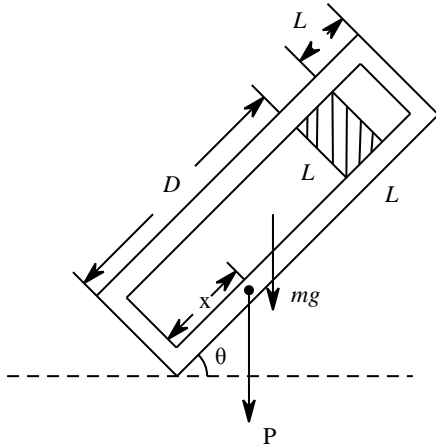


第 29 届复赛模拟赛题 第一套（共六套）

满分 160 分

第一题（20 分）

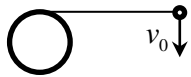
如图一个均匀的质量为  $m$  框架套在一根横截面为  $L \times L$  的正方形的固定木棒上，木棒只有棱与框架接触，摩擦系数为  $\mu$ ，框架的尺寸与棒的位置如图所示。在框架下方挂一个重力为  $P$  的重物，为了保持框架不滑动重物的位置  $x$  应满足什么条件？



第二题（20 分）

绕柱子

某人用手拿着一个半径为  $r$  的圆柱，放在光滑水平面上。一个质量为  $m$  的小球，通过一根长度为  $l$  的绳子连在圆柱上。开始的时候绳子与圆柱相切，小球有大小为  $v$  的初始速度，方向垂直于绳子。然后绳子就卷到了圆柱上，直到小球与圆柱相撞。求出为了保持圆柱不动，手应当给圆柱的作用力和力矩随时间的关系。

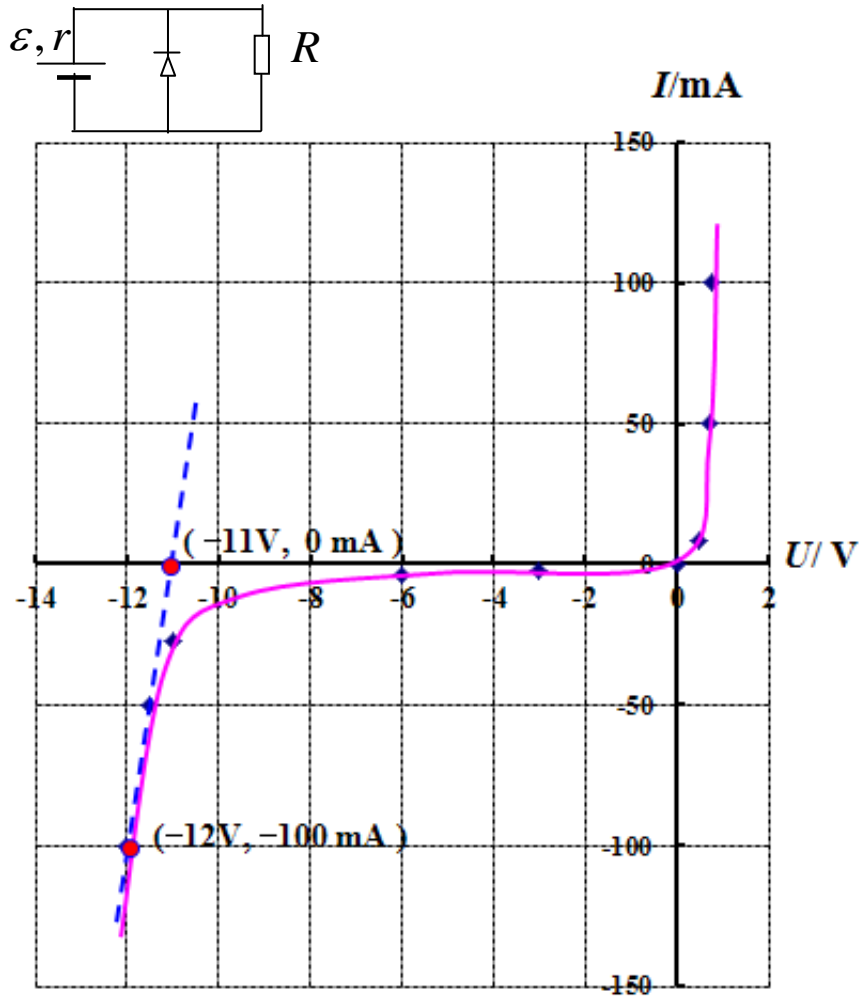


第三题 (20 分)

稳压电路

如图是一个稳压电路，电源的电动势  $\varepsilon \approx 15V$ ，内阻  $r = 10\Omega$ ，负载  $R = 60\Omega$ 。二极管的伏安曲线如图所示，当反向电压超过  $11V$  时候，反向电流迅速增大，这个现象我们叫做反向击穿。如图所示的电路能让电源电动势发生变化的时候，负载上的电压变化不大。

- (1) 求出电源电动势为  $15V$  时，负载上的电压，以及二极管上消耗的功率。
- (2) 如果要求负载上的电压变化小于  $1mV$ ，则电源上的电压变化不能超过多少？



第四题 (18 分)

变化的磁场能产生电场，变化的电场也能产生磁场。回忆磁生电的电磁感应定律：对于封闭曲面的磁通量变化率等于电动势的负值，电动势可以看作这个曲边上每一段感应电场与位移的乘积之和

$$\varepsilon = \sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{l} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}。$$

类似于安培环路定律，对于封闭曲面的电通量变化率与这个表面上的磁场相

关。空间中没有电流的时候，可以写成： $\sum \vec{B} \cdot \Delta \vec{l} = \frac{1}{c^2} \frac{\Delta \Phi_e}{\Delta t}$ 。其中  $\Phi_e$  是电通量。

有一个半径为  $R$ ，厚度为  $d \ll R$  的平行板电容器，两个极板电量都均匀分布，极板上的电量会随着时间变化  $Q = Q_0 \cos(\omega t)$ 。(其中  $\omega R \ll c$ )。

- (1) 求出电容器中距离轴线距离为  $x$  的点，感应出来的磁场(不考虑这个变化的磁场产生的电场)。
- (2) 一个动量为  $P$ ，接近光速运动的带电量为  $q$  的电子，沿着电容器直径方向入射，出射的时候方向会有微小改变，求出改变的方向随时间的变化关系。

第五题 (18 分)

某位同学为了卖萌，开始吹气球。气球初始状态的半径为  $r_0$ 。气球皮的表面张力系数  $\sigma$  与气球半径  $r$  之间的关系为  $\sigma(r) = \frac{\sigma_0 r}{r_0}$ 。大气压为  $p_0$ ，室温以及人体的温度都保持为  $T_0$  不变，气球皮是绝热的。同学每次能将空气中  $V_0$  体积的空气吸入肺中，然后缓缓吹入气球，最后把气球半径吹到了  $2r_0$ 。

(不考虑水汽的问题，空气的等体热容量为  $C_V = \frac{5}{2} R$ )

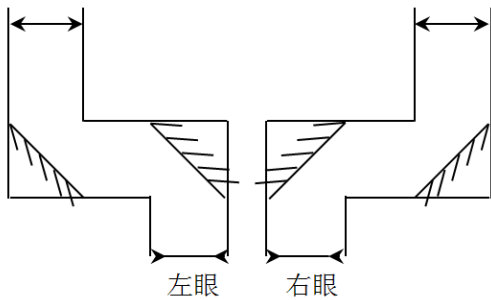
(1) 气球内空气最后的温度为多少？

(2) 同学要花几口气才能把气球吹到这么大？

第六题 (20 分)

双筒望远镜的结构可以简化成这样：在潜望镜的基础上加上目镜和物镜。其中物镜的焦距为  $f_1 = 12\text{cm}$ ，两个目镜之间的距离为  $d = 6.5\text{cm}$ ，两个目镜之间的距离为  $D = 12.5\text{cm}$ ，物镜到第一面反射镜中心的距离为  $l_1 = 4\text{cm}$ ，目镜到第二面反射镜中心的距离为  $l_2 = 2\text{cm}$ 。

- (1) 为了能看清远方的物体，目镜的焦距为多少？
- (2) 一个人高  $1.7\text{m}$ ，站在  $200\text{m}$  远的地方，用望远镜看的时候，这个人的在人眼中占的所占的视角会被放大多少倍？
- (3) 接第二问，人看用两只眼睛看物体的时候会通过两只眼睛看见的视觉形象不同而估计物体的远近。在 (2) 中，人通过左右眼视觉形象差别而估计的物体的位置距离人有多远？



第七题 (20 分)

寻找 Higgs 粒子

在阿尔卑斯山脚下，在法国瑞士边界，一群人挖了一个周长 27 公里的大坑，在地下把质子加速到了  $7\text{TeV}$  的高能，然后让粒子对撞...他们的目标是-找到那个被标准模型预言，赋予粒子质量的 Higgs 粒子。然后...他们居然以超过 99.9994% 的置信度找到了一个看起来和预言中粒子性质差不多的粒子，质量也在预言的范围内，大约  $126\text{GeV}$ 。Higgs 这年已然 85 岁了...老泪纵横 (等了 40 年，就为了这一天...)

这次发现是通过“gamma gamma fusion”到四个轻子的过程完成的。我们忽略一切具体细节，把模型简化成这样：先产生两个能量很高的光子，它们对撞，通过一些过程生成了 Higgs 粒子，然后 Higgs 迅速就衰变了，比如先衰变到两个  $Z^0$  玻色子，然后再衰变到两对轻子，比如说一对正负电子，一对正负  $\mu$  子。（由于某些复杂的原因，这中间的 Higgs 粒子的质量其实不是 126GeV，我们姑且当 126GeV 算吧...）

$$\gamma + \gamma \rightarrow h \rightarrow Z^0 + Z^0; \quad Z^0 \rightarrow e^+ + e^-; \quad Z^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

你可能会用到这些常数  $m_e = 0.51\text{MeV}$  ;  $m_\mu = 106\text{MeV}$  ;  $m_h = 126\text{GeV}$

普朗克常数  $h = 6.64 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$

- (1) 为了让这个反应能进行，参与反应的两个光子频率最少为多少（假设两个光子频率一样）
- (2) 假设两个光子沿着一条直线对撞，两光子的能量分别为 250GeV， $Z^0$  玻色子的质量为 120GeV。（中间形成的 Higgs 粒子迅速衰变，同学们可以不必理会这个粒子的质量和能量）  
测得一个电子的能量为  $E_1$ ，一个  $\mu$  子的能量为  $E_2$ ，这两个粒子速度方向之间的夹角  $\theta$ ，  
写出  $E_1$ 、 $E_2$  和  $\theta$  之间应当满足的关系。并对  $E_1 = 25\text{GeV}$ ， $E_2 = 35\text{GeV}$  算出  $\theta$ 。

第八题 (24 分)

壁球室虽然在室内进行，却并不是宅男宅女的专利。如图一个直角的墙壁，某人将球在距离墙角  $l$ ，距离地面高度  $d$  的地方扔出，经过反弹后能回到原点。

(1) 假设地面和墙面都是光滑的，弹性的。为了保证小球能回到手里，小球水平抛出的速度  $v_0$  应但满足什么条件。

(2) 假设地面是光滑的，墙面的摩擦系数为  $\mu$ ，碰撞都是弹性的（法向速度反向），于

$d = 1.0m$   $l = 2.0m$ ， $\mu = 0.25$ ， $g = 9.8ms^{-2}$ 。以与水平方向夹角  $\theta = -\frac{\pi}{6}$   $v = 4\sqrt{3}m/s$

下抛出，让小球依次与地面和墙面各碰撞一次后，求人需将手放在什么高度才能接到球。

若速度变为  $v = 2\sqrt{3}m/s$  是否还能在球仅与地面和墙面碰撞各一次的情形下接到球？

