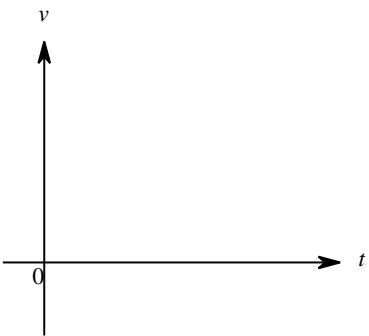
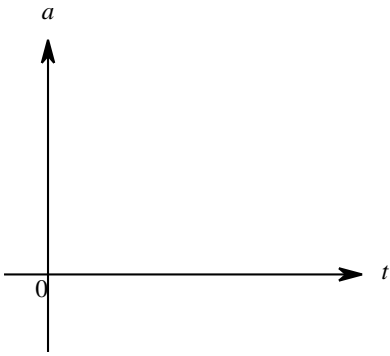
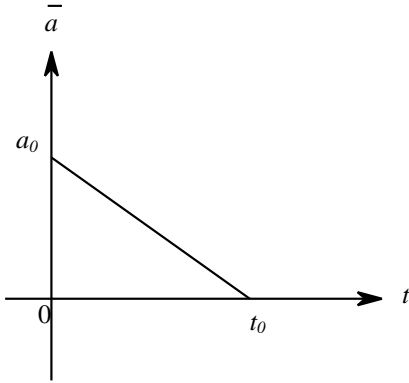


## 第 29 届复赛模拟赛题 第二套

满分 160 分

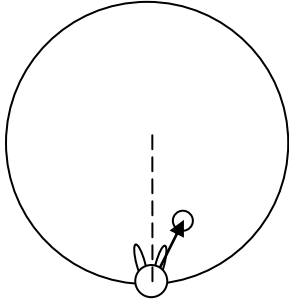
第一题 (20 分)

一个质量为  $m$  的质点，在一个可变的外力作用下做直线运动，从 0 到  $t$  时间段内质点的平均加速  $\bar{a}(t) = a_0(1 - \frac{t}{t_0})$  如下图所示，(1) 请定性画出质点瞬时速度  $v(t)$  与瞬时加速度  $a(t)$  的函数图像；(2) 求出外力功率最大的时刻  $t_1$ ，并求此最大功率  $P_1$ 。



## 第二题 (20 分)

我们把太空站想象成为一个半径为  $r = 20m$  的均匀质量圆环，总质量为  $m$ 。一只兔子就住在圆环上（兔子的质量和大小可以忽略不计），拿着一个质量为  $m/10$  的陨石，开始体系静止。兔子为了感觉舒服一些，将陨石沿着太空站平面以速度  $v$  扔出去，结果圆环高速旋转，使得兔子感觉跟地面附近  $g = 9.8ms^{-2}$  一样。然而陨石于太空站发生完全弹性碰撞，撞了 4 次后，第 5 次把兔子砸死了（空间站表面光滑）…求兔子扔出陨石的时候，陨石相对于兔子的速度的可能值，并定性画出兔子看到的陨石的轨迹。

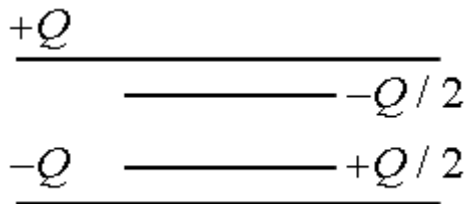


第三题 (20 分)

Chinese Box

如图一个面积为  $S$ ，厚度为  $d$  的平行板电容器，上下极板带电  $\pm Q$ 。在两个电容器之间加入再放入一个小电容器，面积为  $\frac{S}{2}$ ，厚度为  $\frac{d}{2}$ ，上下极板各自带电  $\mp \frac{Q}{2}$ 。不考虑重力，忽略一切边缘效应。电容器作为一个整体，上下极板不会相对运动，电容器的极板视为正方形。

- (1) 将小电容器放在大电容器正中间，求静电平衡时大电容器上下极板之间的电势差
- (2) 保持各块金属板的总电量不变，慢慢地把小电容器水平抽出大电容器，当抽出部分面积达到  $\frac{S}{4}$  的时候，求出为了保持小电容器受力平衡所需要的外力。

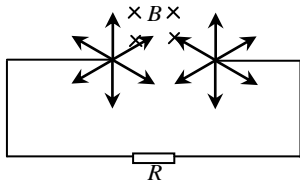


第四题 (18 分)

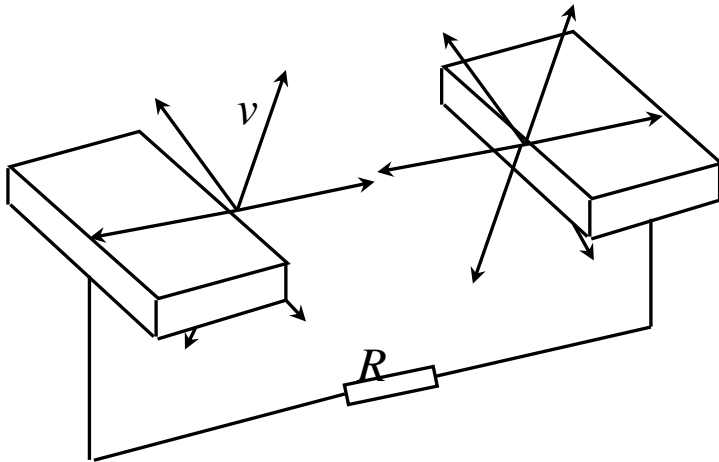
真空环境下，金属的尖端在一定温度下会向外发射电子，发射的电流为  $I_0 = I_a e^{-U_e/kT}$ ，其中  $I_0$  和尖端的形状相关。如图在真空环境下，有两块金属平板，间距为  $d$ ，其尖端都向外发射电子，两个尖端的面积和形状不同，导致两端的参数分别为  $I_0$  和  $I_0'$ 。为了计算简单起见，我们认为电子只能在这个平面中均匀发出，速度大小为  $v$ ，电子质量为  $m$ ，电量为  $e$ ，电子一旦与金属相撞就被金属吸收。在垂直于直画方向加有均匀的静磁场  $B$ 。

求两个极板之间形成的电流与极板间距  $d$  的关系，以及电阻  $R$  上的发射功率。

(以下不是考题：考虑如果电子能在空间中均匀发射会怎么样？电阻上的功率由谁来提供？这个体系能否持续工作而不产生其他影响？)



侧视图



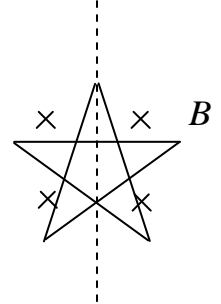
斜视图

第五题 (18 分)

闪闪的红星

一个五角星的线框由 5 根长度为  $l$ ，电阻为  $r$  的金属棒构成。在中间的五边形的顶点上，金属棒交叉单不接触。线框整体能绕着如图所示的轴线以角速度  $\omega$  旋转。在垂直于纸面方向由匀强磁场  $B$ 。

- (1) 求出线框从当前位置，旋转半圈之后流过的电量为多少？
- (2) 初始时刻线圈的位形如图所示，请计算  $t$  时刻为了保持匀速旋转需要的外力力矩？



## 第六题 (20 分)

做太空行走的时候，一件很重要的事情是保温。我们先把宇航员假象成一个半径为  $R$  的球形黑体 (图 rz)，满足黑体辐射公式：单位面积上辐射的功率为  $j = \sigma T^4$ ，其中  $T$  为物体温度。然后把宇航服当作一个球壳，能向内外两面辐射，单位面积辐射的功率和温度相关，但是能将入射的辐射一部分反射回去，反射率为  $r$  (由于宇航服内部导热很快，可以认为宇航服各处温度近似相等)。人的发热功率为  $P$ 。太阳半径为  $R_s$ ，太阳表面温度为  $T_s$ ，将太阳是为黑体，太阳距离地球  $R_e$ 。

- (1) 如果人躲在地球阴影里，则人能保持的温度为多少？
- (2) 如果人走出阴影，开始晒太阳，则人能保持的温度为多少？

第七题 (20 分)

按照广义相对论的预言, 加速运动的物体会引起引力场的变化, 从而激发引力波, 向外辐射能量。引力波的探测一直以来是非常困难的。一种判定引力波存在的证据是观察大质量双星系统的运动周期 (或者中子星的脉冲)。我们把模型作如下简化: 两个质量为  $m$  的星体绕着其质心作圆周运动, 开始的时候双星之间的间距为  $l$ 。当星体的加速度为  $a$  时, 其引力波辐射功率为  $P = ka^2$ , 其中  $k$  是一个很小的常数。(万有引力常数为  $G$ , 双星之间的引力作用可以用牛顿的万有引力公式计算)。

- (1) 双星体系的周期变化 0.01% 需要经过多长时间
- (2) 按照这个理论双星越来越近, 最后几乎相撞。估算相撞需要的时间。

第八题 (24 分)

超声光栅是现代光学的一项技术，先利用超声波产生驻波。驻波不同的位置空气密度不同，从而导致折射率随空间周期变化。当光线垂直与驻波方向入射的时刻，经过不同位置的光走过光程不同，从而导致干涉现象出现。在某些方向上经过相同折射率的空气的那些光线的光程差恰好为波长的整数倍，此时光波相干加强形成亮条纹。

- (1) 超声波频率为  $f_0$ ，声速为  $u$ 。在容器中约形成了  $N = 2 \times 10^4$  个波节，估算容器长度；
- (2) 接上一问，声波是纵波，可以用波函数  $u(x, t) = A_0 \sin(\omega t - kx)$  代表一束向  $x$  轴正方向传播的声波，其中  $u(x, t)$  代表初始时刻在  $x$  位置的空气在  $t$  时刻相对初始时间发生的位移。没有声波时空气密度为  $\rho_0$ ，空气折射率与密度之间的关系为  $n(\rho) = 1 + \alpha\rho$ ，( $\alpha\rho_0 \ll 1$ )，由此计算出，当两列振幅为  $A_0$ ，周期为  $T_0$ ，波长为  $\lambda_0$  的声波分别沿  $x$  正方向和  $x$  轴负向同时传播相互叠加时，空气折射率随  $x$  和  $t$  的函数关系  $n(x, t)$ 。
- (3) 接上一问，有波长为  $\lambda$  的单色光如图垂直入射透明的容器，在距离容器足够远的  $L$  的位置观察，求相邻两条纹的间距。

