数学竞赛试题

1. 把10人平均分成两组，再从每组选正、付组长各一人，一共有多少种选法？
2. 已知：。
3. 解方程组：
4. 如果一个直角三角形的三边之长成等差数列，那么，它们的比是：3：4：5，试加以证明。
5. D为正三角形ABC外接圆圆弧上一点，AB和CD的延长线交于E，AC和BD的延长线交于F。

求证：线段BC为线段BE和CF的比例中项。

1. 已知：2lg(x-2y)=lgx+lgy，求x:y
2. 已知：正n边形的边长为a，内切圆的半径为r，外接圆的半径为R，求证：r+R=
3. 求
4. 设有一个凸n边形，我们把任意两个不相邻的顶点的连线叫做它的对角线。假定设有任意三条对角线交于（凸n边形内部）一点，求这些对角线彼此（在凸n边形内部）的交点总数。
5. 一个梯形的上底为a，下底为2a， 一腰为b，且这腰和下底的夹角为（锐角），如果以这个腰为轴，把梯形旋转一周，求所成旋转体的体积。
6. 已知多项式并且bd+cd是奇数。证明，这多项式不能分解为两个整系数多项式的乘积。
7. 在平面上有5个点，其中任何三点不在一条直线上，任何四点不在一个圆上。证明：一定能通过其中三点作一个圆，使得其余的两个点一个在圆内，一个在圆外。
8. 在一个边长为1的正六边形内部有一点P，已知P到某两个顶点的距离分别是，求P到其余四个顶点的距离。
9. 已知：a是正整数，r=，求证：对于每个正整数n，必有一个正整数an满足

r2n+r-2n=4an+2 及rn=

1. 设p(x)=，式中各系数(j=0,1,…,k)都是整数。今设有四个不同整数，使p()(i=1,2,3,4)都等于2.试证明：对于任何整数x, p(x)决不等于1，3，5，7，9中的任何一个。
2. 在一个边长为1的正方形内，任意给定9个点。试证明：在以这些点为顶点的各个 三角形中，必有一个三角形，它的面积不大于.
3. 已知平面上有2n+3（n）个点，其中没有三个点共线，也没有四个点共圆。能不能通过它们之中的某三个点作一个圆，使得其余的2n个点一半在圆内，一半在圆外？证明你的结论。
4. 设有2n个球分成了许多堆，我们可以任意选择甲乙两堆来按以下规则挪动：若甲堆的球数P不少于乙堆的球数q，则从甲 堆拿9个球放到乙堆里去，这样算是挪动一次。证明：可以经过有限多次挪动把所有的球合并成一堆。
5. 当a,b,c为实数的时候，求证方程：x2-(a+b)x+(ab-c2)=0 有两个实数根，并救出这两个根相等的条件。
6. 已知正数a1, a2, a3…,an成等差数列，求证：
7. 设A+B+C=180,求证：
8. 自圆O外一点P向圆O作切线PA，切点为，再由PA的中点M作圆O的割线和圆O交于B、C两点，PB、PC分别交圆O于D点和E 点，求证：DE//PA。
9. 当m是什么实数的时候，方程x2+(m+2)x+(m+5)=0 的两根都是正数？
10. 解方程组
11. 正立方体的棱长为a，二对角线的交角为，求sin值。
12. 已知 x+, 求证： = 2 cos n
13. 证明：无论n是什么整数，方程x2-16nx+75=0没有整数解
14. 把平行四边形内部一点与四个顶点联起来，就等到四个三角形。试找出 一点，它所决定的四个三角形的面积可以排成等比数列，并证明这样的点是唯一的。
15. 把1600颗花生，分给100只猴子。证明：不管怎样分，至少有4只猴子得到的花生一样多。并设计一种分法，使得没有5只猴子得到一样多的花生。
16. 设平面上有6个圆，每个圆的加以都在其余各圆的外部。证明：平面上任一点都不会同时在这6个圆的内部。
17. 求和： S= m! +
18. 任意剪6个圆形纸片放在桌面上，使得没有一个纸片的中心落在另一纸片之上，或被另一纸片盖住，然后用一枚针去扎这一堆纸片。证明 ：不论针尖落在哪一点，总是不能一次把6个纸片全部扎中。
19. 某卡车只能带L公升汽油，用这些油可以行驶a公里。现在要行驶d=公里到某地，途中没有加油的地方，但可以先运汽油到路旁任何地点存储起来，准备后来之用。假定只有这一辆卡车，问应如何行驶，才能到达目的地，并且最省汽油？如果到目的地的距离是d=公里，又应如何？
20. 一群小孩围坐一圈分糖果，老师让他们先每人任取偶数块，然后按下列规则调整，所有的小孩同时把自己的糖分一半，给右边的小孩，糖的块数变奇数的人，向老师补要一块。证明：经过有限次调整之后，大家的糖就变得一样多了。
21. 若0<x<1，化简
22. 已知tg为x2+px+q=0的二根，求
23. 设ABCD为圆内接四边形，对角线AC平分BD于E，试证：AB2+BC2+CD2+DA2=2AC2
24. 若一直角三角形的外接圆半径为R，其内切圆半径为r，与斜边相切的旁边圆半径为t，若R为r及t的比例中项，证明这直角三角形为等腰直角三角形。
25. 设方程的四根成等差数列，其中在0与2之间，求此
26. 假设x,y,z都是实数，又知道它们满足 (a>0)， 试证：x,y,z都不能是负数，也都不能大于
27. 解方程
28. 设A+B+C=, sinA- sinB= sinB-sinC，求证 ctg
29. 求的近似值，精确到第三位小数
30. 求下列方程组的整数解
31. 是圆周率，试证 3.1<<4
32. 中设A,B,C都是锐角，求证
33. 设A为圆O外面的一点，试叙述如何在OA直线上求一点P，使得在通过P点的切线上，在切点与P之间的线段之长等于PA的K倍（K为正整数）。
34. 在空间已给两条平等直线，并在此两平等线所决定的平面以外给定一点，要求只用直尺过此点作一直线与此两平等线相平等。
35. 证明对任何正整数n都是整数，并且用3除时余2.
36. 设方程的两根为r和s，且它们都不等于0，求以 为根的方程 （不必解出原方程）。
37. 试证恒等式
38. 设C1，C2是给定的两个圆，又C1，C2不相交，并且一个在另一个的外部。由一点P作C1C2的切线PT1,PT2，设PT1=PT2，求P点的轨迹。
39. 有一群儿童，他们的年龄之和是50岁，其中最大的13岁，有一个是10岁；除去10岁的这个儿童之外，其余儿童的年龄恰好组成一个等差级数。问有几个儿童？每个儿童几岁？
40. 证明，这里的两个三次根都取实值。
41. 在平面上任取三点，其坐标均为整数（正整数，负整数或零），证明此三点不能组成正三角形。
42. 证明：空间中不可能有这样的多面体存在，它们有奇数个面，而它们的每个面又都有奇数条边。
43. 已给一长方体，三棱不等。现在要由一顶点沿表到对角顶点，求最短的路线。
44. 解方程
45. 求的所有实根
46. 在已知平面的一侧有不共线的三个定点。如果有一个球通过这三点并且与平面相切，求这切点的位置。