 时, 重叠区域为零, 条纹总数为零

$$L_0 = \frac{W}{2\theta} = \frac{W}{2(n-1)\alpha} = 39.3 \text{m}$$

当屏与双棱镜相距为 L 时, 重叠区域最大, 条纹总数最多

$$L = \frac{L_0}{2} = 19.65 \text{m}$$

相应的两束光的重叠区域为 $\Delta L = 2L\theta = 2L(n-1)\alpha = (n-1)\alpha L_0 = 9.98 \text{mm}$. 其中的

干涉条纹总数 $\Delta N = \frac{\Delta L}{\Delta x} = 16$ 条。

④对切双透镜

如图 2-1-6 所示, 过光心将透镜对切, 拉开一小段距离, 中间加挡光板 (图 a); 或错开一段距离 (图 b); 或两片切口各磨去一些再胶合 (图 c)。置于透镜原主轴上的各点光源或平行于主光轴的平行光线, 经过对切透镜折射后, 在叠加区也可以发生干涉。

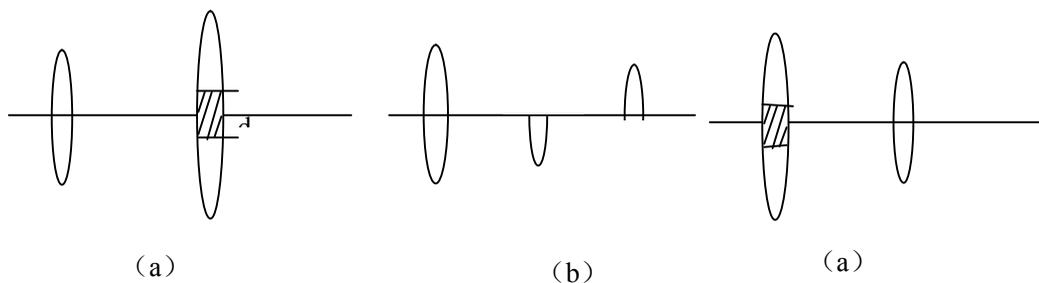


图 2-1-6

(3)薄膜干涉

当透明薄膜的厚度与光波波长可以相比时, 入射薄膜表面的光线薄膜前后两个表面

反射的光线发生干涉。

①等倾干涉条纹

如图 2-1-7 所示, 光线 a 入射到厚度为 h , 折射率为 n_1 的薄膜的上表面, 其反射光线是 a_1 , 折射光线是 b ; 光线 b 在下表面发生反射和折射, 反射线图是 b_1 , 折射线是 c ; 光线 b_1 再经过上、下表面的反射和折射, 依次得到 b_2 、 a_2 、 c_2 等光线。其中之一两束光叠加, a_1 、 a_2 两束光叠加都能产生干涉现象。

$$\begin{aligned} & a、\quad b \text{ 光线的光程差} \\ \delta &= n_2(AC + CB) - n_1 AD \\ &= 2n_2 \cdot \frac{h}{\cos \gamma} - 2n_1 \cdot htg\gamma \cdot \sin i \\ &= \\ \frac{2n_2 h}{\cos \gamma} \cdot (1 - \sin^2 \gamma) &= 2n_2 h \cos \gamma = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} \end{aligned}$$

如果 $i=0$, 则上式化简为 $\delta = 2n_2 h$ 。

由于光线在界面上发生反射时可能出现“半波损

失”, 因此可能还必须有“附加光程差”, $\delta' = \frac{\lambda}{2}$ 是否需要增加此项, 应当根据界面两侧的介质的折射率来决定。

当 $n_1 > n_2 > n_3$ 时, 反射线 a_1 、 b_1 都是从光密介质到光疏介质, 没有“半波损失”, 对于 a_1 、 a_2 , 不需增加 δ' ; 但反射线 b_2 是从光疏介质到光密介质, 有“半波损失”, 因此对于 c_1 、 c_2 , 需要增加 δ' 。当 $n_1 < n_2 < n_3$ 时, 反射线 a_1 、 b_1 都有“半波损失”, 对于 a_1 、 a_2 仍然不需要增加 δ' ; 而反射线 b_2 没有“半波损失”, 对于 c_1 、 c_2 仍然必须增加 δ' 。同理, 当 $n_1 > n_2 > n_3$ 或 $n_1 < n_2 < n_3$ 时, 对于 a_1 、 a_2 需要增加 δ' ; 对于 c_1 、 c_2 不需要增加 δ' 。

在发生薄膜干涉时, 如果总光程等于波长的整数倍时, 增强干涉; 如果总光程差等于半波长的奇数倍时, 削弱干涉。

入射角 i 越小, 光程差 $\delta + \delta'$ 越小, 干涉级也越低。在等倾环纹中, 半径越大的圆环对应的 i 也越大, 所以中心处的干涉级最高, 越向外的圆环纹干涉级越低。此外, 从中央外各相邻明或相邻暗环间的距离也不相同。中央的环纹间的距离较大, 环纹较稀疏, 越向外, 环纹间的距离越小, 环纹越密集。

②等厚干涉条纹

当一束平行光入射到厚度不均匀的透明介质薄膜上, 在薄膜表面上也可以产生干涉现象。由于薄膜上下表面的不平行, 从上表面反射的光线 b_1 和从下面表

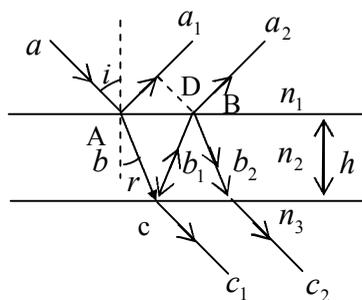


图 2-1-7

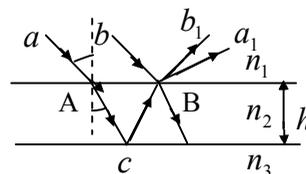


图 2-1-8

反射并透出上表面的光线 a_1 也不平行, 如图 2-1-8 所示, 两光线 a_1 和 b_1 的光程差的精确计算比较困难, 但在膜很薄的情况下, A 点和 B 点距离很近, 因而可认为 AC 近似等于 BC , 并在这一区域的薄膜的厚度可看作相等设为 h , 其光程差近似为

$$2n_2 h \cos r + \delta' = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} + \delta'$$

当 i 保持不变时, 光程差仅与膜的厚度有关, 凡厚度相同的地方, 光程差相同, 从而对应同一条干涉条纹, 将此类干涉条纹称为等厚干涉条纹。

当 i 很小时, 光程差公式可简化为

$$2n_2 h + \delta'$$

③ 劈尖膜

如图 2-1-9 所示, 两块平面玻璃片, 一端互相叠合, 另一端夹一薄纸片 (为了便于说明问题和易于作图, 图中纸片的厚度特别予以放大), 这时, 在两玻璃片之间形成的空气薄膜称为空气劈尖。两玻璃片的交线称为棱边, 在平行于棱边的线上, 劈尖的厚度是相等的。

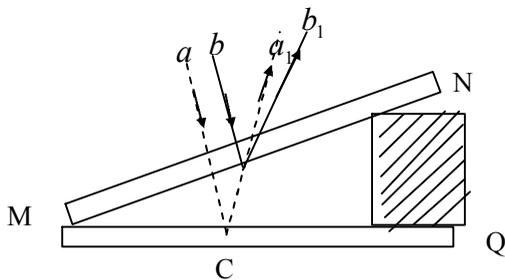


图 2-1-9

当平行单色光垂直 ($i = 0$) 入射于这样的两玻璃片时, 在空气劈尖 ($n_2 = 1$) 的上下两表面所引起的反射光线将形成相干光。如图 1-2-9 所示, 劈尖在 C 点处的厚度为

h , 在劈尖上下表面反射的两光线之间的光程差是 $2h + \frac{\lambda}{2}$ 。由于从空气劈尖的上表面 (即玻璃与空气分界面) 和从空气劈尖的下表面 (即空气与玻璃分界面) 反射的情况不同, 所以在式中仍有附加的半波长光程差。由此

$$2h + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, 3 \dots \dots \text{明纹}$$

$$2h + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \dots \dots \text{暗纹}$$

干涉条纹为平行于劈尖棱边的直线条纹。每一明、暗条纹都与一定的 k 做相当, 也就是与劈尖的一定厚度 h 相当。

任何两个相邻的明纹或暗纹之间的距离 l 由下式决定:

$$l \sin \theta = h_{k+1} - h_k = \frac{1}{2}(k+1)\lambda - \frac{1}{2}k\lambda = \frac{\lambda}{2}$$

式中 θ 为劈尖的夹角。显然, 干涉条纹是等间距的, 而且 θ 愈小, 干涉条纹愈疏; θ 愈大, 干涉条纹愈密。如果劈尖的夹角 θ 相当大, 干涉条纹就将密得无法分开。因此, 干涉条纹只能在很尖的劈尖上看到。

④ 牛顿环

在一块光平的玻璃片 B 上, 放曲率半径 R 很大的平凸透镜 A , 在 A 、 B 之间形成一劈尖形空气薄层。当平行光束垂直地射向平凸透镜时, 可以观察到在透镜表面出现一组干涉条纹, 这些干涉条纹是以接触点 O 为中心的同心圆环, 称为牛顿环。

牛顿环是由透镜下表面反射的光和平面玻璃上表面反射的光发生干涉而形成的, 这也是一种等厚条纹。明暗条纹处所对应的空气层厚度 h 应该满足:

$$2h + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots \text{明环}$$

$$2h + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots \text{暗环}$$

从图 2-1-10 中的直角三角形得

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2$$

因 $R \gg h$, 所以 $h^2 \ll 2Rh$, 得

$$h = \frac{r^2}{2R}$$

上式说明 h 与 r 的平方成正比, 所以离开中心愈远, 光程差增加愈快, 所看到的牛顿环也变得愈来愈密。由以上两式, 可求得在反射光中的明环和暗环的半径分别为:

$$r = \sqrt{\frac{(2k - 1) \cdot R\lambda}{2}}, k = 1, 2, 3, \dots \text{明环}$$

$$r = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda}, k = 0, 1, 2, \dots \text{暗环}$$

随着级数 k 的增大。干涉条纹变密。对于第 k 级和第 $k+m$ 级的暗环

$$r_k^2 = kR\lambda$$

$$r_{k+m}^2 = (k + m) \cdot R\lambda$$

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$$

由此得透镜的曲率半径

$$R = \frac{1}{m\lambda} (r_{k+m}^2 - r_k^2) = \frac{1}{m\lambda} (\gamma_{k+m} - \gamma_k) \cdot (\gamma_{k+m} + \gamma_k)$$

牛顿环中心处相应的空气层厚度 $h=0$, 而实验观察到是一暗斑, 这是因为光疏介质到光密介质界面反射时有相位突变的缘故。

例 1 在杨氏双缝干涉的实验装置中, S_2 缝上盖厚度为 h 、折射率为 n 的透明介质, 问原来的零级明条纹移向何处? 若观察到零级明条纹移到原来第 k 明条纹处, 求该透明介质的厚度 h , 设入射光的波长为 λ 。

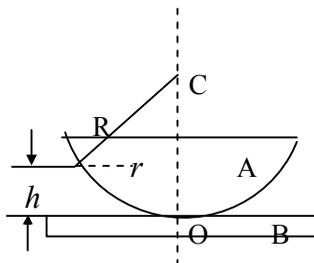


图 2-1-10

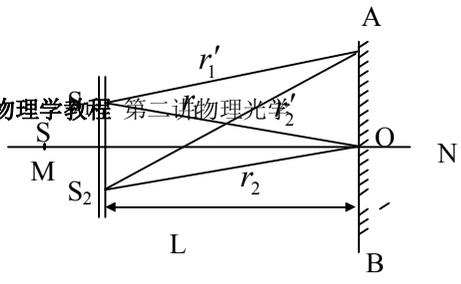


图 2-1-11

解：设从 S_1 、 S_2 到屏上 P 点的距离分别为 r_1 、 r_2 ，则到 P 点的光程差为

$$\delta = (r_2 - h - nh) - r_1$$

当 $\delta = 0$ 时，的应零级条纹的位置应满足

$$(r_2 - r_1) = -(n-1)h$$

原来两光路中没有介质时，零级条纹的位置满足 $r_2 - r_1 = 0$ ，与有介质时相比 $(r_2 - r_1) = -(n-1)h < 0$ ，可见零级明条纹应该向着盖介质的孔一侧偏移。

原来没有透明介质时，第 k 级明条纹满足

$$xd/L = r_2 - r_1 = k\lambda (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

当有介质时，零级明条纹移到原来的第 k 级明条纹位置，则必同时满足

$$r_2 - r_1 = -(n-1)h$$

和

$$r_2 - r_1 = k\lambda$$

$$h = \frac{-k\lambda}{n-1}$$

从而

显然， k 应为负整数。

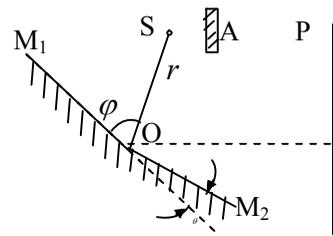


图 2-1-12

例 2 菲涅耳双面镜。如图 2-1-12 所示，平面镜 M_1 和 M_2 之间的夹角 θ 很小，两镜面的交线 O 与纸面垂直， S 为光阑上的细缝（也垂直于图面），用强烈的单色光源来照明，使 S 成为线状的单色光源， S 与 O 相距为 r 。 A 为一挡光板，防止光源所发的光没有经过反射而直接照射光屏 P 。

(1)若图中 $\angle SOM_1 = \varphi$ ，为在 P 上观察干涉条纹，光屏 P 与平面镜 M_2 的夹角最好为多少？

(2)设 P 与 M_2 的夹角取(1)中所得的最佳值时，光屏 P 与 O 相距为 L ，此时在 P 上观察到间距均匀的干涉条纹，求条纹间距 Δx 。

(3)如果以激光器作为光源，(2)的结果又如何？

解：(1)如图 2-1-13， S 通过 M_1 、 M_2 两平面镜分别成像 S_1 和 S_2 ，在光屏 P 上看来， S_1 和 S_2 则相当于两个相干光源，故在光屏 P 上会出现干涉现象。为在 P 上观察干涉条纹，光屏 P 的最好取向是使 S_1 和 S_2 与它等距离，即 P 与 $S_1 S_2$ 的连线平行。

图 2-1-13 图中 S_1 和 S 关于平面镜 M_1 对称， S_2 和 S 关于平面镜 M_2 对称，所以， $OS_1 S_2$ 为顶角为 2θ 腰长为 r 的等腰三角形，故光屏 P 的最佳取向是 P 的法线（通

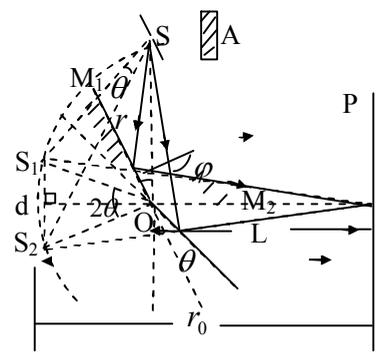


图 2-1-13

过 O 点) 与平面镜 M_2 的夹角等于 φ , 或光屏 P 与平面镜 M_2 的夹角为 $90^\circ - \varphi$.

(2) 由图可看出, S_1 和 S_2 之间的距离为 $d = 2r \sin \theta$, S_1 和 S_2 到光屏 P 的距离为 $r_0 = r \cos \theta + L \approx r + L$, 由此, 屏上的干涉条纹间距

为

$$\Delta x = \frac{(r+l)\lambda}{2r \sin \theta}$$

(3) 如果以微光器作为光源, 由于激光近于平行, 即相当 S 位于无穷远处. 上式简化为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

若用两相干光束的夹角 $a = 2\theta$ 表示, 上式可写成

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin(\frac{a}{2})}$$

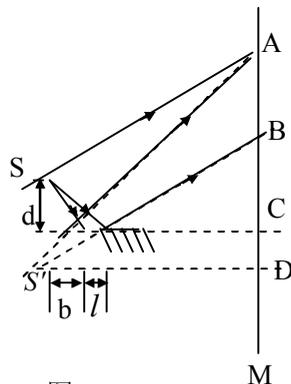


图 2-1-14

例 3 如图 2-1-14 所示的洛埃镜镜长 $l=7.5\text{cm}$, 点光源 S 到镜面的距离 $d=0.15\text{mm}$, 到镜面左端的距离 $b=4.5\text{cm}$, 光屏 M 垂直于平面镜且与点光源 S 相距 $L=1.2\text{m}$. 如果光源发出长 $\lambda = 6 \times 10^{-7}\text{m}$ 的单色光, 求:

- (1) 在光屏上什么范围内有干涉的条纹?
- (2) 相邻的明条纹之间距离多大?
- (3) 在该范围内第一条暗条纹位于何处?

分析: 洛埃镜是一个类似双缝干涉的装置, 分析它的干涉现象, 主要是找出点光源 S 和它在平面镜中的像 S' , 这两个就是相干光源, 然后就可利用杨氏双缝干涉的结论来求解, 但注意在计算光程差时, 应考虑光线从光疏媒质入射到光密媒质时, 反射光与入射光相位差 180° , 即发生“半波损失”。

解: (1) 如图 2-1-14 所示, S 点光源发出的光一部分直接射到光屏上, 另一部分经平面镜反射后再射到光屏, 这部分的光线好像从像点 S' 发出, 因为到达光屏这两部分都是由 S 点光源发出的, 所以是相干光源. 这两部分光束在光屏中的相交范围 AB 就是干涉条纹的范围. 由图中的几何关系可以得到:

$$\frac{b}{d} = \frac{L}{AD} \quad \text{①}$$

$$\frac{b+l}{d} = \frac{L}{BD} \quad \text{②}$$

由①、②两式解得

$$AD = \frac{Ld}{b} = 4(\text{cm})$$

$$BD = \frac{Ld}{b+l} = 1.5(\text{cm})$$

由图中可知

$$AC = AD - d = 3.85(\text{cm})$$

$$BC = BD - d = 1.35(\text{cm})$$

由③、④两式可知在距离光屏与平面镜延长线交点 C 相距 $1.35 \sim 3.85\text{cm}$ 之间出现干涉条纹。

(2)相邻干涉条纹的距离为

$$\Delta x = \frac{L}{2d} \lambda = 2.4 \times 10^{-4} (\text{m}) = 0.024(\text{cm})$$

(3)由于从平面镜反射的光线出现半波损失，暗条纹所在位置 S 和 S' 的光程差应当满足

$$\delta = \frac{2dx}{l} + \frac{\lambda}{2} = \frac{k+1}{2} \lambda$$

即

$$x = \frac{kl\lambda}{2d}$$

又因为条纹必须出现在干涉区，从①解可知，第一条暗纹还应当满足

$$x \geq BC = 1.35\text{cm}$$

⑥

由⑤、⑥式解得

$$k = 6$$

$$x = 1.44\text{cm}$$

即在距离 C 点 1.44cm 处出现第一条暗条纹。

点评：这是一个光的干涉问题，它利用平面镜成点光源的像 S' ，形成有两个相干点光源 S 和 S' ，在光屏上出现干涉条纹。但需要注意光线由光疏媒质入射到光密媒质时会发生半波损失现象。

例4 一圆锥透镜如图图 2-1-15 所示， S, S' 为锥面， M 为底面；通过锥顶 A 垂直于底面的直线为光轴。平行光垂直入射于底面，现在把一垂直于光轴的平面屏 P 从透镜顶点 A 向右方移动，不计光的干涉与衍射。

1、用示意图画出在屏上看到的图像，当屏远一时图像怎样变化？

2、设圆锥底面半径为 R ，锥面母线与底面的夹角为 β ($3^\circ \sim 5^\circ$)，透镜材料的折射率为 n 。令屏离锥顶 A 的距离为 x ，求出为描述图像变化需给出的屏的几个特殊位置。

解:1. 入射光线进入透镜底面时，方向不变，只要在

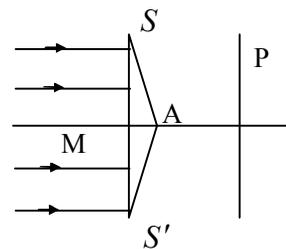


图 2-1-15

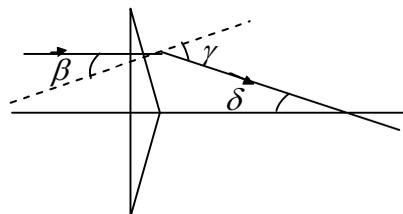


图 2-1-16

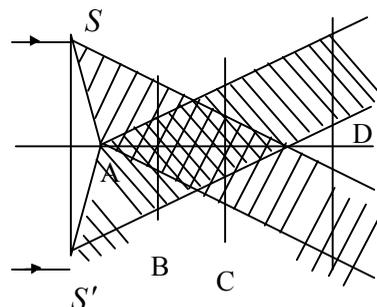


图 2-1-17

镜面上发生折射，如图 1-3-6 所示，由图可见，过锥面的折射角 γ 满足折射定律

$$n \sin \beta = \sin \gamma$$

而光线的偏向角，即折射线与轴的夹角 $\delta = \gamma - \beta$ 。

行光线的偏向角。

图 2-1-16 画出了在图面上的入射光线经透镜后的折射光束的范围。通这也是所有入射的平过锥面 S 处和 S' 处的折射分别相互平行，构成两个平面光束，交角为 2δ 。把图图 2-1-17 绕光轴旋转 180° 就得到经过透镜后的全部出射光线的空间分布。



(a) (b) (c) (d)

图 2-1-18

下面分析在屏上看到的图像及屏向远处移动时图像的变化。

(1) 当屏在 A 处时，照到屏上的光束不重叠，屏上是一个明亮程度均匀的圆盘，半径略小于 R 。

(2) 屏在 A, B 之间时，照到屏上的光束有部分重叠，在光束重叠处屏上亮度较不重叠处大，特别是在屏与光轴的交点，即屏上图像中央处，会聚了透镜底面上一个极细的圆环上的全部入射光的折射线，因此这一点最亮。在这点周围是一个以这点为中心的弱光圆盘，再外面是更弱的光圆环，如图 2-1-18 (a)。

(3) 在屏从 A 到 B 远移过程中，屏上图像中央的亮点越远越亮（这是因为会聚在这里的入射光细圆环半径增大，面积增大）；外围光圆盘越远越大，再外的弱光圆环则外径减小，宽度减小，直到屏在 B 点时弱光环消失。

(4) 屏在 B 点时，在中央亮点之外有一亮度均匀的光圆盘，如图 2-1-18 (b)。

(5) 屏继续远移时，图像又一般地如图图 2-1-18 (a) 形状，只是屏越远中央亮点越亮，亮点周围光圆盘越小，再外弱光环越宽、越大。

(6) 当屏移到 C 点时，图像中亮点达到最大亮度。外围是一个由弱光圆环扩大而成的光圆盘。如图 2-1-18 (c)。

(7) 屏移过 C 点后到达光束不重叠的区域，这时屏上图像为中央一个暗圆盘，外围一个弱光圆环，不再有中央亮点。如图 2-1-18 (d)。

(8) 屏继续远移，图像形状仍如图 2-1-18 (d) 只是越远暗盘半径越大，外围弱光环也扩大，但环的宽度不变。

2. 在 β 较小时， γ 也小，有 $\sin \beta \approx \beta, \sin \gamma \approx \gamma, \gamma = n\beta$ ，故 $\delta = (n-1)\beta$ 。略去透镜厚度，则 B, C 处距 A 的距离分别为

$$x_C = R / \delta \approx R / [(n-1)\beta]$$

$$x_B = x_C / 2 \approx R / [2(n-1)\beta]$$

因此在第 1 问解答中，

(1), (2), (3), (4) 所述的变化过程对应于

$$0 \leq x \leq x_B$$

(5), (6) 所述的图像变化过程对应于

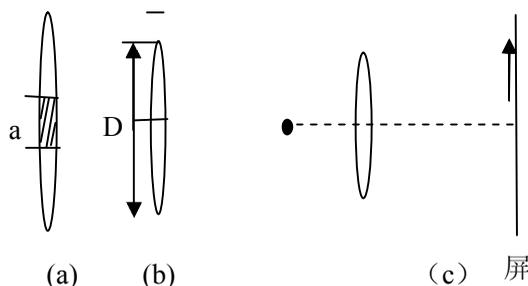


图 2-1-19

$$x_B < x \leq x_C$$

(7), (8)所述的图像变化过程对应于

$$x > x_C$$

例 5 将焦距 $f=20\text{cm}$ 的凸透镜从正中切去宽度为 a 的小部分, 如图 2-1-19 (a), 再将剩下两半粘接在一起, 构成一个“粘合透镜”, 见图 2-1-19 (b)。图中 $D=2\text{cm}$,

在粘合透镜一侧的中心轴线上距镜 20cm 处, 置一波长 $\lambda = 500\text{\AA}$ 的单色点光源 S , 另一侧, 垂直于中心轴线放置屏幕, 见图 2-1-19 (c)。屏幕上出现干涉条纹, 条纹间距 $\Delta x=0.2\text{mm}$, 试问

1. 切去部分的宽度 a 是多少?
2. 为获得最多的干涉条纹, 屏幕应离透镜多远?

解:1、首先讨论粘合透镜的上半个透镜的成像。在图 2-1-20 中 OO 是

粘合透镜的中心轴线, 在 OO 上方用实线画出了上半个透镜, 在 OO 下方未画下半个透镜, 而是补足了未切割前整个透镜的其余部分, 用虚线表示。整个透镜的光轴为 $O'O'$ 。

半个透镜产成像规律应与完整的透像相同。现在物点 (即光源) S 在粘合透镜的中

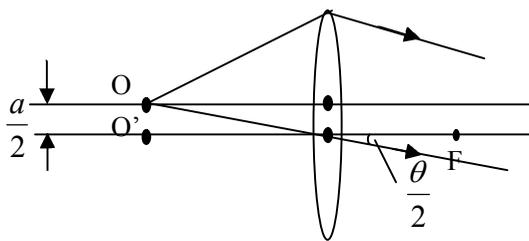


图 2-1-20

心轴线上, 即在图中透镜的光轴上方 $\frac{a}{2}$ 处, 离透镜光心的水平距离正好是透镜的焦距。根据几何光学, 光源 S 发出的光线, 经透镜光心的水平距离正好是透镜的焦距。根据几何光学, 光源 S 发出的光线, 经透镜折射后成为一束平行光束, 其传播方向稍偏向下方, 与光轴 $O'O'$ (对 OO 也是一样) 成角为

$$\frac{\theta}{2} = \frac{a}{2f}$$

当透镜完整时光束的宽度为: 透镜直径 $\times \cos \frac{\theta}{2} \approx$ 透镜直径。对于上半个透就, 光事宽度为 $\frac{1}{2}D$ 。

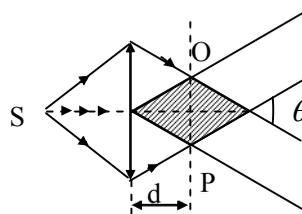


图 2-1-21

同理, S 所发的光, 经下半个透镜折射后, 形成稍偏上方的平行光束, 与 $O'O'$ 轴

成 $\frac{\theta}{2}$ 角, 宽度也是 $\frac{D}{2}$ 。

于是, 在透镜右侧, 成为夹角为 θ 的两束平行光束的干涉问题 (见图 2-1-21), 图中的两平行光束的重叠区 (用阴影表示) 即为干涉区。为作图清楚起见, 图 2-1-21, 特别是图 12-1-21 中的 θ 角, 均远较实际角度为大。

图 2-1-22 表示的是两束平行光的干涉情况,其中 θ 是和图 2-1-21 中的 θ 相对应的。图 2-1-22 中实线和虚线分别表示某一时刻的波峰平面和波谷平面。在垂直于中心轴线屏幕上, A 、 B 、 C 表示相长干涉的亮纹位置, D 、 E 表示相消干涉的暗纹位置,相邻波峰平面之间的垂直距离是波长 λ 。故干涉条纹间距 Δx 满足

$$2\Delta x \cdot \sin(\theta/2) = \lambda$$

在 θ 很小的情况下, 上式成为 $\Delta x \cdot \theta = \lambda$ 。

所以透镜切去的宽度

$$a = f \cdot \theta = f\lambda / \Delta x$$

$$= \frac{(0.2m) \times (0.5 \times 10^{-6} m)}{(0.2 \times 10^{-3} m)}$$

$$= 0.5 \times 10^{-3} m = 0.5 mm$$

$$\theta = \frac{a}{f} = \frac{0.5}{200}$$

果然是一个很小的角度。

2、由以上的求解过程可知, 干涉条纹间距 Δx 与屏幕离透镜 L 的距离无关, 这正是两束平行光干涉的特点。但屏幕必须位于两束光的相干叠加区才行。图 2-1-22 中以阴影菱形部分表示这一相干叠加区。因为由 (1) 式知条纹是等距的, 显然当屏幕位于 PQ 处可获得最多的干涉条纹, 而 PQ 平面到透镜 L 的距离

$$d = \frac{D}{2} / \theta = (10^{-2} m) / (0.5 / 200) = 4 m$$

例 6. 如图 2-1-23 所示, 薄透镜的焦距 $f=10 cm$, 其光心为 O , 主轴为 MN , 现将透镜对半切开, 剖面通过主轴并与纸面垂直。

1. 将切开的二半透镜各沿垂直剖面的方向拉开, 使剖面与 MN 的距离均为 $0.1 mm$, 移开后的空隙用不透光的物质填充组成干涉装置, 如图 2-1-24 所示, 其

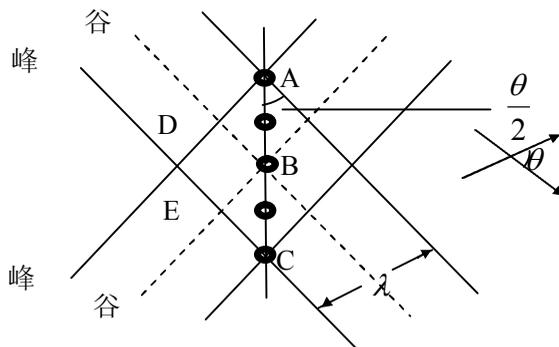


图 2-1-22

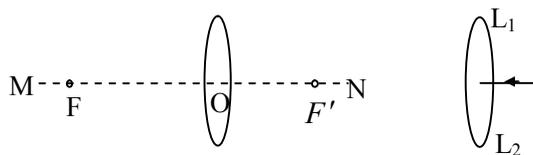


图 2-1-23

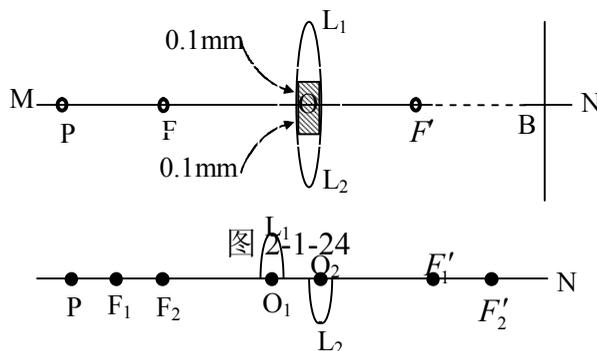


图 2-1-25

中 P 点为单色点光源 ($\lambda = 5500 \text{ \AA}$), $PO = 20 \text{ cm}$, B 为垂直于 MN 的屏, $OB = 40 \text{ cm}$.

- (1) 用作图法画出干涉光路图。
- (2) 算出屏 B 上呈现的干涉条纹的间距。
- (3) 如屏 B 向右移动, 干涉条纹的间距将怎样变化?

2. 将切开的二半透镜沿主轴 MN 方向移开一小段距离, 构成干涉装置, 如图 2-1-25 所示, P 为单色光源, 位于半透镜 L_1 的焦点 F_1 外。

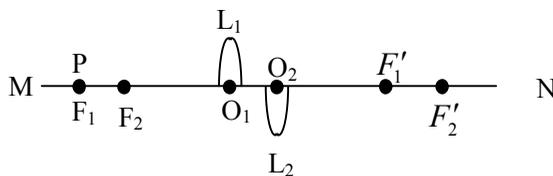


图 2-1-26

- (1) 用作图法画出干涉光路图。
- (2) 用斜学标出相干光束交叠区。
- (3) 在交叠区内放一观察屏, 该屏与 MN 垂直, 画出所呈现的干涉条纹的形状。

3. 在本题第 2 问的情况下, 使点光源 P 沿主轴移到半透镜的焦点处, 如图 2-1-26 所示, 试回答第 2 问中各问。

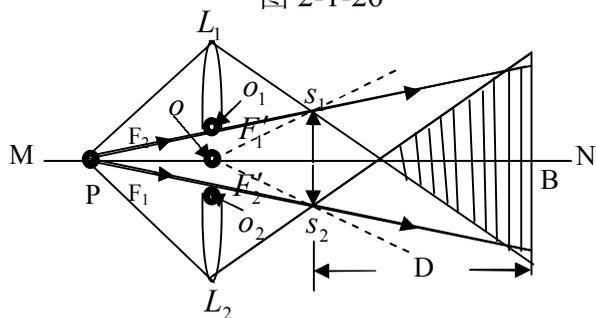


图 2-1-27

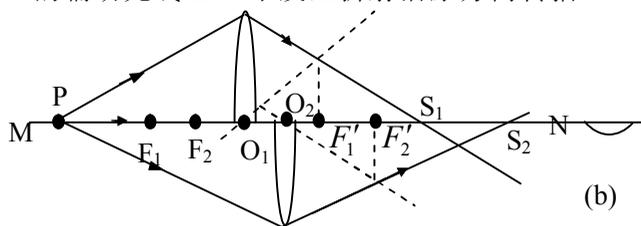
解: 1. (1) 如图 2-1-27, 从点光源 P 引 PO_1 和 PL_1 两条光线, PO_1 过 L_1 光心 O_1 后沿原方向传播。引 PO 轴光线, 该光线与 L_1 的主轴平行, 若经 L_1 折射后必通过焦点 F_1' , 沿 OF_1' 方向传播, 与 PO_1 相交于 S_1 点, S_1 为 P 经上半透镜 L_1 成像得到的实像点。同理, S_3 是 P 经下半透镜 L_2 所成的实像点, 连接 L_1S_1 和 L_2S_2 , 所得 P 点发出的光束经两半透镜折射后的光束的范围。 S_1 和 S_2 是二相干的实的点光源, 像线所标的范围为相干光束交叠区。

(2) 在交叠区放一竖直的接收屏, 屏上呈现出与纸面垂直的明暗相间的条纹, 其条纹间距为

(3) 屏 B 向右移动时, D 增大, 条纹间距增大。

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{t} = \frac{5500 \times 10^{-2} \times 0.2}{4 \times 10^4} = 2.75 \times 10^{-4} (m)$$

2. (1) 如图 2-1-28 (a), 从点光源 P 引 PL_1PO_2 和 PL_2 三条光线, PO_1 过光心 O_1 和 O_2 沿直线方向传播, 过 O_1 引平行于 PL_1 的辅助光线经 L_1 不发生折射沿原方向传播, 与过 F_1' 的焦面交于 A_1 点, 连接 L_1A_1 直线与主轴交于 S_1 点, 该点为 P 经上半



(a)
图 2-1-28

透镜 L_1 成像所得的实像点；同理可得 P 经下半透镜 L_2 所成的实像点 S_2 ，此二实像点沿主轴方向移开。

(2) 图 2-1-28 (a) 中斜线标出的范围为二相干光束交叠区。

(3) 在观察屏 B 上的干涉条纹为以主轴为中心的一簇明暗相间的同心半圆环，位于主轴下方，如图 2-1-28 (b) 所示。

3. (1) 如图 2-1-29 (a)，点光源 P 移至 F_1 ， PO_1 、 PO_2 光线经过透镜后方向仍不变，而 PL_1 光线经上半透镜 L_1 折射后变成与主轴平行的光线， PL_2 光线经下半透镜 L_2 折射后与 PO_2 交于 S_2 点， S_2 为 P 经下半透镜 L_2 所成的实像点。

(2) 图 2-1-29 (a) 中斜线所标出的范围为这种情况下的相干光束重叠区域。

(3) 这种情况在观察屏 B 上呈现出的干涉条纹也是以主轴为中心的一簇明暗相间的同心半圆环，但位于主轴上方，如图 2-1-29 (b) 所示。

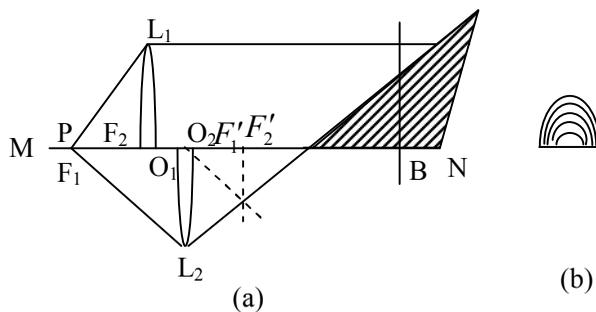


图 2-1-29

例 7、一束白光以 $\alpha = 30^\circ$ 角射在肥皂膜上，反射光中波长 $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$ 的绿光显得特别明亮。

- 1、试问薄膜最小厚度为多少？
- 2、从垂直方向观察，薄膜是什么颜色？

肥皂膜液体的折射率 $n = 1.33$

解: 1、入射到 A 点的光束一部分被反射，另一部分被折射并到达 B 点。在 B 点又有一部分再次被反射，并经折射后在 C 点射出。光线 DC 也在 C 点反射。远方的观察者将同时观察到这两条光线。

在平面 AD 上，整个光束有相同的相位。我们必须计算直接从第一表面来的光线与第二面来的光线之间的相位差。它取决于光程差，即取决于薄膜的厚度。无论发生干涉或相消干涉，白光中包含的各种波长的光线都会在观察的光中出现。

光线从 A 到 C 经第二表面反射的路程为

$$AB + BC = \frac{2d}{\cos \beta}$$

在媒质中波长为 λ_0/n ，故在距离 $AB+BC$ 上的波数为

$$\frac{2d}{\cos \beta} \cdot \frac{\lambda_0}{n} = \frac{2nd}{\lambda_0 \cos \beta}$$

光线从 D 到 C 经第一表面反射的路程为

$$DC = AC \sin a = 2d \tan \beta \sin a = 2d \frac{\sin a \sin \beta}{\cos \beta}$$

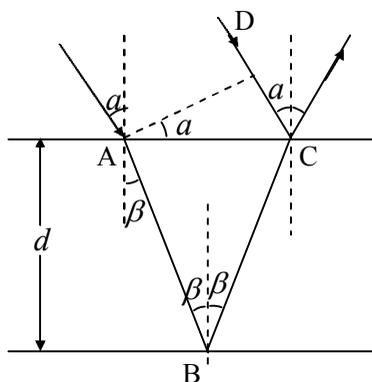


图 2-1-30

在这段距离上，波长为 λ_0 ，故波数为

$$\frac{2d \sin \beta \sin a}{\lambda_0 \cos \beta}$$

我们知道，当光从较大折射率的媒质反射时，光经历 180° 相位差，故 DC 段的波数为

$$\frac{2d \sin \beta \sin a}{\lambda_0 \cos \beta} + \frac{1}{2}$$

如果波数差为整数 k ，则出现加强，即

$$\begin{aligned} k &= \frac{2nd}{\lambda_0 \cos \beta} - \frac{2d \sin \beta \sin a}{\lambda_0 \cos \beta} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{2nd}{\lambda_0 \cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{2nd \cos \beta}{\lambda_0} - \frac{1}{2} = \frac{2d}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - \sin^2 a} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

经过一些变换后，得到下述形式的加强条件

$$\frac{4d}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - \sin^2 a} = 2k + 1$$

哪一种波长可得到极大加强，这取决于几何路程和折射率。我们无法得到纯单色光。这是由于邻近波长的光也要出现，虽然较弱。 k 较大时，色彩就浅一些。所以如平板或膜太厚，就看不到彩色，呈现出一片灰白。本题中提到的绿光明亮，且要求薄膜的最小厚度。因此我们应取 $k=0$ ，得到膜层厚度为

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 a}} = 0.1 \mu\text{m}$$

2、对于垂直入射，若 $k=0$ ，呈现极大加强的波长为

$$\lambda_0 = 4d\sqrt{n^2 - \sin^2 D} = 4dn$$

用以上的 d 值，得

$$\lambda_0 = \lambda_0 \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2 a}} = \frac{\lambda_0}{\cos \beta}$$

对于任何厚度的膜层， λ_b 可从 λ_0 用同样的方式算出。在本题中

$$\lambda_b = 1.079\lambda_0 = 0.540 \mu\text{m}$$

它稍带黄色的绿光相对应。

例 8、在半导体元件的生产中，为了测定 Si 片上的 SiO_2 薄膜厚度，将 SiO_2 薄膜磨成劈尖形状。如图 2-1-31 所示，

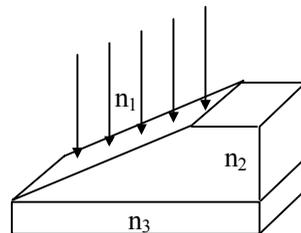


图 2-1-31

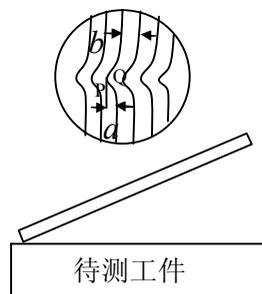


图 2-1-32

用波长 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ 的绿光照射，已知 SiO_2 的折射率为 1.46，Si 的折射率为 3.42，若观察到劈尖上出现了 7 个条纹间距，问 SiO_2 薄膜的厚度是多少？

解：设图中从上到下依次为空气、 SiO_2 和 Si，由于 SiO_2 的折射率 n_2 小于 Si 的折射率，所以光从空气射入 SiO_2 劈尖的上、下表面反射时都有半波损失，因此在棱边（劈膜厚度 $d=0$ 处）为明条纹。当劈膜厚度 d 等于光在膜层中半波长的奇数倍时（或者膜层厚度 d 的 2 倍等于光在膜层中波长的整数倍时）都将出现明条纹。所以明条纹的位置应满足：

$$2d = \frac{\lambda}{n_2} K (K = 0, 1, 2, \dots)$$

因此相邻明条纹对应的劈膜厚度差为

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2n_2}$$

所以在劈膜开口处对应的膜层厚度为

$$D = 7 \times \frac{\lambda}{2n_2} = 7 \times \frac{5461 \times 10^{-10}}{2 \times 1.46} = 1.31 \times 10^{-6} \text{ m}$$

例 9、利用劈尖状空气隙的薄膜干涉可以检测精密加工工件的表面质量，并能测量表面纹路的深度。测量的方法是：把待测工件放在测微显微镜的工作台上，使待测表面上，在工件表面放一块具有标准光学平面的玻璃，使其光学平面向下，将一条细薄片垫在工件和玻璃板之间，形成劈尖状空气隙，如图 2-1-32 所示，用单色平行光垂直照射到玻璃板上，通过显微镜可以看到干涉条纹。如果由于工件表面不平，观测中看到如图上部所示弯曲的干涉条纹。

①请根据条纹的弯曲方向，说明工件表面的纹路是凸起还不下凹？

$$h = \frac{a\lambda}{2b},$$

②证明纹路凸起的高度（或下凹的深度）可以表示为

式中 λ 为入射单色光的波长， a 、 b 的意义如图。

分析：在劈尖膜中讲过，空气隙厚度 h 与 k 存在相应关系。若工作表面十分平整，则一定观察到平行的干涉条纹。由于观察到的条纹向左弯曲，说明图中 P 点与 Q 点为同一 k 级明纹或暗纹。且某一 k 值与厚度 h 有线性正比关系。故 P 点与 Q 点对应的 k 相等，工件必下凹。

解①单色光在空气隙薄膜的上下表面反射，在厚度 x 满足：

$$2x + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

时出现明条纹，相邻明条纹所对应的空气隙的厚度差

可见，对应于空气隙相等厚度的地方同是明条纹，或同是暗条纹。从图中可以看出，越向右方的条纹，所对应的空气隙厚度越大。故条纹左弯，工件必下凹。

②由图中看出，干涉条纹间距为 b ，对应的空气隙厚度差为 $\frac{\lambda}{2}$ 。又因为条纹最大弯

曲程度为 a ，因此完所对应的纹路最大深度 h 应满足 h ：

$$a = \frac{\lambda}{2} : b$$

$$h = \frac{a}{2b} \lambda$$

所以

2.1.3 光的衍射

光绕过障碍物偏离直线传播而进入几何阴影，并在屏幕上出现光强不均匀分布的现象，叫做光的衍射。

1、惠更斯—菲涅耳原理

(1) 惠更斯原理

惠更斯指出，由光源发出的光波，在同一时刻 t 时它所达到的各点的集合所构成的面，叫做此时刻的波阵面（又称为波前），在同一波阵面上各点的相位都相同，且波阵面上的各点又都作为新的波源向外发射子波，子波相遇时可以互相叠加，历时 Δt 后，这些子波的包络面就是 $t + \Delta t$ 时刻的新的波阵

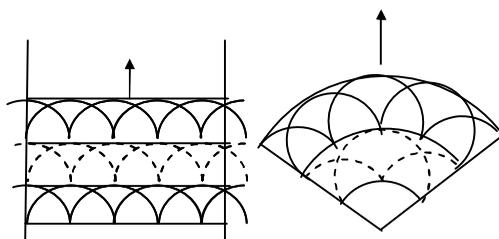


图 2-1-33

面。波的传播方向与波阵面垂直，波阵面是一个平面的波叫做平面波，其传播方向与此平面垂直，波阵面是一个球面（或球面的一

部分）的波叫做球面波，其传播方向为沿球面的半径方向，如图 2-1-33

(2) 菲涅耳对惠更斯原理的改进（惠—菲原理）

波面 S 上每个面积单元 ds 都可看作新的波源，它们均发出次波，波面前方空间某一点 P 的振动可以由 S 面上所有面积所发出的次波在该点迭加后的合振幅来表示。

面积元 ds 所发出各次波的振幅和位相符合下列四个假设：在波动理论中，波面是一个等位相面，因而可以认为 ds 面上各点所发出的所有次波都有相同的初位相

（可令 $\varphi_0 = 0$ ）。

②次波在 P 点处的振幅与 r 成反比。

③从面积元 ds 所发出的次波的振幅正比于 ds 的面积，且与倾角 θ 有关，其中 θ 为 ds 的法线 N 与 ds 到 P 点的连线 r 之间的夹角，即从 ds 发出的次波到达 P 点时的振幅随 θ 的增大而减小（倾斜因数）。

④次波在 P 点处的位相，由光程 $\Delta = nr$ 决定

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

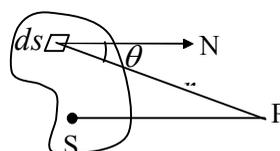


图 2-1-34

④次波在 P 点处的位相，由光程 $\Delta = nr$ 决定

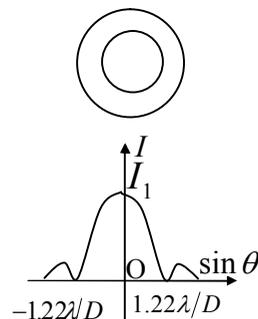


图 2-1-37

(3) 泊松亮斑

当时法国著名的数学家泊松在阅读了菲涅耳的报告后指出：按照菲涅耳的理论，如果让平行光垂直照射不透光的圆盘，那么在圆盘后面的光屏上所留下的黑影中央将会出现一个亮斑。因为垂直于圆盘的平行光照到时，圆盘边缘将位于同一波阵面上，各点的相位相同，它们所发生的子波到达黑影中央的光程差为零，应当出现增强干涉。泊松原想不能观察到这一亮斑来否定波动说，但菲涅耳勇敢地面对挑战，用实验得到了这个亮斑。

2、圆孔与圆屏的菲涅耳衍射

(1) 圆孔衍射

将一束光（如激光）投射在一个小圆孔上，并在距孔 1~2 米处放置一玻璃屏，则在屏上可看到小圆孔的衍射花样。

其中波带改为

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{v_0} + \frac{1}{R} \right)$$

其中由圆孔半径 P ，光的波长 λ ，圆孔位置（ v_0 与 R ）确定。

(2) 圆屏衍射

不问圆屏大小和位置怎样，圆屏几何影子的中心永远有光，泊松亮斑即典型。

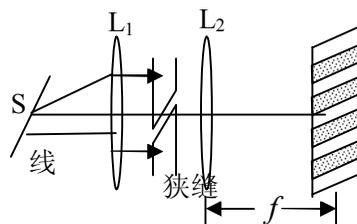


图 2-1-35

3、单缝和圆孔的夫琅和费衍射

夫琅和费衍射又称远场衍射，使用的是平行光线，即可认为光源距离为无限远。它不同于光源距离有限的菲涅耳衍射。在实验装置中更有价值。

夫琅和费衍射指用平行光照射障碍物时在无穷远处的衍射图像。由于无穷远与透镜的焦平面上是一对共轭面，所以可以用透镜将无穷远处的衍射花样成像于焦平面上

单缝的夫琅和费衍射装置如图 2-1-35 所示， S 为与狭缝平行的线光源，置于 L_1 的前半焦平面上，由惠更斯—菲涅耳原理可计算出屏上任一点 P 的光强为

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

式中， $\beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$ ， λ 为波长， b 为狭缝宽度， θ 为 P 点对 L_2 中心轴线所张的角， I_0 为中心点光强。

单缝的夫琅和费衍射图像和光强分布如图 2-1-36，在

衍射光强分布中，可知 $\sin \theta = \frac{m\lambda}{b}$ ， $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ 时，

$I=0$ 。其中心条纹对应的夹角为 $\frac{2\lambda}{b}$ ，屏上的宽度则为

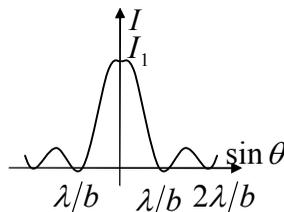


图 2-1-36

$\frac{2\lambda}{b} \cdot f$ (f 为 L_2 的焦距)。它表明,当狭缝宽度 b 变小时,中心衍射条纹变宽。

若用点光源和圆孔分别代替图 2-1-35 中的线光源 S 和狭缝,在屏便可得到小圆孔的衍射花样,其光强分布如图 2-1-37。 D 为小圆孔的直径,中央亮圆斑称为爱里斑,爱里

斑边缘对 L_2 中心光轴的夹角为 $\theta \approx 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ 。

圆孔衍射是非常重要的,在光学仪器中,光学元件的边缘一般就是圆孔,对于一物点,由于这元件边缘的衍射,所成的像不再是点,而是一个爱里斑,这将影响光学仪器

的分辩相邻物点的能力。根据瑞利判据,当两个爱里斑中心角距离为 $1.22 \frac{\lambda}{D}$ 时,这两个

像点刚好可以分辩,小于 $1.22 \frac{\lambda}{D}$ 就不可分辨了。

4、衍射光栅

由大量等宽度等间距的平行狭缝所组成的光学元件称为衍射光栅,将衍射光栅放置在图 2-1-35 的狭缝位置上,在衍射屏上便可观察到瑞利的亮条纹,这些亮条纹所对应的角度 θ 应满足

$$d \sin \theta = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

d 为两狭缝之间的间距, m 称为衍射级数。上式称为光栅方程。从方程中可以看出。不同的波长 λ ,其亮条纹所对应的 θ 不同,所以光栅可以用来作光谱仪器的色散元件。

例 1、一个由暗盒组成的针孔照相机,其小孔直径为 d ,暗盒中像成在小孔后距离为 D 的感光胶片上如图 2-1-37,物体位于小孔前 L 处,所用波长为 λ 。(1)估计成像清晰时小孔半径的大小。(2)若使用中算出的小孔,试问物体上两点之间的最小距离是多少时?该两点的像是否可分辨?

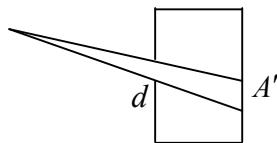


图 2-1-37

解: (1) 物体上一点在照像底片上成的像由两个因素决定的,一是小孔的几何投影,一是小孔的夫琅禾费衍射 ($D \gg d$)。几何投影产生物点的像的直径是

$$\Delta a' = \frac{L+D}{L} \cdot d$$

衍射效应扩大了几何投影区,所增加的直径大小为

$$\Delta a'' = 2 \times \frac{1.22\lambda}{d} \cdot D$$

总的像直径为

$$\Delta a = \Delta a' + \Delta a'' = \frac{L+D}{L} d + \frac{2.44\lambda D}{d}$$

可见当小孔 d 小时,则第一项小,第二项大。当 d 大时,第二项小,第一项大。

当 $d = \sqrt{\frac{2.44\lambda DL}{L+D}}$ 时, Δa 最小, 其值是

$$\Delta a = 2 \cdot \sqrt{\frac{2.44D\lambda(L+D)}{D}}$$

(2) 由 (1) 知, 对小孔直径为 d 的针孔照像机, 物上一几何点在底片上所成像的大小为

$$\Delta a = 2 \cdot \sqrt{\frac{2.44\lambda D(L+D)}{L}}$$

物上相邻两点 AB 在底片上要能分辨, 根据瑞利判据, 其像点中心距离 $A'B' \geq \frac{1}{2} \Delta a$, 由几何关系得

$$AB = \frac{D}{L} \cdot A'B' = \sqrt{\frac{2.44\lambda L(L+D)}{D}}$$

即物上两点间的距离要大于 $\sqrt{\frac{2.44\lambda L(L+D)}{D}}$ 时, 该两点的像是能分辨的。

例 2、用分波带矢量作图方法求出单缝的夫琅禾费衍射分布。

解: 将缝宽为 b 的狭缝分成 N 条宽度相等的极

窄条, 称为子缝, 其宽为 $\frac{b}{N}$, N 很大, 则每一子缝可作为一几何线, 这些子缝到屏上某一点 P 的距离相差很小, 所以它们在 P 点引起的振幅 a 近似相等。至于位相, 每一条子缝到 P 点是不同的, 但相邻两子缝在屏上所引起

的位相差为 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta i, \Delta i = \frac{\Delta}{N}$ 为如图 2-1-38 (b) 所示的光程差, 它等于

$\frac{b}{N} \sin \theta$, 第一条子缝与最后一条子缝

总位相差 $2\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \Delta = b \sin \theta$, 见图 2-1-38 (a)。各子缝在 P 点产生的振动 E ; 叠加即为整个缝在 P 点的振动

$E = \sum_{i=1}^N E_i$ 。这振动叠加可借助其矢量作图法来求出, 如图 2-1-39 为矢量量,

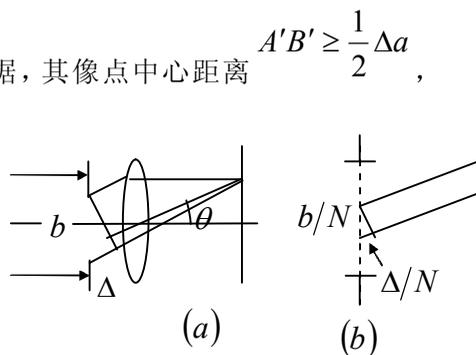


图 2-1-38

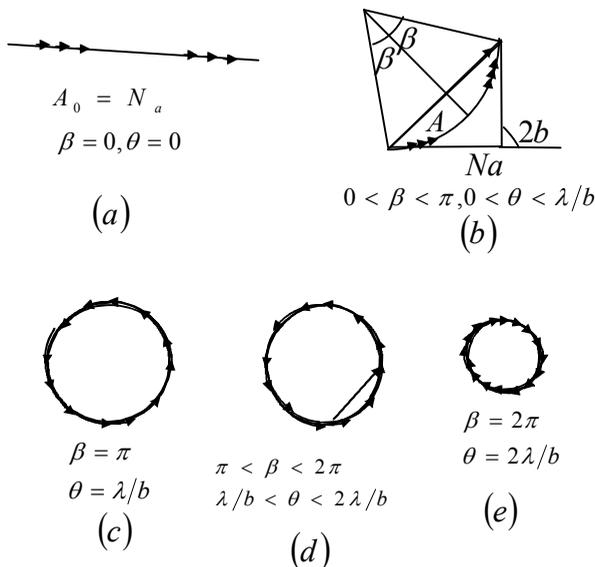


图 2-1-39

图中矢量图，图中矢量总长度是相同的，都为 Na 。

当 $\beta = 0$ ，即 $\theta = 0$ 对应的中心点上，缝上各点波面到达时振动位相同，则各点振幅矢量合成如图 2-1-39 (a)。 $A_0 = Na$ 代表此点的合振动，这时光强最大（即主最大）。对

任一 β ，缝上相邻各点的振动位相差 $\frac{2\beta}{N}$ ，对应的矢量将转动 $\frac{2\beta}{N}$ ，缝上两边缘的位相差为 2β ，各矢量构成一圆心角为 2β 的弧如图 (b)，它们的合矢量 A 等于这段弧的弦。由几何关系可得

$$A = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta}, \beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2, I_0 = A_0^2$$

其强度

$$\theta = \frac{\lambda}{b}$$

当 $\beta = \pi$ ，即 $\theta = \frac{\lambda}{2b}$ 时，振幅矢量卷成一圆，故 $A=0$ ，如图 (c)。随着 β 增大，即 θ 增大，矢量曲线将越卷越小，合矢量也越来越小，对应的强度也随之减小。

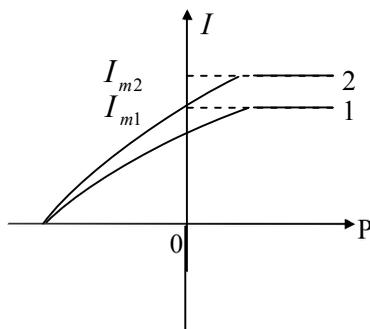
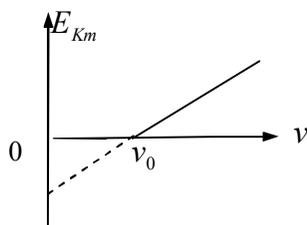
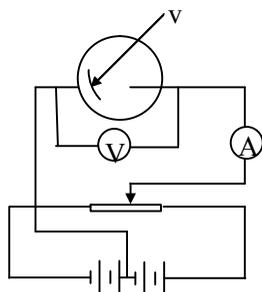
2.1.4、光的偏振

光波是横波，这可以用光的偏振实验来证明。

通过两块偏振片来观察某一普通发光源，旋转其中一块偏振片，我们会发现，每旋转 360° ，观察到的光强会由暗变亮再变暗再变亮的交替变化两次，下面来解释这一现象。

普通光源是为数众多的分子或原子在发光，虽然每一个原子发出的光只有一个特定的振动方向，但众多的原子发出光振动方向是杂乱的，没有哪一个方向比其他方向更特殊，这种光称为自然光。而偏振片具有让一个方向的振动通过（称为透光方向），另一个垂直方向的振动具有全部吸收的功能。这样，自然光通过偏振片后，只有一个方向振动的

及其他方向振动在该方向的分量通过从而形成只有一个振动方向的线偏振光。当该线偏振光通过第二偏振片时，若第二偏振片的透光方向与线偏振方向（第一偏振片的透光方向）成 α 角，透过第二偏振片的振动时为 $E_2 = E_1 \cos \alpha$ ，其光强为 $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$ ，当 $\alpha = 90^\circ$ 、 270° 时， $I_2 = 0$ ；当 α 为 0° 、 180° 时， $I_2 = I_1$ 最大；其他角度在两者之间变化。这种偏振



现象只有横波才有。

§ 2.2、光的量子性

2.2.1、光电效应

某些物质在光（包括不可见光）的照射下有电子发射出来，这就是光电效应的现象。利用容易产生光电效应的物质制成阴极的电子管称为光电管。

图 2-2-1 所示的电来研究光电效应的规律。实验发现了光电效应的如下规律：

光电效应过程非常快，从光照到产生光电子不超过 $10^{-9} s$ ，停止光照，光电效应也立即停止。

各种材料都有一个产生光电效应的极限频率 ν_0 。入射光的频率必须高于 ν_0 才能产生光电效应；频率低于 ν_0 的入射光，无论其强度多大，照射时间多长，都不能产生光电效应。不同的物质，一般极限频率都不同。

逸出的光电子的最大初动能可以这样测定，将滑动变阻器的滑片逐渐向左移动，直到光电流截止，读出这时伏特表的读数即为截止电压 U 。根据动能定理，光电子克服反向电压作的功等于动能的减小，即

$$eU = \frac{1}{2}mv_m^2$$

实验结果表明，当入射光频率一定时，无论怎样改变入射光的强度，截止电压都不会改变；入射光频率增大，截止电压也随着呈线性增大。这说明，逸出的光电子的

最大初动能只能随入射光频率增大而增大，与入射光强度无关。最大初动能与入射光频率的关系如图 2-2-1 所示。

在入射光频率一定条件下，向右移动变阻器的滑动片，光电流的强度随着逐渐增大，但当正向电压增大到某一值后继续再增大时，光电流维持一个固定图 2-3 值不变，此时光电流达到饱和。增大入射光的强度 P ，饱和光电流也随着成正比地增大。如图 2-2-1 所示。

2.2.2、光子说

光电效应的四个特点中，只有第四个特点够用电磁来解释，其他特点都与电磁场理论推出的结果相矛盾。爱因斯坦于 1905 年提出的光子说，完美地解释了这一现象。

光子说指出：空间传播的光（以及其他电磁波）都是不连续的，是一份一份的，每一份叫做一个光子。光子的能量跟它的频率成正比即

$$E=hf$$

式中 h 为普朗克恒量。光子也是物质，它具有质量，其质量等于

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

光子也具有动量，其动量等于

$$p = mc = \frac{hv}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

根据能量守恒定律得出：

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - W$$

上式称为爱因斯坦光电效应方程。式中 W 称为材料的逸出功，表示电子从物而中逸出所需要的最小能量。某种物质产生光电效应的极限频率就由逸出功决定：

$$\nu_0 = \frac{W}{h}$$

不同物质电子的逸出功不同，所对应的极限频率也不同。

在图 2-3 中，图线与 ν 轴的交点 ν_0 为极限频率，将图线反身延长与 E_{km} 轴的交点对应的数值的绝对值就是 W 。图线的斜率表示普朗克恒量的数值，因此，图示电路还可以用来测定普朗克恒量。

2.2.3、康普顿效应

当用可见光或紫外线作为光电效应的光源时，入射的光子将全部被电子吸收。但如果用 X 射线照射物质，由于它的频率高，能量大，不会被电子全部吸收，只需交出部分能量，就可以打出光电子，光子本身频率降低，波长变长。这种光电效应现象称为康普顿效应。

当 X 射线光子与静止的电子发生碰撞时，可以用 p 表示入射光子的动量，代表散射光子的动量， mv 代表光电子的动量。则依据动量守恒定律，可以用图 2-2-4 表示三者

的矢量关系。由于 $p = \frac{h\nu}{c}$ ，所以

$$(mv)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2} \cdot \nu\nu' \cdot \cos\theta$$

由能量守恒定律得出：

$$mc^2 + h\nu' = m_0c^2 + h\nu$$

式中 m_0 表示电子的静止质量，

m 表示运动电子的质量，有图 2-4

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

联立上述各式，并将 $\lambda = \frac{c}{\nu}$ 代入整理得

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} \cdot (1 - \cos\theta)$$

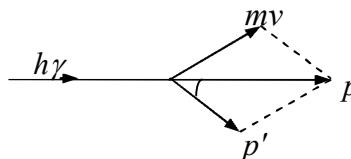


图 2-2-4

2.2.4、光压

光压就是光子流产生的压强，从光子观点看，光压产生是由于光子把它的动量传给物体的结果

$$p = (1 + \rho) \frac{\phi}{c}$$

Φ 为入射光强， ρ 为壁反射系数。

2.2.5、波粒二象性

由理论和实验所得结果证明，描述粒子特征的物理量 (E, p) 与描述波动特征的物理量 (ν, λ) 之间存在如下关系。

$$E = h\nu \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

事实上，这种二象性是一切物质（包括实物和场）所共有的特征。

例 1、图 5-1 中纵坐标为光电效应实验中所加电压 (U)，横坐标为光子的频率 (ν)。若某金属的极限频率为 ν_0 ，普朗克恒量为 h ，电子电量为 e ，试在图中画出能产生光电流的区域（用斜线表示）。

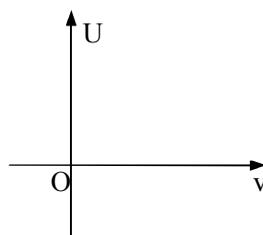


图 2-2-5

分析：在 $U-\nu$ 图第一象限中能产生光电流的区域，可根据极限频率 ν_0 很容易地作出。关键在于如何确定第四象限中能产生光电流的区域，但我们可以利用爱因斯坦的光电方程找出这一区域。

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - W$$

解：爱因斯坦的光电方程 ①

根据极限频率 ν_0 可知 $W = h\nu_0$ ②

由于光电子具有最大初动能为 $\frac{mv^2}{2}$ ，则它可克服反向电压做功为 Ue ，故有图 5-1

$$\frac{mv^2}{2} = Ue \qquad \text{③}$$

将②、③式代入①式可得

$$Ue = h\nu - h\nu_0$$

$$Ue = h(\nu - \nu_0)$$

$$\frac{U}{\nu - \nu_0} = \frac{h}{e}$$

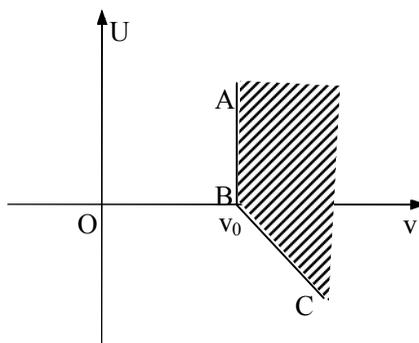


图 2-2-6

此即为图 2-2-5 中 BC 斜率的绝对值。据此可作出图 2-2-6，图中画有斜线区域即为

能产生光电流的区域。

例 2、一光电管阴极对于波长 $\lambda = 4.91 \times 10^{-7} m$ 的入射光，发射光电子的遏止电压为 $0.71V$ ，当入射光的波长为多少时，其遏止电压变为 $1.43V$ ？（电子电量 $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ，普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$ ）。

分析：根据爱因斯坦的光电方程 $\frac{1}{2}mv^2 = hv - W$ ，可知，当加在光电管上的反向电压达到一定值时可有 $Ue = hv - W$ ，此时光电管无光电流产生，这个电压 U 即为遏止电压。知道了遏止电压 U 即可由光电方程求出逸出功 W 。对于一个光电管，它的阴极逸出功 W 是不变的，因而也可利用 W 求出对应不同遏止电压的入射光的频率（或波长）。

$$Ua = \frac{(hv - W)}{e}$$

解：光电方程为 $Ua = \frac{(hv - W)}{e}$ ，式中 Ua 为遏止电压， W 为阴极材料的逸出功， ν 为入射光的频率。设所求入射光的波长为 λ' ，将 λ 和 λ' 两次代入光电方程，消去逸出功 W ，得

$$0.71 - 1.43 = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) / e$$

代入数据得

$$\lambda' = 3.8 \times 10^{-7} m$$

例 3、一波长为 λ_i 的光子与一运动的自由电子碰撞。碰撞的结果使电子变为静止，并且波长为 λ_0 的光子在与原先方向的夹角为 $\theta = 60^\circ$ 的方向上前进。此光子与另一静止的自由电子碰撞，然后以波长 $\lambda_j = 1.25 \times 10^{-10} m$ 的光子前进，其方向在碰撞后改变了 $\theta = 60^\circ$ 。计算第一个电子在碰撞前的德布罗意波长。（普朗克常数 $h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ ，电子质量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$ ，光速 $c = 3.0 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$ ）

分析：此题需运用能量守恒与动量守恒求解，但必须应用相对论作必要的变换。

解：对第一次碰撞，能量守恒定律为

$$hv_0 = hv_i + E_e \tag{1}$$

式中 ν 是光子的频率， E_e 是电子的能量。在波长为 λ_0 的光子的出射方向，以及在与它垂直方向上写出动量守恒定律（见图 2-2-7）分别为

$$\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda_i} \cos \theta + p_e \cos \varphi, 0 = \frac{h}{\lambda_i} \sin \theta - p_e \sin \varphi$$

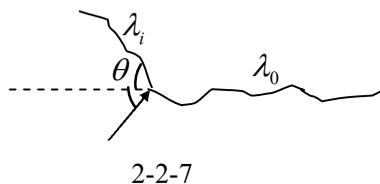
式 p_e 是电子的动量。

从上述两方程消去 φ ，并把 λ 写成 c/ν ，有

$$(h\nu_0)^2 + (h\nu_i)^2 - 2h^2\nu_0\nu_i \cos \theta = p_e^2 c^2 \tag{2}$$

②

利用相对论关系



$$c^2 p_e^2 = E_e (E_e + 2m_e c^2) \quad (3)$$

以及方程①和②得

$$v_0 = \frac{v_i}{\frac{h\nu_i}{m_e c^2} (1 - \cos\theta) - 1} \quad (4)$$

变换后得

$$\lambda_0 - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (5)$$

对第二次碰撞可作同样的计算，得如下结果

$$\lambda_0 - \lambda_f = -\frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (6)$$

⑤⑥两式相减，得

$$\lambda_i = \lambda_f$$

两次碰撞是类似的，利用⑤式得 $\lambda_0 = 1.238 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。

分别利用①和③式，可算出电子的能量和动量为

$$E_e = h\nu \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_i} \right) = 1.56 \times 10^{-17} \text{ J}, p_e = 2.84 \times 10^{-48} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = 1.24 \times 10^{-10} \text{ m}$$

第一个电子的波长为

例 4、一台二氧化碳气体激光器发出的激光功率为 $P=1000\text{W}$ ，射出的光束截面积为 $A=1.00\text{mm}^2$ 。试问：

(1) 当该光束垂直入射到一物体平面上时，可能产生的光压的最大值为多少？

(2) 这束光垂直射到温度 T 为 273K ，厚度 d 为 2.00cm 的铁板上，如果有 80% 的光束能量被激光所照射到的那一部分铁板所吸收，并使其融化成与光束等截面积的直圆柱孔，这需要多少时间？

已知，对于波长为 λ 的光束，其每一个光子的动量为 $k=h/\lambda$ ，式中 h 为普朗克恒量，铁的有关参数为：热容量 $c = 26.6\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，密度 $\rho = 7.90 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ，熔点 $T_m = 1798\text{K}$ ，熔解热 $L_m = 1.49 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ ，摩尔质量 $\mu = 56 \times 10^{-3} \text{ kg}$ 。

分析：光压即光对被照射物产生的压强，而求压强的关键在求出压力。利用动量定理，可由光子的动量变化求出它对被照射物的压力。

解：(1) 当光束垂直入射到一个平面上时，如果光束被完全反射，且反射光垂直于平面，则光子的动量改变达最大值

$$\Delta k = k - (-k) = 2k = \frac{2h}{\lambda} \quad (1)$$

此时该光束对被照射面的光压为最大。设单位时间内射到平面上的光子数为 n ，光

压 p 的数值就等于这些光子对被照射面积 A 的冲量（也就是光子动量的改变量）的总和除以面积 A ，即

$$p = \frac{2h}{\lambda} \cdot \frac{n}{A} \quad (2)$$

每个光子的能量为 $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ ，这里 c 为真空中的光速， ν 为光的频率，因而

$$n = \frac{P}{h\nu} = P\lambda / (hc)$$

于是，由②式

$$p = \left(\frac{2h}{\lambda}\right) \left(\frac{P\lambda}{hc}\right) / A = \frac{2P}{cA} = 6.67 Pa$$

(2) 激光所照射到的质量为 M 那一小部分铁板在熔化过程中所吸收的热量为

$$Q = \frac{M}{\mu} (c \cdot \Delta T + L_m) = P \cdot t \cdot 80\%$$

所以
$$t = \frac{M}{\mu} (c\Delta T + L_m) / (80\%P) = \frac{Ad\rho}{\mu} (c\Delta T + L_m) / (80\%P) = 0.192s$$