

## 热学

## 简单热现象

1. 热学习题中，除了题中特别注明外，有关常数取以下数值：

- (1) 热功当量  $J=4.2$  焦/卡；
- (2) 水的比热容  $c=4.2 \times 10^3$  焦/(千克·开)；
- (3) 水的汽化热  $L=2.26 \times 10^6$  焦/千克；
- (4) 冰的熔解热  $=3.36 \times 10^5$  焦/千克。

2. 气体的压强单位采用帕，对其他的实用单位作如下处理：

- (1) 1 标准大气压  $=1.013 \times 10^5$  帕；
- (2) 根据液体的压强公式  $p = \rho gh$ ，可算出 1 厘米汞柱的压强  $=1333$  帕，所以  $h$  厘米汞柱就等于  $1333h$  帕；
- (3) 由于各手册的饱和汽压数据表采用毫米汞柱作为压强单位，所以在涉及到饱和汽压计算的习题中仍保留毫米汞柱的数据，但在计算时化为帕。

### 填充题

2375. 图示烧瓶中装有空气，A 为水银柱，把原来处于  $20^\circ\text{C}$  的烧瓶置于冰水混合物中，A 将向左移动；若烧瓶放在  $70^\circ\text{C}$  的水中，A 将向右移动。

2376. 温度为  $0^\circ\text{C}$  的长 20 米的铁管，当温度升高到  $40^\circ\text{C}$  时，它伸长的长度将是  $9.6 \times 10^{-3}$  米。（ $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} \text{开}^{-1}$ ）

2377. 有一个金属球，还有一个具有圆孔的金属板，常温下金属球的直径比孔的直径稍大一点，以致金属球恰好不能通过圆孔，当把金属板加热后，金属球可能穿过圆孔。（填可能或不可能）

2378. 体积相同的铁、水、二氧化碳，同时放在太阳下晒，经过一段时间温度升高后，二氧化碳的体积最大，水的体积其次，铁的体积最小。

2379. 温度为  $60^\circ\text{C}$  的铁块放入  $30^\circ\text{C}$  的水中，热量就要从铁块传递给水并且一直继续到两者温度相等为止。

2380. 冬天穿棉衣觉得暖和，是因为在棉花中有空气，空气是热的不良导体，身体不易跟外界进行热交换，棉衣本身还有防止对流的作用。夏天用小棉被包冷饮，是因为在棉花中有空气，空气是热的不良导体，冷饮和外界不易进行热交换，棉被本身还有防止对流的作用。

2381. 把铝匙放在热汤中，它的柄很快也热了，这种传热方式是传导。

2382. 在实际情况中，根据燃烧值计算出来的热量是大于被加热物体吸收到的热量，这是因为（1）燃料不能充分燃烧，（2）热量不可能全部传给被加热物体，总有一定的损失。

2383. 人们在冬天用手摸室外的金属和木头，觉得金属比木头凉，这是因为室外的金属、木头温度虽然一样，但金属传热快，手摸上去，手中的热散失较快，所以觉得金属较凉。

2384. 酒精摄氏温度计是根据酒精的热膨胀性质制的。它的刻度是这样规定的：在标准大气压下，把冰和水的混合物的温度规定为  $0^\circ\text{C}$ ，把沸水的温度规定为  $100^\circ\text{C}$ ，在  $0^\circ\text{C}$  到  $100^\circ\text{C}$  之间距离的  $1/100$  规定为 1 个单位摄氏度。

2385. 一只刻度不准的温度计，在冰水混合物中读数是  $4^\circ\text{C}$ ，放在沸水（1 个标准大气压的条件下）中读数是  $96^\circ\text{C}$ ，如果放在室内空气中的

读数是 30 ，实际的温度是 28.3 。

2386 . 把 500 克水加热到 45 ，它吸收的热量是  $2.1 \times 10^4$  焦，则水原来的温度是 35 。

2387 . 质量为 2 千克，温度为 75 的水，放出  $4.2 \times 10^5$  焦热量后，温度降低到 25 。

2388 . 质量为 30 千克的水，吸收了  $6.3 \times 10^5$  焦的热量，温度升高 5 。

2389 . 燃烧 2000 克的木炭，放出的热量全部被 200 千克的水吸收，使水的温度由 10 升高到 90 。这种木炭的燃烧值是  $3.36 \times 10^7$  焦/千克。

2390 . 在一个标准大气压下，3 千克 10 的水煮沸，需要吸收的热量是  $1.134 \times 10^6$  焦。

2391 . 实验时，需要 5 千克 60 的水，现在有足够的 15 和 90 的水。那么，应该把 2 千克的 15 和 3 千克的 90 的水混合，才能满足实验要求。

2392 . 把 100 克 100 的水倒入 4 千克 10 的水中，最终的温度是 12.2 。

2393 . 把一块铅从 10 加热到 40 ，需要吸收热量  $7.8 \times 10^5$  焦，已知铅的比热容为  $0.13 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ，铅块的质量是 200 千克。

2394 . 在 1 千克的水中投入 1 千克的铜块，铜块的温度从 70 降低到 20 ，则水的温度升高了 4.64 。 [ 铜的比热容  $c=0.39 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ]

### 选择题

2395 . 图示是由两种不同材料或同一种材料制成的双金属片，一端固定，另一端用酒精灯加热，图中哪一个向下弯？

- (a) 图 (1) ；
- (b) 图 (2) ；
- (c) 图 (3) ；
- (d) 都向下弯。

答 (a)

2396 . 关于温度和热量的概念，下面哪一句叙述是正确的？

- (a) 温度高的物体，含有的热量比温度低的物体多；
- (b) 温度高的物体，放出的热量比温度低的物体多；
- (c) 物体温度升高 1 吸收的热量大于它在任何温度下温度降低 1

放出的热量；

- (d) 两个温度相同的物体放在一起，它们之间没有热量传递。

答 (d)

2397 . 热水和冷水混合后，正确的说法是

- (a) 热水降低的温度一定等于冷水升高的温度；
- (b) 热水降低的温度一定大于冷水升高的温度；
- (c) 热水降低的温度一定小于冷水升高的温度；
- (d) 以上说法都不对。

答 (d)

2398 . 图示是意大利物理学家伽利略根据气体膨胀的性质制造的世界第一个温度计。它的工作原理是

(a) 当玻璃球内气体的温度升高时, 体积膨胀, 带色液体柱下降, 在外界压强相同的情况下水柱的高低反映温度的低高;

(b) 水柱的液面位置越高, 说明温度越高;

(c) 水柱高低完全决定于温度, 外界大气压不影响水柱的位置;

(d) 因为玻璃也有热膨胀, 所以温度变化时, 液面高度不变。

答(a)

2399 . 在下面哪一种情况中, 由同一种材料组成的两个物体放出的热量一定相等?

(a) 初温度和末温度都相等;

(b) 初温度不相等, 降低的温度相等;

(c) 质量相等, 降低的温度相等;

(d) 质量相等, 初温度不等, 末温度相等。

答(c)

2400 . 下列哪一种情况, 物体吸收的热量最小?

(a) 2 千克水, 温度从 15 升高到 35 ;

(b) 2 千克水, 温度从 5 升高到 30 ;

(c) 5 千克水, 温度从 15 升高到 16 ;

(d) 5 千克水, 温度从 5 升高到 10 。

答(c)

2401 . 质量相同、温度不同的两个物体, 升高相同的温度, 则正确的说法是

(a) 原来温度高的物体吸收的热量多;

(b) 原来温度高的物体吸收的热量少;

(c) 两个物体吸收的热量一样多;

(d) 比热容大的物体吸收的热量多。

答(d)

2402 . A、B、C 三个杯内盛有质量和温度相同的水, 分别放入质量相同, 温度也相同但比水温高的铁球、铜球、铝球。已知铁的比热容是  $4.6 \times 10^2$  焦/(千克·开), 铜的比热容是  $3.9 \times 10^2$  焦(千克·开), 铝的比热容是  $8.8 \times 10^2$  焦/(千克·开)。那么, 达到热平衡时, 哪一杯水的温度升高最高?

(a) A; (b) B; (c) C; (d) 三杯水一样。

答(c)

2403 . 关于比热容的概念, 下面哪一句说法是错误的?

(a) 单位质量的某种物质, 温度升高 1 所吸收的热量叫做这种物质的比热容;

(b) 单位质量的某种物质, 温度降低 1 所放出的热量叫做这种物质的比热容;

(c) 比热容的大小和物体的质量有关;

(d) 比热容的大小和物体的质量无关。

答(c)

2404 . 比热容的单位: 焦/(千克·开), 应该读作

- (a) 每千克每度焦耳；
- (b) 焦耳每千克度；
- (c) 焦耳每千克开尔文；
- (d) 焦耳千克开尔文。

答(c)

2405. 把一块金属一分为二，则这种物质

- (a) 密度为原来的 1/2，比热容不变；
- (b) 密度不变，比热容为原来的 1/2；
- (c) 密度为原来的 1/2，比热容为原来的 1/2；
- (d) 密度不变，比热容不变。

答(d)

2406. 质量相同的两金属块，冷却到 0 后分别放入质量、温度都相同的 A、B 两杯水中，结果 A 杯的水温比 B 杯的高，则

- (a) 放入 A 杯的金属比热容大；
- (b) 放入 B 杯的金属比热容大；
- (c) 两种金属比热容一样大；
- (d) 无法判断。

答(b)

2407. 云南昆明的气温变化较小，原因之一是滇池中有大量的水。大量的水可影响气候是因为水的

- (a) 密度较小；
- (b) 比热容较大；
- (c) 水是具有流动性的液体；
- (d) 比热容较小。

答(b)

### 计算题

2408. 在仪器中，有时需要两种线胀系数不同的金属的长度差在任何温度下都保持不变。求在 0 时两种棒的长度之比。(设两种金属的线胀系数分别为  $\alpha$  和  $\alpha'$ )

[解答] 两种金属的长度差保持不变，即要求伸长相等。

$$L = L',$$

$$L_0 + \alpha L_0 t = L_0' + \alpha' L_0' t,$$

$$\frac{L_0}{L_0'} = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

2409. 给火车的车轮箍上钢圈。已知轮的半径为 20 厘米，钢圈的半径为 19.8 厘米。问应将钢圈加热多少度才能箍上？( $\alpha = 1.1 \times 10^{-5} \text{ 开}^{-1}$ )

[解答] 当温度升高  $t$  度时钢圈从  $R$  增加到  $R'$ 。其中  $R = 20$  厘米， $R' = 19.8$  厘米。

$$R' = R(1 + \alpha t),$$

$$t = \frac{R' - R}{R\alpha} = \left( \frac{20 - 19.8}{19.8 \times 1.1 \times 10^{-5}} \right) = 918.$$

2410. 烧瓶里盛满水和水银，水的质量  $m_1$  为 0.5 千克，水银的质量  $m_2$  为 1 千克。瓶里的盛物吸收热量  $Q$  为  $90 \times 10^3$  焦后，有质量为  $m_3$  为 3.5 克的水从瓶里溢出。求水银的体胀系数  $\beta_2$ 。[烧瓶的热膨胀不计，水的

体胀系数  $\alpha_1=1.5 \times 10^{-4} \text{ 开}^{-1}$ 。水的密度  $\rho_1=10^3 \text{ 千克/米}^3$ ，水银的密度  $\rho_2=13.6 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3$ 。水的比热容  $c_1=4.2 \times 10^3 \text{ 焦/(千克} \cdot \text{开)}$ ，水银的比热容  $c_2=140 \text{ 焦/(千克} \cdot \text{开)}$ ]

[解答] 已知  $m_1=0.5 \text{ 千克}$ ， $m_2=1 \text{ 千克}$ ， $Q=90 \times 10^3 \text{ 焦}$ ， $m_3=3.5 \text{ 千克}$ ， $\alpha_1=1.5 \times 10^{-4} \text{ 开}^{-1}$ ， $\rho_1=1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3$ ， $\rho_2=13.6 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3$ ， $c_1=4.2 \times 10^3 \text{ 焦/(千克} \cdot \text{开)}$ ， $c_2=140 \text{ 焦/(千克} \cdot \text{开)}$ 。

设加热时瓶里的温度升高  $T$ 。加热前水的体积  $V_1=m_1/\rho_1$ ，水银的体积  $V_2=m_2/\rho_2$ 。加热后水的密度  $\rho_3=\rho_1/(1+\alpha_1 T)$ 。水从瓶里溢出的体积

$$V_3 = \frac{m_3}{\rho_3} = \frac{m_3 (1 + \alpha_1 T)}{\rho_1}$$

加热时，水的体积增加了  $\Delta V_1 = \alpha_1 V_1 T$ ，而水银的体积增加了  $\Delta V_2 = \alpha_2 V_2 T$ 。由于瓶内盛满液体，则  $\Delta V_1 + \Delta V_2 = V_3$ 。升高的温度  $T$  可以由方程  $Q=c_1 m_1 \Delta T + c_2 m_2 \Delta T$  求得。解上述方程得到：

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{1}{\rho_2} [m_2 (m_1 c_1 + m_2 c_2) - \rho_1 Q (m_1 - m_3)] \\ &= \frac{13.6 \times 10^3}{10^3 \times 1 \times 90 \times 10^3} [3.5 \times 10^{-3} \times (0.5 \times 4.2 \times 10^3 + 1 \times 140) \\ &\quad - 1.5 \times 10^{-4} \times 90 \times 10^3 (0.5 - 3.5 \times 10^{-3})] \text{ 开}^{-1} \\ &= 1.7 \times 10^{-4} \text{ 开}^{-1} \end{aligned}$$

2411. 一根截面积为  $S$  的钢轨，制成钢轨的材料弹性模量为  $E$ ，线胀系数为  $\alpha$ 。如果把钢轨两端牢牢地固定在两块大钢板之间，那么当温度升高  $t$  时钢轨给钢板的压力  $F$  多大？

[解答] 已知  $S$ 、 $E$ 、 $\alpha$ 、 $t$ 。

根据胡克定律

$$\frac{F}{S} = E \frac{t}{l} \quad (1)$$

根据热膨胀公式

$$l = l_0 (1 + \alpha t) \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式解得

$$F = SE \alpha t_0$$

2412. 在温度  $t$  为  $0$  时，铝棒长  $l_{01}$  为 50 厘米，铁棒长  $l_{02}$  为 50.05 厘米，两棒的截面积相同。温度  $t_1$  等于多少时两棒的长度相同？温度  $t_2$  等于多少时两棒的体积相同？（铝和铁的线胀系数分别是  $\alpha_1=24 \times 10^{-6} \text{ 开}^{-1}$ ， $\alpha_2=12 \times 10^{-6} \text{ 开}^{-1}$ ）

[解答] 已知  $l_{01}=50 \text{ 厘米}$ ， $l_{02}=50.05 \text{ 厘米}$ ， $\alpha_1=24 \times 10^{-6} \text{ 开}^{-1}$ ， $\alpha_2=12 \times 10^{-6} \text{ 开}^{-1}$ 。

$$l_{01} (1 + \alpha_1 t_1) = l_{02} (1 + \alpha_2 t_1),$$

$$t_1 = \frac{l_{02} - l_{01}}{l_{01} \alpha_1 - l_{02} \alpha_2}$$

$$= \frac{0.5005 - 0.50}{0.50 \times 24 \times 10^{-6} - 0.5005 \times 12 \times 10^{-6}}$$

$$= 83.4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

同样可以得到

$$l_{01} \cdot S (1 + 3 \alpha_1 t_2) = l_{02} \cdot S (1 + 3 \alpha_2 t_2),$$

$$t_2 = \frac{l_{02} - l_{01}}{3 (l_{01} \alpha_1 - l_{02} \alpha_2)}$$

$$= \frac{0.5005 - 0.50}{3 \times (0.50 \times 0.24 \times 10^{-6} - 0.5005 \times 12 \times 10^{-6})}$$

$$= 27.8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

2413. 某种金属当温度从 20 下降到 0 时, 它的密度增加 1/3000, 求这种金属的线胀系数。

[解答] 已知  $t_1=20$ ,  $t_2=0$ , 设这种金属 0 时体积为  $V_0$ , 20 时体积为  $V_t$ , 在 0 时密度为  $\rho_0$ , 在 20 时密度为  $\rho_t$ , 体胀系数为  $\alpha$ 。则有

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \alpha (t_1 + t_2)}.$$

$$\rho_0 - \rho_t = \rho_0 - \frac{\rho_0}{1 + \alpha (t_1 - t_2)} = \frac{(t_1 - t_2) \rho_0}{1 + \alpha (t_1 - t_2)},$$

又  $\rho_0 - \rho_t = \frac{1}{3000} \rho_t = \frac{1}{3000} \times \frac{\rho_0}{1 + \alpha (t_1 - t_2)},$

所以  $\frac{1}{3000} \times \frac{\rho_0}{1 + \alpha (t_1 - t_2)} = \frac{\rho_0 (t_1 - t_2)}{1 + \alpha (t_1 - t_2)},$

得  $\alpha = \frac{1}{3000 \times 20} \text{ 开}^{-1} = \frac{1}{60000} \text{ 开}^{-1}.$

因为  $\alpha = 3 \alpha_0$

所以  $\alpha_0 = \frac{1}{3 \times 60000} \text{ 开}^{-1}$

$$= 5.6 \times 10^{-6} \text{ 开}^{-1}.$$

2414. 黄铜容器加热时体积增加 0.6%。如果黄铜的线胀系数  $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ 开}^{-1}$ , 试问容器加热了几度?

[解答] 设原来的体积为  $V_0$ , 加热的度数为  $t$ 。已知  $n=0.6\%$ ,  $n = 2 \times 10^{-5} \text{ 开}^{-1}$ 。

根据体胀公式

$$V_0 + nV_0 = V_0 (1 + 3 \quad t) ,$$

$$t = \frac{n}{3} \\ = \frac{0.006}{3 \times 2 \times 10^{-5}} \\ = 100 \quad .$$

2415. 已知温度为 0 时, 自制水银温度计的水银恰好充满球形泡。刻度 0 和 100 之间的细管的容积为 3 毫米<sup>3</sup>, 求水银温度计球形泡的体积  $V_0$ 。(水银的体胀系数  $\beta = 1.81 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$ , 玻璃的线胀系数  $\alpha = 8.0 \times 10^{-6} \text{开}^{-1}$ 。)

[解答] 已知  $t_0=0$ ,  $V=3$  毫米<sup>3</sup> $=3 \times 10^{-9}$ 米<sup>3</sup>,  $\beta=1.81 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$ ,  $\alpha=8.0 \times 10^{-6} \text{开}^{-1}$ 。

设在温度  $t_0=0$  时, 球形泡的容积为  $V_0$ , 这时水银的体积也为  $V_0$ , 在温度为  $t=100$  时, 水银的体积应为  $(V_0+V)(1+3 \quad t)$  即

$$V_0 (1 + \quad t) = (V_0 + V) (1 + 3 \quad t) \\ V_0 = \frac{V (1 + 3 \quad t)}{(1 + 3 \quad t) - 3 \quad t} = \frac{3 \times 10^{-9} (1 + 3 \times 8.0 \times 10^{-6} \times 10^2)}{(1.81 \times 10^{-4} - 3 \times 8.0 \times 10^{-6}) \times 10^2} \text{米}^3 \\ = 1.92 \times 10^{-7} \text{米}^3 .$$

2416. 容积为 2.5 升的石英容器内, 放有质量为 8.5 千克的黄铜圆柱体, 容器的其余部分充满水。把容器和内部盛物一起加热, 温度升高 3 时, 容器内的水面相对容器的位置不变。求水的体胀系数  $\beta$ 。(石英的线胀系数  $\alpha_1=0.42 \times 10^{-6} \text{开}^{-1}$ , 黄铜的线胀系数  $\alpha_2=0.2 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$ , 黄铜的密度  $\rho=8.5 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。)

[解答] 已知  $V_1=2.5$  升 $=2.5 \times 10^{-3}$ 米<sup>3</sup>,  $m=8.5$  千克,  $t=3$ ,  $\alpha_1=0.42 \times 10^{-6} \text{开}^{-1}$ ,  $\alpha_2=0.2 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$ ,  $\rho=8.5 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。

加热时, 容器的容积增加  $\Delta V_1 = V_1 3 \quad \alpha_1 \quad t$ ; 黄铜圆柱的体积  $V_2 = \frac{m}{\rho}$  增加  $\Delta V_2 = \frac{m}{\rho} 3 \quad \alpha_2 \quad t$ ; 而水的体积  $V_3=V_1-V_2$  变化量是  $\Delta V_3 = (V_1-V_2) \quad \beta \quad t$ 。由于容器内的水面不变, 则  $\Delta V_1 - \Delta V_2 = \Delta V_3$ , 所以

$$\frac{3 ( \alpha_1 V_1 - \alpha_2 m )}{V_1 - m} \\ = \frac{3 \times ( 0.42 \times 10^{-6} \times 2.5 \times 10^{-3} \times 8.5 \times 10^3 - 0.2 \times 10^{-4} \times 8.5 )}{2.5 \times 10^{-2} \times 8.5 \times 10^3 - 8.5} \text{开}^{-1} \\ = -3.79 \times 10^{-5} \text{开}^{-1} .$$

负号表示水在这个温度变化范围内体积随温度升高而缩小。

2417. 直径为 6 厘米, 容积是 1 升的石英杯内倒入半杯水后, 再放入一个体积为 100 厘米<sup>3</sup>的硬橡胶球。水的温度由 10 升到 70, 杯内水面上升的高度  $h$  等于多少? (硬橡胶球的线胀系数  $\alpha=8 \times 10^{-5} \text{开}^{-1}$ , 石英的热膨胀不计, 水的体胀系数的平均值  $\beta=3 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$ 。)

[解答] 已知  $d=6$  厘米,  $V_1=1$  升 $=10^{-3}$ 米<sup>3</sup>,  $V=100$  厘米<sup>3</sup> $=10^{-4}$ 米<sup>3</sup>,

$t_1=10$  ,  $t_2=70$  ,  $\beta=8 \times 10^{-5} \text{开}^{-1}$  ,  $\beta=3 \times 10^{-4} \text{开}^{-1}$  ,  $V_0=0.5 \times 10^{-3} \text{米}^3$ 。

根据体胀系数的公式可以得到

$$h \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (V_0 + 3V)(t_2 - t_1) ,$$

$$h = \frac{4(V_0 + 3V)(t_2 - t_1)}{d^2}$$

$$= \frac{4 \times (3 \times 10^{-4} \times 0.5 \times 10^{-3} + 3 \times 8 \times 10^{-5} \times 10^{-4}) \times (70 - 10)}{3.14 \times (6 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 3.7 \times 10^{-3} \text{米} = 3.7 \text{毫米}。$$

2418 . 用孔内装有管子的软木塞紧固在烧瓶的口上, 烧瓶内的煤油灌到软木塞处, 如图所示。如果烧瓶的容积为 2 升, 管内煤油柱的高度为 20 厘米, 管的截面积为 2 厘米<sup>2</sup>, 煤油的体胀系数  $\beta=10^{-3} \text{开}^{-1}$ , 煤油的密度为 800 千克/米<sup>3</sup>(设煤油的密度不变), 那末煤油温度升高 30 时, 作用在烧瓶底上的压强变化了多少? 瓶的热膨胀忽略不计。

[解答] 设压强的变化为  $p$ 。已知  $V=2 \text{升}=2 \times 10^{-3} \text{米}^3$ ,  $h=20 \text{厘米}=0.2 \text{米}$ ,  $S=2 \text{厘米}^2=2 \times 10^{-4} \text{米}^2$ ,  $\beta=10^{-3} \text{开}^{-1}$ ,  $\rho=800 \text{千克/米}^3$ ,  $t=30$ 。温度升高后膨胀的体积

$$V = (V + hS) \beta t ,$$

$$\text{压强的变化} \quad p = \rho g \left[ \frac{(V + hS) \beta t}{S} \right]$$

$$= 800 \times 9.8 \times \left[ \frac{(2 \times 10^{-3} + 0.2 \times 2 \times 10^{-4}) \times 10^{-3} \times 30}{2 \times 10^{-4}} \right] \text{帕}$$

$$= 2399 \text{帕}。$$

2419 . 两座相同的钢桥分别架设在南方和北方。温度变化范围: 南方是 -10 到 +50 , 北方是 -50 到 +20 。考虑到桥在温度变化时的热膨胀, 求 0 时所留桥缝的宽度。(0 时的桥长  $L$  等于 100 米, 钢的平均线胀系数  $\alpha=10^{-5} \text{开}^{-1}$ )

[解答] 设南方桥留缝的宽度  $L_1$ , 北方桥留缝的宽度  $L_2$ 。已知南方 -10  $t_1 = 50$  , 北方 -50  $t_2 = 20$  ,  $l_0=100 \text{米}$ ,  $\alpha=10^{-5} \text{开}^{-1}$ 。

根据线胀公式

$$L_1 = L_0 (1 + \alpha t_1) ,$$

$$L_1 = L_0 \alpha t_1 = 100 \times 10^{-5} \times 50 \text{米}$$

$$= 5 \times 10^{-2} \text{米}。$$

$$L_2 = L_0 (1 + \alpha t_2) ,$$

$$L_2 = L_0 \alpha t_2 = 100 \times 10^{-5} \times 20 \text{米}$$

$$= 2 \times 10^{-2} \text{米}。$$

2420 . 在一空温度范围内, 水的体胀系数的平均值:

$$0 \quad t \quad 4 \quad , \quad \beta_1 = -3.3 \times 10^{-5} \text{开}^{-1} ;$$

$$4 \quad t \quad 10 \quad , \quad \beta_2 = 4.8 \times 10^{-5} \text{开}^{-1} ;$$

$$10 \quad t \quad 20 \quad , \quad \beta_3 = 1.5 \times 10^{-5} \text{开}^{-1}。$$

如果水在温度  $t_1=1$  时的体积  $V_1=10^3$  厘米<sup>3</sup>，求水在温度  $t=15$  时的体积  $V$ 。

[解答] 已知  $\alpha_1=-3.3 \times 10^{-5}$  开<sup>-1</sup>； $\alpha_2=4.8 \times 10^{-5}$  开<sup>-1</sup>； $\alpha_3=1.5 \times 10^{-5}$  开<sup>-1</sup>。 $t_1=1$ ， $V_1=10^3$  厘米<sup>3</sup> $=10^{-3}$  米<sup>3</sup>， $t=15$ 。

由体膨胀公式可以近似地表示为

$$\begin{aligned} V &= V_1 (1 + \alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2 + \alpha_3 t_3) \\ &= 10^{-3} (1 - 3.3 \times 10^{-5} \times 3 + 4.8 \times 10^{-5} \times 6 + 1.5 \times 10^{-4} \times 5) \text{ 米}^3 \\ &= 1.0003 \times 10^{-3} \text{ 米}^3. \end{aligned}$$

2421. 在历史上，对摄氏温标是这样规定的：假设测温属性  $X$  随温度  $t$  作线性变化，即

$$t = aX + b.$$

并规定冰点为  $t=0$ ，汽点为  $t=100$ 。

设  $X_i$  和  $X_s$  分别表示在冰点和汽点时  $X$  的值，试求上式中的常数  $a$  和  $b$ 。

[解答] 已知  $t_1=0$ ， $X_i=X_s$ ， $t_2=100$ ， $X_i=X_s$ 。

$$0 = aX_i + b \quad (1)$$

$$100 = aX_s + b \quad (2)$$

解得

$$a = \frac{100}{X_s - X_i}, \quad b = \frac{100X_i}{X_s - X_i}.$$

2422. 在什么温度下，下列一对温标给出相同的读数：(1) 华氏温标和摄氏温标；(2) 华氏温标和热力学温标；(3) 摄氏温标和热力学温标？

[解答] (1) 根据华氏温标的定义

$$t_F = 32 + \frac{9}{5} t.$$

当  $t=t_F$  时， $t = 32 + \frac{9}{5} t$ ，

解得  $t=-40$ 。

(2) 由热力学温标的定义得到

$$T = 273 + t.$$

而  $t_F = 32 + \frac{9}{5} t$ ，

$$T = 273 + (t_F - 32) \times \frac{5}{9}.$$

得 当  $t_F = T$  时，

$$t_F = 273 + (t_F - 32) \times \frac{5}{9}$$

$$t_F = 574.25 \text{ } ^\circ\text{F}.$$

(3) 根据  $T=273+t$ 。

当  $t=T$  时，

将出现 273 等于 0 的不合理情况。

也就是说，不存在  $T=t$  的读数。

2423. 水银温度计浸在冰水中时，水银柱的长度为 4 厘米，这个温度计浸在沸水中时，水银柱的长度为 24 厘米。（1）在室温 22 时，水银柱的长度为多少？（2）温度计浸在某种沸腾的化学溶液中时，水银柱的长度为 25.4 厘米，试求溶液的温度。

[解答] 要求水银柱长度  $L_1$  及对应的温度  $t_2$ 。已知  $L_i=4$  厘米， $t=100$ ， $L_s=24$  厘米， $t_2=22$ ， $L_2=25.4$  厘米。

$$(1) t = aL + b = \frac{100}{L_s - L_i} L - \frac{100L_i}{L_s - L_i}$$
$$= \frac{100}{L_s - L_i} (L - L_i)。$$

$$t_1 = \frac{100}{L_s - L_i} (L_1 - L_i)，$$

解得  $L_1 = \frac{L_s - L_i}{100} t_1 + L_i$

$$= \frac{24 - 4}{100} \times 22 \text{厘米} + 4 \text{厘米}$$
$$= 8.4 \text{厘米}。$$

$$(2) t_2 = \frac{100}{L_s - L_i} (L_2 - L_i)$$
$$= \frac{100}{24 - 4} (25.4 - 4)$$
$$= 107。$$

2424. 地球表面所受太阳辐射热为 75600 焦/（分·米<sup>2</sup>），阳光经过一个直径为 10 厘米的凸透镜，会聚于铜质量热器上，量热器质量为 0.05 千克，内有质量为 0.05 千克的水，如果阳光的辐射热有 80% 被量热器和水吸收，10 分钟后，量热器和水温度升高多少？[ $c_{\text{铜}}=390$  焦/（千克·开）]

[解答]

设温度升高  $t$ ， $S = \frac{1}{4} d^2 = 7.85 \times 10^{-3} \text{米}^2$ ， $q = 75600 \text{焦/分} \cdot \text{米}^2$ ，

$m_{\text{器}} = 0.05 \text{千克}$ ， $m_{\text{水}} = 0.05 \text{千克}$ ， $c_{\text{铜}} = 390 \text{焦/（千克} \cdot \text{开）}$ ， $\eta = 80\%$ ，

$T = 10 \text{分}$ 。 $c_{\text{水}} = 4.2 \times 10^3 \text{焦/（千克} \cdot \text{开）}$ 。

由题意  $SqT = (c_{\text{铜}}m_{\text{器}} + c_{\text{水}}m_{\text{水}}) t$ ，

$$t = \frac{SqT}{c_{\text{铜}}m_{\text{器}} + c_{\text{水}}m_{\text{水}}} = \frac{7.85 \times 10^{-3} \times 75600 \times 10 \times 0.8}{390 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.05}$$
$$= 20.7。$$

2425. 蒸汽机的功率为 150 马力，它工作 5 小时要烧掉 600 千克煤。求这台蒸汽机的效率。（煤的燃烧值为 29400 千焦/千克）

[解答] 已知  $P=150 \times 735$  瓦， $t=5 \times 3600$  秒， $m=600$  千克， $q=29400$

$\times 10^3$  焦/千克。

5 小时内蒸汽机所做的功

$$W = P \cdot t。$$

蒸汽机消耗的煤产生的热量

$$Q = mq。$$

$$= \frac{W}{Q} = \frac{P \cdot t}{mq}$$

$$= \frac{150 \times 735 \times 5 \times 3600}{600 \times 29400 \times 10^3}$$

$$= 11%。$$

2426 . 小汽车以 80 千米/小时的速度行驶 256.2 千米，在这段路程上共消耗汽油 48.6 千克。如果小轿车发动机的效率为 25%，汽油的燃烧值为 46200 千焦/千克，求在这段时间内汽车发动机的平均功率  $\bar{P}$ 。

[解答] 已知  $s=256200$  米,  $v=80$  千米/小时=22 米/秒,  $m=48.6$  千克,  $\eta=25\%=0.25$ ,  $q=46200 \times 10^3$  焦/千克。

根据效率的公式，有

$$= \frac{\bar{P} \cdot t}{mq}。$$

$$\text{且 } t = \frac{s}{v}，$$

所以

$$\bar{P} = \frac{mq \cdot v}{s}$$

$$= \frac{48.6 \times 46200 \times 10^3 \times 0.25 \times 22}{256200} \text{ 瓦}$$

$$= 4.8 \times 10^4 \text{ 瓦} = 65.3 \text{ 马力。}$$

2427 . 一个质量为  $M$  的小车，以速度  $v$  行驶，撞在前方一个静止的质量为  $m$  的另一辆小车上，然后两者一起前进。求碰撞时两车增加的内能。

[解答] 根据能的守恒和转化定律，两车在碰撞过程中机械能的减少等于两车内能的增加。

碰撞前两车的动能

$$E_{k1} = \frac{1}{2} Mv^2。$$

碰撞后两车的共同速度为  $v_{共}$ ，则

$$Mv = (M + m) v_{共}, v_{共} = \frac{Mv}{M + m}。$$

碰撞后两车的动能

$$\begin{aligned} E_{k2} &= \frac{1}{2} (M + m) v_{共}^2 = \frac{1}{2} (M + m) \left( \frac{M}{M + m} \right) v^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{M^2}{M + m} v^2。 \end{aligned}$$

碰撞中内能的增加

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} Mv^2 - \frac{1}{2} \frac{M^2}{M + m} v^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{Mm}{M + m} v^2。 \end{aligned}$$

2428. 一个体重 60 千克的登山者每小时能竖直登高 500 米。问：

(1) 这个登山者向上爬行 2 小时他克服重力做功  $W$  为多少？

(2) 人的身体是一架低效率的化学——机械机器。在最好的情况下，肌肉只能提供化学能的 25% 作为有用的机械能。假定登山者具有这样的效率，那么，这 2 小时内他共消耗的化学能  $E_{化}$  为多少？

(3) 假定除了登山外，他每 24 小时还需要  $9.24 \times 10^6$  焦的热量。如果他每天早晨都做 2 小时登山运动，在每天的食物中，他应该吸收的总能量  $E$  是多少？

[解答] 已知  $m=60$  千克， $H=500$  米， $\eta=25\%=0.25$ ， $t=2$  小时= $7200$  秒， $Q=9.24 \times 10^6$  焦。

(1) 克服重力做的功

$$\begin{aligned} W &= mgH \\ &= 60 \times 9.8 \times 500 \times 2 \text{ 焦} \\ &= 5.88 \times 10^5 \text{ 焦。} \end{aligned}$$

(2) 消耗的化学能

$$\begin{aligned} E_{化} &= \frac{W}{\eta} \\ &= \frac{5.88 \times 10^5}{0.25} \\ &= 2.35 \times 10^6 \text{ 焦。} \end{aligned}$$

(3) 需要吸收的总能量

$$\begin{aligned} E &= Q + E_{化} \\ &= 9.24 \times 10^6 \text{ 焦} + 2.35 \times 10^6 \text{ 焦} \\ &= 1.2 \times 10^7 \text{ 焦。} \end{aligned}$$

2429. 内燃机工作时，汽缸里气体的温度为 727，废气的温度为 100。机器运转 1 小时消耗的燃料为 36 千克，燃料的燃烧值为 4.3

$\times 10^6$  焦/千克。这台机器发出的最大功率  $P$  等于多少？

[解答] 已知  $t_1=727$  ,  $t_2=100$  ,  $t=3600$  秒 ,  $m=36$  千克 ,  $q=4.3 \times 10^6$  焦/千克。

内燃机的最大效率为

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1}。$$

最大功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{m_q}{t} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ &= \frac{36 \times 4.3 \times 10^6}{3600} \times \frac{(273 + 727) - (273 + 100)}{(273 + 727)} \text{瓦} \\ &= 2.7 \times 10^5 \text{瓦。} \end{aligned}$$

2430 . 河里行驶的船的效率为 30% 时 , 螺旋桨发出的功率为  $1.5 \times 10^4$  瓦。设所用的燃料的燃烧值为  $5 \times 10^7$  焦/千克 , 求船以 7.2 千米/小时的速度行驶了 1 千米的路程所消耗的燃料  $m$  为多少？

[解答] 已知  $\eta=30\%=0.30$  ,  $P=1.5 \times 10^4$  瓦 ,  $q=5 \times 10^7$  焦/千克 ,  $v=7.2$  千米/小时=2 米/秒 ,  $s=1$  千米=1000 米。

根据效率的公式得到

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P \cdot s}{q \cdot m} , \\ m &= \frac{Ps}{q \cdot v} \\ &= \frac{1.5 \times 10^4 \times 1000}{5 \times 10^7 \times 0.30 \times 2} \text{千克} \\ &= 0.5 \text{千克。} \end{aligned}$$

2431 . 喷气式飞机以 900 千米/小时的速度飞行 1800 千米 , 消耗了 4 吨燃料。飞机发动机的功率为 5900 千瓦 , 效率为 23%。飞机所用燃料的燃烧值  $q$  等于多少？

[解答] 已知  $v=900$  千米/小时=250 米/秒 ,  $s=1800$  千米= $1800 \times 10^3$  米 ,  $m=4$  吨= $4 \times 10^3$  千克 ,  $P=5900$  千瓦= $5900 \times 10^3$  瓦 ,  $\eta=23\%=0.23$ 。

根据效率的公式 , 得到

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P \cdot s}{mq} , \\ q &= \frac{Ps}{m \cdot v} \\ &= \frac{5900 \times 10^3 \times 1800 \times 10^3}{4 \times 10^3 \times 0.23 \times 250} \text{焦/千克} \\ &= 4.6 \times 10^7 \text{焦/千克。} \end{aligned}$$

2432 发动机功率为  $2 \times 10^4$  瓦的汽车以 72 千米/小时的速度行驶 100

千米路程。消耗了 10 升的汽油。求发动机的效率。(汽油的密度  $\rho = 0.7 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>, 燃烧值  $q = 4.4 \times 10^7$  焦/千克)

[解答] 已知  $P = 2 \times 10^4$  瓦,  $v = 72$  千米/小时 = 20 米/秒,  $s = 100$  千米 =  $10^5$  米,  $V = 10$  升 =  $10 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $\rho = 0.7 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>,  $q = 4.4 \times 10^7$  焦/千克。根据效率的公式得到

$$\begin{aligned} & \frac{P \cdot \frac{s}{t}}{Vq} \\ &= \frac{2 \times 10^4 \times 10^5 / 20}{0.7 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} \times 4.4 \times 10^7} \times 100\% \\ &= 32\%。 \end{aligned}$$

2433. 要把质量为  $10^3$  千克的卫星发射到地面附近的圆形轨道上, 如果不计空气阻力, 燃料燃烧的热有 1% 转变成卫星的机械能, 燃烧的液体燃料质量  $m$  是多少? (地球的半径  $R = 6400$  千米, 燃料的燃烧值  $q = 4.6 \times 10^7$  焦/千克)

[解答] 已知  $m_1 = 10$  千克,  $R = 6400 \times 10^3$  米,  $q = 4.6 \times 10^7$  焦/千克,  $\eta = 1\%$ 。

卫星沿半径为  $R$  的轨道运行的条件为

$$\begin{aligned} m_1 g &= m_1 \frac{v^2}{R}, \\ v &= \sqrt{gR}。 \end{aligned}$$

液体燃料燃烧后释放的全部能量有 1% 转化为卫星运行时的动能

$$\begin{aligned} qm &= \frac{1}{2} m_1 v^2 \\ m &= \frac{m_1 g R}{2q\eta} \\ &= \frac{10^3 \times 9.8 \times 6400 \times 10^3}{2 \times 4.6 \times 10^7 \times 0.01} \text{ 千克} \\ &= 68174 \text{ 千克}。 \end{aligned}$$

2434. 质量为 2000 吨的列车, 以  $0.3$  米/秒<sup>2</sup> 的加速度制动后, 经过 50 秒钟停止。制动时产生的热量  $Q$  是多少?

[解答] 已知  $m = 2 \times 10^6$  千克,  $a = -0.3$  米/秒<sup>2</sup>,  $t = 50$  秒,  $v_t = 0$ 。根据运动学公式可以得到

$$v_0 = -at。$$

由能量守恒定律得到

$$\begin{aligned} Q &= E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 - 0 \\ &= \frac{1}{2} m (-at)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2.0 \times 10^6 \times (0.3 \times 50)^2 \text{ 焦} \\ &= 2.25 \times 10^8 \text{ 焦}。 \end{aligned}$$

2435. 质量为 1 千克的物体，从长为 22 米、且和水平成  $30^\circ$  角的斜面上滑下，到达斜面底端时的速度为 4 米/秒。如果物体的初速度是零，物体和斜面摩擦时产生的热量  $Q$  等于多少？

[解答] 已知  $l=22$  米， $m=1$  千克， $\theta=30^\circ$ ， $v_t=4$  米/秒， $v_0=0$ 。

根据能量守恒定律，可以得到

$$\begin{aligned} mgl \sin \theta &= Q + \frac{1}{2}mv_t^2, \\ Q &= mgl \sin \theta - \frac{1}{2}mv_t^2 \\ &= 1 \times 9.8 \times 22 \times \sin 30^\circ - \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2 \text{ 焦} \\ &= 99.8 \text{ 焦。} \end{aligned}$$

2436. 两个质量分别是 0.4 千克和 0.2 千克的小球，分别以 3 米/秒和 12 米/秒大小的速度作相向运动。求两球发生完全非弹性碰撞时产生的热量  $Q$ 。

[解答] 已知  $m_1=0.4$  千克， $m_2=0.2$  千克， $v_1=3$  米/秒， $v_2=-12$  米/秒（以  $v_1$  为正方向）。

根据动量守恒定律，得到

$$\begin{aligned} m_1v_1 + m_2v_2 &= (m_1 + m_2)v, \\ v &= \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}. \end{aligned}$$

根据能量守恒定律，得到

$$\begin{aligned} Q &= \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} \\ &= \frac{m_1m_2(v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \\ &= \frac{0.4 \times 0.2 \times (3 + 12)^2}{2 \times (0.4 + 0.2)} \\ &= 15 \text{ 焦。} \end{aligned}$$

2437. 质量为  $m$  的子弹，击中并穿过放在光滑桌面上的质量是  $M$  的立方体木块。如果子弹从木块中穿出时的速度等于  $v_2$ ，射入木块前的速度是  $v_1$ ，试问有多少机械能变为热能？

[解答] 根据动量守恒定律

$$\begin{aligned} mv_1 &= mv_2 + Mv, \\ v &= \frac{m}{M}(v_1 - v_2). \end{aligned}$$

根据能量守恒定律，得到变为热能的热能

$$\begin{aligned} W &= \frac{mv_1^2}{2} - \left( \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \right) \\ &= \frac{m}{2} \left[ (v_1^2 - v_2^2) - \frac{m}{M} (v_1 - v_2)^2 \right]. \end{aligned}$$

2438. 绳子和质量为  $m$  的石块相连接, 它将石块沿着水平倾角为  $\alpha$  的木板匀速地拉到  $h$  高度。如果绳子和木板平行, 石块和木板之间的摩擦系数为  $\mu$ , 求石块和木板因摩擦而产生的热量  $Q$ 。

[解答] 石块匀速运动时, 绳子的张力  $F$  的大小等于重力沿斜面的分力和摩擦力之和: 即  $mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ 。物体升高  $h$ , 拉力  $F$  做的功为  $F \cdot \frac{h}{\sin\alpha}$ 。根据能量守恒定律, 可以得到

$$F \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = Q + mgh$$

$$Q = F \frac{h}{\sin\alpha} - mgh \\ = mgh \mu \operatorname{ctg} \alpha。$$

2439. 四汽缸四冲程内燃机的飞轮每分钟转 300 转, 第三冲程中燃汽的平均压强为  $5 \times 10^5$  帕, 活塞冲程是 30 厘米, 活塞面积是 120 厘米<sup>2</sup>, 求内燃机的功率  $P$ 。(不计燃汽在其他冲程中所做的功)

[解答] 已知  $\bar{p} = 5 \times 10^5$  帕,  $S = 120$  厘米<sup>2</sup> =  $120 \times 10^{-4}$  米<sup>2</sup>,  $l = 30$  厘米 = 0.3 米,  $n = 300$  转/分。每个汽缸在第三冲程燃汽所做的功

$$W = \bar{p}Sl_0$$

飞轮转两周完成一次循环  $t = 2 \cdot \frac{60}{300}$  秒 = 0.4 秒。

四个汽缸的功率为

$$P = 4 \frac{W}{t} = \frac{4\bar{p}St}{t} \\ = \frac{4 \times 5 \times 10^5 \times 120 \times 10^{-4} \times 0.3}{0.4} \text{瓦} \\ = 1.8 \times 10^4 \text{瓦}。$$

2440. 为了测定铜的比热容, 把质量是 500 克的铜砝码加热到  $t_2$ , 然后把它放进装有 400 克水的铝量热器内, 量热器内的质量是 60 克, 量热器内水的初温是  $t_1$ , 末温度是  $t_3$ 。[铝的比热容为  $0.88 \times 10^3$  焦/(千克·开)。]

[解答] 设铜砝码在温度降低时所放出的热量为  $Q_2$ 。已知  $m_2 = 500$  克,  $m = 400$  克,  $m_1 = 60$  克,  $t_2 = 100$ ,  $t_1 = 15$ ,  $t_3 = 23.4$ 。

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_2 - t_3),$$

水在温度升高时所吸收的热量

$$Q = cm (t_3 - t_1),$$

铝量热器在温度升高时所吸收的热量

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_3 - t_1),$$

由热平衡方程式得到

$$Q_2 = Q + Q_1。$$

$$c_2 m_2 (t_2 - t_3) = cm (t_3 - t_1) + c_1 m_1 (t_3 - t_1),$$

$$\begin{aligned}
c_2 &= \frac{cm(t_2 - t_1) + c_1 m_1(t_2 - t_1)}{m_2(t_2 - t_1)} \\
&= \left[ \frac{4.2 \times 10^3 \times 400 \times 10^{-3}(23.4 - 15)}{500 \times 10^{-3}(100 - 23.4)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{0.88 \times 10^3 \times 60 \times 10^3(23.4 - 15)}{500 \times 10^{-3}(100 - 23.4)} \right] \text{焦} / (\text{千克} \cdot \text{开}) \\
&= 3.8 \times 10^2 \text{焦} / (\text{千克} \cdot \text{开})。
\end{aligned}$$

2441. 欲测定熔炉的温度，先取一铂块放在炉中加热到熔炉的温度，取出后立即投入水中，结果，水温从 15 升高到 85 。如果将铂块加热到 100 ，投入等量的水中，结果水的温度从 15 升高到 20 。求熔炉的温度。

[解答] 设水的质量为  $M$ ，比热容为  $c_M$ ，铂块的质量为  $m$ ，比热容为  $c_m$ 。根据热平衡方程式

$$\text{第一次：} \quad c_m m(t - t_2) = c_M M(t_2 - t_1) \quad (1)$$

$$\text{第二次：} \quad c_m m(t' - t_2') = c_M M(t_2' - t_1) \quad (2)$$

$$\text{联立得} \quad \frac{t - t_2}{t' - t_2'} = \frac{t_2 - t_1}{t_2' - t_1},$$

$$\begin{aligned}
t &= \frac{t_2 - t_1}{t_2' - t_1} (t' - t_2') + t_2 \\
&= \left[ \frac{85 - 15}{20 - 15} (100 - 20) + 85 \right] \\
&= 1205。
\end{aligned}$$

由于第一次铂块的初温度跟熔炉的温度相等，所以熔炉的温度是 1205 。

2442. 测定酒精的比热容可以用冷却的方法。具体的做法是：在量热器中装入 38 的水 92.5 克，经过 7 分钟温度降为 30 ；如果在量热器中装入 38 的酒精 72 克，经 3 分 20 秒温度降为 30 。设量热器的热容量为 8.36 焦/开。求酒精的比热容。

[解答] 设水的质量为  $m$ ，酒精的质量为  $m'$ ，量热器的热容量为  $C$ ，初温为  $t_1$ ，末温为  $t_2$ ，水的比热容为  $c$ ，酒精的比热容为  $c'$ ，时间为  $T$ ，每分钟散失的热量为  $Q$ ，根据热平衡方程，则有

$$\text{第一次：} \quad C(t_1 - t_2) + c'm'(t_1 - t_2) = QT'$$

$$\text{第二次：} \quad C(t_1 - t_2) + cm(t_1 - t_2) = QT。$$

$$\begin{aligned}
\text{得} c &= \frac{CT - CT' + c'm'T}{mT} \\
&= \frac{8.36 \times 200 - 8.36 \times 420 + 4.2 \times 10^3 \times 92.5 \times 10^{-3} \times 200}{72 \times 10^{-3} \times 420} \text{焦} / (\text{千克} \cdot \text{开}) \\
&= 2.5 \times 10^3 \text{焦} (\text{千克} \cdot \text{开})。
\end{aligned}$$

2443. 三种不同液体 A、B、C，其初温度分别为 15 、 25 、 35 。当 A、B 混合时，平衡温度为 21 。B 和 C 混合时，平衡温度为 32 。求 A 和 C 混

合时的平衡温度。

[解答] 设三种液体的质量分别为  $m_A$ 、 $m_B$ 、 $m_C$ ，比热容分别为  $c_A$ 、 $c_B$ 、 $c_C$ ，A 和 B 混合后平衡温度为  $t_{AB}$ ，B 和 C 混合后平衡温度为  $t_{BC}$ ， $t_A=15$ ， $t_B=25$ ， $t_C=35$ ， $t_{AB}=21$ ， $t_{BC}=32$ 。

由热平衡方程

$$c_A m_A (t_{AB} - t_A) = c_B m_B (t_B - t_{AB}) ,$$

$$c_B m_B (t_{BC} - t_B) = c_C m_C (t_C - t_{BC}) .$$

$$\text{即 } c_A m_A (21 - 15) = c_B m_B (25 - 21) ,$$

$$c_B m_B (32 - 25) = c_C m_C (35 - 32) .$$

$$\text{两式相乘得 } c_A m_A \times 6 \times 7 = c_C m_C \times 4 \times 3,$$

$$c_A m_A \times 7 = c_C m_C \times 2 ,$$

$$\text{当 A、C 混合时, } c_A m_A (t_{AC} - t_A) = c_C m_C (t_C - t_{AC}) ,$$

$$c_A m_A (t_{AC} - 15) = c_C m_C (35 - t_{AC}) ,$$

$$2(t_{AC} - 15) = 7(35 - t_{AC}) ,$$

$$2t_{AC} - 30 = 245 - 7t_{AC} ,$$

$$t_{AC} = 30.6 .$$

2444. 室内采暖用的散热器里，如果每小时流入散热器的热水是 120 千克，水温是 90，而每小时放出的热量是  $5.04 \times 10^6$  焦。那么从散热器里流出的水的温度是多少？

[解答] 水的质量为  $m$ ，水的初温为  $t_1$ ，末温为  $t_2$ ，每小时放出的热量为  $Q$ ，水的比热容为  $c$ 。

根据热量计算公式，散热器放出的热量

$$Q = cm(t_1 - t_2) ,$$

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{cmt_1 - Q}{cm} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 120 \times 90 - 5.04 \times 10^6}{4.2 \times 10^3 \times 120} \\ &= 80 . \end{aligned}$$

2445. 一个煤油炉每分钟燃烧 4 克煤油，如果它燃烧时放出的热量有 40% 使水升温，问需要多长时间才能将质量为 2 千克、温度是 10 的水升温到 100？（煤油的燃烧值为  $4.62 \times 10^7$  焦/千克）

[解答] 煤油质量为  $m_1$ ，效率为  $\eta$ ，水的质量为  $m_2$ ，水的初温为  $t_1$ ，水的末温为  $t_2$ ，煤油的燃烧值为  $q$ ，需要的时间是  $T$ 。

根据热平衡方程

$$\begin{aligned}
 m_1 q \quad T &= c m_2 (t_2 - t_1), \\
 T &= \frac{c m_2 (t_2 - t_1)}{m_1 q} \\
 &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 2 \times (100 - 10)}{4 \times 10^{-3} \times 4.62 \times 10^7 \times 40\%} \text{分} \\
 &10.2 \text{分}。
 \end{aligned}$$

2446 .为了测量质量为 66 克的水温 ,将温度计放入水中 ,读数是 32.4 。如果温度计吸热部分的热容量为 19 焦/开 ,放入水中之前所示的温度为 17.8 ,求水的实际温度  $t_x$ 。

[解答] 已知  $m=66$  克 $=0.066$  千克 ,  $t_1=32.4$  ,  $t_2=17.8$  ,  $C=19$  焦/开 ,  $c_1=4.2 \times 10^3$  焦/ ( 千克 · 开 )。

浸入水中温度计吸收的热量为

$$Q_{\text{吸}}=C(t_1-t_2) \quad (1)$$

这些热量是由水给予的 , 所以

$$Q_{\text{放}}=c_1 m_1 (t_x - t_1) \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得到

$$\begin{aligned}
 t_x &= \frac{C(t_1 - t_2)}{c_1 m_1} + t_1 \\
 &= \left[ \frac{19 \times (32.4 - 17.8)}{4.2 \times 10^3 \times 0.066} + 32.4 \right] \\
 &= 33.4 \text{ 。}
 \end{aligned}$$

2447 . 在质量为 120 克、温度为 20 的玻璃杯里倒入 200 克温度为 100 的热水 , 经过 5 分钟后杯和水的温度是 40 。如果热损耗是均匀的 , 求每秒钟失去的热量  $Q$  。 [玻璃的比热容  $c_1=840$  焦/ ( 千克 · 开 ) , 水的比热容  $c_2=4.2 \times 10^3$  焦/ ( 千克 · 开 )。]

[解答] 已知  $m_1=120$  克 $=0.12$  千克 ,  $t_1=20$  ,  $m_2=200$  克 $=0.2$  千克 ,  $t_2=100$  ,  $T=5$  分钟 $=300$  秒 ,  $t=40$  。

由热平衡方程得到

$$c_2 m_2 (t_2 - t) = c_1 m_1 (t - t_1) + Q$$

$$Q = c_2 m_2 (t_2 - t) - c_1 m_1 (t - t_1)$$

$$\begin{aligned}
 &= 4.2 \times 10^3 \times 0.2 \times (100 - 40) \text{焦} - 840 \times 0.12 \times (40 - 20) \text{焦} \\
 &= 48384 \text{ 焦}。
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q' &= \frac{Q}{T} = \frac{48384}{300} \text{焦/秒} \\
 &= 161.28 \text{焦/秒}。
 \end{aligned}$$

2448 . 在装有水的两个相同的量热器内 , 一个量热器内水的质量是 0.1 千克 , 温度为 45 ; 另一个量热器内水的质量是 0.5 千克 , 温度为 24 。倒入相同质量、相同温度的水银 , 热平衡后两个量热器里水的温度都是 17 。求量热器的热容量  $C$ 。

[解答] 已知  $m_1=0.1$  千克 ,  $t_1=45$  ,  $m_2=0.5$  千克 ,  $t_2=24$  ,  $t=17$

，水的比热容  $c_0=4.2 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ，水银的质量为  $m$  ，比热容为  $c$  ，初温为  $t_3$ 。

根据热平衡方程得到

$$c_0 m_1 (t_1 - t) + C (t_1 - t) = c m (t - t_3) \quad (1)$$

$$c_0 m_2 (t_2 - t) + C (t_2 - t) = c m (t - t_3) \quad (2)$$

由 (1) 和 (2) 式得到

$$C = \frac{c_0 [m_2 (t_2 - t) - m_1 (t_2 - t)]}{t_1 - t_2}$$

$$= \frac{4.2 \times 10^3 [0.5 \times (24 - 17) - 0.1 \times (45 - 17)]}{45 - 24} \text{ 焦 / 开}$$

$$= 140 \text{ 焦 / 开。}$$

2449 . 质量为 0.2 千克的黄铜量热器里，盛有温度为 10 ，质量为 0.4 千克的苯胺，再倒进温度为 31 ，质量为 0.4 千克的苯胺，达到热平衡时的温度 20 ，求苯胺的比热容  $c_x$ 。 [黄铜的比热容  $c_{cu}=0.4 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ]

[解答] 已知  $m_{cu}=0.2$  千克， $t_0=10$  ， $m_1=0.4$  千克， $t=31$  ， $m_2=0.4$  千克， $t=20$  ， $c_{cu}=0.4 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 )。

根据热平衡方程得到

$$c_x m_2 (t - t_0) = c_x m_1 (t - t_0) + m_{cu} c_{cu} (t - t_0) ,$$

$$c_x = \frac{m_{cu} c_{cu} (t - t_0)}{m_2 (t - t_0) - m_1 (t - t_0)}$$

$$= \frac{0.2 \times 0.4 \times 10^3 (20 - 10)}{0.4 \times (31 - 20) - 0.4 \times (20 - 10)} \text{ 焦 / ( 千克 · 开)}$$

$$= 2 \times 10^3 \text{ 焦 / ( 千克 · 开) 。}$$

2450 . 功率为 800 瓦的电热茶壶，可将 1.5 升、20 的水在 20 分钟的时间内烧开。求电热茶壶的效率 。水的比热容  $c=4.2 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 )。

[解答] 已知  $P=800$  瓦， $V=1.5$  升， $t_1=20$  ， $T=20$  分=1200 秒， $t_2=100$  ， $c=4.2 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 )。

设水的密度  $\rho=1 \times 10^3$  千克 / 米<sup>3</sup>。

由效率公式

$$= \frac{V \rho c (t_2 - t_1)}{PT}$$

得  $= \frac{1.5 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^3 \times 4.2 \times 10^3 \times (100 - 20)}{800 \times 1200} \times 100\%$

$$= 52.5\% .$$

2451 . 子弹打中靶时所产生的热量，有 50% 用来使子弹的温度升高，如果子弹的比热容为  $0.126 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ，结果子弹的温度升高了 100 ，求子弹击靶时的速度。

[解答] 要求子弹的速度  $v$ 。已知  $\eta=50\%$ ， $c=0.126 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) ， $t=100$  。设子弹的质量为  $m$ ，则子弹击靶时所做的功

$$W = \frac{1}{2}mv^2。$$

$$Q = cm \ t。$$

$$\cdot \frac{1}{2}mv^2 = cm \ t。$$

子弹温度升高需要的热量

$$v = \sqrt{\frac{2c \ t}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 0.126 \times 10^3 \times 100}{0.5}} \text{米 / 秒}$$

$$= 224 \text{米 / 秒}。$$

2452 . 从 15 米高的地方落下来的水，它所做功有 30% 用来使它变热，求水落下后温度升高  $t$  为多少度？

[解答] 已知  $H=15$  米， $\eta=30\%$ ， $c=4.2 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 )， $g=9.8$  米 / 秒<sup>2</sup>。

设水的质量为  $m$ ，则水下落时所做的功

$$W=mgh。$$

水的温度升高  $t$  所需的热量

$$Q=cm \ t。$$

所以  $mgh=cm \ t。$

$$t = \frac{gH}{c}$$

$$= \frac{30\% \times 9.8 \times 15}{4.2 \times 10^3}$$

$$\approx 0.01 \text{ 度}。$$

## 物态变化

### 填充题

2453. 使 100 克 0 的冰完全熔解为 0 的水需要吸收 33600 焦 的热量, 如果等质量 0 的水吸收同样热量, 水温将升到 80。

2454. 80 克, 50 的水温升到 100 , 需要吸收 16800 焦 热量, 如果全部变成 100 蒸汽还要吸收  $1.81 \times 10^5$  焦热量。

2455. 蒸发是在 液体表面, 任何温度下都可 进行的汽化现象, 沸腾是在 整个液体内部和表面, 温度达到沸点 进行的汽化现象。

2456. 液体的沸点跟压强有关, 压强增大, 沸点 升高, 在高山上的沸点比平地 低。

2457. 物态变化可以有六个不同的过程, 对不同的过程填写下表。

过程	名称	吸热或放热
1	凝固	放热
2	凝华	放热
3	熔解	吸热
4	液化	放热
5	汽化	吸热
6	升华	吸热

2458. 白炽灯泡用久了会发黑是因为灯丝受热发生 升华 现象, 同时, 升华产生的蒸汽和温度较低的玻璃相遇又发生 凝华 现象。玻璃内壁附着的黑色物质是钨。

2459. 图中仪器叫做 量热器, 各部分名称是

- (1) 温度计, (2) 搅拌器, (3) 木盖,  
(4) 小筒 (5) 大筒 (6) 小木架。

2460. 用量热器测固体比热时, 要尽量减少热量损失, 缩短实验时间, 请把用英文字母所代表的步骤按实验的合理顺序填写在横线空白处。

A: 从烧杯里取出铜块, 立刻把它投入量热器小筒的水里, 盖好木盖, 用搅拌器上下搅动, 记下温度计的最高温度。

B: 用量筒器量一些水, 记下水的体积, 倒进小筒里, 用温度计测出小筒里的水温。

C: 把铜块放进装有热水的烧杯里加热。

D: 用温度计测出烧杯里水的温度作为铜块的温度。

E: 用天平称出铜块的质量。

F: 利用测得的数据算出铜块比热。

实验顺序应是 E, C, B, D, A, F。

2461. 从 -20 开始加热某种固体物质, 图中表示该物质温度和加热时间的关系曲线, 由图可知, 该物质熔点大约是 0, 沸点大约是 100, 图线中的 BC 段表示物质处于固液共存状态, , 从开始熔解到开始沸腾所用时间是 37.5 分, CD 段曲线表示物质全部处于液态。

### 选择题

2462. 一个大气压下 1 千克、 $0^{\circ}\text{C}$  的冰和 1 克、 $0^{\circ}\text{C}$  的水在同温度的绝热容器中混合，正确的结论是

- (a) 冰全部熔解；
- (b) 水全部结冰；
- (c) 冰、水质量比不变；
- (d) 部分水结冰。

答 (c)

2463. 大多数晶体由固态变为液态时，它的

- (a) 体积增大；
- (b) 温度降低；
- (c) 体积缩小；
- (d) 密度增大。

答 (a)

2464. 夏天有人用跟室温相同的湿毛巾包在同温度的牛奶瓶外，希望牛奶不致很快变质，从物理学的角度看

- (a) 这是毫无意义的，因为温度相同的物体不会发生热交换；
- (b) 湿毛巾的水分在蒸发过程中有致冷作用，能使牛奶温度降低，不致很快变质；
- (c) 湿毛巾包住奶瓶使散热发生困难，牛奶反而容易变质；
- (d) 包湿毛巾主要是防止细菌污染。

答 (b)

2465. 在其它条件相同的情况下， $100^{\circ}\text{C}$  的水和  $100^{\circ}\text{C}$  的蒸汽使人烫伤。其后果

- (a) 一样严重；
- (b) 蒸汽使人烫伤的后果更严重，因为蒸汽是气体，流动更快；
- (c) 水使人烫伤得更严重，因为水要附在人体上；
- (d) 蒸汽使人烫伤的后果更严重，因为蒸汽和人体接触后，蒸汽液化过程还要放出热量，因此  $100^{\circ}\text{C}$  的蒸汽比  $100^{\circ}\text{C}$  的水放出的热量更多。

答 (d)

2466. 在一个标准大气压下，下列各类物质中哪些物质在放出热量后温度马上降低？

- (a)  $0^{\circ}\text{C}$  的水；
- (b)  $100^{\circ}\text{C}$  的水蒸汽；
- (c)  $-10^{\circ}\text{C}$  的冰；
- (d)  $0^{\circ}\text{C}$  的冰水混合物；
- (e)  $200^{\circ}\text{C}$  的水蒸汽；
- (f)  $0.01^{\circ}\text{C}$  的水。

答 (a)、(e)、(f)

2467. 为了使水的沸点超过  $100^{\circ}\text{C}$ ，我们可以

- (a) 把水移到高山上加热；
- (b) 把火迅速加旺；
- (c) 使锅盖密封；
- (d) 把水放在真空条件下加热。

答 (c)

2468. 在冬天我们看到的霜是

- (a) 由水蒸汽在空中先凝结, 后凝固, 最后降到地面而形成;
- (b) 地面上的小水珠凝固而成;
- (c) 地面附近的水蒸汽直接凝华而成;
- (d) 高空中的水蒸汽直接凝华成小冰晶再降到地面而形成。

答(c)

### 计算题

2469. 地面上积雪厚度为 10 厘米, 温度为 0 , 要把 1 平方公里地面上的雪全部熔解成 0 的水, 需要吸收多少热量。雪的密度  $\rho = 0.25 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。

[分析] 雪是由小冰晶组成, 它的熔解热和冰相同。

[解答]  $m_{\text{冰}} = \rho V = 0.25 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^6$  千克,

$$Q_{\text{吸}} = m_{\text{冰}} \lambda = 336 \times 10^3 \times 0.25 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^6 \text{ 焦}, \\ = 8.4 \times 10^{12} \text{ 焦}.$$

2470. 量热器质量 50 克, 比热容为  $0.42 \times 10^3$  焦/(千克·开) 内有 30 , 300 克的水, 再同时投入 500 克, 100 的银块和 -10 , 50 克的冰块, 求热平衡时的温度。[ $c_{\text{银}} = 234$  焦/(千克·开)]

[分析] 题中有水也有冰, 组成复相系, 在计算复相系的平衡温度时, 不能直接列方程求解, 而必须先通过估算, 判断最终温度的范围, 根据最终温度所处的范围再列方程进行计算。本题可先以 0 为基准估算。50 克, -10 的冰全部熔解为 0 的水要吸收 17850 焦热量, 量热器、银块和 30 , 300 克的水降为 0 放出的热量是 50130 焦, 可知平衡温度在 0 和 100 之间, 用同样方法, 以 30 为基准可进一步估算, 如果平衡温度为 30 , 放出的热量将为 8190 焦, 而吸收的热量将为 24150 焦, 可知平衡温度在 0 和 30 之间, 然后列式计算。也可不进行第二次估算, 直接列式计算平衡温度, 但第一次估算是不能省略的。

[解答] 经过两次估算知平衡温度在 0 和 30 之间。设平衡温度为  $t_{\text{末}}$ ,  $c_{\text{器}} = 0.42 \times 10^3$  焦/(千克·开),  $m_{\text{器}} = 0.05$  千克,  $t_{\text{器}} = 30$  ;  $m_{\text{水}} = 0.3$  千克,  $t_{\text{水}} = 30$  ;  $m_{\text{银}} = 0.5$  千克,  $c_{\text{银}} = 234$  焦/(千克·开),  $t_{\text{银}} = 100$  ;  $m_{\text{冰}} = 0.05$  千克,  $t_{\text{冰}} = -10$  。

由热平衡方程

$$c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{器}} - t_{\text{末}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}) + c_{\text{银}} m_{\text{银}} (t_{\text{银}} - t_{\text{末}}) \\ = c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (0 - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} \lambda + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - 0), \\ t_{\text{末}} = \frac{c_{\text{器}} m_{\text{器}} t_{\text{器}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}} t_{\text{水}} + c_{\text{银}} m_{\text{银}} t_{\text{银}} + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} t_{\text{冰}} - m_{\text{冰}} \lambda}{c_{\text{器}} m_{\text{器}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}} + c_{\text{银}} m_{\text{银}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}}} \\ = \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.05 \times 30 + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 \times 30 + 234 \times 0.5 \times 100}{0.42 \times 10^3 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 + 234 \times 0.5 + 4.2 \times 10^3 \times 0.05} \\ + \frac{2.1 \times 10^3 \times 0.05 \times 10 - 336 \times 10^3 \times 0.05}{0.42 \times 10^3 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 + 234 \times 0.5 + 4.2 \times 10^3 \times 0.05} \\ = 20.1 .$$

2471. 在质量是 100 克的铜量热器中装有 335.7 克 10 的水, 然后

投入 50 克、-10 的冰，求平衡时的温度及状态。[ $c_{\text{铜}}=390$  焦/(千克·开)]

[分析] 先通过估算判断平衡后的状态，以 0 为基准，量热器及水降温放出的热量大于 50 克、-10 冰升为 0 冰所需的热量，又小于 50 克冰全部熔解所需热量，这就是说冰不能全部熔解，平衡时的温度为 0

[解答] 设冰的总质量  $m=50$  克，熔解的冰质量为  $m_{\text{冰}}$ ， $t_{\text{冰}}=-10$ ， $t_{\text{末}}=0$ ， $m_{\text{水}}=335.7$  克， $t_{\text{水}}=10$ ， $m_{\text{铜}}=100$  克， $c_{\text{铜}}=390$  焦/(千克·开)。

$$Q_{\text{吸}}=c_{\text{冰}}m(t_{\text{末}}-t_{\text{冰}})+\lambda m_{\text{冰}}$$

$$Q_{\text{放}}=c_{\text{铜}}m_{\text{铜}}(t_{\text{水}}-t_{\text{末}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t_{\text{末}})。$$

因为  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } m_{\text{冰}} &= \frac{c_{\text{铜}}m_{\text{铜}}(t_{\text{水}}-t_{\text{末}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t_{\text{末}})-c_{\text{冰}}m(t_{\text{末}}-t_{\text{冰}})}{\lambda} \\ &= \frac{390 \times 0.1 \times (10-0) + 4.2 \times 10^3 \times 0.3357 \times (10-0)}{336 \times 10^3} \text{ 千克} \\ &\quad - \frac{2.1 \times 10^3 \times 0.05 \times (0+10)}{336 \times 10^3} \text{ 千克} \\ &= 0.04 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

即最终平衡温度为 0，冰水混合物中有 0.01 千克冰，0.3757 千克的水。

2472. 等质量的 100 的水和 0 的冰混合后的温度是多少？

[分析] 先要判断混合后的状态。以 0 为基准，由估算得冰全部熔解所需要的热量小于 100 水降为 0 所放出的热量，由此判断热平衡后应得到高于 0 的水。

[解答] 设平衡温度  $t$ ， $m_{\text{水}}=m_{\text{冰}}=m$ ， $t_{\text{水}}=100$ ， $t_{\text{冰}}=0$ 。

$$Q_{\text{吸}}=m\lambda+c_{\text{水}}m(t-t_{\text{冰}})，$$

$$Q_{\text{放}}=c_{\text{水}}m(t_{\text{水}}-t)。$$

$$Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}，$$

$$m\lambda+c_{\text{水}}m(t-t_{\text{冰}})=c_{\text{水}}m(t_{\text{水}}-t)，$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{c_{\text{水}}t_{\text{水}}+c_{\text{水}}t_{\text{冰}}-\lambda}{2c_{\text{水}}} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 100 + 4.2 \times 10^3 \times 0 - 336 \times 10^3}{2 \times 4.2 \times 10^3} \end{aligned}$$

$$= 10。$$

2473. 从温度为 650 的炉子里取出一个 2 千克铁块，放在质量足够大的 0 的冰块上，假如铁放出的热量全部被冰吸收，有多少冰熔解？

[解答] 设熔解了的冰的质量  $m$ ，已知  $m_{\text{铁}}=2$  千克， $t_{\text{铁}}=650$ ， $t_{\text{末}}=0$ ， $c_{\text{铁}}=470$  焦/(千克·开)。

$$Q_{\text{放}}=c_{\text{铁}}m_{\text{铁}}(t_{\text{铁}}-t_{\text{末}})，$$

$$Q_{\text{吸}} = m_{\text{冰}} \lambda,$$

因为  $Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}}$ ,

$$\text{所以 } m = \frac{c_{\text{铁}} m_{\text{铁}} (t_{\text{铁}} - t_{\text{末}})}{336 \times 10^3} = \frac{470 \times 2 \times (650 - 0)}{336 \times 10^3} \text{ 千克} = 1.82 \text{ 千克}.$$

2474. 量热器内装有 500 克水和 300 克冰。把质量为 1 千克的金属块加热到  $240^\circ\text{C}$ , 然后立即投入量热器, 恰好使其中的冰全部熔解为  $0^\circ\text{C}$  的水。当金属质量增加一倍, 求系统末温度 (量热器吸热不计)。

[分析] 本题有两种处理方法, 第一种方法以  $0^\circ\text{C}$  为基点, 原金属块由  $240^\circ\text{C}$  降为  $0^\circ\text{C}$  放出的热量恰好使 300 克、 $0^\circ\text{C}$  的冰熔解, 如果金属块质量增加一倍, 那末在降低到  $0^\circ\text{C}$  时放出的热量也增加一倍。这时金属块放出的热量一半使冰块恰好熔解, 另一半使全部水和金属块升到待求的温度。

第二种方法, 假定质量增加一倍后系统温度是  $t$ , 金属块从  $240^\circ\text{C}$  降到  $t$  放出的热量使冰全部熔解, 并使水由  $0^\circ\text{C}$  升到  $t$ 。其中金属的比热容可由质量没有增加一倍时的热平衡方程求得。

[解法一] 设系统末温度  $t$ , 金属比热容  $c_{\text{金属}}$ , 已知  $m_{\text{金属}} = 1$  千克,  $t_{\text{金属}1} = 240^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{金属}2} = 0^\circ\text{C}$ 。  $m_{\text{水}} = 0.5$  千克,  $m_{\text{冰}} = 0.3$  千克。

当  $m_{\text{金属}} = 1$  千克时,  $Q_{\text{放}} = c_{\text{金属}} m_{\text{金属}} (t_{\text{金属}1} - t_{\text{金属}2})$ ,

$$Q_{\text{吸}} = m_{\text{冰}} \lambda.$$

$$\text{因为 } Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}}, \text{ 所以 } c_{\text{金属}} = \frac{m_{\text{冰}} \lambda}{m_{\text{金属}} (t_{\text{金属}1} - t_{\text{金属}2})}.$$

当金属质量扩大一倍时, 放出热量的一半使冰全部熔解。

$$\frac{1}{2} Q'_{\text{放}} = m_{\text{冰}} \lambda;$$

放出热量的另一半使全部水和金属块的温度升高

$$\frac{1}{2} Q'_{\text{放}} = c_{\text{水}} (m_{\text{水}} + m_{\text{冰}}) (t - t_{\text{金属}2}) + c_{\text{金属}} \times 2 \times m_{\text{金属}} (t - t_{\text{金属}2}).$$

所以  $m_{\text{冰}} \lambda = c_{\text{水}} (m_{\text{水}} + m_{\text{冰}}) (t - t_{\text{金属}2}) + c_{\text{金属}} \times 2 \times m_{\text{金属}} (t - t_{\text{金属}2})$ 。

$$336 \times 10^3 \times 0.3 = 4.2 \times 10^3 \times (0.5 + 0.3) \times (t - 0)$$

$$+ \frac{2 \times 336 \times 10^3 \times 0.3}{240 - 0} \times (t - 0),$$

$$t = 24^\circ\text{C}.$$

[解答]从解法一可得  $c_{\text{金属}} = \frac{m_{\text{冰}}}{m_{\text{金属}} (t_{\text{金属1}} - t_{\text{金属2}})}$ 。

$$Q_{\text{放}} = c_{\text{金属}} \times 2 \times m_{\text{金属}} (t_{\text{金属1}} - t) ,$$

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t - t_{\text{金属2}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t - t_{\text{金属2}}) 。$$

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}}$  , 所以  $\frac{2 \times m_{\text{冰}}}{(t_{\text{金属1}} - t_{\text{金属2}})} (t_{\text{金属1}} - t)$

$$= c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t - t_{\text{金属2}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t - t_{\text{金属2}}) 。$$

代入得  $\frac{2 \times 336 \times 10^3 \times 0.3}{240 - 0} \times (240 - t)$

$$= 4.2 \times 10^3 \times 0.5 \times (t - 0) + 336 \times 10^3 \times 0.3 + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 \times (t - 0) 。$$

$t = 24$  。

[解法二] 从解法一可得  $c_{\text{金属}} = \frac{m_{\text{冰}}}{m_{\text{金属}} (t_{\text{金属1}} - t_{\text{金属2}})}$ 。

$$Q_{\text{放}} = c_{\text{金属}} \times 2 \times m_{\text{金属}} (t_{\text{金属1}} - t_{\text{金属2}})$$

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t - t_{\text{金属2}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t - t_{\text{金属2}}) 。$$

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}}$  , 所以  $\frac{2 \times m_{\text{冰}}}{(t_{\text{金属1}} - t_{\text{金属2}})} (t_{\text{金属1}} - t)$

$$= c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t - t_{\text{金属2}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t - t_{\text{金属2}}) 。$$

代入得  $\frac{2 \times 336 \times 10^3 \times 0.3}{240 - 0} \times (240 - t)$

$$= 4.2 \times 10^3 \times 0.5 \times (t - 0) + 336 \times 10^3 \times 0.3 + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 \times (t - 0) 。$$

$t = 24$  。

2475 . 50 克 , -10 的冰投入大量 0 的水中 , 问最多可使多少水结冰 ?

[解答] 设结成冰的水的质量为  $m_{\text{水}}$  , 已知  $m_{\text{冰}} = 0.05$  千克 ,  $t_{\text{冰}} = -10$  ,  $t_{\text{末}} = 0$  。

$$Q_{\text{放}} = m_{\text{水}} \Delta t , Q_{\text{吸}} = c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}) 。$$

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}}$  ,

$$m_{\text{水}} = \frac{c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})}{\Delta t}$$

所以  $= \frac{2.1 \times 10^3 \times 0.05 \times (0 + 10)}{336 \times 10^3}$  千克

$$= 3.13 \times 10^{-3} \text{ 千克} 。$$

2476 . 量热器比热容  $0.42 \times 10^3$  焦 / ( 千克 · 开 ) , 质量 200 克 , 盛有 40 的水 300 克 , 现将 0 的 50 克冰投入水中进行搅拌 , 最后平衡温

度为 23.8 。求冰的溶解热。

[解答] 设冰溶解热为  $Q$ ，已知  $c_{\text{器}}=0.42 \times 10^3 \text{焦}/(\text{千克} \cdot \text{开})$ ， $m_{\text{器}}=0.2 \text{千克}$ ， $t_{\text{水}}=t_{\text{器}}=40$ ， $m_{\text{水}}=0.3 \text{千克}$ ， $m_{\text{冰}}=50 \times 10^{-3} \text{千克}$ ， $t_{\text{末}}=23.8$ 。

$$\begin{aligned} & \text{由热平衡方程 } c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{器}} - t_{\text{末}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}) \\ & = m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})。 \\ & = \frac{c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{器}} - t_{\text{末}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}) - c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})}{m_{\text{冰}}} \\ & = \frac{0.42 \times 10^3 \times 0.2 \times (40 - 23.8) + 4.2 \times 10^3 \times 0.3 \times (40 - 23.8)}{0.05} \text{焦/千克} \\ & \quad - \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.05 \times (23.8 - 0)}{0.05} \text{焦/千克} \\ & = 335 \times 10^3 \text{焦/千克}。 \end{aligned}$$

2477. 量热器质量 1350 克，比热容 378 焦/(千克·开)，内盛有 93.3 ，3400 克的水，再投入 0 ，900 克的冰。求平衡时的温度。

[解答] 通过估算知道平衡温度在 0 和 93.3 之间。

设平衡温度  $t_{\text{末}}$ ，已知  $m_{\text{器}}=1.35 \text{千克}$ ， $c_{\text{器}}=378 \text{焦}/(\text{千克} \cdot \text{开})$ ， $m_{\text{水}}=3.4 \text{千克}$ ， $t_{\text{水}}=t_{\text{器}}=93.3$ ， $m_{\text{冰}}=0.9 \text{千克}$ ， $t_{\text{冰}}=0$ 。

由热平衡方程

$$\begin{aligned} c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{器}} - t_{\text{末}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}) & = m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})， \\ t_{\text{末}} & = \frac{c_{\text{器}} m_{\text{器}} t_{\text{器}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}} t_{\text{水}} - m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} t_{\text{冰}}}{c_{\text{水}} m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}} + c_{\text{器}} m_{\text{器}}} \\ & = \frac{378 \times 1.35 \times 93.3 + 4.2 \times 10^3 \times 3.4 \times 93.3}{4.2 \times 10^3 \times 0.9 + 4.2 \times 10^3 \times 3.4 + 378 \times 1.35} \\ & \quad - \frac{336 \times 10^3 \times 0.9 - 4.2 \times 10^3 \times 0.9 \times 0}{4.2 \times 10^3 \times 0.9 + 4.2 \times 10^3 \times 3.4 + 378 \times 1.35} \\ & = 58.02。 \end{aligned}$$

2478. 把 2 千克 0 的冰投入 3 千克 60 的水中，如果热损失不计，求热平衡后的温度和水的质量。

[分析] 对这种同时包含相变和温度变化两种情况的热交换过程，必须先进行估算，初步确定平衡温度的大致范围，然后选择相应的公式进行计算。在没有确定平衡温度范围前，不可贸然列方程求解。本题估算过程如下：先以 0 为基准。2 千克、0 的冰全部融解为 0 的水，吸收的热量小于 3 千克、60 的水降为 0 时放出的热量，可知冰全部融解，而平衡温度介于 0 和 100 之间。

[解答] 设平衡温度为  $t_{\text{末}}$ 。已知  $m_{\text{冰}}=2 \text{千克}$ ， $t_{\text{冰}}=0$ ， $m_{\text{水}}=3 \text{千克}$ ， $t_{\text{水}}=60$ 。

$$\begin{aligned} Q_{\text{吸}} & = m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})， \\ Q_{\text{放}} & = c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}) \end{aligned}$$

因为  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$ ，

所以  $4.2 \times 10^3 \times 3 \times (60 - t_{\text{末}}) = 2 \times 336 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times 2 \times (t_{\text{末}} - 0)$ 。

$$t = 4 \text{ }。$$

最终水的质量应是 5 千克。

2479. 把 2 千克、0 的冰投入 3 千克、45 的热水中，求热平衡时的温度及水的质量。

[分析] 先进行估算，以 0 为基准，2 千克 0 的冰全部熔解为 0 的水需吸热  $672 \times 10^3$  焦，而 3 千克 45 的热水全部冷却为 0 的水共放出热量  $567 \times 10^3$  焦。吸热大于放热，说明冰不能完全溶解，最终得到 0 的冰水混合物。

[解答] 设质量为  $m$  的冰熔解为 0 的水，已知  $m_{\text{水}} = 3$  千克， $t_{\text{水}} = 45$ ， $t_{\text{末}} = 0$ 。

$$Q_{\text{吸}} = m \lambda, Q_{\text{放}} = c m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}})。$$

因为  $Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}}$ ，

$$m = \frac{c m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}})}{\lambda}$$

$$\text{所以 } m = \frac{4.2 \times 10^3 \times 3 \times (45 - 0)}{336 \times 10^3} \text{ 千克}$$

$$= 1.69 \text{ 千克。}$$

水的总质量  $m_{\text{总}} = m_{\text{水}} + m = 4.69$  千克，

平衡温度为 0 。

2480. 质量 500 克的铝罐，装有 750 克水和 100 克的冰，铝罐从飞机上落到地面，落地后发现铝罐温度为 25 ，假定在落地时有 80% 的机械能转化为铝罐和罐内物体的热能，求铝罐落地时的速度  $v$ 。

[解答] 已知  $m_{\text{铝}} = 0.5$  千克， $t_{\text{铝}} = 0$ ， $t_{\text{末}} = 25$ ， $c_{\text{铝}} = 910$  焦/(千克·开)， $m_{\text{水}} = 0.75$  千克， $t_{\text{水}} = 0$ ， $m_{\text{冰}} = 0.1$  千克， $t_{\text{冰}} = 0$ ， $\eta = 80\%$ 。

$$E = \frac{1}{2} (m_{\text{铝}} + m_{\text{水}} + m_{\text{冰}}) v^2,$$

$$Q = c_{\text{铝}} m_{\text{铝}} (t_{\text{末}} - t_{\text{铝}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})。$$

因为  $E = Q$

$$v^2 = \frac{c_{\text{铝}} m_{\text{铝}} (t_{\text{末}} - t_{\text{铝}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})}{\frac{1}{2} (m_{\text{铝}} + m_{\text{水}} + m_{\text{冰}})}$$

$$= \frac{910 \times 0.5 \times (25 - 0) + 4.2 \times 10^3 \times 0.75 \times (25 - 0)}{0.8 \times \frac{1}{2} \times (0.5 + 0.75 + 0.1)} \text{米}^2 / \text{秒}^2$$

$$+ \frac{336 \times 10^3 \times 0.1 + 4.2 \times 10^3 \times 0.1 \times (25 - 0)}{0.8 \times \frac{1}{2} \times (0.5 + 0.75 + 0.1)} \text{米}^2 / \text{秒}^2$$

$$= 248564.81 \text{米}^2 / \text{秒}^2,$$

$$v = 498.6 \text{米} / \text{秒}。$$

2481. 质量为 0.1 千克的铜量热器，装有 0.15 千克水和 0.008 千克 0 的冰，现把 200、0.1 千克的铅投入量热器中，如果忽略热损失，求最终温度。

[分析] 先进行估算，可知冰全部熔解需要的热量大于 200、0.1 千克铅降为 0 时放出的热量，因此冰不可能全部熔解。因此最终温度为 0。

[解答] 设熔解的冰质量  $m$ ，已知  $m_{\text{铅}}=0.1$  千克， $t_{\text{铅}}=200$ ， $t_{\text{末}}=0$ ， $c_{\text{铅}}=130$  焦 / (千克·开)。

$$Q_{\text{放}} = c_{\text{铅}} m_{\text{铅}} (t_{\text{铅}} - t_{\text{末}}), Q_{\text{吸}} = m。$$

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}}$ ,

$$\text{所以 } m = c_{\text{铅}} m_{\text{铅}} (t_{\text{铅}} - t_{\text{末}}) /$$

$$= [130 \times 0.1 \times (200 - 0) / 336 \times 10^3] \text{千克}$$

$$= 7.7 \times 10^{-3} \text{千克} = 7.7 \text{克}。$$

最终温度为 0。

2482. 在 0.5 千克，80 的水中投入多少千克 -20 的冰才能使系统的最终温度为 50。

[解答] 设冰质量为  $m_{\text{冰}}$ ，已知  $t_{\text{冰}1}=-20$ ， $t_{\text{冰}2}=0$ ， $m_{\text{水}}=0.5$  千克， $t_{\text{水}}=80$ ， $t_{\text{末}}=50$ 。

$$Q_{\text{放}} = c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}}),$$

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{冰}2} - t_{\text{冰}1}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}2})。$$

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}}$ ,

$$\begin{aligned} \text{所以 } m_{\text{冰}} &= \frac{c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{水}} - t_{\text{末}})}{c_{\text{冰}} (t_{\text{冰}2} - t_{\text{冰}1}) + c_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}2})} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.5 \times (80 - 50)}{2.1 \times 10^3 \times (0 + 20) + 336 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (50 - 0)} \text{ 千克} \\ &= 0.107 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2483. 用质量为 0.5 千克的铜块使 -20、60 克的冰熔解为 20 的水，铜块应加热到什么温度？

[解答] 设铜块应加热到  $t$ ，已知  $m_{\text{铜}}=0.5$  千克， $t_{\text{末}}=20$ ， $c_{\text{铜}}=390$  焦/(千克·开)， $m_{\text{冰}}=0.06$  千克， $t_{\text{冰}}=-20$ ， $c_{\text{冰}}=2.1 \times 10^3$  焦/(千克·开)， $t_{\text{水}}=0$ 。

由热平衡方程

$$\begin{aligned} c_{\text{铜}} m_{\text{铜}} (t - t_{\text{末}}) &= c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{水}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}), \\ t &= \frac{c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{水}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}})}{c_{\text{铜}} m_{\text{铜}}} + t_{\text{末}} \\ &= \frac{2.1 \times 10^3 \times 0.06 \times (0 + 20) + 336 \times 10^3 \times 0.06}{390 \times 0.5} \\ &\quad + \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.06 \times (20 - 0)}{390 \times 0.5} + 20 \\ &= 162.2。 \end{aligned}$$

2484. 300 克、0 的冰，500 克、0 的水，1200 克、100 的水混合时最后的温度是多少？

[分析] 0 的冰和 0 的水不发生热交换，先估算 100 的水和 0 的冰之间的热传递，以 0 为基准，可知 1200 克、100 的水降为 0 放出的热量大于 300 克、0 的冰熔解为 0 的水所吸收的热量，所以混合后温度将在 0 和 100 之间。

[解答] 设混合后温度为  $t$ ，已知  $m_{\text{冰}}=0.3$  千克， $t_{\text{冰}}=0$ ， $m_{\text{水}}=0.5$  千克， $t_{\text{水}}=0$ ， $m_{\text{水}}=1.2$  千克， $t_{\text{水}}=100$ 。

由热平衡方程

$$\begin{aligned} c_{\text{水}} m'_{\text{水}} (t'_{\text{水}} - t) &= m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} (m_{\text{冰}} + m_{\text{水}}) (t - t_{\text{冰}}), \\ t &= \frac{c_{\text{水}} m'_{\text{水}} t'_{\text{水}} - m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} (m_{\text{冰}} + m_{\text{水}}) t_{\text{冰}}}{c_{\text{水}} m'_{\text{水}} + c_{\text{水}} (m_{\text{冰}} + m_{\text{水}})} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 1.2 \times 100 - 336 \times 10^3 \times 0.3 + 0}{4.2 \times 10^3 \times (1.2 + 0.3 + 0.5)} \\ &= 48。 \end{aligned}$$

2485. 把 2270 克铁球加热到能使 1.15 千克 0 的冰完全熔解，铁球温度至少升高到几度？

[解答] 设铁球温度升高到  $t$ ，已知  $m_{\text{铁}}=2.27$  千克， $c_{\text{铁}}=470$  焦/(千克·开)， $m_{\text{冰}}=1.15$  千克， $t=0$ 。

由热平衡方程  $c_{\text{铁}} m_{\text{铁}} (t - t_{\text{末}}) = m_{\text{冰}}$ ，

$$t = t_{末} + \frac{m_{冰}}{c_{铁} m_{铁}} = 0 + \frac{336 \times 10^3 \times 1.15}{470 \times 2.27} = 362.2 \text{ }。$$

2486. 220 克铜量热器盛有 21 的水 450 克，需加入多少克 0 的冰才可使温度降为 5 。

[解答] 设冰的质量为  $m$ ，已知  $t_{冰}=0$ ， $t_{末}=5$ ， $m_{铜}=0.22$  千克， $t_{铜}=21$ ， $c_{铜}=390$  焦/(千克·开)， $m_{水}=0.45$  千克， $t_{水}=21$ 。

由热平衡方程

$$\begin{aligned} m + c_{水} m (t_{末} - t_{冰}) &= c_{铜} m_{铜} (t_{铜} - t_{末}) + c_{水} m_{水} (t_{水} - t_{末}) \\ m &= \frac{c_{铜} m_{铜} (t_{铜} - t_{末}) + c_{水} m_{水} (t_{水} - t_{末})}{+ c_{水} (t_{末} - t_{冰})} \\ &= \frac{390 \times 0.22 \times (21 - 5) + 4.2 \times 10^3 \times 0.45 \times (21 - 5)}{336 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (5 - 0)} \text{ 千克} \end{aligned}$$

0.089 千克。

2487. 容器中有一定质量的 0 冰，如倒入 30 克 30 的水，平衡后冰全部熔解，并达到温度  $t$ ，如再倒入 4 克 30 的水，平衡后温度为  $2t$ ，求温度  $t$  及原来冰的质量  $m$ 。(容器吸热不计)

[解答] 已知  $t_1=0$ ， $t_2=30$ ， $m_1=30$  克， $m_2=4$  克。

第一次热平衡方程： $m + cm(t - t_1) = cm_1(t_2 - t_1)$ ，

第二次热平衡方程： $c(m + m_1)(2t - t) = cm_2(t_2 - 2t)$ 。

代入得  $m \times 336 \times 10^2 + 4.2 \times 10^3 \times m \times t = 4.2 \times 10^3 \times 0.03 \times (30 - t)$   
 $(m + 0.03)t = 0.004 \times (30 - 2t)$ 。

消去  $m$   $\frac{336 + 4.2t}{t} = \frac{3.78 - 0.126t}{0.12 - 0.038t}$ ，

解得  $t=2.5$ 。

代入原方程得  $m=0.01$  千克。

2488. 一个飞行着的铅质子弹，温度为 25，当子弹停止时所产生的热恰好能使它全部熔化。试问它的初速度  $v_0$  应是多少？

[解答] 已知铅的熔点  $t_{末}=327.3$ ，铅的比热容  $c_{铅}=130$  焦/(千克·开)，铅的熔解热  $_{铅}=2.45 \times 10^4$  焦/千克， $t_{初}=25$ 。

因为  $Q = E_k$ ，

$$mc_{铅}(t_{末} - t_{初}) + m_{铅} = \frac{1}{2}mv_0^2，$$

$$\begin{aligned} \text{即 } v_0 &= \sqrt{2c_{铅}(t_{末} - t_{初}) + 2_{铅}} \\ &= \sqrt{2 \times 130 \times (327.3 - 25) + 2 \times 2.45 \times 10^4} \text{ 米/秒} \\ &= 357 \text{ 米/秒。} \end{aligned}$$

2489. 一 0 的冰块从静止下落到 0 的水池中，此时，有百分之零点五的冰熔化了，试计算冰块下落的高度。

[解答] 按题意，由于温度不变，冰块无热传递所以重力做的功用来熔化冰。

冰的熔解热  $=336 \times 10^3$  焦/千克。

$$W=Q, mgh=0.005m, \\ h = \frac{0.005}{g} = \frac{0.005 \times 336 \times 10^3}{9.8} \text{米} = 171.4 \text{米}。$$

2490. 温度为 0 的冰 50 克, 和温度为 80、50 克的水相混合。求末温度 t?

[分析] 先进行估算。以 0 为基准, 本题中 50 克冰熔为 0 的水所吸收的热量恰巧等于 80 水降为 0 放出的热量, 所以末温度为 0。

[解答] 已知  $m_{\text{冰}}=0.05$  千克,  $t_{\text{冰}}=0$ ,  $m_{\text{水}}=0.05$  千克,  $t_{\text{水}}=80$ 。

用热平衡方程检验

$$Q_{\text{放}}=c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t)=4.2 \times 10^3 \times 0.05 \times (80-0) \text{焦} \\ =16800 \text{焦},$$

$$Q_{\text{吸}}=m_{\text{冰}}=336 \times 10^3 \times 0.05 \text{焦}=16800 \text{焦}。$$

所以末温度为 0。

2491. 一个容器内装有少量 0 的水, 如果将容器内空气很快抽出, 除去蒸发的水外剩下的水全部凝结成 0 的冰, 求冰和原来水的质量比。(水在 0 时的汽化热为  $2800 \times 10^3$  焦/千克)

[分析] 空气抽出后, 水的上方形成真空, 水将在 0 迅速汽化, 带走大量热量, 使剩下的水结冰。

[解答] 设原来水的质量为 m, 凝结成 0 冰的质量  $m_{\text{冰}}$ , 发生汽化的水的质量  $m-m_{\text{冰}}$ ,  $q_{\text{汽}}=336 \times 10^3$  焦/千克,  $L=2800 \times 10^3$  焦/千克。

$$Q_{\text{放}}=m_{\text{冰}}, Q_{\text{吸}}=(m-m_{\text{冰}})L。$$

因为  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$ ,

$$\text{所以 } mL-m_{\text{冰}}L=m_{\text{冰}},$$

$$\frac{m_{\text{冰}}}{m} = \frac{L}{L+} = \frac{2800 \times 10^3}{(2800+366) \times 10^3} = 89\%。$$

2492. 20 的铜块 100 克突然放入大量的 100 的蒸汽中, 有多少蒸汽凝结成水?

[解答] 设凝结成水的蒸汽质量为 m。

铜比热容  $c_{\text{铜}}=390$  焦/(千克·开),  $m_{\text{铜}}=0.1$  千克,  $t_1=20$ ,  $t_2=100$ ,  $L=2264 \times 10^3$  焦/千克,

$$Q_{\text{吸}}=c_{\text{铜}}m_{\text{铜}}(t_2-t_1), Q_{\text{放}}=Lm。$$

因为  $Q_{\text{放}}=Q_{\text{吸}}$ ,

$$m = \frac{c_{\text{铜}}m_{\text{铜}}(t_2-t_1)}{L}$$

$$\text{所以 } = \frac{390 \times 0.1 \times (100-20)}{2264 \times 10^3} \text{千克} \\ = 1.38 \times 10^{-3} \text{千克}。$$

2493. 在一个热水取暖器中, 流入的热水温度为 60, 流出时温度为 40。如果用 100 的蒸汽代替 60 的热水, 则流出取暖器的水温度是 80, 在取暖器散发同样热量的条件下, 求热水和蒸汽的质量比。

[解答] 设热水质量  $m_{\text{水}}$ , 蒸汽质量  $m_{\text{汽}}$ , 已知  $t_{\text{水}1}=60$ ,  $t_{\text{水}2}=40$

,  $t_{\text{汽}}=100$  ,  $t_{\text{末}}=80$  。

热水散热  $Q_{\text{水}}=c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{水1}}-t_{\text{水2}})$  ,

蒸汽散热  $Q_{\text{汽}}=Lm_{\text{汽}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}})$ 。

因为  $Q_{\text{水}}=Q_{\text{汽}}$  ,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{m_{\text{水}}}{m_{\text{汽}}} &= \frac{L+c_{\text{水}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}})}{c_{\text{水}}(t_{\text{水1}}-t_{\text{水2}})} \\ &= \frac{2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100-80)}{4.2 \times 10^3 \times (60-40)} = \frac{28}{1} \end{aligned}$$

2494 . 锅炉放进的冷水温度是  $20$  , 因锅炉中压强较大, 所以锅炉中水的沸点是  $300$  , 汽化热  $L=1.38 \times 10^6$  焦/千克, 当锅炉每小时产生  $600$  千克蒸汽时, 要用去  $80$  千克的煤。求锅炉效率。(煤的燃烧值  $q=30 \times 10^6$  焦/千克)

[解答] 已知  $t_{\text{初}}=20$  ,  $t_{\text{末}}=300$  ,  $m_{\text{汽}}=600$  千克,  $m_{\text{煤}}=80$  千克,  $q=30 \times 10^6$  焦/千克。

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\text{吸}}}{Q_{\text{放}}} &= \frac{cm_{\text{汽}}(t_{\text{末}}-t_{\text{初}}) + m_{\text{汽}}L}{m_{\text{煤}}q} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 600 \times (300-20) + 600 \times 1.38 \times 10^6}{80 \times 30 \times 10^6} = 64\% \end{aligned}$$

2495 . 量热器质量为  $75$  克, 比热容为  $0.42 \times 10^3$  焦/(千克·开), 内盛  $150$  克,  $20$  的水。当通入  $100$  ,  $15$  克蒸汽, 热平衡后温度为  $73.9$  。求水的汽化热。

[解答] 设水汽化热  $L$  , 已知  $m_{\text{器}}=0.075$  千克,  $c_{\text{器}}=0.42 \times 10^3$  焦/(千克·开),  $m_{\text{水}}=0.15$  千克,  $t_{\text{器}}=t_{\text{水}}=20$  ,  $m_{\text{汽}}=0.015$  千克,  $t_{\text{汽}}=100$  ,  $t_{\text{末}}=73.9$  。

由热平衡方程  $c_{\text{器}}m_{\text{器}}(t_{\text{末}}-t_{\text{器}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})$   
 $=Lm_{\text{汽}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}})$ 。

$$\begin{aligned} L &= \frac{c_{\text{器}}m_{\text{器}}(t_{\text{末}}-t_{\text{器}}) + c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}}) - c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}})}{m_{\text{汽}}} \\ &= \left[ \frac{0.42 \times 10^3 \times 0.075 \times (73.9-20) + 4.2 \times 10^3 \times 0.15 \times (73.9-20)}{0.015} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.015 \times (100-73.9)}{0.015} \right] \text{焦/千克} \\ &= 2267 \times 10^3 \text{焦/千克} \end{aligned}$$

2496 . 质量为  $100$  克黄铜量热器中盛有  $250$  克,  $20$  的水和  $50$  克的铝块, 当通入质量为  $25$  克,  $120$  的蒸汽后, 最后温度是多少? [ $c_{\text{器}}=390$  焦/(千克·开)、 $c_{\text{铝}}=910$  焦/(千克·开)、 $c_{\text{汽}}=2016$  焦/(千克·开)]

[解答] 经过估算知道最后温度在  $20$  和  $100$  之间。设平衡温度  $t_{\text{末}}$  ,  $m_{\text{器}}=0.1$  千克,  $m_{\text{水}}=0.25$  千克,  $m_{\text{铝}}=0.05$  千克,  $t_{\text{器}}=t_{\text{水}}=t_{\text{铝}}=20$  ,  $m_{\text{汽}}=0.025$  千克,  $t_{\text{汽}}=120$  。

由热平衡方程  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$  ,

$$c_{\text{器}}m_{\text{器}}(t_{\text{末}}-t_{\text{器}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})+c_{\text{铝}}m_{\text{铝}}(t_{\text{末}}-t_{\text{铝}}) \\ =c_{\text{汽}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-100)+Lm_{\text{汽}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(100-t_{\text{末}})。$$

$$t_{\text{末}} = \frac{c_{\text{器}}m_{\text{器}}t_{\text{器}}+c_{\text{水}}m_{\text{水}}t_{\text{水}}+c_{\text{铝}}m_{\text{铝}}t_{\text{铝}}}{c_{\text{器}}m_{\text{器}}+c_{\text{水}}m_{\text{水}}+c_{\text{铝}}m_{\text{铝}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}} \\ + \frac{c_{\text{汽}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-100)+Lm_{\text{汽}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}} \times 100}{c_{\text{器}}m_{\text{器}}+c_{\text{水}}m_{\text{水}}+c_{\text{铝}}m_{\text{铝}}+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}} \\ = \frac{390 \times 0.1 \times 20 + 4.2 \times 10^3 \times 0.25 \times 20 + 910 \times 0.05 \times 20}{390 \times 0.1 + 4.2 \times 10^3 \times 0.25 + 910 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.025} \\ + \frac{2016 \times 0.025 \times (120-100) + 2264 \times 0.025 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times 2.5}{390 \times 0.1 + 4.2 \times 10^3 \times 0.25 + 910 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.025} \\ = 73.3。$$

2497. 量热器质量 0.15 千克, 热容量 63 焦/开, 内盛 15 的水 0.34 升克, 现通入一部分 100 的水蒸汽, 达到热平衡后温度为 71 , 这时称得量热器和水的总质量为 0.525 千克, 求水的汽化热 L。

[解答] 已知  $m_{\text{器}}=0.15$  千克,  $C_{\text{器}}=63$  焦/开,  $t_{\text{器}}=15$  ,  $t_{\text{末}}=71$  ,  $m_{\text{水}}=0.34$  千克,  $t_{\text{水}}=15$  ,  $m_{\text{总}}=0.525$  千克,  $m_{\text{汽}}=m_{\text{总}}-m_{\text{器}}-m_{\text{水}}=0.035$  千克,  $t_{\text{汽}}=100$

$$Q_{\text{放}}=m_{\text{汽}}L+c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}}),$$

$$Q_{\text{吸}}=C_{\text{器}}(t_{\text{末}}-t_{\text{器}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})。$$

由热平衡方程  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$  ,

$$L = \frac{C_{\text{器}}(t_{\text{末}}-t_{\text{器}})+c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})-c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{末}})}{m_{\text{汽}}} \\ = \frac{63 \times (71-15) + 4.2 \times 10^3 \times 0.34 \times (71-15)}{0.035} \text{焦/千克} \\ - \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.035 \times (100-71)}{0.035} \text{焦/千克} = 22638 \times 10^3 \text{焦/千克}。$$

2498. 游泳池长 20 米、宽 10 米、平均深 1.5 米。通入 100 水蒸汽使水温由 13 升到 17 , 需多少 100 水蒸汽? 如以 100 的水来代替, 问需要多少千克水才能得到同样结果?

[解答] 设水蒸汽质量  $M_{\text{汽}}$ , 沸水质量  $M_{\text{水}}$ , 已知  $a=20$  米,  $b=10$  米,  $h=1.5$  米,  $t_{\text{水}1}=13$  ,  $t_{\text{水}2}=17$  ,  $t_{\text{汽}}=100$  ,  $\rho=1 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。

$$Q_{\text{吸}}=c_{\text{水}}abh(t_{\text{水}2}-t_{\text{水}1}),$$

$$Q_{\text{放}}=LM_{\text{汽}}+cM_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{水}2})。$$

因为  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$  ,

$$\begin{aligned} \text{所以 } M_{\text{汽}} &= \frac{c_{\text{水}} \rho_{\text{水}} V_{\text{水}} (t_{\text{水}2} - t_{\text{水}1})}{L + c_{\text{水}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{水}2})} \\ &= \frac{4.2 \times 10^3 \times 1 \times 10^3 \times 20 \times 10 \times 15 \times (17 - 13)}{2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100 - 17)} \text{ 千克} \\ &= 1.929 \times 10^3 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

如果用沸水代替水蒸汽， $Q_{\text{吸}}$  和以上计算相同。

$$\begin{aligned} Q_{\text{放}} &= cM_{\text{水}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{水}2}) , \\ M_{\text{水}} &= \frac{c_{\text{水}} \rho_{\text{水}} V_{\text{水}} (t_{\text{水}2} - t_{\text{水}1})}{c_{\text{水}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{水}2})} \\ &= \frac{1 \times 10^3 \times 20 \times 10 \times 15 \times (17 - 13)}{100 - 17} \text{ 千克} \\ &= 14.46 \times 10^3 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2499. 量热器质量 100 克，比热容 420 焦/(千克·开)，盛有 20 克，400 克的水，为使量热器和水的温度升高到 80 需要多少千克（温度为 100 的蒸汽）？

[解答] 设蒸汽质量为  $m$ ，已知  $m_{\text{器}}=0.1$  千克， $C_{\text{器}}=420$  焦/(千克·开)， $m_{\text{水}}=0.4$  千克， $t_{\text{器}}=t_{\text{水}}=20$ ， $t_{\text{末}}=80$ ， $t_{\text{汽}}=100$ 。

由热平衡方程

$$\begin{aligned} c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{器}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) &= Lm + c_{\text{水}} m (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}) 。 \\ m &= \frac{c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{器}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}})}{L + c_{\text{水}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}})} \\ &= \frac{420 \times 0.1 \times (80 - 20) + 4.2 \times 10^3 \times 0.4 \times (80 - 20)}{2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100 - 80)} \text{ 千克} \\ &= 0.044 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2500. 铝制质量为 182 克的量热器中盛有 681 克，25 的水，求通入 11.4 克、100 的蒸汽后热平衡温度是多少？

[解答] 已知  $m_{\text{铝}}=0.182$  千克， $c_{\text{铝}}=910$  焦/(千克·开)， $t_{\text{铝}}=25$ ， $m_{\text{水}}=0.681$  千克， $t_{\text{水}}=25$ ， $m_{\text{汽}}=0.0114$  千克， $t_{\text{汽}}=100$ ，

由热平衡方程

$$\begin{aligned} m_{\text{汽}} L + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} (t_{\text{汽}} - t) &= c_{\text{铝}} m_{\text{铝}} (t - t_{\text{铝}}) + c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t - t_{\text{水}}) , \\ t &= \frac{m_{\text{汽}} L + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} t_{\text{汽}} + c_{\text{铝}} m_{\text{铝}} t_{\text{铝}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}} t_{\text{水}}}{c_{\text{水}} m_{\text{汽}} + c_{\text{铝}} m_{\text{铝}} + c_{\text{水}} m_{\text{水}}} \\ &= \frac{0.0114 \times 2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times 0.0114 \times 100}{4.2 \times 10^3 \times 0.0114 + 910 \times 0.182 + 4.2 \times 10^3 \times 0.681} \\ &\quad + \frac{910 \times 0.182 \times 25 + 4.2 \times 10^3 \times 0.681 \times 25}{4.2 \times 10^3 \times 0.0114 + 910 \times 0.182 + 4.2 \times 10^3 \times 0.681} \\ &= 34.6 \text{ 。} \end{aligned}$$

2501. 在水银的沸点, 对水银传入  $4.2 \times 10^3$  焦热量, 可使质量  $m$  为多少水银汽化?

[解答] 查表可知水银在沸点时汽化热  $L=289 \times 10^3$  焦/千克, 已知  $Q=4.2 \times 10^3$  焦, 设汽化水银的质量  $m$ ,

$$\text{由 } Q=Lm, m=Q/L=\frac{4.2 \times 10^3}{289 \times 10^3}=0.0145 \text{ 千克。}$$

2502. 将  $0^\circ\text{C}$  的冰,  $50^\circ\text{C}$  的水,  $100^\circ\text{C}$  的蒸汽按  $10:9:1$  的质量比混合。求热平衡时的温度。

[分析] 设质量分别为  $10m, 9m, 1m$ , 先以  $0^\circ\text{C}$  为基准进行估算, 结果  $100^\circ\text{C}$  的蒸汽变为  $0^\circ\text{C}$  的水放出的热量加上  $50^\circ\text{C}$  的水变为  $0^\circ\text{C}$  的水放出的热量大于  $0^\circ\text{C}$  的冰熔为  $0^\circ\text{C}$  水所需要吸收的热量, 可以判断平衡温度大于  $0^\circ\text{C}$ , 再以  $50^\circ\text{C}$  为基准进行估算, 可知平衡温度小于  $50^\circ\text{C}$ 。

[解答] 设平衡温度为  $t$ , 已知  $m_{\text{冰}}=10m, m_{\text{水}}=9m, m_{\text{汽}}=m, t_{\text{冰}}=0^\circ\text{C}, t_{\text{水}}=50^\circ\text{C}, t_{\text{汽}}=100^\circ\text{C}$ 。

$$Q_{\text{放}}=m_{\text{汽}}L+c_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t)+c_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t),$$

$$Q_{\text{吸}}=m_{\text{冰}}L+c_{\text{冰}}(t-t_{\text{冰}})。$$

$$Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}},$$

$$m_{\text{冰}}L+c_{\text{冰}}(t-t_{\text{冰}})=m_{\text{汽}}L+c_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t)+c_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t)。$$

$$10L+10c_{\text{冰}}(t-t_{\text{冰}})=L+c_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t)+9c_{\text{水}}(t_{\text{水}}-t),$$

$$10 \times 336 \times 10^3 + 10 \times 4.2 \times 10^3 \times (t-0)$$

$$= 2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100-t) + 9 \times 4.2 \times 10^3 \times (50-t)$$

$$t=14.5^\circ\text{C}。$$

2503. 把 500 克处于熔点 ( $327^\circ\text{C}$ ) 的液态铅投入 1 千克  $22^\circ\text{C}$  的水中, 开始铅在水中凝固的同时有一部分  $100^\circ\text{C}$  水蒸汽逸出, 最后水温达到  $27^\circ\text{C}$ , 求水蒸汽的质量  $m_{\text{汽}}$ 。

[解答] 已知  $t_{\text{水}}=22^\circ\text{C}, t_{\text{汽}}=100^\circ\text{C}, m_{\text{铅}}=0.5$  千克,  $c_{\text{铅}}=130$  焦/(千克·开),  $L_{\text{铅}}=21 \times 10^3$  焦/千克,  $t_{\text{铅}}=327^\circ\text{C}, t_{\text{末}}=27^\circ\text{C}, m_{\text{水}}=(1-m_{\text{汽}})$  千克。

$$Q_{\text{放}}=c_{\text{铅}}m_{\text{铅}}(t_{\text{铅}}-t_{\text{末}})+L_{\text{铅}}m_{\text{铅}},$$

$$Q_{\text{吸}}=c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{水}})+m_{\text{汽}}L+c_{\text{水}}(1-m_{\text{汽}})(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})。$$

因为  $Q_{\text{吸}}=Q_{\text{放}}$ ,

$$\text{所以 } m_{\text{汽}} = \frac{c_{\text{铅}}m_{\text{铅}}(t_{\text{铅}}-t_{\text{末}})+L_{\text{铅}}m_{\text{铅}}-c_{\text{水}}(1-m_{\text{汽}})(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})}{c_{\text{水}}(t_{\text{汽}}-t_{\text{水}})+L-c_{\text{水}}(t_{\text{末}}-t_{\text{水}})}$$

$$= \frac{130 \times 0.5 \times (327-27) + 21 \times 10^3 \times 0.5 - 4.2 \times 10^3 \times (27-22)}{4.2 \times 10^3 \times (100-22) + 2264 \times 10^3 - 4.2 \times 10^3 \times (27-22)} \text{ 千克}$$

$$= 3.5 \times 10^{-3} \text{ 千克。}$$

2504.  $100^\circ\text{C}$  铜量热器内盛  $0^\circ\text{C}$  的冰 0.12 千克, 通入  $100^\circ\text{C}$  的蒸汽, 结果量热器内  $10^\circ\text{C}$  的水 137.3 克。铜的比热容  $c_{\text{铜}}=390$  焦/(千克·开), 求水的汽化热  $L$ 。

[解答] 已知  $m_{\text{铜}}=0.1$  千克,  $t_{\text{铜}}=0$ ,  $t_{\text{末}}=10$ ,  $m_{\text{冰}}=0.12$  千克,  $t_{\text{冰}}=0$ ,  $t_{\text{汽}}=100$ ,  $m_{\text{汽}}=0.1373$  千克-0.12 千克=0.0173 千克。

$$Q_{\text{吸}} = m_{\text{冰}} + c_{\text{铜}} m_{\text{铜}} (t_{\text{末}} - t_{\text{铜}}) + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}),$$

$$Q_{\text{放}} = L m_{\text{汽}} + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}})。$$

因为  $Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}}$ ,

$$L = \frac{m_{\text{冰}} + c_{\text{铜}} m_{\text{铜}} (t_{\text{末}} - t_{\text{铜}}) + c_{\text{冰}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}) + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}})}{m_{\text{汽}}}。$$

$$= \frac{336 \times 10^3 \times 0.12 + 390 \times 0.1 \times (10 - 0)}{0.0173} \text{焦/千克}$$

$$+ \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.12 \times (10 - 0) - 4.2 \times 10^3 \times 0.0173 \times (100 - 10)}{0.0173} \text{焦/千克}$$

$$= 2267 \times 10^3 \text{焦/千克}。$$

2505. 热容量是 170 焦/开的容器中盛有 500 克, 0 的冰和同样质量 0 的水, 如果向容器中通入 100 的蒸汽, 最后热平衡时得到 30 的水。求需要向容器中通入多少克的蒸汽?

[解答] 设蒸汽质量为  $m$ , 已知  $m_{\text{冰}} = m_{\text{水}} = 0.5$  千克,  $t_{\text{冰}} = t_{\text{水}} = 0$ ,  $t_{\text{末}} = 30$ ,  $t_{\text{汽}} = 100$ 。

0.5 千克的冰熔解为 0 的水吸收热量

$$Q_1 = m_{\text{冰}} = 336 \times 10^3 \times 0.5 \text{焦} = 168 \times 10^3 \text{焦},$$

1 千克水由 0 升到 30 所需要吸收的热量

$$Q_2 = c_{\text{水}} m_{\text{冰}+\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) = 4.2 \times 10^3 \times 1 \times (30 - 0) \text{焦} \\ = 126 \times 10^3 \text{焦}。$$

容器吸收的热量

$$Q_3 = C_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}) = 170 \times (30 - 0) \text{焦} = 5.1 \times 10^3 \text{焦},$$

$$\text{总吸热 } Q_{\text{吸}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (168 \times 10^3 + 126 \times 10^3 + 5.1 \times 10^3) \text{焦} \\ = 299.1 \times 10^3 \text{焦}。$$

质量为  $m$ , 温度 100 的蒸汽变成 30 的水, 放出的热量

$$Q_{\text{放}} = L m + c_{\text{水}} m (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}) \\ = (2264 \times 10^3 \times m + 4.2 \times 10^3 \times m \times 70) \text{焦/千克} \\ = m (2264 \times 10^3 + 294 \times 10^3) \text{焦/千克}。$$

由  $Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}}$ , 得  $m = 0.117$  千克。

2506. 使 40 千克, -100 的冰变成 100 的水蒸汽共需供给多少热量?

[分析] -100 的冰变为 100 的水蒸汽将经历四个不同的吸热过程, 即 -100 的冰变成 0 的冰; 0 的冰变为 0 的水; 0 的水变成 100 的水; 100 的水变成 100 的汽。

[解答] 已知  $m = 40$  千克,  $t_{\text{冰}1} = -100$ ,  $t_{\text{冰}2} = t_{\text{水}1} = 0$ ,  $t_{\text{末}} = 100$ 。

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{冰}} m (t_{\text{冰}2} - t_{\text{冰}1}) + m + c_{\text{水}} m (t_{\text{末}} - t_{\text{水}1}) + L m \\ = [2.1 \times 10^3 \times 40 \times (0 + 100) + 336 \times 10^3 \times 40 + 4.2 \times 10^3 \times 40 \times \\ (100 - 0) + 2.264 \times 10^6 \times 40] \text{焦}$$

$$=129 \times 10^6 \text{ 焦。}$$

2507. 冰水混合物质量共 200 克, 放在比热容为 840 焦/(千克·开), 质量为 0.1 千克量热器中。当通入 40 克、100 水蒸汽后, 混合物温度升高到 60 , 求量热器中原来冰的质量  $m_{\text{冰}}$ 。

[解答] 已知  $m_{\text{混}}=0.2$  千克,  $m_{\text{器}}=0.1$  千克,  $c_{\text{器}}=840$  焦/(千克·开),  $t_{\text{混}}=t_{\text{器}}=0$ ,  $m_{\text{汽}}=0.04$  千克,  $t_{\text{汽}}=100$ ,  $t_{\text{末}}=60$ 。

由热平衡方程

$$c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{器}}) + c_{\text{水}} m_{\text{混}} (t_{\text{末}} - t_{\text{混}}) + m_{\text{冰}} = L m_{\text{汽}} + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}),$$

$$m_{\text{冰}} = \frac{L m_{\text{汽}} + c_{\text{水}} m_{\text{汽}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}) - c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{器}}) - c_{\text{水}} m_{\text{混}} (t_{\text{末}} - t_{\text{混}})}{336 \times 10^3}$$

$$= \frac{2264 \times 10^3 \times 0.04 + 4.2 \times 10^3 \times 0.04 \times (100 - 60)}{336 \times 10^3} \text{ 千克}$$

$$- \frac{840 \times 0.1 \times (60 - 0) + 4.2 \times 10^3 \times 0.2 \times (60 - 0)}{336 \times 10^3} \text{ 千克}$$

$$= 0.125 \text{ 千克。}$$

2508. 质量为 4.54 千克的铜球从火炉中取出后立即投入 1.36 千克, 22 的水中, 达到热平衡时, 温度为 100 水和球的质量共 5.45 千克, 求火炉中的温度。

[解答] 水和球的总质量减少, 说明一部分水变成了汽。设火炉的温度为  $t_{\text{炉}}$ ,  $m_{\text{铜}}=4.54$  千克,  $m_{\text{水}}=1.36$  千克,  $t_{\text{水}}=22$ ,  $t_{\text{末}}=100$ ,  $m_{\text{总}}=5.45$  千克,  $m_{\text{汽}}=m_{\text{铜}}+m_{\text{水}}-m_{\text{总}}=0.45$  千克。

由热平衡方程  $c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) + L m_{\text{汽}} = c_{\text{铜}} m_{\text{铜}} (t_{\text{炉}} - t_{\text{末}})$ 。

$$t_{\text{炉}} = \frac{c_{\text{水}} m_{\text{水}} (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) + L m_{\text{汽}} + c_{\text{铜}} m_{\text{铜}} t_{\text{末}}}{c_{\text{铜}} m_{\text{铜}}}$$

$$= \frac{4.2 \times 10^3 \times 1.36 \times (100 - 22) + 2264 \times 10^3 \times 0.45 + 390 \times 4.54 \times 100}{390 \times 4.54}$$

$$= 927 \text{ 。}$$

2509. 量热器的热容量为 42 焦/开, 内盛 0 的冰 100 克。当通入 100 克, 100 的水蒸汽后, 热平衡温度是多少? 有多少水蒸汽凝结为水?

[分析] 先进行估算, 以 0 为基准温度, 100 的蒸汽全部变为 0 的水放出的热量比 100 克冰全部熔解为 0 的水吸收的热量多。再以 100 的基准, 算出冰变为 100 的水加上容器升高到 100 所吸收的热量小于 100 克水蒸汽凝结为 100 的水放出的热量, 可知平衡状态应是 100 气液共存状态。

[解答] 设在 100 凝结为水的蒸汽质量为  $m$ , 已知  $c_{\text{器}}=42$  焦/开,  $m_{\text{冰}}=0.1$  千克,  $t_{\text{冰}}=0$ ,  $t_{\text{汽}}=100$ 。

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{器}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{冰}}),$$

$$Q_{\text{放}} = L m。 \text{ 由 } Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}},$$

$$m = \frac{c_{\text{器}}(t_{\text{汽}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{冰}}(t_{\text{汽}} - t_{\text{冰}})}{L}$$

$$= \frac{42 \times (100 - 0) + 336 \times 10^3 \times 0.1 + 4.2 \times 10^3 \times 0.1 \times (100 - 0)}{2260 \times 10^3} \text{ 千克}$$

$$= 3.53 \times 10^{-2} \text{ 千克。}$$

最后温度为 100 ，有  $3.53 \times 10^{-2}$  千克蒸汽凝结成水。

2510. 量热器质量 90 克，比热容 840 焦/(千克·开)，内盛 10 的水 500 克，同时加入 100 克 0 的冰和 50 克 100 的水蒸汽，混合后温度是多少？

[分析] 先设 0 为混合温度进行估算，结果吸热小于放热，可知混合后温度在 0 以上，再以 10 为混合温度，吸热仍小于放热，可知混合后温度大于 10 而小于 100 。

[解答] 设混合后温度为  $t$ ，已知  $m_{\text{器}}=0.09$  千克， $c_{\text{器}}=840$  焦/(千克·开)， $t_{\text{器}}=10$ ， $m_{\text{水}}=0.5$  千克， $t_{\text{水}}=10$ ， $m_{\text{冰}}=0.1$  千克， $t_{\text{冰}}=0$ ， $m_{\text{汽}}=0.05$  千克， $t_{\text{汽}}=100$ 。

$$Q_{\text{吸}} = c_{\text{器}}m_{\text{器}}(t - t_{\text{器}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{冰}}(t - t_{\text{冰}}) + c_{\text{水}}m_{\text{水}}(t - t_{\text{水}}),$$

$$Q_{\text{放}} = Lm_{\text{汽}} + c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}} - t)。$$

由热平衡方程

$$t = \frac{Lm_{\text{汽}} + c_{\text{水}}m_{\text{汽}}t_{\text{汽}} + c_{\text{器}}m_{\text{器}}t_{\text{器}} - m_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{冰}}t_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{水}}t_{\text{水}}}{c_{\text{器}}m_{\text{器}} + c_{\text{水}}m_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{水}} + c_{\text{水}}m_{\text{汽}}}$$

$$= \frac{2264 \times 10^3 \times 0.05 + 4.2 \times 10^3 \times 0.05 \times 100 + 840 \times 0.09 \times 10}{840 \times 0.09 + 4.2 \times 10^3 \times (0.1 + 0.5 + 0.05)}$$

$$+ \frac{-336 \times 10^3 \times 0.1 + 4.2 \times 10^3 \times 0.5 \times 10}{840 \times 0.09 + 4.2 \times 10^3 \times (0.1 + 0.5 + 0.05)}$$

$$= 43.6 。$$

2511. 铜量热器质量 0.2 千克，比热容为 388 焦/(千克·开)，内有 20 克 0 的冰，通入 100 蒸汽后，冰全部溶解，温度升到 40 ，求这时容器中水的质量  $m_0$ 。

[解答] 设蒸汽凝结为水的质量  $m_{\text{汽}}$ ，已知  $t_{\text{汽}}=100$ ， $L=2264 \times 10^3$  焦/千克， $m_{\text{器}}=0.2$  千克， $c_{\text{器}}=388$  焦/(千克·开)， $m_{\text{冰}}=0.02$  千克， $=336 \times 10^3$  焦/千克， $t_{\text{冰}}=0$ ， $t_{\text{末}}=40$ 。

由热平衡方程

$$m_{\text{汽}}L + c_{\text{水}}m_{\text{汽}}(t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}) = c_{\text{器}}m_{\text{器}}(t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}}m_{\text{冰}}(t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})。$$

$$m = \frac{c_{\text{器}} m_{\text{器}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}}) + m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} m_{\text{冰}} (t_{\text{末}} - t_{\text{冰}})}{L + c_{\text{水}} (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}})}$$

$$= \frac{388 \times 0.2 \times (40 - 0) + 336 \times 10^3 \times 0.02}{2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100 - 40)} \text{ 千克}$$

$$+ \frac{4.2 \times 10^3 \times 0.02 \times (40 - 0)}{2264 \times 10^3 + 4.2 \times 10^3 \times (100 - 40)} \text{ 千克}$$

$$= 5.2 \times 10^{-3} \text{ 千克。}$$

这时容器中水的质量

$$m = m_{\text{冰}} + m_{\text{汽}}$$

$$= (2.0 \times 10^{-2} + 5.2 \times 10^{-3}) \text{ 千克} = 2.52 \times 10^{-2} \text{ 千克。}$$

2512. 绝热容器中装有 0 的 2.1 千克水和 0.2 千克冰, 为使整个系统温度升到 20 , 必须通入多少千克 100 的蒸汽? 容器吸热不计。

[解答] 设蒸汽质量为  $m$ , 已知  $t_{\text{汽}} = 100$ ,  $t_{\text{末}} = 20$ ,  $m_{\text{水}} = 2.1$  千克,  $t_{\text{水}} = 0$ ,  $m_{\text{冰}} = 0.2$  千克,  $t_{\text{冰}} = 0$ 。

$$Q_{\text{放}} = Lm + c_{\text{水}} m (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}),$$

$$Q_{\text{吸}} = m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} (m_{\text{水}} + m_{\text{冰}}) (t_{\text{末}} - t_{\text{水}})。$$

$$Q_{\text{吸}} = Q_{\text{放}},$$

$$m_{\text{冰}} + c_{\text{水}} (m_{\text{水}} + m_{\text{冰}}) (t_{\text{末}} - t_{\text{水}}) = Lm + c_{\text{水}} m (t_{\text{汽}} - t_{\text{末}}),$$

$$336 \times 10^3 \times 0.2 \text{ 千克} + 4.2 \times 10^3 \times (2.1 + 0.2) (20 - 0) \text{ 千克}$$

$$= 2264 \times 10^3 m + 4.2 \times 10^3 \times m (100 - 20)。$$

$$m = 0.1 \text{ 千克。}$$

2513. 室内气温为 20 时, 露点为 5 , 已知 20 时的饱和汽压为  $1.75 \times 1333$  帕, 5 的饱和汽压为  $0.654 \times 1333$  帕。求: (1) 相对湿度, (2) 温度为 20 的室内空气中水蒸汽压强是多少? (3) 水汽密度是多少?

[解答] (1) 相对湿度 =  $\frac{\text{水蒸汽压强}}{\text{同温度的饱和气压}} \times 100\% = \frac{0.654}{1.75} \times 100\%$

$$= 37.4\%。$$

(2) 由已知水蒸汽压强为  $0.654 \times 1333$  帕 = 871.8 帕。

(3) 设空气体积为  $V$

$$p = 0.654 \times 1333 \text{ 帕} = 8.71 \times 10^2 \text{ 帕},$$

$$T = 293 \text{ 开}, \mu = 18 \times 10^{-3} \text{ 千克/摩。}$$

$$\text{由克拉伯龙方程 } \frac{m}{V} = \mu \frac{p}{RT}$$

$$= 18 \times 10^{-3} \times 8.71 \times 10^2 / (8.31 \times 293) \text{ 千克/米}^3$$

$$= 6.4 \times 10^{-3} \text{ 千克/米}^3。$$

2514. 一间关闭的房间, 体积为  $60 \text{ 米}^3$ , 室温为 20 , 相对湿度为 60%, 如把把一盘水放在房内, 求: (1) 有多少克水会蒸发掉? (2) 平衡后绝对湿度是多少?

[解答] (1) 查表可知 20 时饱和汽压为  $1.75 \times 1333$  帕, 20 时实际汽压是  $1.75 \times 60\% = 1.05 \times 1333$  帕。由克拉伯龙方程

$$m = \mu \frac{pV}{RT} = 18 \times 10^{-3} \times \frac{1.05 \times 1333 \times 60}{8.31 \times 293} \text{ 千克} = 0.621 \text{ 千克}。$$

$$\text{饱和时 } m' = \mu \frac{p'V}{RT} = \frac{18 \times 10^{-3} \times 1.75 \times 1333 \times 60}{8.31 \times 293} \text{ 千克} = 1.035 \text{ 千克}。$$

$$m' - m = 414 \text{ 克}。$$

(2) 平衡后达到饱和, 绝对湿度  $p = 1.75 \times 1333 \text{ 帕} = 2333 \text{ 帕}。$

2515. 室内温度高达  $40^\circ\text{C}$ , 如果用一大缸密封加盖的冷水降温, 当缸附近温度为  $10^\circ\text{C}$  缸周围刚好形成雾气, 求这时室内相对湿度是多少? (  $40^\circ\text{C}$  时饱和汽压为  $55.32 \times 1333 \text{ 帕}$ ,  $10^\circ\text{C}$  时饱和汽压为  $9.21 \times 1333 \text{ 帕}$ 。 )

[解答] 由相对湿度定义可知

$$\text{相对湿度} = \frac{p_{\text{实际}}}{p_{\text{饱和}}} = \frac{9.21 \times 1333}{55.32 \times 1333} \times 100\% = 16.6\%。$$

2516. 气温是  $25^\circ\text{C}$  时, 空气的相对湿度等于  $60\%$ , 问气温降低到多少度时可能有露珠出现?

[解答] 先计算出  $25^\circ\text{C}$  时的绝对湿度, 从不同温度时的饱和水汽压表可以查出,  $25^\circ\text{C}$  时的饱和汽压是  $3.518 \times 10^3 \text{ 帕}$ 。

$$\begin{aligned} \text{空气的绝对湿度 } p &= B \cdot p = 60\% \times 3.518 \times 10^3 \text{ 帕} \\ &= 1.895 \times 10^3 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

再从不同温度时饱和水汽压表可以查出  $1.895 \times 10^3 \text{ 帕}$  所对应的温度是介于  $16^\circ\text{C}$  和  $17^\circ\text{C}$  之间, 即露点介于  $16^\circ\text{C}$  和  $17^\circ\text{C}$  之间。因此可以知道, 气温降低到  $17^\circ\text{C}$  以下时, 才能出现露珠。

2517. 冬季某天, 日间气温  $6^\circ\text{C}$  时的相对湿度是  $55\%$ , 如果夜间的最低温度是  $-3^\circ\text{C}$ , 问会不会有霜冻现象?

[解答] 由不同温度时的饱和水汽压表可以查得  $6^\circ\text{C}$  时的饱和水汽压为  $0.934 \times 10^3 \text{ 帕}$ 。

此时空气绝对湿度

$$p = 0.934 \times 10^3 \times 55\% = 0.5137 \times 10^3 \text{ 帕}。$$

再查表, 和  $0.5137 \times 10^3 \text{ 帕}$  的饱和水汽压相对应的温度约为  $-2^\circ\text{C}$ , 即露点约为  $-2^\circ\text{C}$ , 由于夜间气温较低, 所以有霜冻出现。

2518. 室内空气的温度是  $25^\circ\text{C}$ , 空气的相对湿度是  $65\%$ , 问空气的绝对湿度等于多少?

[解答] 从饱和水汽压表中查出  $25^\circ\text{C}$  时的饱和水汽压  $p = 23.76 \times 133.3 \text{ 帕} = 3167.2 \text{ 帕}$ 。

$$\text{绝对湿度} = 3167.2 \times 0.65 \text{ 帕} = 2059 \text{ 帕}。$$

2519. 空气的温度是  $10^\circ\text{C}$ , 空气里水汽的压强是  $1.066 \times 10^3 \text{ 帕}$ , 求这空气的相对湿度  $B$ 。

[解答] 空气的绝对湿度  $p = 1.066 \times 10^3 \text{ 帕}$ , 从饱和水汽压表中可以查出  $10^\circ\text{C}$  时的饱和水汽压  $p = 1.224 \times 10^3 \text{ 帕}$ 。

$$\text{相对湿度} = \frac{1.066 \times 10^3}{1.224 \times 10^3} \times 100\% = 87\%。$$

### 说理和论证题

2520. 能不能给“真空”的空间测量温度?

[解答] “真空”是一个颇为复杂的概念，如果“真空”是指没有任何实物粒子的空间，那末就不存在“热量”、“热交换”，当然也不能给“真空”测量温度。

2521. 在获得 0 以下温度的冷却装置中，冷却剂用的是食盐水，而不是水，为什么？

[解答] 因为盐水的凝固点比水低，水在 0 就结成冰，冷却装置不能工作，当然不能获得 0 以下的低温。而盐水在 0 以下的一定范围内还保持液态，冷却装置仍可以工作，就可以获得 0 以下的低温。

2522. 要使热的物体冷却，用质量相等的 0 的水或 0 的冰，哪一种效果好？为什么？

[解答] 用质量相同的冰效果好。因为 0 的水吸收热量，温度马上升高。而 0 的冰吸收热量后，温度并不马上升高，而是先发生熔解。因此同样质量 0 的水和 0 的冰在变成同样温度水时，冰吸收的热量要多。

2523. 用什么方法可以使纯净的冰在 0 以下就能熔解？

[解答] 当晶体熔解而体积缩小时，熔点随压强增加而降低。因此我们只要增大压强就可使冰在 0 以下开始熔解。

2524. 试从热学角度，说明为什么要穿冰鞋进行滑冰运动？

[解答] 人穿冰鞋滑冰主要是靠冰刀的作用。人穿上冰鞋站立在冰面上，冰刀的刀刃对冰产生很大的压强，可以使刀刃接触的部分冰面熔点降低，发生熔解现象。熔解得到的水起着润滑作用，使滑冰者能够迅速的滑行。而穿一般的鞋不能对冰产生很大压强，也就不能使冰熔解，当然不能迅速滑行。

2525. 气候越冷，滑冰的速度越快。这句话对吗？为什么？

[解答] 这句话不对。因为压强对熔点的影响并不显著。温度过低时，尽管冰刀对冰面产生了很大压强，但冰仍不熔解，冰刀和冰面之间缺乏润滑作用，就不能滑得很快。因此温度过低反而不利于滑冰。

2526. 把一块纯铁放在含有钢块的钢水里，纯铁块能不能熔解？

[解答] 不能熔解。因为纯铁的熔点大约是 1535 ，而钢的熔点大约是 1300 ~ 1400 ，含有钢块的钢水温度不会超过 1400 ，也就是说纯铁达不到熔点，当然不会熔解。

2527. 当水壶的水烧开后，我们从壶盖小孔上面一定高度才看到“白气”，而紧靠小孔的地方看不到“白气”。这是为什么？

[解答] 因为水蒸汽从小孔冲出来时具有较快的速度，在小孔附近还来不及放出足够的热量，没有凝成小水珠，当然看不见。到一定高度后，放出了足够的热量，它凝成了小水珠，我们就看见了“白气”。

2528. 夏天，冰棍周围为什么会冒“白气”？

[解答] 这“白气”并不是由冰棍上冒出来的，而是空气中的水蒸汽在低温的冰棍周围放出热量而凝结成的小水珠。也就是说冰棍周围的温度已达到了露点。

2529. 冬天可以看到从口、鼻呼出的“白气”，而在夏天却看不见，为什么？

[解答] 所谓“白气”就是悬浮在空中的大量小水珠，人的口、鼻呼出的气体中包含有水蒸汽，这种水蒸汽遇到冬天温度较低的空气就迅

速放出热量凝结成小水珠，形成所谓“白气”，而夏天空气温度较高，呼出的水蒸汽不容易凝结，就看不到“白气”。

2530．梅雨天在自来水管的表面；夏天在盛冷饮的玻璃外表面都会“出汗”，为什么？

[解答] 自来水管的水是从地下管道输送过来，温度比气温低，梅雨季节的湿度较大。盛冷饮的玻璃杯温度也比气温低，空气中的水蒸汽遇到低于露点的温度，就冷凝为水滴，附在物体表面，产生“出汗”现象。

2531．在北方的冬天，戴眼镜的人从室外进入暖和的屋内，镜片上会出现一层小水珠，为什么？

[解答] 暖和的室内空气中含有较多的水蒸汽，而室外温度较低，眼镜片的温度也较低。当人刚进入室内时，空气中的水蒸汽和镜片接触达到露点，凝结为小水珠。

2532．用牛皮纸或画报纸做一个纸盒，内盛适量的水，放在酒精灯上烧，结果水烧开了，而纸盒却没被烧坏。这是为什么？

[解答] 纸的着火点比水的沸点高，当纸盒内盛了水以后，水就通过细小孔隙渗入纸的内部，在加热时，如果水没有烧干，纸的温度最高只能在 100℃，因此不会把纸盒烧着。

2533．将烧瓶里的水加热到沸腾，然后停止加热，水也渐渐停止沸腾，如果这时用塞子塞紧瓶口，把烧瓶倒置，迅速用冷水浇底，发现停止沸腾的水在没有重新加热的情况下又沸腾起来了。这个现象称“复沸”现象，说明为什么会发生“复沸”现象？

[解答] 这是由于用冷水浇后，烧瓶内水面上方气体压强减小，水的沸点也随压强降低而降低，当降低到实际水温以下时，虽不加热，水也会沸腾。

2534．把砂锅里的汤烧开一段时间，再把它端离火源，发现汤仍在沸腾，这是不是复沸现象？为什么？

[解答] 这不是“复沸”现象。因为砂锅端离火源后，汤的沸点没有变，由于砂锅保温性较好，底部温度仍高于汤的沸点，也就是说砂锅继续在对汤加热。即使脱离火源，汤仍可沸腾一段时间。

2535．有一瓶酒精和水的混合液体，如何把这种混合液分离成水和酒精？

[解答] 可以利用酒精和水沸点不同的特点进行分馏。对混合液加热并使混合液保持在略高于 78℃ 的温度，因为酒精的沸点是 78℃，所以酒精不断变成气态由混合液中逸出，把这种酒精蒸汽收集起来再冷凝就可使水和酒精分开。

2536．蒸发能使液体的温度降低吗？

[解答] 如果液体连同它的容器都跟外界绝热或基本绝热，则由于动能较大的分子离开液面，剩下的液体分子平均动能减少，液体连同它的容器温度都要降低。如果液体跟外界保持良好的热传递，随着蒸发的进行，液体又从外界不断地吸收热量，则液体和容器的温度不会降低。在很多情况下蒸发进行得很快，和外界的热交换来不及进行，类似于绝热情况，液体的温度还是会降低。

2537．为什么大气中的冷气团和暖和团在空气中相遇时，往往会下

雨？

[解答] 因为暖气团中的水蒸汽遇到温度低于露点的冷气团后会放出热量凝成小水珠，如果暖气团中有大量的水蒸汽，空中又有一定的尘埃作为凝结中心，小水珠就可能聚集为水滴形成雨落下。

2538. 在炎热的夏天，为什么洗过澡以后，会感觉到凉爽？

[解答] 因为洗过澡以后，人体皮肤上残留少量的水，这部分水在蒸发过程中要吸收人体的热量，同时洗澡后皮肤上的污垢清除了，汗液的排泄更加畅通，所以人会感到凉爽。

2539. 图示大金属容器 A 内套有小金属容器 B，A，B 容器内都盛有水，现对容器 A 的底部加热，当 A 内水沸腾时，B 内的水会不会沸腾？为什么？

[解答] 当 A 容器内水沸腾时，B 容器内的水不会沸腾。因为水在达到沸点后必须继续吸收热量才能沸腾。A 容器内的水在达到沸点后可以从容器底部吸取热量发生沸腾，而 B 容器内的水达到沸点后和 A 容器内的水达到热平衡，无法继续吸收热量，当然不能沸腾。

2540. 在严寒的冬夜里，窗玻璃上往往会结一层冰花，结冰花的应是窗玻璃的内表面还是外表面？冰花是怎样形成的？

[解答] 结冰花的应是窗玻璃的内表面。如果室内饱和汽压大于三相点压强，室内空气中的水蒸汽遇到温度等于或低于露点的窗玻璃，便冷凝为小水滴。如窗玻璃温度低于冰点水滴继续放出热量，直到结成冰花。如果室内饱和汽压低于三相点压强，玻璃温度低于冰点则也可以发生凝华现象，水蒸汽直接结成冰花。

2541. 当水处在三相点时，在以下几种情况中发生什么变化？

- (1) 温度不变，增大压强；
- (2) 温度不变，降低压强；
- (3) 压强不变，升高温度；
- (4) 压强不变，降低温度。

[解答] (1) 增大压强后，汽凝结为水，冰熔解为水。

(2) 降低压强后，冰升华为汽，水经汽化变为汽。

(3) 升高温度后，冰升华为汽，水经汽化变为汽。

(4) 降低温度后，水凝固为冰，汽凝华为冰。

2542. 在水的三相共存系统中经过绝热压缩，系统的末态和初态相比将发生什么变化？

[解答] 经绝热压缩后，气态完全消失。当冰很多时，系统处在冰水共存状态，温度比三相点低，冰质量比原来减少，水的质量比原来增加。当冰很少时，冰全部熔解，只存在一种液态。

气体、液体、固体的性质

填充题

2543. 大气压强为  $1 \times 10^5$  帕，图中 I 为 10 厘米长汞柱，填出各种情况下封闭气体压强 p。

2544. 从天空飞行的飞机上测得大气压为  $0.9 \times 10^5$  帕而地面大气压为  $1 \times 10^5$  帕，可知飞机的飞行高度是 900 米。

2545. 托里拆利实验如果用密度为  $0.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup> 的酒精作为液体，当大气压为  $1 \times 10^5$  帕时玻璃管的长度至少应是 12.76 米。

2546. 图中容器 A 的容积是容器 B 的容积的 4 倍, 开始时 A 中是真空, B 中有  $20 \times 10^5$  帕压强的气体。当开关打开 A、B 相通后, 保持温度不变, B 中气体压强是  $4 \times 10^5$  帕。

如开始时 A 中也充有  $5 \times 10^5$  帕压强的气体, 其它条件相同, 则开关打开后 B 中气体压强是  $8 \times 10^5$  帕。

2547. 两端封闭的细长玻璃管总长 1 米, 水平放置时, 两端有等长的气柱, 压强为  $1 \times 10^5$  帕, 中间有一段水银柱长为  $h$ ; 竖直放置时, 上部气柱长度为下部气柱长度的两倍, 则水银柱长为 56 厘米。

2548. 一定质量的气体, 保持压强  $p$  不变, 为使它的体积变为原来的  $n$  倍, 则温度应由原来的  $t$  变为  $[nt + 273(n - 1)]$ 。

2549. 如果某气体在 0 时的气压为  $1 \times 10^5$  帕, 密度为 千克/米<sup>3</sup>, 如果当温度为  $t$ , 压强为  $p$  帕时, 其密度为  $\frac{273}{(273+t)} \times 10^{-5} \times p$  千克/米<sup>3</sup>。

2550. 不论晶体的外形怎样, 它在各个方向上的物理性质 (导热性、热膨胀、导电性、强度等) 是不同的, 晶体的这种性质叫各向异性, 这是晶体最基本的特征。晶体的另一个重要特征是有一定的熔点。

#### 选择题

2551. 竖直插入水银槽中的玻璃管, 上端封闭, 下端开口, 管内外水银面高度差为  $h_2$ , 槽外水银面上的管长为  $h_1$ , 如果大气压不变, 当将玻璃管缓慢向上提长时

- (a)  $h_2$  不变; (b)  $h_2$  增加;  
(c)  $h_2$  减小; (d) 无法判断。

答 (c)

2552. 在没有重力场的空间, 一个密封容器中充有部分气体, 则正确的说法是

- (a) 气体对器壁没有压强;  
(b) 气体对器壁有压强, 但在同温条件下比有重力场时压强要小;  
(c) 气体对器壁有压强, 在同温条件下比有重力场时压强要大;  
(d) 气体对器壁有压强, 有同温条件下对下底压强比有重力场时小, 对上盖压强比有重力场时大。

答 (d)

2553. 大气压和天气之间的关系是

- (a) 高气压应靠近地面, 不容易形成云和雨, 气候干燥;  
(b) 低气压应发生在高空, 容易形成云和雨, 高空的空气湿润;  
(c) 高气压中心地区不利于形成云雨, 常常是晴天;  
(d) 低气压中心地区不利于形成云和雨, 常常是晴天。

答 (c)

2554. 图中水银槽有足够深度, 大气压强为  $1 \times 10^5$  帕, 如果将托里拆利管插入水银中直到水银面外的管长  $h=30$  厘米。则正确结论是

- (a) 管底压强为  $1.4 \times 10^5$  帕, 管底如破裂则水银喷出;  
(b) 管底压强为  $0.61 \times 10^5$  帕, 管底如破裂水银不上升也不下降;

- (c)管底压强为零，管底如破裂，水银下降；
- (d)以上说法都不对。

答 (d)

2555 . 图中玻璃侧壁有三个木塞塞住很小的孔(A、B、C)。通过瓶口的软木塞有一根两端开口的管子，瓶内空气压强比大气压强小，管子中的液面和 B 孔等高，瓶内的液面超过 A 孔的高度。下面的叙述哪些是正确的？

- (a)如果先拔去 A 孔木塞，水流不出，反而吸入空气；
- (b)如果先拔去 B 孔木塞，水流不出，也不吸入空气；
- (c)如果先拔去 C 孔木塞，水流出；
- (d)如果同时拔去 A、B、C 的木塞，情况照旧：A 孔吸入空气；B 孔没有水进出，也不吸入空气；C 孔有水流出。

答 (a)、(b)、(c)

2556 . 一只罐口朝下的圆柱形罐，慢慢推入水中并浸没在足够深度。它受到的浮力  $F$  随罐口深度  $x$  的变化如图中的曲线。图中直线表示罐的重力不随深度  $x$  变化，两线交于 A 和 B。关于 A、B 物理意义的说法，下面哪些是正确的。

- (a)A 点是罐浮在水面上时的平衡状态；
- (b)A 点的平衡是稳定的；
- (c)B 点是罐浸在水面下时的平衡状态；
- (d)B 点的平衡也是稳定的平衡。

答 (a)、(b)、(c)

2557 . 将一只质量为  $m$  的圆柱形的杯子，杯口朝下，慢慢地放入水中，如图。一直将杯压到水面下，外力  $F$  作的功用哪一个图线下的面积来表示最恰当？

- (a)如图(1)所示；
- (b)如图(2)所示；
- (c)如图(3)所示；
- (d)如图(4)所示；
- (e)如图(5)所示。

答 (a)

2558 . (1)图中玻璃管内封闭的气体压强最大者是

- (a)如图(1)所示；
- (b)如图(2)所示；
- (c)如图(3)所示；
- (d)如图(4)所示；
- (e)如图(5)所示。

答 (e)

(2)上图中玻璃管内封闭的气体压强最小者是

答 (d)

2559 . 图中各小玻璃管内水银面和大杯中水银面的高度差一样。但玻璃管内的空气体积不一样，(2)图中最大，(4)图中最小。哪个图中玻璃管内的空气压强最大？

- (a)图(1)；
- (b)图(2)；
- (c)图(3)；
- (d)图(4)；
- (e)一样大。

答 (e)

2560 . 把一根玻璃管倒插入水银槽中，管内封一定质量的气体。

(1)将玻璃管略提起一些，下面哪些叙述是正确的？

- (a)玻璃管内气体体积扩大；
- (b)玻璃管内气体体积减小；

- (c) 管内外水银液面高度差减小；
- (d) 管内外水银液面高度差增大。

答 (a)、(c)

(2) 将玻璃管倾斜，玻璃管下端位置不变。上面哪些叙述是正确的？

答 (b)、(d)

2561. 图中玻璃管 A 和 B 的下端用橡皮管连通，管内装有水银，A 管上端封闭，内有部分气体，B 管上端开口。如果将 B 管提起，则

- (a) A 管内气体体积扩大；
- (b) A 管内气体体积减小；
- (c) A 和 B 管内水银液面的高度差减小；
- (d) A 和 B 管内水银液面的高度差增大；

答 (b)、(d)

2562. 验证波意耳 - 马略特定律用的玻璃管，如图所示。用一段水银柱将管内气体与外界隔绝，管口朝下竖直放置，今将玻璃管倾斜，下面哪些叙述是正确的？

- (a) 封闭端内的气体压强增大；
- (b) 封闭端内的气体压强减小；
- (c) 封闭端内的气体体积减小；
- (d) 封闭端内的气体体积增大。

答 (a)、(c)

2563. 图中是一个装有水银的两端封闭的 U 形管。竖直放置时，两管里的水银面一样高。当 U 形管在所在的竖直平面内向右倾斜时，两端液面

- (a) 假使液面上充有空气，一样高；
- (b) 假使液面上充有空气，左边高；
- (c) 假使液面上没有空气，只有水银饱和汽，左边高；
- (d) 假使液面上没有空气，只有水银饱和汽，一样高。

答 (b)、(d)

2564. 图中是一根两端封闭的玻璃管。管的中间有水银柱将玻璃管分成两部分。这两部分体积相等，并分别充以等温的氧和氢。当温度都升高 20 后，

- (a) 水银柱下降；
- (b) 水银柱上移；
- (c) 水银柱不动；
- (d) 氧气氢气的压强都增大。

答 (b)、(d)

2565. 气缸内有一个质量和摩擦都不计的活塞，活塞下贮有一定量的气体，气体体积为  $V$ ，温度为  $T$ ，则正确的说法是

- (a) 活塞如果漏气，当温度缓缓升高到  $2T$  时，气体体积增加为  $2V$ ；
- (b) 活塞如果漏气，当温度缓缓升高到  $2T$  时，气体体积不变，而质量减小一半；
- (c) 活塞如果不漏气，温度缓缓升高到  $2T$  时，气体体积不变，而压强增加一倍；
- (d) 活塞如果不漏气，温度缓缓升高到  $2T$  时，压强保持不变，而体积增加一倍。

答 (d)

2566. 图中，10 的氧和 20 的氢的体积相等，水银柱在管中央，下面哪些叙述是正确的？

- (a) 当两玻璃泡温度升高 10 时，水银柱向右移动；
- (b) 当两玻璃泡温度升高 10 时，水银柱向左移动；
- (c) 当氧气温度升高 20，氢气温度升高 10 时，两者温度相等，水银柱向右移动；

(d)当氧气温度升高 20 , 氢气温度升高 10 时, 两者温度一样, 体积一样, 压强一样, 水银柱不动。

答 (a)、(c)

2567. 两端封闭的玻璃管水平放置, 一段水银把管内同种气体分成两部分,  $V_{\text{左}} > V_{\text{右}}$ 。在温度为  $t_1$  时水银柱静止不动, 现把两边都加热到  $t_2$ , 则管内水银柱将

- (a)向左移动;
- (b)向右移动;
- (c)保持静止;
- (d)无法判断。

答 (c)

2568. 关于气体定律, 正确的说法是:

- (a)当温度不变时, 理想气体的压强跟体积成反比;
- (b)气体定律也可适用于处在常温, 低压条件下的实际气体;
- (c)一定质量的气体, 温度每升高 1 , 它的体积就增加原来的  $1/273$ ;
- (d)摩尔数相同的任何气体, 只要温度相同, 应就该具有相同的体积。

答 (b)

2569. 气泡从深 30 米的水底, 上升到水面。假设水底温度是 4 、水面温度是 15 , 则气泡在水面时的体积约是水底时的

- (a)3 倍;
- (b)4 倍;
- (c)12 倍;
- (d)5 倍;
- (e)6 倍。

答 (b)

2570. 一定质量理想气体的  $pV/T = \text{恒量}$ , 关于这个恒量, 下面的说法哪句正确?

- (a)对于物质的摩尔数相同的任何气体, 这个恒量相同;
- (b)对于质量相同的任何气体, 这个恒量相同;
- (c)对于质量不同的同一类气体, 这个恒量相同;
- (d)对于物质的摩尔数不同的同一类气体, 这个恒量相同;
- (e)选用不同的  $p$ 、 $V$  单位, 这个恒量相同。

答(a)

2571. 在一个容器内密封一定质量的理想气体。下面哪种说法是正确的?

- (a)不可能同时使气体温度升高、体积减少;
- (b)可能同时使气体温度升高、压强增大;
- (c)可以使温度保持不变, 而体积和压强同时增加;
- (d)不可以使温度降低, 而体积和压强同时增加。

答 (b)、(d)

2572. 有两个容积相等的密闭容器, 里面分别装有压强相等, 质量相等的理想气体。它们的温度

- (a)一定不相等;
- (b)一定相等;
- (c)不一定相等;
- (d)无法判断。

答 (c)

2573. 在 112 升容器内盛有温度 273 , 压强是  $4 \times 10^5$  帕的二氧化碳, 其质量是

- (a)43.4 克;
- (b)434 克;
- (c)86.9 克;
- (d)217 克;
- (e)109 克。

答(b)

2574.  $pV = \frac{M}{n}RT$  是表示质量为  $M$  千克的理想气体的克拉伯龙方程。

关于公式中各量，下面哪句陈述是正确的？

- (a) 在标准状况下， $V=22.4$  升；
- (b) 在标准状况下， $p=1.013 \times 10^5$  帕， $T=273$  开；
- (c) 在非标准状况下， $V$  不可能为  $22.4$  升；
- (d) 在非标准状况下， $T$  不可能为  $273$  开；
- (e)  $R$  是一个普适恒量，它的大小跟单位选择无关。

答 (b)

2575. 氧气装在  $0.2 \text{ 米}^3$  的容器内，压强为  $20 \times 10^5$  帕。如果温度不变，大气压为  $1 \times 10^5$  帕。把钢瓶的开关打开，容器内剩余的氧气质量是原来的

- (a)  $1/100$ ；
- (b)  $1/50$ ；
- (c)  $1/20$ ；
- (d)  $1/10$ ；
- (e)  $1/5$ 。

答 (c)

2576. 在完全失重的条件下，液体的表面将是：

- (a) 球形表面；
- (b) 正方体表面；
- (c) 随球形表面；
- (d) 和容器形状有关。

答 (a)

2577. 把一块液体分散成许多小液滴时，液体的内能将：

- (a) 增加；
- (b) 减少；
- (c) 不变；
- (d) 无法确定。

答 (a)

2578. 处于液体表面层中的分子，比起液体内部的分子应有：

- (a) 较小的势能；
- (b) 较大的势能；
- (c) 相同的势能；
- (d) 较大的动能；

答 (b)

2579. 物质的非晶体能自动地转变为晶体，而晶体却不能自动转变为非晶体，这说明：

- (a) 非晶体是不稳定的，处于非晶体时的能量大；
- (b) 晶体是稳定的，处于晶体时的能量大；
- (c) 非晶体是不稳定的，处于非晶体时能量小；
- (d) 晶体是不稳定的，处于晶体时的能量小。

答 (a)

2580. 多晶体和单晶体在物理性质上应有如下的特点：

- (a) 都是各向异性，并都有确定的熔点；
- (b) 多晶体是各向同性的，单晶体是各向异性的；并都有确定的熔点；
- (c) 都是各向异性的，但单晶体有确定的熔点，而多晶体没有确定的熔点；
- (d) 都是各向异性的，但多晶体有确定的熔点，而单晶体没有确定的熔点。

答 (b)

#### 计算题

2581. 在托里拆利实验中，一部分空气进入管内。当大气压为  $1 \times 10^5$  帕时，管内外水银面的高度差为  $70$  厘米，空气柱长  $15$  厘米；如果大气压是  $0.96 \times 10^5$  帕，这时空气柱长度  $l_2$  是多少？

[解答] 设原长  $l_1=15$  厘米, 由液体的压强公式  $p=\rho gh$  可知 1 厘米汞柱的压强为 1333 帕, 所以,  $p_1=(1 \times 10^5 - 70 \times 1333)$  帕;  $p_2=[0.96 \times 10^5 - (85 - l_2) \times 1333]$  帕。

根据玻 - 马定律  $p_1 l_1 S = p_2 l_2 S$ ,

$$(1 \times 10^5 - 70 \times 1333) \times 15 = [0.96 \times 10^5 - (85 - l_2) \times 1333] \times l_2,$$

整理后得  $l_2^2 - 13l_2 - 75=0$ 。

舍去负根, 得  $l_2=17.3$  厘米。

2582. 图示托里拆利管。管内横截面积为  $0.1$  厘米<sup>2</sup>, 管长 1 米。管内漏入部分空气, 当大气压强是  $1 \times 10^5$  帕时, 空气柱长 25 厘米, 管内外水银面的高度差为 72 厘米, 求这部分空气没有进入管内前的体积。

[解答] 设所求体积  $V_0$ ,  $p_0=1 \times 10^5$  帕,

$$p_1=(1 \times 10^5 - 72 \times 1333) \text{帕} = 4.0 \times 10^3 \text{帕}。$$

管内气体体积

$$V_1=25 \times 0.1 \times 10^{-6} \text{米}^3 = 25 \times 10^{-7} \text{米}^3。$$

由玻 - 马定律  $p_0 V_0 = p_1 V_1$ ,

$$V_0 = \frac{p_1 V_1}{p_0} = \frac{4.0 \times 10^3 \times 25 \times 10^{-7}}{1 \times 10^5} \text{米}^3 = 1 \times 10^{-7} \text{米}^3。$$

2583. 图示托里拆利实验装置。管横截面积为  $1$  厘米<sup>2</sup>, 大气压强为  $1 \times 10^5$  帕。如果从管口送入一个在大气压强下体积为  $0.2$  厘米<sup>3</sup> 的气泡。问:

(1) 气泡升到图中 A 点时体积变为多大?

(2) 气泡升到真空部分时管内外水银面的高度差多大?

[解答] (1) 气泡在大气压下,  $V_1=0.2$  厘米<sup>3</sup>,  $p_1=1 \times 10^5$  帕。在 A 点时  $p_2=(1 \times 10^5 - 45 \times 1333)$  帕  $= 4.0 \times 10^4$  帕。

由玻 - 马定律

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 0.2 \times \frac{1 \times 10^5}{4 \times 10^4} \text{厘米}^3 = 0.5 \text{厘米}^3。$$

(2) 设所求水银柱高为  $h$ , 则  $p_3=(1 \times 10^5 - h \times 1333)$  帕,  
 $V_3=(l - h)S=(89 - h) \times 1$ 。

由玻 - 马定律

$$p_1 V_1 = p_3 V_3, 1 \times 10^5 \times 0.2 = (1 \times 10^5 - h \times 1333)(89 - h)。$$

整理后得  $h^2 - 164h + 6660=0$ 。

舍去不合题意的根, 得  $h=74$  厘米。

2584. 图示是一端封闭的均匀玻璃管, 竖直插入水银中, 管中水银面比管外水银面高 4 厘米, 管中空气柱长 19 厘米, 如要使管内外水银面相平, 应该怎样移动玻璃管? 移动多少距离? (大气压强为  $1 \times 10^5$  帕)

[分析] 管中水银比管外水银面高, 说明管内气体压强比管外大气压强小, 要使水银面相平, 必须增加管内气体压强, 也就是说要压缩体积, 因此玻璃管应向下移动。先求出水银面相平时气柱长度, 再计算移动距离。

[解答] 已知大气压强  $p_0=1 \times 10^5$  帕,  $h=4$  厘米, 水银面相平时气柱长度为  $l_1$ , 压强为  $p_1=p_0$ ,  $l_0=19$  厘米, 则由玻 - 马定律  $(p_0 - 4 \times 1333) \times 19 \times S = l_1 \times p_0 \times S$   
整理后得:  $(71 \times 19) \text{厘米} = l_1 \times 75$ ,  $l_1=18$  厘米。

所求距离  $l=l_0 + h - l_1=(19 + 4 - 18) \text{厘米} = 5 \text{厘米}$ 。

2585. 图示的水银气压计中混入一个空气泡。当标准气压计的水银柱高度为 768 毫米时，它的水银柱高度只有 748 毫米，管内水银面到管顶距离为 80 毫米，当此气压计的水银柱高度为 734 毫米时实际气压为多少？

[解答] 设  $p_0'$  为所求实际气压，由于 1 毫米汞柱的压强为 133.3 帕，所以  $p_0 = 768 \times 133.3$  帕， $p = 748 \times 133.3$  帕， $p' = 734 \times 133.3$  帕， $l = 80$  毫米。

以混入的气泡为研究对象， $p_1, p_1'$  分别代表两种情形的压强

$$p_1 = p_0 - p, p_1' = p_0' - p'$$

令  $p$  时水银柱长度为  $h$ ； $p'$  时水银柱长度为  $h'$ ，

则由玻 - 马定律  $p_1 l = p_1' l'$ ，

而

$$l' = h + l - h'$$

$$\begin{aligned} p_0' &= p_1' + p' = \frac{p_1 l}{l'} + p' = \frac{p_1 l}{h + l - h'} + p' = \frac{(p_0 - p)l}{h + l - h'} + p' \\ &= \left[ \frac{(768 - 748) \times 80}{748 + 80 - 734} + 734 \right] \times 133.3 \text{ 帕} = 1.0 \times 10^5 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

2586. 图中一端封闭的玻璃管内有一段  $h$  为 19 厘米的水银，当开口向上时水银下空气柱长度  $l_1$  为 15 厘米，当开口向下时空气柱长  $l_2$  为 25 厘米，求 (1) 当时的大气压强；(2) 如果玻璃管水平放置空气柱长度应是多少？

[解答] (1) 设大气压强  $p_0$ ，高度为  $h$  厘米的水银柱的压强为  $1333h$  帕。

由玻 - 马定律：

$$(p_0 + 1333h) l_1 S = (p_0 - 1333h) l_2 S,$$

$$\begin{aligned} p_0 &= 1333h \frac{l_1 + l_2}{l_2 - l_1} = 1333 \times 19 \times \frac{15 + 25}{25 - 15} \text{ 帕} \\ &= 1.01 \times 10^5 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

(2) 如果水平放置玻璃管，设所求长度为  $l$

则  $l \cdot p_0 \cdot S = (p_0 + 1333h) l_1 S$ ，

$$\begin{aligned} l &= \frac{p_0 + 1333h}{p_0} l_1 = \frac{1.01 \times 10^5 + 1333 \times 19}{1.01 \times 10^5} \times 15 \text{ 厘米} \\ &= 18.8 \text{ 厘米} \end{aligned}$$

2587. 图中下端封闭，上端开口的竖直玻璃管的横截面积为  $10^{-5}$  米<sup>2</sup>，内有一段 4 厘米长水银柱，水银下空气柱体积  $6 \times 10^{-6}$  米<sup>3</sup>，如果再灌入质量为  $27.2 \times 10^{-3}$  千克的水银。求水银柱下空气柱的长度。(大气压强为  $1.0 \times 10^5$  帕)

[解答] 已知  $S = 10^{-5}$  米<sup>2</sup>， $p_0 = 1.0 \times 10^5$  帕， $h = 4$  厘米， $m = 27.2 \times 10^{-3}$  千克， $= 13.6 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>， $V_1 = 6 \times 10^{-6}$  米<sup>3</sup>。

$$\begin{aligned} p_1 &= (p_0 + 1333h) \text{ 帕} = (1.0 \times 10^5 + 1333 \times 4) \text{ 帕} \\ &= 1.05 \times 10^5 \text{ 帕}； \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_2 &= (p_0 + 1333h') = p_0 + 1333 \times \left( h + \frac{\Delta m \times 100}{\rho S} \right) \text{ 帕} \\ &= \left[ 1.0 \times 10^5 + 1333 \times \left( 4 + \frac{27.2 \times 10^{-3} \times 100}{13.6 \times 10^3 \times 10^{-5}} \right) \right] \text{ 帕} \\ &= 1.32 \times 10^5 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

$$\text{长度} \quad l' = \frac{V_2}{S} = \frac{p_1 V_1}{p_2 S} = \frac{1.05 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-6}}{1.32 \times 10^5 \times 10^{-5}} \text{米} = 0.48 \text{米}。$$

2588. 图示的一根长 1 米，一端封闭的均匀细直玻璃管内，有一段 20 厘米长的水银柱封住一部分空气。当管口向上竖直放置时，被封住的空气柱长 49 厘米；当玻璃管开口向下倒置时空气柱有多长？（设大气压为  $1.0 \times 10^5$  帕）

[分析] 设开口向下时空气柱长度为  $h_2$ ，大气压强  $p_0 = 1.0 \times 10^5$  帕，水银柱长  $l = 20$  厘米，则气柱压强  $p_2 = p_0 - 1333l = (1.0 \times 10^5 - 1333 \times 20)$  帕  $= 0.73 \times 10^5$  帕。

开口向上时  $h_1 = 49$  厘米， $p_1 = p_0 + 1333l = (1.0 \times 10^5 + 1333 \times 20)$  帕  $= 1.27 \times 10^5$  帕。

由玻 - 马定律  $p_1 h_1 S = p_2 h_2 S$ ，

$$1.27 \times 10^5 \times 49 = h_2 \times 0.73 \times 10^5，$$

$$h_2 = 85 \text{厘米}。$$

这个解是错误的，因为它不合理。 $h_2 + l >$  管长，说明水银柱要漏去一部分。这告诉我们在解题完毕时还要检验它的合理性。

[解答] 已知  $l = 20$  厘米， $p_0 = 1.0 \times 10^5$  帕， $h_1 = 49$  厘米， $p_1 = p_0 + 1333l = (1.0 \times 10^5 + 1333 \times 20)$  帕，玻璃管长度  $L = 1$  米。

设开口向下时气柱长度  $h_2$ ， $p_2 = p_0 - 1333(L - h_2)$ 。

由玻 - 马定律  $p_1 h_1 S = p_2 h_2 S$ ，

$$(1.0 \times 10^5 + 1333 \times 20) \times 49 = [1.0 \times 10^5 - 1333 \times (100 - h_2)] h_2，$$

$$\text{即：} 95 \times 49 = (h_2 - 25)h_2，h_2^2 - 25h_2 - 4655 = 0，$$

舍去不合题意的根，解得  $h_2 = 81.9$  厘米。

2589. 水平放置的均匀玻璃管中，有长 25 厘米的水银柱恰好和管口相齐，半管内一段 44 厘米长的空气封住。求：

(1) 开口端竖直向上时，管内气柱多长？(2) 开口端竖直向下时，管内气柱多长？(3) 开口端向下，玻璃管和水平方向成  $30^\circ$  角时，管内气柱多长？（大气压为  $1.0 \times 10^5$  帕）

[解答] (1)  $p_1 = 1.0 \times 10^5$  帕， $V_1 = 44S$  厘米<sup>3</sup>， $p_2 = (1.0 \times 10^5 + 1333 \times$

$$25) \text{帕}，V_2 = 1S \text{厘米}^3。 \text{由玻 - 马定律} l = \frac{1.0 \times 10^5 \times 44}{1.0 \times 10^5 + 1333 \times 25} = 33 \text{厘米}。$$

(2)  $p_2 = [1.0 \times 10^5 - 1333 \times (69 - l)]$  帕， $V_2 = 1S$  厘米<sup>3</sup>，

$p_2 V_2 = p_1 V_1$ ， $[1.0 \times 10^5 - 1333 \times (69 - l)] l = 1.0 \times 10^5 \times 44$  整理后得  $l^2 + 6l - 3300 = 0$ ，舍去不合题意的根得  $l = 54.5$  厘米。

(3)  $P_2 = [1.0 \times 10^5 - 1333 \times (69 - l) \times \sin 30^\circ]$  帕， $V_2 = 1S$  厘米<sup>3</sup>。

同理可得  $l^2 + 81l - 6600 = 0$  舍去不合理根，得  $l = 50$  厘米。

2590. 图示是一根内径均匀、竖直放置，开口向上的长直玻璃管。它的管长为  $L$  米，其上端被长为  $h$  米的水银柱封住，水银面和管口相平。现用手指堵住管口使玻璃管竖直倒置，求放开手指后水银全部溢出的条件。（大气压强为  $pgH$  帕）

[解答] 水银柱全部流出说明倒置后管内气体体积占满整根玻璃管时它的压强大于或等于大气压强。

由玻 - 马定律  $pg(H + h)(L - h)S = pLS$ ，

$$p = \frac{\rho g(H+h)(L-h)}{L} \quad \rho gH, HL - Hh + Lh - h^2 \quad LH,$$

$$h(h+H-L) = 0, \text{ 即 } h = L-H.$$

2591. 图示是一端封闭的玻璃管，长  $l$  为 70 厘米，在其开口端有一段长  $h$  为 20 厘米的水银柱把管内空气封住，而且水银面和管口相平，现把玻璃管小心地倒置使一部分水银漏出，而气体仍封在管内。当大气压为  $1.0 \times 10^5$  帕时，求留在管内的水银柱有多长？

[解答]以管内气体为研究对象，设倒置后水银柱高度为  $h'$ ，已知  $l=70$  厘米， $h=20$  厘米， $p_0=1.0 \times 10^5$  帕。

由玻 - 马定律

$$(p_0 + 1333h)(l-h)S = (p_0 - 1333h')(l-h')S,$$

$$(1.0 \times 10^5 + 1333 \times 20)(70 - 20) = (1.0 \times 10^5 - 1333h')(70 - h'),$$

$$\text{两边除以 } 1333: \text{ 即 } h'^2 - 145h' + 500 = 0,$$

舍去不合题意的根， $h'=3.5$  厘米。

2592. 一端封闭的粗细均匀的玻璃管内装有一段 10 厘米长的水银柱。当玻璃管水平放置时，闭端气柱长 15 厘米。求管口向上和向下竖直放置时闭端空气柱长度各是多少？（大气压强  $p_0=1.0 \times 10^5$  帕）

[解答] $p_0=1.0 \times 10^5$  帕， $V_0=15S$  厘米<sup>3</sup>，

管口向上时， $p_1=p_0 + 1333h_0$ 。

$$V_1 = \frac{p_0 V_0}{p_1} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 15S}{1.0 \times 10^5 + 1333 \times 10} \text{ 厘米}^3 = 13.2S \text{ 厘米}^3, l_1 = 13.2 \text{ 厘米}.$$

管口向下时， $p_2=p_0 - 1333h_0$ 。

$$V_2 = \frac{p_0 V_0}{p_2} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 15S}{1.0 \times 10^5 - 1333 \times 10} \text{ 厘米}^3 = 17.3S \text{ 厘米}^3, l_2 = 17.3 \text{ 厘米}.$$

2593. 在高为 1 米的直圆柱形筒的顶端放一个和圆筒直径等大且光滑而不漏气的圆形活塞，活塞重力及厚度不计。筒内气压是  $1.01 \times 10^5$  帕，现用手指将活塞稍许下压，并把水银从活塞上方徐徐倒入同时移去手指。当水银从圆柱顶部溢出时活塞下降了多少距离？（等温过程）

[解答]设原来气柱长度  $l=1$  米， $p_1=p_0=1.0 \times 10^5$  帕， $V_1=lS$ ， $S$  为活塞截面积。水银溢出时，活塞下降高度为  $h$ ， $p_2=pgh + p_0$ ， $V_2=(l-h)S$ 。

由玻 - 马定律  $p_1 lS = (pgh + p_0)(l-h)S$ ，

$$1.01 \times 10^5 \times 1 = (13.6 \times 10^3 \times 9.8 \times h + 1.01 \times 10^5)(1-h),$$

$$1.01 = (1.33h + 1.01)(1-h),$$

$$1.33h^2 - 0.32h = 0.$$

舍去不合题意的根，

得  $h=0.24$  米。

2594. 把一根一端封闭的长 1 米的玻璃管开口向下竖直插入水中，当管口没入水中的深度是 80 厘米时，求水进入管中的高度。（大气压强为  $10^5$  帕， $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）

[解答]设所求高度为  $h$ ，已知  $p_0=10^5$  帕， $H=0.8$  米， $l=1$  米， $p_1=p_0=10^5$  帕， $V_1=1 \times S$  米<sup>3</sup>， $p_2=p_0 + \rho g(H-h)$ ， $V_2=(l-h)S$  米<sup>3</sup>。

由玻 - 马定律  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ，

$$10^5 \times 1 = [10^5 + 10^4 \times (0.8 - h)] \times (1 - h)。$$

$$h^2 - 11.8h + 0.8 = 0, \text{ 舍去不合题意的根,}$$

$$h = 0.068 \text{ 米。}$$

2595. 图中一个两端开口的均匀玻璃管竖直插入水银中，一端高出液面 8 厘米，如果把管口上端封闭再把管提高 46 厘米，空气柱长度为多少？（设大气压强为  $10^5$  帕）

[解答] 设所求气柱长度为  $h$ ，以管内空气柱为研究对象。 $p_1 = 10^5$  帕， $V_1 = l_1 S$ ， $l_1 = 8$  厘米， $p_1 = p_0$ ， $l = 46$  厘米， $l_2 = l_1 + l$ ， $p_2 = p_0 - 1333(l_2 - h)$ ， $V_2 = h \cdot S$ 。

由玻 - 马定律， $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ， $p_1 V_1 = [p_0 - 1333(l_2 - h)] V_2$ ，

$$p_1 l_1 = [p_0 - 1333(l_2 - h)] h,$$

代入数据整理后得

$$h^2 + 21h - 600 = 0。$$

舍去不合题意的根，得  $h = 16$  厘米。

2596. 在标准状况下，一个气泡从水底升到水面，它的体积增大一倍，求水深  $h$ 。（ $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）

[解答] 设气泡在水底体积为  $V_0$ 。

由玻 - 马定律  $2p_0 V_0 = (p_0 + gh)V_0$ 。

$$h = \frac{p_0}{pg} = \frac{1.013 \times 10^5}{10^3 \times 10} \text{ 米} = 10 \text{ 米。}$$

2597. 一端封闭的细长玻璃管开口向下竖直插入深水银槽中，见图。大气压强为  $10^5$  帕， $h_1 = 50$  厘米时， $h_2 = 30$  厘米，求当  $h_1' = 75$  厘米时， $h_2'$  为多少？

[解答] 以管内气体为研究对象。设  $S$  为玻璃管的横截面积， $p_0 = 10^5$  帕， $V_1 = (h_1 - h_2)S$  厘米<sup>3</sup> =  $20S$  厘米<sup>3</sup>， $p_1 = p_0 - 1333h_2$ ， $V_2 = (h_1' - h_2')S$ ， $p_2 = (p_0 - 1333h_2')$ 。

由玻 - 马定律  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ，

$$(10^5 - 1333 \times 30) \times 20 = (10^5 - 1333h_2') \times (75 - h_2')。$$

两边除以 1333，化简得  $45 \times 20 = (75 - h_2')^2$ 。

舍去不合题意的根，得  $h_2' = (75 - 30)$  厘米 = 45 厘米。

2598. 图中一个横截面积为  $10$  厘米<sup>2</sup> 的容器内，有一个用弹簧和底面相连的活塞。当温度为  $27^\circ\text{C}$ ，内外压强都是  $1.01 \times 10^5$  帕时，活塞和底面距离为  $10$  厘米，在活塞上放质量为  $40$  千克的物体，活塞下降  $5$  厘米，温度仍为  $27^\circ\text{C}$ 。（活塞质量不计， $g$  取  $9.8$  米/秒<sup>2</sup>）求：

(1) 弹簧倔强系数  $K$ ；

(2) 如把活塞内气体加热到  $57^\circ\text{C}$ ，为保持活塞位置仍下降  $5$  厘米，活塞上应再加的物体  $G_2$  为多重。

[解答] (1) 已知： $p_0 = 1.01 \times 10^5$  帕， $T_0 = (273 + 27)$  开， $V_0 = 1 \times 10^3$  厘米<sup>3</sup>，

$$V = \frac{1}{2} V_0 = 0.5 \times 10^3 \text{ 厘米}^3, h = 5 \times 10^{-2} \text{ 米}, G_1 = 40 \times 9.8 \text{ 牛。}$$

由玻—马定律  $p = \frac{p_0 V_0}{V} = 2p_0 = 2.02 \times 10^5$  帕。

因为  $p_0 + \frac{G_1}{S} = p + \frac{Kh}{S}$  ,

$$K = \frac{p_0 S + G_1 - pS}{h}$$

$$= \frac{1.01 \times 10^5 \times 10^{-3} + 40 \times 9.8 - 2.02 \times 10^5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} \text{ 牛 / 米}$$

$$= 5.82 \times 10^3 \text{ 牛 / 米。}$$

(2) 因为  $T = (273 + 57)$  开 ,

所以  $\frac{G_2}{S} = p \frac{T - T_0}{T_0}$  ,

$$G_2 = Sp \frac{T - T_0}{T_0} = 10^{-3} \times 2.02 \times 10^5 \times \frac{330 - 300}{300} \text{ 牛}$$

$$= 20.2 \text{ 牛}$$

2599 . 图示 U 形管左端封闭, 右端和压强为  $10^5$  帕大气相通时, 管内水银面相平, 左管空气柱长 50 厘米。当把右管抽成真空, 求左管水银面下降多少? 设直管部分足够长。

[解答] 以左管内气体为讨论对象。设水银面下降高度为  $x$ ,  $p_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = 50S$  厘米<sup>3</sup>,  $p_2 = 1333 \times 2x$  帕,  $V_2 = (50 + x)S$  厘米<sup>3</sup>。

由玻 - 马定律  $p_1 V_1 = p_2 V_2$  ,

$$10^5 \times 50S = 1333 \times 2x \times (50 + x)S ,$$

$x^2 + 50x - 1875 = 0$ 。舍去不合题意的根 ,

得  $x = 25$  厘米 = 0.25 米。

2600 . 两边截面积相等的连通器, 内盛液体, 液面上方是相同的理想气体, 连通器右管封闭, 左管有活塞, 开始时液面相平, 左右气柱等长为  $h$ , 当左管活塞向上提起多高时液面差为  $h$ ? 设开始时气体压强为  $p_0$ , 液体密度为  $\rho$ , 温度不变。

[解答] 设活塞提起的高度为  $x$ , 当左液面比右液面高  $h$  时, 左液面必

比原来液面高  $h/2$ , 右液面必比原液面低  $h/2$ , 即左气柱长  $x - \frac{h}{2} + h$ ,

右气柱长  $h + \frac{h}{2}$ 。

由液体平衡条件  $p_{左} + \rho gh = p_{右}$ , 由玻 - 马定律对左管封闭气体  $p_{左}$

$$= p_0 \frac{h}{x - \frac{h}{2} + h} , \text{ 对右管封闭气体 } p_{右} = \frac{p_0 h}{h + \frac{h}{2}}。$$

$$\frac{2p_0 h}{2x + h} + \rho gh = \frac{2p_0}{3} ,$$

解得 
$$x = \frac{4p_0 h + 3\rho gh^2}{4p_0 - 6\rho gh}。$$

2601 . 图中连通器左管封闭, 右管开口向上, 两管用橡皮管连通, 内盛水银。当右管水银面比左管水银面高 15 厘米时, 左管空气柱长 20 厘米, 现将右管降低,

使两管水银面相平，求左管空气柱长度变为多少？（大气压强为  $10^5$  帕）

[解答]  $p_1 = (10^5 + 1333 \times 15)$  帕， $V_1 = 20S$  厘米<sup>3</sup>， $p_2 = 10^5$  帕， $V_2 = 1S$ ， $l$  为所求空气柱长度。

由玻 - 马定律

$$l = \frac{p_1 V_1}{p_2 S} = \frac{(10^5 + 1333 \times 15) \times 20}{10^5} \text{ 厘米}$$

$$= 24 \text{ 厘米。}$$

2602. 图示为内径均匀的 U 形玻璃管，两管高度都是 50 厘米。注入水银，使两管水银柱高度  $h$  为 10 厘米。然后密封其中一个口，在另一口中注入密度为  $0.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup> 的酒精，当酒精注满时，酒精的高度是多少？（大气压强为  $10^5$  帕）

[解答] 设闭端水银面升高了  $x$  厘米， $H = 50$  厘米， $h = 10$  厘米， $\rho_{\text{酒}} = 0.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>，先计算密闭端压强变化。

$$p_1 = 10^5 \text{ 帕，} V_1 = (H - h) \cdot S \text{ 米}^3，$$

$$V_2 = (H - h - x)S \text{ 米}^3。$$

$$\text{由玻—马定律 } p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1 (H - h)}{H - h - x} \quad (1)$$

$$p_2 + 1333 \times 2x = p_1 + (H - h + x) \cdot \rho_{\text{酒}} \cdot g \quad (2)$$

$$\text{由(1)、(2)式，} \frac{10^5 \times 40}{40 - x} + 1333 \times 2x = (40 + x) \times 78.4 + 10^5，$$

$$\text{整理后得} \quad x^2 - 155x + 96 = 0。$$

舍去不合题意的根，得  $x = 0.6$  厘米。

酒精高度  $h_{\text{酒}} = H - h + x = 40.6$  厘米。

2603. 图中连通器截面积相同，右边为开管，左边封闭，已知大气压为  $p_0$ ，闭管内空气柱长为  $l$ ，两管水银面相平。今打开活塞，使水银漏掉一些，开管内水银下降了  $h$ ，求闭管内水银面下降多少？

[分析] 当右侧水银面下降时，左侧水银面也将下降，而且必须比右侧下降得少才能平衡。

[解答] 以左侧气体为研究对象，它满足玻 - 马定律，

设  $h'$  为左侧水银面下降的高度

$$p_0 l S = (l + h') [p_0 + \rho g (h' - h)] S，$$

$$\rho g h'^2 + [p_0 + \rho g (l - h)] h' - \rho g l h = 0，$$

$$h' = \frac{-[p_0 + \rho g (l - h)] \pm \sqrt{[p_0 + \rho g (l - h)]^2 + 4\rho^2 g^2 l h}}{2\rho g}。$$

舍去负根，得

$$h' = \frac{\sqrt{[p_0 + \rho g (l - h)]^2 + 4\rho^2 g^2 l h} - [p_0 + \rho g (l - h)]}{2\rho g}。$$

2604. 图中是一根粗细均匀的 U 形管，左侧封闭，右侧和大气相通，大气压强  $p_0$  为  $10^5$  帕， $h_1 = 20$  厘米， $h_2 = 200$  厘米，现从右侧注入水银，如果水银恰好把原来在左侧管内空气封住，当右侧灌满水银时，左侧水银柱有多高？

[解答] 设左侧水银柱高为  $h$  厘米， $p_0 = 10^5$  帕。以左侧水银上方的空气为研究对

象，由玻 - 马定律  $h_1 p_0 S = (h_1 - h) p S$ ，式中  $p$  表示水银注满后左端气体的压强。显然  $p = p_0 + 1333(h_2 - h)$ ，将此式代入上式得

$$20 \times 10^5 = (20 - h) \times [10^5 + 1333 \times (200 - h)]，\text{两边除以 } 1333，\text{则 } 20 \times 75 = (20 - h)(75 + 200 - h)\text{即 } h^2 - 295h + 4000 = 0，$$

舍去不合题意的根，得  $h = 14.2$  厘米。

2605. 测量低气压的麦克劳压强计如图所示。C 通向待测气体，A 和 B 是一连通器的两端，内盛水银，A 端可自由升降，先将 A 端降低，使待测气体进入 D、 $K_1$  等部分，再将 A 端举高，水银进入 D，并将 D 内气体和被测气体隔开，继续升高 A，则水银进入毛细管  $K_1$ 、 $K_2$  内。如已知 D 容积为  $130 \text{ 厘米}^3$ ，毛细管截面积  $8 \times 10^{-3} \text{ 厘米}^2$ 。当毛细管  $K_2$  内水银面恰与毛细管  $K_1$  顶端对齐时， $K_1$ 、 $K_2$  水银面相差  $h$  为 23 厘米，求被测气体压强  $p_0$ 。

[分析] D 内气体原来和待测气体压强相同，当水银面上升后 D 内气体受到压缩，压强增大，而  $K_2$  内压强不变仍为  $p_0$ 。用玻 - 马定律可以求解。

[解答] 水银面上升前  $p_1 = p_0$ ， $V_1 = 130 \text{ 厘米}^3$ 。（ $K_1$  体积和 D 体积相比可以忽略）水银面上升后  $p_2 = p_0 + 1333h = (p_0 + 1333 \times 23)$  帕，

$$V_2 = Sh = 8 \times 10^{-3} \times 23 \text{ 厘米}^3，$$

因为  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ，所以  $p_0 \times 130 = (p_0 + 1333 \times 23) \times 8 \times 10^{-3} \times 23$ 。

$$p_0 = 43.5 \text{ 帕}。$$

2606. 用图中容积计测量某种矿物的密度，测量数据及步骤如下：

(1) 打开活栓 K，使管 A、容器 C 和 B 和大气相通，上下移动 D 使水银面在 n 处（如图）。

(2) 关闭 K，上举 D，使水银面达到 m，这时 B、D 两管内水银面高度差  $h_1$  为 12.5 厘米。

(3) 打开 K，把 400 克矿物投入 C，使水银面对齐 n，然后关闭 K。

(4) 往上举 D，使水银面重新达到 m 处，这时 B、D 两管内水银面的高度差  $h_2$  为 23.7 厘米。m 点以上容器 C 和管 A（不包括 B）的总体积为  $1000 \text{ 厘米}^3$ 。求矿物的密度。

[解答] 设大气压强为  $p_0$  帕，容器 C 及管 A 总体积为  $V_C$ ，B 球体积  $V_B$ ，矿物体积  $v$ ，质量  $m = 0.4$  千克。

由玻 - 马定律，步骤(2)前后状态  $p_0(V_B + V_C) = (p_0 + 1333h_1)V_C$

$$\text{化简得 } p_0 V_B = 1333h_1 V_C \quad (1)$$

步骤(3)前后状态  $p_0(V_B + V_C - v) = (p_0 + 1333h_2)(V_C - v)$

$$\text{化简得 } p_0 V_B = 1333h_2(V_C - v) \quad (2)$$

$$\text{由(1)、(2)式得 } h_1 V_C = h_2 V_C - h_2 v，\text{则 } v = \frac{(h_2 - h_1)V_C}{h_2}。$$

$$\begin{aligned} \text{密度} &= \frac{m}{v} = \frac{mh_2}{(h_2 - h_1)V_C} = \frac{0.4 \times 0.237}{(0.237 - 0.125) \times 1000 \times 10^{-6}} \text{ 千克 / 米}^3 \\ &= 0.846 \times 10^3 \text{ 千克 / 米}^3。 \end{aligned}$$

2607. 图中是一个可以测定液体密度的仪器，右边盛水，左边盛待测液体，从中间橡皮管吸出一部分气体后，把橡皮管夹紧，测得水上升高度  $h_1$  为 0.12 米，待测液体上升高度  $h_2$  为 0.15 米，求待测流体密度。

[解答] 设大气压强为  $p_0$ ，玻璃管内剩余气体压强为  $p$ ，则由压强平衡原理

$$p_0 = \rho_{\text{水}} g h_1 + p = \rho_{\text{水}} g h_2 + p$$

$$\rho = \rho_{\text{水}} \frac{h_1}{h_2} = 10^3 \times \frac{12}{15} \text{ 千克 / 米}^3$$

$$= 0.8 \times 10^3 \text{ 千克 / 米}^3.$$

2608. 用活塞式抽气机将容积为  $V_0$  的容器内的气体由压强  $p_0$  抽空到压强  $p$ 。

如果活塞运动范围的容积为  $V$ ，求活塞抽气次数  $n$ 。

[解法一] 每抽气一次，抽气机中气体体积由  $V_0$  增加到  $V_0 + V$ ，由玻 - 马定律，

$$\text{第一次抽气 } p_0 V_0 = p_1 (V_0 + V),$$

$$\text{第二次抽气 } p_1 V_0 = p_2 (V_0 + V),$$

M

$$\text{第 } n \text{ 次抽气 } p_{n-1} V_0 = p (V_0 + V).$$

$$\text{各式两边相乘 } p_0 p_1 \dots p_{n-1} V_0^n = p_1 p_2 \dots p_{n-1} p (V_0 + V)^n.$$

$$p_0 V_0^n = p (V_0 + V)^n, \quad \frac{p_0}{p} = \frac{(V_0 + V)^n}{V_0^n},$$

$$n = \frac{\ln(p_0 / p)}{\ln[(V_0 + V) / V_0]}.$$

[解法二]

$$\text{设气体的原来密度为 } \rho_0, \text{ 则第一次抽气 } \rho_1 = \frac{V_0}{V_0 + V} \rho_0,$$

$$\text{第二次抽气 } \rho_2 = \rho_1 \frac{V_0}{V_0 + V} = \rho_0 \left( \frac{V_0}{V_0 + V} \right)^2,$$

M

$$\text{第 } n \text{ 次抽气 } \rho_n = \rho_0 \left( \frac{V_0}{V_0 + V} \right)^n.$$

$$\text{则 } \frac{p_0}{p} = \frac{\rho_0}{\rho_n} = \left( \frac{V_0 + V}{V_0} \right)^n, \quad n = \frac{\ln\left(\frac{p_0}{p}\right)}{\ln\left[\frac{V_0 + V}{V_0}\right]}.$$

[解法三] 设气体原来质量为  $M_0$ ，由克拉珀龙方程同种气体在同体积，同温度条件下压强和质量成正比。

$$\text{第一次抽气后 } M_1 = \frac{V_0}{V_0 + V} M_0,$$

$$\text{第二次抽气后 } M_2 = M_1 \frac{V_0}{V_0 + V},$$

M

$$\text{第 } n \text{ 次抽气后 } M_n = \left(\frac{V_0}{V_0 + V}\right)^n M_0.$$

$$\frac{p_0}{p} = \frac{M_0}{M_n} = \left(\frac{V_0 + V}{V_0}\right)^n, \quad n = \frac{\ln(p_0 / p)}{\ln\left[\frac{V_0 + V}{V_0}\right]}.$$

2609. 容器体积为  $V_1$ , 内部气体压强等于大气压强  $p_0$ , 经打气筒打气  $n$  次后, 压强增为  $p_n$ , 求打气筒容积  $V$ .

[方法一] 打气  $n$  次就是把体积为  $nV$ , 压强为  $p_0$  的空气打入容器内, 由分压定律, 这部分气体产生的压强应是  $p_n - p_0$ , 由玻 - 马定律

$$nV \cdot p_0 = (p_n - p_0)V_1. \quad \text{所以 } V = \frac{p_n - p_0}{np_0} V_1.$$

[解法二] 以全部气体为对象, 打气前总体积为  $V_1 + nV$ , 压强为  $p_0$ , 打气后体积为  $V_1$ , 压强为  $p_n$ , 由玻 - 马定律  $p_0(V_1 + nV) = V_1 p_n$ ,  $V =$

$$\frac{p_n - p_0}{np_0} V_1.$$

2610. 一个氧气瓶容积 32 升, 瓶内氧气压强为  $1.30 \times 10^7$  帕。当瓶内压强降低到  $10^6$  帕时就需要充气。现有一个实验室每天需要用压强为  $10^5$  帕的氧气 400 升, 问一瓶氧气可用几天? (设温度不变)

[解法一]  $p_1 = 1.30 \times 10^7$  帕,  $V_1 = 32$  升,  $p_2 = 10^6$  帕,  $p_3 = 10^5$  帕,  $V_3 = 400$  升。可以按照同样压强下气体的体积来进行计算。由玻 - 马定律

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}, \quad V_2' = V_2 - V_1 = \frac{p_1 V_1}{p_2} - V_1 = \left(\frac{p_1 - p_2}{p_2}\right) V_1.$$

$$\text{把 } V_2' \text{ 折算成 } p_3 \text{ 时的体积, } V_3' = \frac{p_2 V_2'}{p_3} = \left(\frac{p_1 - p_2}{p_3}\right) V_1.$$

$$\text{天数 } m = \frac{V_3'}{V_3} = \frac{p_2 V_2'}{p_3 V_3} = \left(\frac{p_1 - p_2}{p_3 V_3}\right) V_1 = \frac{(130 - 10) \times 10^5}{10^5 \times 400} \times 32 \text{ 天} = 9.6 \text{ 天}.$$

[解法二] 也可从气体的摩尔数或质量进行计算

$$\text{摩尔数 } n_1 = \frac{p_1 V_1}{TR}, \quad n_2 = \frac{p_2 V_1}{TR}, \quad n_3 = \frac{p_3 V_3}{TR}.$$

$$m = \frac{n_1 - n_2}{n_3} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_1}{p_3 V_3} = \frac{(130 \times 32 - 10 \times 32) \times 10^5}{10^5 \times 400} \text{ 天} = 9.6 \text{ 天}$$

2611. 一个钢筒内装有 100 升、 $1 \times 10^5$  帕的空气, 要使筒内压强增为  $1 \times 10^6$  帕, 应向筒内再打多少升  $1 \times 10^5$  帕的空气。

[解法一] 用分压定律解, 最为简便。筒内  $10^6$  帕压强应是原来气体压强跟打入

气体压强之和。即打入的气体在筒内压强  $p_2 = (10 - 1) \times 10^5$  帕  $= 9 \times 10^5$  帕,  $V_2 = 100 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $p_1 = 10^5$  帕。

$$\text{由玻 - 马定律 } p_1 V_1 = p_2 V_2, V_1 = \frac{p_2 V_2}{p_1} = \frac{9 \times 10^5 \times 10^{-1}}{10^5} \text{ 米}^3 = 0.9 \text{ 米}^3。$$

[解法二]以筒内  $10^6$  帕的气体为研究对象,  $p_0 = 10^6$  帕,  $V_0 = 100 \times 10^{-3}$  米<sup>2</sup>。求出压强为  $p_1 = 10^5$  帕时的体积,  $V_1 = \frac{p_0 V_0}{p_1} = 1 \text{ 米}^3$ , 减去原有钢筒内空气体积  $V = 100 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>, 可得所求体积  $V_1' = V_1 - V = (1 - 0.1) \text{ 米}^3 = 0.9$  米<sup>3</sup>。

2612. 容器容积为 5 升, 内盛压强为  $10^5$  帕的气体, 为使它的压强减小一半, 用抽气体积为 0.1 升的抽气筒抽气, 应抽几次?

[分析]这类抽气问题的要点是每次抽气的体积相同, 但压强都不相同。

[解答]设原来  $V_0 = 5 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $p_0 = 10^5$  帕,  $\Delta V = 0.1 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>。

$$\text{则 } p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_0 + \Delta V},$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_0}{V_0 + \Delta V} = \frac{p_0 V_0^2}{(V_0 + \Delta V)^2},$$

M

$$p_n = \frac{p_0 V_0^n}{(V_0 + \Delta V)^n} = p_0 \left( \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} \right)^n。$$

$$n = \ln\left(\frac{p_n}{p_0}\right) / \ln\left(\frac{V_0}{V_0 + \Delta V}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{2}\right) / \ln\left(\frac{5}{5+0.1}\right) = \frac{\ln 2}{\ln(1+0.02)} = \frac{\ln 2}{\ln 1.02}$$

$$\approx 35 \text{ 次}。$$

2613. 一只抽气机转速  $n$  为 400 转/分, 每转一分可以抽出气体 0.05 升, 如果被抽容器的容积  $V = 2$  升, 容器气体的压强原来为  $p_0 = 10^5$  帕, 经过多少时间后, 容器内压强方为  $p_t = 100$  帕。

[解答]设  $V = 0.05$  升,  $n = 400$  转/分,  $p_0 = 1 \times 10^5$  帕,  $p_t = 100$  帕。

由玻 - 马定律, 转一次  $p_0 V = p_1 (V + V)$ ,

转两次  $p_1 V = p_2 (V + V)$ 。

以  $p_0$  代入得 M  $p_0 V^2 = p_2 (V + V)^2$ ,

M

转  $N$  次  $p_0 V^N = p_t (V + V)^N$ 。

$$\text{则有 } \frac{p_0}{p_t} \left( \frac{V + \Delta V}{V} \right)^N, N = \frac{\lg\left(\frac{p_0}{p_t}\right)}{\lg\left(\frac{V + \Delta V}{V}\right)}。$$

又  $N = nt$ ,

$$t = \frac{N}{n} = \frac{1}{400} \times \frac{\lg\left(\frac{10^5}{10^2}\right)}{\lg\left(\frac{2+0.05}{2}\right)} \text{分} = 0.70 \text{分}。$$

2614. 图示是高为 9 厘米的薄壁圆形玻璃杯，放入 2/3 容积的水，恰能浮在水面，杯口和水面相平。当这杯子充满 87 的空气，口朝下没入 27 的水中，杯口达到什么深度，杯子既不下沉，也不上浮。（设大气压强  $p_0=10^5$  帕）

[分析] 根据题意由物体浮沉条件可知杯子重力和所受水的浮力相

等。  $F = \frac{1}{3} V \rho g = \frac{1}{3} H S \rho g$  其中  $H$  为杯高， $S$  为截面积， $\rho$  为水的密度，

$g$  为重力加速度。

杯口朝下没入水中平衡亦要求浮力等于杯子的重力，即杯中空气压缩为原来体积的 1/3，再由压强可算出深度。

[解答]  $\rho = 10^3$  千克/米<sup>3</sup>， $p_0=10^5$  帕，设没入水中时杯内气体压强为  $p$ ， $T_1=(273+87)$  开=360 开， $T_2=(273+27)$  开=300 开。由气态方程

$$\frac{p_0 H S}{T} = \frac{p \frac{1}{3} H S}{T_2} ,$$

$$p = \frac{3 p_0 T_2}{T_1} = \frac{3 \times 10^5 \times 300}{360} \text{帕} = 2.5 \times 10^5 \text{帕}。$$

设杯口没入水中的深度为  $x$ ，由液体压强公式

$$p = p_0 + \rho g \left( x - \frac{2}{3} H \right) ,$$

$$x = \frac{p - p_0 + \frac{2}{3} \rho g H}{\rho g} = \frac{2.5 \times 10^5 - 10^5 + \frac{2}{3} \times 10^3 \times 10 \times 9 \times 10^{-2}}{10^3 \times 10} \text{米}$$

$$= 15.06 \text{米}$$

2615. 图示是一个高为 3 米，底面积为 1 米<sup>2</sup>的矩形开口空箱。箱口向下由水面以上缓缓竖直浸入水中，箱口深度为 18.6 米，求作用在箱上的浮力。（箱壁体积不计，大气压  $p_0=10^5$  帕， $g$  取 10 米/秒<sup>2</sup>。）

[解答] 本题关键在于算出压缩空气的体积，这个体积就是排开水的体积。

已知  $l=3$  米， $S=1$  米<sup>2</sup>， $h=18.6$  米，设  $x$  为浸入水后空气柱的长度。

$$p_1 = p_0 = 10^5 \text{帕} ,$$

$$p_2 = p_1 + \rho g (h - l + x) = [10^5 + 1 \times 10^3 \times 10 \times (18.6 - 3 + x)] \text{帕}。$$

$V_1 = lS$ ， $V_2 = xS$ ，由玻 - 马定律  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ， $10^5 \times 3S = [10^5 + 10^4 (18.6 - 3 + x)] xS$ ， $30 = (10 + 15.6 + x)x = 25.6x + x^2$ ， $x^2 + 25.6x - 30 = 0$ ，舍去不合题意的根，得  $x=1.1$  米。由阿基米德定律  $F = \rho g V_{\text{排}} = 10^3 \times 10 \times 1 \times 1.1 \text{牛} = 1.1 \times 10^4 \text{牛}。$

2616. 长为  $L$  截面积为  $S$  的试管，管口有一个质量不计，摩擦不计的活塞，封闭着压强为  $p$  的氢气。将试管竖直插入水银槽中并使它全部浸没在水银中如图所示。管底深度为  $H$ ，大气压强为  $p_0$ ，求管内氢气柱的长度  $x$ ，并讨论有确定解的条件。（温度保持不变）

[解答] 由玻 - 马定律  $pLS = [p_0 + \rho g (H - x)] xS$ ，

$$x^2 - (H + \frac{p_0}{\rho g})x + \frac{pL}{\rho g} = 0, \text{舍去不合理的根,}$$

$$\text{得 } x = \frac{1}{2}(H + \frac{p_0}{\rho g}) - \sqrt{\frac{1}{4}(H + \frac{p_0}{\rho g})^2 - \frac{pL}{\rho g}}.$$

要使  $x$  有确定意义, 必须

$$\frac{1}{4}(H + \frac{p_0}{\rho g})^2 - \frac{pL}{\rho g} \geq 0, \text{即 } H \geq 2\sqrt{\frac{pL}{\rho g}} - \frac{p_0}{\rho g}.$$

2617. 一般潜水艇位于水下 200 米, 艇上有一容积  $V_1$  为 2 米<sup>3</sup> 的贮气钢筒, 筒内贮有压缩空气。如果把筒内部分空气压入水箱 (水箱有排水孔与海水相连) 排出海水 10 米<sup>3</sup>, 则筒内剩余气体压强为  $95 \times 10^5$  帕, 求贮气筒内原来空气压强。(设海水密度  $\rho = 10^3$  千克/米<sup>3</sup>,  $g = 10$  米/秒<sup>2</sup>)

[解法一] 题中钢筒内压强和水箱内压强不同, 水箱中压强等于大气压强和液体产生的压强之和, 为求原来钢筒内压强, 可设想排出的 10 米<sup>3</sup> 的气体仍压回钢筒。

设钢筒原来压强为  $p_1$ ,  $p_1' = 95 \times 10^5$  帕,  $V_1 = 2$  米<sup>3</sup>,  $V_2 = 10$  米<sup>3</sup>.  $p_0 = 10^5$  帕,  $p_2 = p_0 + \rho gh = (10^5 + 2 \times 10^6)$  帕  $= 21 \times 10^5$  帕。

对进入水箱的那部分气体运用玻 - 马定律  $p_2 V_2 = p V_1$ , 是进入水箱的那部分气体设想留在钢筒内单独具有的压强。由分压定律

$$p_1 = p_1' + p = 95 \times 10^5 \text{ 帕} + \frac{V_2}{V_1} p_2 \text{ 帕} = (95 \times 10^5 + \frac{10}{2} \times 21 \times 10^5) \text{ 帕} \\ = 200 \times 10^5 \text{ 帕}.$$

[解法二] 可先设想进入水箱的气体压缩到  $p_1' = 95 \times 10^5$  帕, 求出在这个压强下的体积  $V_2' = \frac{V_2 p_2}{p_1'}$  再将它跟贮气钢筒内的气体体积相加, 得出全部气体在  $p_1'$  压强下的总体积  $V = V_2' + V_1$ 。最后把全部气体压缩在  $V_1$  内即得出所求压强。

$$p_1 = \frac{(V_2' + V_1)p_1'}{V_1} = \frac{V_2 p_2 + V_1 p_1'}{V_1} \\ = \frac{(10 \times 21 + 2 \times 95) \times 10^5}{2} \text{ 帕} = 200 \times 10^5 \text{ 帕}.$$

2618. 用一个绝热活塞把两端封闭的圆筒隔成体积相等的两部分。分别装有质量相等, 温度为 27<sup>o</sup>C, 压强为  $10^5$  帕的气体, 如把其中一部分加热到 57<sup>o</sup>C, 而另一部分气体始终保持 27<sup>o</sup>C, 求活塞离圆筒中心多远? (圆筒总长 84 厘米, 活塞厚度不计。)

[解答] 活塞偏离后, 两部分气体压强相等。设两部分气体的初态  $p_0 = 10^5$  帕,  $T_0 = 300$  开,  $V = 0.42 \cdot S$  米<sup>3</sup>, 加热后  $p_1 = p$ ,  $T_1 = 330$  开,  $V_1 = (0.42 + x)S$  米<sup>3</sup>,  $x$  为所求距离,  $p_2 = p$ ,  $T_2 = 300$  开,  $V_2 = (0.42 - x)S$  米<sup>3</sup>。

因为  $p_1 = p_2 = p$ , 由气态方程化简得

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \frac{0.42 + x}{330} = \frac{0.42 - x}{300},$$

$$12.6 + 30x = 13.86 - 33x, \quad 63x = 1.26, \quad x = 0.02 \text{ 米}.$$

解题过程没用  $p_0$ ，也不涉及气体质量，说明这个结果跟原来压强及气体密度无关。

2619. 一个容积为 200 厘米<sup>3</sup> 的容器，内充满 20 压强为  $10^5$  帕的氧气。如果把和氧气同温度，同压强的 500 厘米<sup>3</sup> 的氮气压入这个容器，求容器内混合气体的压强。设过程是等温的。

[解答]由道尔顿分压定律，混合气体压强等于每种气体单独存在时的压强之和。

氧气单独存在时的压强  $p_1=10^5$  帕。由玻 - 马定律，氮气单独存在时的压强  $p_2 = \frac{500}{200} \times p_1 = 2.5 \times 10^5$  帕。混合气体压强  $p = p_1 + p_2 = (1 + 2.5) \times 10^5$  帕 =  $3.5 \times 10^5$  帕。

2620. 一定质量的气体在等压情况下温度由 50 升到 100，它的体积改变百分之几？

[解答]已知  $T_1=323$  开， $T_2=373$  开。

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{373 - 323}{323} = 15.5\%$$

2621. 瓶内装有某种气体，瓶上有一个小孔跟外面大气相通。原来瓶内的温度是 17，后加热到 207。求加热后和加热前瓶内气体质量之比。

[解法一]这是一个等压过程，可用盖·吕萨克定律求解。以全部气体为研究对象。

设瓶容积为  $V_0$ ，大气压强为  $p_0$ ，原来瓶内气体质量为  $m_1$ 。 $V_1=V_0$ ， $p_1=p_0$ ， $T_1=290$  开， $p_2=p_0$ ， $T_2=480$  开。由盖·吕萨克定律

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1, \quad \text{加热后瓶内气体的密度 } \rho = \frac{m_1}{V_2}, \quad \text{瓶内}$$

气体质量为  $m_2 = \rho \times V_1 = \frac{m_1}{V_2} \times V_1$ 。所以  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{290}{480} = \frac{29}{48}$ 。

[解法二]本题也可用克拉伯龙方程求解  $V_2=V_1=V_0$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\mu p_2 V_2 / RT_2}{\mu p_1 V_1 / RT_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{290}{480} = \frac{29}{48}$$

2622. 图中所示是相同的两个气缸，其中 BB' 和 A'B' 是传热面。缸内封闭着温度相同的理想气体。放在活塞上的重物质量分别为  $M_1$  和  $M_2$ ，而且  $M_2 < M_1$ 。开始时两活塞高度差  $h_0$ ，然后对 A'B' 面缓缓加热，求加热过程中两活塞高度差是否改变。

[解答]缓缓加热就是说系统传热部分温度处处相等。两气缸内气体在等压条件下升温。

设气缸截面积  $S$ ，气体体积分别为  $V_{01}$ ， $V_{02}$ 。加热后温度为  $T$ ，加热后的体积由盖·吕萨克定律求得：

$$V_1 = V_{01} \frac{T}{T_0}, \quad V_2 = V_{02} \frac{T}{T_0}$$

$$\text{高度差 } h = \frac{V_1}{S} - \frac{V_2}{S} = \left( \frac{V_{01}}{S} - \frac{V_{02}}{S} \right) \frac{T}{T_0} = h_0 \frac{T}{T_0}$$

说明高度差随  $T$  增加而增加。

2623. 两容积不等的容器用长直玻璃管水平连接，管内有一段水银把两容器

内气体隔开（如图）。开始时 A 容器内温度为  $T_{a0}$ ，B 容器内温度为  $T_{b0}$ ，水银柱固定不动。如果对 A、B 同时加热，为使水银柱仍保持静止，A、B 内气体温度应如何变化？

[解答]为使水银柱保持静止，加温时两边压强应保持相等而体积不变

$$\text{由查理定律} \quad p_a = p_0 \frac{T_a}{T_{a0}}, \quad p_b = p_0 \frac{T_b}{T_{b0}},$$

因为  $p_a = p_b$ ，所以  $\frac{T_a}{T_b} = \frac{T_{a0}}{T_{b0}}$ ，即温度的比不变。

2624. 正立方体容器每边长 0.2 米，内贮压强为  $1.0 \times 10^5$  帕，温度为 300 开的气体，当气体加热到 600 开时，容器每一面受多大压力？

[解答]已知  $l=0.2$  米， $p_1=1.0 \times 10^5$  帕， $T_1=300$  开， $T_2=600$  开。

$$\text{由查理定律} p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{600}{300} \times 1.0 \times 10^5 \text{ 帕},$$

$$F = p_2 S = p_2 l^2 = \frac{600}{300} \times 1.0 \times 10^5 \times 0.04 \text{ 牛} \\ = 8000 \text{ 牛}.$$

2625. 图示的两个容器，分别盛有一定量的气体，用一段水平玻璃管把它们连结起来，在玻璃管正中有一段水银柱。当左边容器温度  $0^\circ\text{C}$ ，右边容器中温度为  $20^\circ\text{C}$  时，水银柱保持静止。如果使两边容器中温度都升高  $10^\circ\text{C}$ ，管中水银柱是否会移动？向什么方向移动？

[解答]水银柱保持静止说明左、右两容器压强相等，设为  $p_0$ 。再假定水银柱不可自由移动，两边升温后看哪边压强小，可自由移动的水银柱将向那边移动。  
 $T=10$  开， $T_{\text{左}}=273$  开， $T_{\text{右}}=293$  开。

由查理定律

$$p_{\text{左}} = p_0 \frac{T_{\text{左}} + \Delta T}{T_{\text{左}}} = p_0 \frac{283}{273} = 1.037 p_0,$$

$$p_{\text{右}} = p_0 \frac{T_{\text{右}} + \Delta T}{T_{\text{右}}} = p_0 \frac{303}{293} = 1.034 p_0,$$

所以  $p_{\text{左}} > p_{\text{右}}$ ，表明水银柱将向右方移动。

2626. 盛有氧气的钢筒，当温度是  $17^\circ\text{C}$  时筒内压强为  $9.31 \times 10^6$  帕，当钢筒温度为  $-13^\circ\text{C}$  时筒内压强为  $8.31 \times 10^6$  帕，试判断钢筒是否漏气。

[解答]先设钢筒不漏气，求出筒内降温后应有的压强，再跟实际压强相比较就可得出结论。

$$\text{由查理定律} p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 9.31 \times 10^6 \times \frac{260}{290} \text{ 帕} = 8.35 \times 10^6 \text{ 帕}.$$

因为  $p_2=8.35 \times 10^6$  帕大于  $8.31 \times 10^6$  帕，说明有少量漏气。

2627. 图示是两端封闭粗细均匀的玻璃管，中间有一段长为  $h$  的水银。在室温下玻璃管竖直放置，空气柱长度各为  $3l$  和  $l$ 。如果仍将玻璃管竖直放置并全部浸入热水中，水银柱如何移动？

[解答]设浸入前上部气体压强为  $p_0$ ，则下部气体压强为  $p_0 + 1333h$ 。室温为  $T_0$ ，浸入后我们设想水银柱不动，温度升为  $T$  时如  $(p_{\text{上}} - p_{\text{下}})$  压强大于  $1333h$  则水

银柱向上移，如 $(p_{\text{下}} - p_{\text{上}})$ 压强差小于 $1333h$ 则向下移。

$$\text{由查理定律 } p_{\text{上}} = p_0 \frac{T}{T_0}, p_{\text{下}} = (p_0 + 1333h) \frac{T}{T_0}.$$

$$p_{\text{下}} - p_{\text{上}} = (p_0 + 1333h) \frac{T}{T_0} - p_0 \frac{T}{T_0} = 1333h \frac{T}{T_0}.$$

因为 $p_{\text{下}} - p_{\text{上}} > 1333h$ ,

所以水银柱将向上移。

2628. 定容气体温度计的测温泡浸在处于三相点的水中时，气体压强为 $6 \times 10^3$ 帕。求：(1)用温度计测300开温度时，气体压强是多少？(2)当气体压强 $9 \times 10^3$ 帕时待测温度是多少？

[解答]定容气体温度计是气体体积保持不变的温度计，当温度变化时，压强随着发生变化。

(1) $T_1=273.16$ 开， $p_1=6 \times 10^3$ 帕， $T_2=300$ 开。

$$\text{由查理定律, } p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{300 \times 6 \times 10^3}{273.16} \text{帕} = 6.6 \times 10^3 \text{帕}.$$

(2) $T_1=273.16$ 开， $p_1=6 \times 10^3$ 帕， $p_2=9 \times 10^3$ 帕。

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{9 \times 10^3}{6 \times 10^3} \times 273.16 \text{开} = 410 \text{开}.$$

2629. 定容气体温度计按摄氏温标刻度，在冰点和沸点时气体压强分别是 $4 \times 10^4$ 帕和 $0.546 \times 10^5$ 帕。

(1)当气体压强为 $0.1 \times 10^5$ 帕时，待测温度是多少？

(2)当温度计测量硫的沸点(444.6 )时，气体压强是多少？

[解答](1)设气体压强和温度成线性关系，

$t_1=0$ ， $p_1=0.4 \times 10^5$ 帕， $t_2=100$ ， $p_2=0.546 \times 10^5$ 帕。

$$\text{代入 } t = ap + b \text{ 中可得 } \begin{cases} 0 = a \times 0.4 \times 10^5 + b \\ 100 = a \times 0.546 \times 10^5 + b \end{cases}$$

解得 $a=6.85 \times 10^{-2}$ ， $b=-274$ 。则可写出压强和温度的函数关系：

代入得 $t=6.85 \times 10^{-2} p - 274$ 。

如果 $p=0.1 \times 10^5$ 帕，

$$t=(6.85 \times 10^{-2} \times 0.1 \times 10^5 - 274) = -205.5$$

(2)由 $t=6.85 \times 10^{-2} p - 274$ ，令 $t=444.6$

$$\text{得 } p = \frac{t + 274}{6.85 \times 10^{-2}} = \frac{444.6 + 274}{6.85 \times 10^{-2}} \text{帕} = 1.05 \times 10^5 \text{帕}.$$

2630. 理想气体体积为4升，压强为 $2 \times 10^5$ 帕，温度为300开。使气体等压膨胀到原来体积的两倍，再使气体等温压缩回原来体积，最后定容冷却到起始状态。

(1)用 $p$ - $V$ 图表示这个过程；

(2)求等温压缩期间的温度；

(3)求最大压强。

[解答](1)见图。

(2) $p_2=p_1=2 \times 10^5$ 帕，

$$V_2=2V_1, T_1=300\text{T},$$

由盖·吕萨克定律：

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = 2 \times 300 \text{开} = 600 \text{开}。$$

(3)  $p_2 = 2 \times 10^5$  帕,  $V_2 = 8$  升,  $T_2 = 600$  升,  $V_3 = 4$  升,  $T_3 = 600$  开。

$$\text{由玻—马定律 } p_3 = \frac{V_2}{V_3} p_2 = 4 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

2631. 竖直加速上升的宇宙飞船中有一水银气压计(如图所示。) 船内温度为  $27^\circ\text{C}$ , 水银柱高度  $H$  为 0.42 米, 而起飞前船舱内温度为  $0^\circ\text{C}$ , 气压计水银柱高度  $H_0$  为 0.76 米。求宇宙飞船上升的加速度。

[解答] 加速上升的飞船中温度发生变化, 密封船舱内气压改变, 体积不变。起飞前船舱内气体压强为  $p_0$ , 温度为  $T_0$ ; 加速时船舱内气体压强为  $p$ , 温度为  $T$ 。  $p = p_0 + \rho g H$ ,  $T = T_0 + a H$ ,  $a$  为加速度。由查理定律

$$p(g+a)H = \frac{T}{T_0} p_0 g H_0, \quad \frac{T}{T_0} g H_0 = (g+a)H,$$

$$a = g \frac{\left(\frac{T}{T_0} H_0 - H\right)}{H} = 9.8 \times \frac{0.76 \times \frac{300}{273} - 0.42}{0.42} \text{ 米/秒}^2 = 9.69 \text{ 米/秒}^2。$$

2632. 图中是两容积均为  $V_0$  的真空容器。用体积可以忽略的细管连接, 细管中间有开关  $K$ 。先把开关关闭然后在  $A$  中装入温度为  $T_0$ , 压强为  $p_{0A}$  的气体, 在  $B$  中装入体积可以忽略又不致完全蒸发的液体, 在  $T_0$  时它的饱和气压为  $p_{0B}$ , 在  $T$  时它的饱和气压为  $p_B'$ 。然后打开开关, 经过足够长时间再关闭开关。把  $A$ 、 $B$  加热到  $T$ , 求这时两容器内气体压强。

[解答]  $A$  内两种气体都服从查理定律, 而  $B$  内仅有  $A$  内扩散进入  $B$  的气体服从查理定律。

开关打开前  $A$  内气体状态参数为  $T_0, p_{0A}, V_0$ ,

$B$  内气体状态参数为  $T_0, p_{0B}, V_0$ ;

开关打开后  $A$  内气体状态参数  $T_0, \frac{1}{2} p_{0A} + p_{0B}, V_0$ ;

$B$  内参数  $T_0; \frac{1}{2} p_{0A} + p_{0B}, V_0$ ;

开关再关闭加热后, 由查理定律和饱和气性质, 得

$$p_A = \left(\frac{1}{2} p_{0A} + p_{0B}\right) \frac{T}{T_0}, \quad p_B = \frac{p_{0A} T}{2 T_0} + p_B'。$$

2633. 容器内盛有  $27^\circ\text{C}$ , 压强为  $1.5 \times 10^5$  帕, 体积为  $0.5 \text{米}^3$  的氮气, 如果体积变为  $5 \text{米}^3$ , 温度升到  $327^\circ\text{C}$ , 则氮气压强应是多少?

[解答] 设所求压强为  $p_2, V_2 = 5 \text{米}^3, T_2 = 600 \text{开}, p_1 = 1.5 \times 10^5 \text{帕}, V_1 = 0.5 \text{米}^3, T_1 = 300 \text{开}。$

$$\begin{aligned} \text{由气态方程 } p_1 &= \frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{V_2} = 1.5 \times 10^5 \times 0.5 \times \frac{600}{300 \times 5} \text{ 帕} \\ &= 0.3 \times 10^5 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

2634. 一个体积是  $4 \times 10^{-3} \text{厘米}^3$  的气泡, 从 18 米深的湖底上升, 如果湖底水温是  $7^\circ\text{C}$ , 湖面温度  $27^\circ\text{C}$ , 大气压强是  $1.0 \times 10^5$  帕, 求气泡升到湖面的体积。(  $g$  取  $10 \text{米/秒}^2$  )

[解答] 泡内气体质量不变, 满足气态方程。已知  $p_1 = p_0 + \rho g h = (10^5 + 1 \times 10^3$

$\times 10 \times 18$  帕 =  $2.8 \times 10^5$  帕。  $V_1 = 4 \times 10^{-9}$  米<sup>3</sup>,  $T_1 = 280$  开,  $p_2 = p_0 = 10^5$  帕,  $T_2 = 300$  开。

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} = \frac{2.8 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-9}}{280 \times 10^5} \times 300 \text{米}^3 \\ = 12 \times 10^{-9} \text{米}^3。$$

2635. 容积 20 升的氧气瓶中贮有  $16 \times 10^6$  帕的氧气, 当它全部释放出来, 压强为  $10^5$  帕, 温度为 0 时体积是多少升?

[解答]  $p_1 = 1 \times 10^6$  帕,  $V_1 = 20$  升,  $T_1 = 289$  开,  $p_2 = 1 \times 10^5$  帕,  $T_2 = 273$  开。

$$\text{由气态方程 } V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} = \frac{1 \times 10^6 \times 20 \times 273}{289 \times 1 \times 10^5} \text{升} = 188.9 \text{升}$$

2636. 图中的绝热活塞把绝热气缸分为 A、B 两部分, 如不计活塞和气缸间的摩擦, 开始时两边压强为  $10^5$  帕, 温度  $T = 300$  开,  $V_A : V_B = 4 : 3$ 。当开关接通使 B 中气体缓缓加热, 活塞便向左移动直到  $V_A' : V_B' = 3 : 4$  时为止。而这时的  $T_A = 360$  开, 求: (1) 这时 A 中的压强  $p$ ; (2) B 中的温度  $T_B$ 。

[解答] (1) 以 A 中气体为对象,  $p_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = \frac{4}{7} V$  ( $V$  为气缸总体积),  $T_1 = 300$  开,  $V_2 = \frac{3}{7} V$ ,  $T_2 = 360$  开。由气态方程  $p = p_2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{V_2} = \frac{10^5 \times 4}{7 \times 300} \cdot \frac{7 \times 360}{3}$  帕 =  $1.6 \times 10^5$  帕。

(2) 以 B 中气体为对象,  $p_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = \frac{3}{7} V$ ,  $T_1 = 300$  开,  $p_2 = 1.6 \times 10^5$  帕,  $V_2 = \frac{4}{7} V$ 。

由气态方程得  $T_2 = T_B = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 300 \times \frac{1.6 \times 10^5 \times 4}{10^5 \times 3}$  开 = 640 开。

2637. 在两个带有活塞的水平放置的高压气缸内装有压强为  $p_0$  温度为  $T_1$  的压缩空气, 空气体积分别为  $V_1$ 、 $V_2$ , 活塞面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ , 两活塞用按有插销 K 的杆 L 相连 (见图)。外界大气压强忽略不计。使左边气缸加热到  $T_2$ , 右边气缸仍保持  $T_1$  不变, 拔去插销 K, 两活塞一起自由移动, 当平衡时, 求杆 L 任一端所受的力  $F$ 。

[解答] 设平衡时左缸气体体积为  $V_1'$ , 右缸气体体积  $V_2'$ , 左缸压强  $p_1$ , 右缸压强  $p_2$ 。

$$\text{建立方程组 } \frac{p_0 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_1'}{T_2} \quad (\text{对左缸气体用气态方程}) \quad (1)$$

$$p_0 V_2 = p_2 V_2' \quad (\text{对右缸气体使用玻 - 马定律}) \quad (2)$$

$$\frac{V_1' - V_1}{S_1} = \frac{V_2 - V_2'}{S_2} \quad (\text{两活塞移动距离相等}) \quad (3)$$

$$p_1 S_1 = p_2 S_2 \quad (\text{两力平衡}) \quad (4)$$

$$\text{由(1)式 } p_1 = p_0 V_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{1}{V_1'} \quad (5)$$

$$\text{由(3)式 } V_1' = \frac{S_1}{S_2} (V_2 - V_2') + V_1 \quad (6)$$

$$\text{由(2)、(4)式 } V_2' = \frac{S_2 p_0 V_2}{S_1 p_1} \quad (7)$$

$$\text{由(5)、(6)、(7)三式得 } p_1 = \frac{p_0 S_2 (T_1 V_2 + T_2 V_1)}{T_1 (S_1 V_2 + S_2 V_1)}。$$

$$F = S_1 p_1 = \frac{S_1 p_0 S_2 (T_1 V_2 + T_2 V_1)}{T_1 (S_1 V_2 + S_2 V_1)}。$$

2638. 内燃机气缸内混合气体体积 0.93 升, 温度 50 , 压强  $10^5$  帕。当活塞把混合气体体积压缩到 0.155 升, 压强增大到  $10^6$  帕时, 混合气体的温度升高到几度?

[解答]  $p_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = 0.93$  升,  $T_1 = 323$  开,  $p_2 = 10^6$  帕,  $V_2 = 0.155$  升。

$$\text{由气态方程 } T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{10^6 \times 0.155}{10^5 \times 0.93} \times 323 \text{ 开} = 538 \text{ 开}, t_2 = 265。$$

2639. 0 、  $10^5$  帕、100 厘米<sup>3</sup> 的氢气和 10 、  $5 \times 10^5$  帕, 200 厘米<sup>3</sup> 的氮气混合装入 150 厘米<sup>3</sup> 的容器中, 求 30 时混合气体的压强。

[解答] 设  $T_1 = 273$  开,  $p_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = 10^2$  米<sup>3</sup>,  $T_2 = 283$  开,  $p_2 = 5 \times 10^5$  帕,  $V_2 = 2 \times 10^2$  米<sup>3</sup>,  $T = 303$  开,  $V = 1.5 \times 10^2$  米<sup>3</sup>。

$$\text{由气态方程 } p_3 = \frac{p_1 V_1 T}{T_1 V}, p_4 = \frac{p_2 V_2 T}{T_2 V}。$$

$$\begin{aligned} \text{由分压定律 } p = p_3 + p_4 &= \frac{T}{V} \left( \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} \right) = \frac{303}{1.5 \times 10^{-4}} \left( \frac{10^5 \times 10^{-4}}{273} \right. \\ &\left. + \frac{5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4}}{283} \right) \text{ 帕} = 7.88 \times 10^5 \text{ 帕。} \end{aligned}$$

2640. 开口向上的玻璃管齐管口用水银封住一段空气, 温度为 15 时, 空气柱长 8 厘米, 水银柱高 4 厘米。如果把玻璃管浸入热水中, 有一半水银溢出, 求热水温度。(大气压强  $1.0 \times 10^5$  帕, 水银及玻璃热膨胀不计。)

[解答] 已知  $T_1 = 288$  开,  $p_1 = p_0 + 1333h$ ,  $V_1 = 8S$  厘米<sup>3</sup>,  $p_2 = p_0 + 1333$

$$\times \frac{h}{2}, V_2 = 10S \text{ 厘米}^3。$$

由气态方程

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{(10^5 + 1333 \times 2) \times 10}{(10^5 + 1333 \times 4) \times 8} \times 288 \text{ 开} = 351 \text{ 开},$$

$$t_2 = 78。$$

2641. 一个气缸内贮有 1 摩尔理想气体, 压强  $p_1$ 、体积  $V_1$ 、温度  $T_1$ 。现对气缸加热, 使气体压强、体积同时增大, 而且压强跟体积成正比关系, 即  $p = kV$ , (1) 求常数  $k$ ; (2) 如果  $T_1 = 200$  开, 当体积增大到  $2V_1$  时, 气体温度是多少?

$$\text{[解答] (1) } \frac{p_1 V_1}{T_1} = R, p_1 = kV_1, \text{ 代入得 } \frac{p_1^2}{kT_1} = R, k = \frac{p_1^2}{RT_1}。$$

$$(2) \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, p_1 = kV_1, p_2 = kV_2,$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{kV_2^2}{kV_1^2} T_1 = \frac{V_2^2}{V_1^2} T_1 = 4T_1 = 800 \text{ 开}.$$

2642. 一个盛有空气的光滑气缸，底面积是 100 厘米<sup>2</sup>，缸内有一个能够上下移动的活塞，活塞重力不计。当缸内气体压强和大气压强相等，都等于 10<sup>5</sup> 帕且温度为 27 时活塞离缸底 0.6 米，在活塞上放一个 1000 牛的重物，活塞下降，缸内气体温度为 32，求活塞下降的距离 h。

[解答] 已知  $V_0 = l_0 S = 0.6S \text{ 米}^3$ ， $p_0 = 10^5 \text{ 帕}$ ， $T_0 = 300 \text{ 开}$ ， $V_1 = l_1 S$ ，

$$p_1 = (10^5 + \frac{10^3}{10^2 \times 10^{-4}}) \text{ 帕} = 2 \times 10^5 \text{ 帕}, T_1 = 305 \text{ 开}.$$

$$\text{由气态方程 } V_1 = \frac{p_0 V_0}{T_0} \cdot \frac{T_1}{p_1} = \frac{10^5 \times 0.6S \times 305}{300 \times 2 \times 10^5} \text{ 米}^3 = 0.305S \text{ 米}^3.$$

$$\Delta h = \frac{V_0 - V_1}{S} = \frac{0.6S - 0.305S}{S} \text{ 米} = 0.295 \text{ 米}.$$

2643. 为使潜艇浮起，将温度为 17，压强为  $12 \times 10^6$  帕的压缩空气从体积是 20 升的钢桶中放出，通入充满水的水箱把水排出。设水箱在水下 15 米深，温度为 3，求钢桶的压缩空气可排出多少质量的水？（大气压强  $p_0 = 10^5$  帕，g 取 10 米/秒<sup>2</sup>。）

[解答] 以压缩空气为研究对象，

已知  $V_1 = 20 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$ ， $p_1 = 12 \times 10^6 \text{ 帕}$ ， $T_1 = 290 \text{ 开}$ ，

$$p_2 = p_0 + \rho gh = (10^5 + 1.5 \times 10^5) \text{ 帕} = 2.5 \times 10^5 \text{ 帕}, T_2 = 280 \text{ 开}.$$

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} = \frac{12 \times 10^6 \times 20 \times 10^{-3} \times 280}{290 \times 2.5 \times 10^5} \text{ 米}^3 = 0.927 \text{ 米}^3.$$

排出水的体积应从  $V_2$  中扣去钢桶的容积。

$$V = V_2 - V_1 = (0.927 - 0.02) \text{ 米}^3 = 0.907 \text{ 米}^3,$$

排出水的质量  $m = \rho V = 10^3 \times 0.907 \text{ 千克} = 907 \text{ 千克}$ 。

2644. 图中一端封闭的玻璃管，管口向下竖直插入水银中，露在水银面以上的管长 1 米，管内外水银面高度差 40 厘米，大气压为 10<sup>5</sup> 帕温度为 27。如果大气压降为  $0.9 \times 10^5$  帕，温度降为 -23，求管内外水银面高度差  $h'$ 。

[解答] 以管内气柱为研究对象， $p_1 = (1 \times 10^5 - 1333 \times 40) \text{ 帕}$ ， $V_1 = 60S$ ， $T_1 = 300 \text{ 开}$ ， $p_2 = (0.9 \times 10^5 - 1333h') \text{ 帕}$ ， $V_2 = (100 - h')S$ ， $T_2 = 250 \text{ 开}$ 。

由气态方程

$$\frac{1 \times 10^5 - 1333 \times 40}{300} \times 60 = \frac{(0.9 \times 10^5 - 1333h') \times (100 - h')}{250}$$

$$h'^2 - 167.5h' + 5000 = 0, \text{ 舍去不合题意的根, 得 } h' = 39 \text{ 厘米}.$$

2645. 贮气筒内压缩气体温度是 27，压强为  $40 \times 10^5$  帕，放出一半质量气体并使筒内温度降到 12，求筒内剩余气体的压强。

[解法一]

放气前  $V_1 = V$ ， $p_1 = 40 \times 10^5 \text{ 帕}$ ， $T_1 = 300 \text{ 开}$ ， $m_1 = m$ 。放气降温后  $V_2 = V$ ， $T_2 = 285 \text{ 开}$ ， $m_2 = m/2$ 。

用克拉伯龙方程

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1, p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2, \text{两式相除}$$

$$p_2 = \frac{m_2 T_2}{m_1 T_1} p_1 = \frac{285}{2 \times 300} \times 40 \times 10^5 \text{ 帕} = 19 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

[解法二]用气态方程。先设温度、体积不变。放出一半气体，则压强减为原来一半。 $p_1=20 \times 10^5$  帕， $V_1=V$ ， $T_1=300$  开。再考虑体积不变、温度降低后的压强。

$$\text{由查理定律 } \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{285}{300} \times 20 \times 10^5 \text{ 帕} = 19 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

2646. 图中两个活塞 BB', CC' 将气缸分成三个容器，每个容器充有理想气体，当温度都为  $T_0$  时它们的体积之比为  $V_1 V_2 V_3=1 2 3$ 。问：

(1) 当温度达到  $T$  时各容器体积比是多少？

(2) 为使各气体体积相等，它们的温度比为多少？

[解答](1) 各气体压强相等，设温度为  $T_0$  时和  $T$  时压强为  $p_0$  和  $p$ 。由气态方程，并设加热前后体积分别为  $V_1, V_2, V_3$  和  $V_1', V_2', V_3'$ 。

$$\text{由气态方程 } \frac{p_0 V_1}{T_0} = \frac{p V_1'}{T}, \frac{p_0 V_2}{T_0} = \frac{p V_2'}{T}, \frac{p_0 V_3}{T_0} = \frac{p V_3'}{T},$$

$$\text{可得 } V_1 V_2 V_3 = V_1' V_2' V_3' = 1 2 3$$

$$(2) \text{由气态方程 } \frac{p_0 V_1}{T_0} = \frac{p' V_1''}{T_1}, \frac{p_0 V_2}{T_0} = \frac{p' V_2''}{T_2},$$

$$\frac{p_0 V_3}{T_0} = \frac{p' V_3''}{T_3}, \text{ 可得: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1'' T_2}{T_1 V_2''}。$$

因为  $V_1''=V_2''$ ，所以  $T_1 T_2=V_2 V_1=2 1$ 。

同理  $T_2 T_3=V_3 V_2=3 2$ 。即  $T_1 T_2 T_3=6 3 2$

2647. 使一定质量的气体的状态按图中实线的箭头所示方向变化，已知气体在状态 A 的温度  $T_A=300$  开。

求：(1)  $T_B, T_C, T_D$ 。

(2) 把上述变化过程画在  $V-T$  图上并标明变化方向。

[解答](1) A B 是等压过程，由盖·吕萨克定律

$$T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} = 300 \times \frac{20}{10} \text{ 开} = 600 \text{ 开}；$$

B C 是等温过程  $T_C = T_B = 600$  开；

C D 是等压过程， $T_D = T_C \frac{V_D}{V_C} = 600 \times \frac{20}{40} \text{ 开} = 300$  开。

(2) 见图。

2648. 容器容积为 56.6 升，压强为  $137 \times 10^5$  帕，温度为 27 时，容器内所贮氧气为多少千克？

[解答]  $V=56.6 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$ ， $p=137 \times 10^5$  帕，

$T=300$  开， $\mu=32 \times 10^{-3}$  千克/摩，

$$m = \frac{\mu p V}{RT} = \frac{32 \times 10^{-3} \times 137 \times 10^5 \times 56.6 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \text{ 千克} = 9.95 \text{ 千克}。$$

2649. 压强为  $0.5 \times 10^5$  帕，温度为 27，质量为 1 克的氮气体积是多少？

[解答]  $p=0.5 \times 10^5$  帕， $T=300$  开， $m=10^{-3}$  千克， $\mu=28 \times 10^{-3}$  千克/摩，

$$V = \frac{mRT}{\mu p} = \frac{10^{-3} \times 8.31 \times 300}{28 \times 10^{-3} \times 0.5 \times 10^5} \text{米}^3 = 1.78 \times 10^{-3} \text{米}^3。$$

2650. 甲, 乙两空球, 内半径各为  $r_1$ 、 $r_2$ , 在同温下盛有等质量空气, 求甲、乙两球内压强比。

$$[\text{解答}] p_1 = \frac{M}{\mu V_1} RT, p_2 = \frac{M}{\mu V_2} RT。$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2^3}{r_1^3}。$$

2651. 两个容器 A 和 B 分别盛有温度, 压强, 体积都不等的同种理想气体, 如果  $T_A=2T_B$ ,  $p_A=2p_B$ ,  $V_A=2V_B$ , 那末它们的质量比是多少?

$$[\text{解答}] p_A V_A = \frac{M_A}{\mu} RT_A, p_B V_B = \frac{M_B}{\mu} RT_B,$$

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{p_A V_A}{T_A} \cdot \frac{T_B}{p_B V_B} = 2。$$

2652. 室内容积是  $160 \text{米}^3$ , 当温度为  $10^\circ\text{C}$ , 压强为  $1.04 \times 10^5$  帕时, 室内空气质量是多少? (标准状态下空气密度  $\rho_0=1.29 \text{千克/米}^3$ )

[解法一] 先把室内空气体积换算成标准状态下的体积, 再计算质量。

$$V_1=160 \text{米}^3, T_1=283 \text{开}, p_1=1.04 \times 10^5 \text{帕}, T_0=273 \text{开}, p_0=1.01 \times 10^5 \text{帕}。$$

$$\begin{aligned} \text{由气态方程 } V_0 &= \frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{T_0}{p_0} = \frac{1.04 \times 10^5 \times 160}{283} \times \frac{273}{1.01 \times 10^5} \text{米}^3 \\ &= 159 \text{米}^3。 \end{aligned}$$

$$m = V_0 \rho_0 = 159 \times 1.29 \text{千克} = 205 \text{千克}。$$

[解法二] 先把标准状况下的空气密度, 换算成室内条件下的密度。由

$$\text{拉伯龙方程, } \rho = \frac{M}{V} = \frac{\mu p}{RT} \text{ 得}$$

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{T_1 p_0} = 1.29 \times \frac{1.04 \times 10^5 \times 273}{283 \times 1.01 \times 10^5} \text{千克/米}^3 = 1.28 \text{千克/米}^3,$$

$$= m = V_1 \rho_1 = 160 \times 1.28 \text{千克} = 205 \text{千克}。$$

2653. 把压强为  $2 \times 10^5$  帕,  $27^\circ\text{C}$  的 1 升氦, 加热到压强和体积都为原来的两倍。问: (1) 最终温度  $T_2$  是多少? (2) 氦气质量  $m$  有多少克?

[解答] (1) 已知  $T_1=300 \text{开}, V_1=1 \times 10^{-3} \text{米}^3, p_1=2 \times 10^5 \text{帕}, V_2=2V_1, p_2=2p_1。$

$$\text{由气态方程, } T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{2p_1 \times 2V_1 \times 300}{p_1 V_1} = 1200 \text{开}。$$

$$(2) \text{由克拉伯龙方程 } p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1,$$

$$m = \mu \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{4 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^5 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \text{千克} = 0.32 \times 10^{-3} \text{千克}。$$

2654. 图中是  $0.05$  摩尔理想气体的等温变化曲线, A、B 两点是过程中的两个状态, 求: (1) 状态 B 的压强  $p_B$ ; (2) 等温曲线对应的温度是多少?

[解答] (1) 等温过程应满足玻 - 马定律

$$p_A V_A = p_B V_B, \text{由图 } p_A = 2 \times 10^5 \text{帕}, p_B \text{ 待求}$$

$$p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} = \frac{2 \times 10^5 \times 1}{2} \text{ 帕} = 1 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

(2)由克拉伯龙方程：

$$T = \frac{p_A V_A}{R_n} = \frac{2 \times 10^5 \times 10^{-3}}{8.31 \times 0.05} \text{ 开} = 481 \text{ 开}。$$

2655. 充满氢气的气球，球壳质量是球内氢气质量的3倍，空气分子量为29，氢气分子量为2。氢气压强为外面空气压强的1.45倍，求氢气球上升的加速度。(g取10米/秒<sup>2</sup>，空气的摩尔质量 $\mu = 29 \times 10^{-3}$ 千克/摩。)

[解答]本题是综合题，要用到阿基米德定律，牛顿第二定律，克拉伯龙方程求解。

设大气压强为 $p_0$ ，气球体积为 $V_0$ ，氢气质量为 $M_{H_2}$ ，排开空气质量为 $M$ ，温度为 $T$ 。

$$\begin{aligned} \text{则} \quad M_{H_2} &= \mu_{H_2} \frac{p V_0}{RT} = \frac{2 \times 10^{-3}}{R} \cdot \frac{1.45 p_0 V_0}{T}, \\ M &= \mu \frac{p_0 V_0}{RT} = \frac{29 \times 10^{-3}}{R} \cdot \frac{p_0 V_0}{T}, \quad \frac{M}{M_{H_2}} = \frac{29}{2.9} = 10, \end{aligned}$$

球壳质量 $m = 3M_{H_2}$ ，

由牛顿第二定律，和阿基米德定律得 $Mg - (M_{H_2} + m)g = (M_{H_2} + m)a$ ，

$$\begin{aligned} a &= \frac{Mg - (M_{H_2} + m)g}{(M_{H_2} + m)} = \frac{10M_{H_2} - (M_{H_2} + 3M_{H_2})}{M_{H_2} + 3M_{H_2}} g \\ &= \frac{3}{2} g = 15 \text{ 米} / \text{秒}^2。 \end{aligned}$$

2656. 钢筒内有一个空心金属球。半径 $r$ 为 $2 \times 10^{-2}$ 米，质量 $m$ 为5克，为使这个金属小球能在等温压缩空气上浮起，钢筒内压缩空气的压强至少应多大？(标准下空气密度 $\rho_0 = 1.29$ 千克/米<sup>3</sup>)

[解答]由力的平衡条件 $\rho g \frac{4}{3} \pi r^3 = mg$ 。(  $\rho$ 是在高压下空气密度)

由克拉伯龙方程得 $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$ ， $\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}$ ，则

$$\begin{aligned} m &= \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{4}{3} \pi r^3, \\ p &= \frac{3mp_0}{4\pi\rho_0 r^3} = \frac{3 \times 5 \times 10^{-3} \times 1.01 \times 10^5}{4 \times 3.14 \times 1.29 \times (2 \times 10^{-2})^3} \text{ 帕} \\ &= 16.9 \times 10^5 \text{ 帕}。 \end{aligned}$$

2657. 氧气的压强为 $10.1 \times 10^5$ 帕，温度为27 时的密度是多少？

[解法一]先求出标准状况下的密度，再用比例法算出已知条件下的密度。

设一摩尔气体质量为 $m_0$ ，标准状况下体积 $V_0$ ，温度 $T_0 = 273$ 开，压强 $p_0 = 1.01 \times 10^5$ 帕。

$$\text{则} \quad \rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{32 \times 10^{-3}}{22.4 \times 10^{-3}} \text{ 千克} / \text{米}^3。$$

设同质量气体在已知条件下压强为 $p_1$ ，温度为 $T_1$ 。则 $T_1 = 300$ 开， $p_1 = 10.1 \times 10^5$ 帕。

由状态方程  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ,  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$ ,

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{T_1 p_0} = \frac{32 \times 10^{-3}}{22.4 \times 10^{-3}} \times \frac{10.1 \times 10^5 \times 273}{300 \times 1.01 \times 10^5} \text{ 千克 / 米}^3 = 13 \text{ 千克 / 米}^3。$$

[解法二] 直接由克拉伯龙方程计算

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{\mu p_1}{RT_1} = \frac{32 \times 10^{-3} \times 10.1 \times 10^5}{8.31 \times 300} \text{ 千克 / 米}^3 = 13 \text{ 千克 / 米}^3。$$

2658. 一个托里拆利管露在水银面上的长度为 90 厘米, 截面积为  $1.5 \text{ 厘米}^2$ , 管内水银柱高 75 厘米, 室温  $27^\circ\text{C}$ 。今将少量氮气注入水银柱上方, 水银柱高度降为 70 厘米, 求注入的氮气  $m$  为多少克?

[解答] 已知  $p = 1333 \times (75 - 70)$  帕,

$$V = 20 \times 1.5 \times 10^{-6} \text{ 米}^3, T = 300 \text{ 开}。$$

由克拉伯龙方程

$$m = \mu \frac{pV}{RT} = 28 \times 10^{-3} \times \frac{1333 \times (75 - 70) \times 20 \times 1.5 \times 10^{-6}}{8.31 \times 300} \text{ 千克}$$
$$= 2.24 \times 10^{-6} \text{ 千克}。$$

2659. 图中所示是测定易挥发液态四氯化碳分子量的装置。将盛有适量四氯化碳的开口细颈玻璃瓶放在热水中加热, 四氯化碳挥发时把空气赶走, 当四氯化碳刚好全部气化时, 立即将细颈封死, 这时容器内只有压强等于大气压的四氯化碳气体, 如测得四氯化碳质量为  $1.6 \times 10^{-3}$  千克, 容器容积  $301 \times 10^{-6}$  升, 热水温度  $80^\circ\text{C}$ , 求四氯化碳分子量。

[解答]  $p = 1.01 \times 10^5$  帕,  $V = 301 \times 10^{-6} \text{ 米}^3$ ,

$$T = 353 \text{ 开}, m = 1.6 \times 10^{-3} \text{ 千克}。$$

由克拉伯龙方程得四氯化碳分子量

$$\mu = m \frac{RT}{pV} = [1.6 \times 10^{-3} \times 8.31 \times 353 / (1.01 \times 10^5 \times 301 \times 10^{-6})] \text{ 千克 / 摩}$$
$$= 0.154 \text{ 千克 / 摩}。$$

2660. 氢气球自身质量  $M$  为 1 千克, 球内有质量  $m$  为 0.1 千克的氢气。(大气压强  $p_0$  为  $1 \times 10^5$  帕, 空气分子量为 29,  $g$  取  $10 \text{ 米/秒}^2$ , 气球壁的厚度不计。) 求: (1) 气球以  $g/2$  加速度上升时球内气体的压强; (2) 气球匀速下降时气体的压强。

[解答] (1) 设气球的体积为  $V$ , 空气密度为  $\rho$ 。

由牛顿第二定律  $gV - (M + m)g = (M + m)a$ 。

因为空气密度  $\rho = \frac{p_0 \mu}{RT}$ , 气球的体积就是氢气的体积, 氢气的温度

和大气温度相册。有  $pV = \frac{m}{\mu_H} RT$ 。

代入上式得  $mg \frac{p_0 \mu}{\rho \mu_H} - (M + m)g = (M + m)a$ 。

$$p = \frac{\mu m g p_0}{\mu_H (M + m)(g + a)} = \frac{29 \times 0.1 \times 10 \times 1 \times 10^5}{2 \times (1 + 0.1)(10 + 5)} \text{ 帕} = 0.88 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

$p_{\text{内}} < p_{\text{外}}$ 。按题设条件, 不能实现。

$$(2)(M+m)g - \rho g V = 0, (M+m)g = \frac{\rho_0 \mu m g}{\rho \mu H},$$

$$p = \frac{p_0 \mu m}{(M+m)\mu_H} = \frac{1 \times 10^5 \times 29 \times 0.1}{(1+0.1) \times 2} \text{ 帕}$$

$$= 1.32 \times 10^5 \text{ 帕。}$$

2661. 在等温条件下将同一容器称三次, 瓶内真空时质量  $m_1$  为 200 克; 瓶内空气的压强  $p_1$  为  $1 \times 10^5$  帕时质量  $m_2$  为 204; 瓶内未知气体的压强  $p_2$  为  $1.5 \times 10^5$  帕时质量  $m_3$  为 210 克。求未知气体的摩尔质量。

[解答] 设  $m_1' = m_2 - m_1 = 4 \times 10^{-3}$  千克,  $m_2' = m_3 - m_1 = 10^{-2}$  千克。

$$\text{由气态方程有 } p_1 = \frac{m_1' RT}{\mu_1 V}, p_2 = \frac{m_2' RT}{\mu_2 V}。$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1'}{\mu_1} \cdot \frac{\mu_2}{m_2'},$$

$$\mu_2 = \mu_1 \frac{p_1 m_2'}{p_2 m_1'} = 29 \times 10^{-3} \times \frac{1 \times 10^5 \times 10^{-2}}{1.5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}} \text{ 千克 / 摩}$$

$$= 48.3 \times 10^{-3} \text{ 千克 / 摩。}$$

2662. 图示是截面积为 100 厘米<sup>2</sup> 的气缸, 内用光滑活塞封闭 2.8 克、100 的氮气, 活塞质量  $M$  为 50 千克, 大气压强  $p_0$  为  $1.01 \times 10^5$  帕, 当气缸内气体冷却到 0 时, 活塞移动多少距离?

[解答] 气体压强  $p = p_0 - \frac{Mg}{S}$ , 100 时氮气体积  $V_0 = \frac{m}{\mu p} RT_0$ ,

0 时氮气体积  $V = \frac{m}{\mu p} RT$ , 活塞移动距离

$$\Delta x = \frac{V_0 - V}{S} = \frac{mR}{\mu p S} (T_0 - T)$$

$$= \frac{2.8 \times 10^{-3} \times 8.31 \times (373 - 273)}{28 \times 10^{-3} \times (1.01 \times 10^5 - 50 \times 9.8 / 10^{-2}) \times 10^{-2}} \text{ 米}$$

$$= 0.159 \text{ 米。}$$

2663. 贮存氢气的高压筒的容积为 100 升, 内有温度 27、压强为  $30 \times 10^5$  帕的氢气。使用后如果温度不变但压强降为  $20 \times 10^5$  帕, 求用掉氢气的质量。

[解答] 这是一个变质量问题。用克拉伯龙方程求解较简便。

已知  $V_1 = 100 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $T_1 = 300$  开,  $p_1 = 30 \times 10^5$  帕,

$V_2 = 100 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $T_2 = 300$  开,  $p_2 = 20 \times 10^5$  帕。

由克拉伯龙方程  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ,

将用掉氢气的质量

$$m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{RT} (p_1 - p_2) = \frac{2 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \times (30 - 20) \times 10^5 \text{ 千克}$$

$$= 0.08 \text{ 千克。}$$

2664. 一个开口瓶中装有 27 的气体, 如果把瓶子加热到 127, 那末留在瓶中气体质量是原来的几分之几?

[解答]

已知  $T_0=300$  开,  $T_1=400$  开。

由克拉伯龙方程  $pV = \frac{m}{\mu}RT$ ,

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{T_0}{T_1} = \frac{300}{400} = \frac{3}{4}。$$

2665. 一个开口玻璃瓶容积  $1000$  厘米<sup>3</sup>, 内有  $0$  的空气。当温度为  $0$  时, 空气密度为  $1.29$  千克/米<sup>3</sup>, 如果把瓶的温度加热到  $50$ , 求由瓶内溢出的空气质量  $m_0$ 。(瓶的热膨胀不计)

[解法一] 先把  $0$  的空气密度换算成  $50$  的密度,

由克拉伯龙方程可得  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$ 。

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{T_0}{T_1} = 1.29 \times \frac{273}{323} \text{ 千克/米}^3 = 1.09 \text{ 千克/米}^3。$$

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_0 - \rho_1 V = (\rho_0 - \rho_1) V = (1.29 - 1.09) \times 10^{-3} \text{ 千克} \\ &= 0.2 \times 10^{-3} \text{ 千克。} \end{aligned}$$

[解法二] 先把瓶内溢出的空气体积换算成  $0$  时的体积。

已知  $V_0 = 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $T_0 = 273$  开,  $\rho_0 = 1.29$  千克/米<sup>3</sup>,  $T_1 = 323$  开。

由盖·吕萨克定律  $V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0}$ , 溢出的空气体积  $\Delta V = V_1 - V_0 =$

$$V_0 \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right), \text{ 化为 } 0 \text{ 的体积 } \Delta V' = \Delta V \frac{T_0}{T_1} = V_0 \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right)。$$

$$\begin{aligned} \Delta m &= \rho_0 \Delta V' = \rho_0 V_0 \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) = 1.29 \times 10^{-3} \times \left( 1 - \frac{273}{323} \right) \text{ 千克} \\ &= 0.2 \times 10^{-3} \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2666. 某容器容积  $20$  米<sup>3</sup>, 内贮氧气, 当温度为  $27$  时, 图中水银压强计高度差  $38$  厘米, 使用一段时间后高度差为  $15.2$  厘米, 氧气的温度降为  $7$ , 而大气压强都等于  $1$  标准大气压, 求用去多少氧气?

[解答] 设大气压  $p_0 = 1.01 \times 10^5$  帕, 容器体积为  $V = 20$  米<sup>3</sup>。

$$p_1 = (1.01 \times 10^5 + 1333 \times 38) \text{ 帕} = 1.52 \times 10^5 \text{ 帕},$$

$$T_1 = 300 \text{ 开}, p_2 = (1.01 \times 10^5 + 1333 \times 15.2) \text{ 帕} = 1.21 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

$T_2 = 280$  开, 由克拉伯龙方程

$$m_1 = \frac{p_1 V \mu}{RT}, m_2 = \frac{p_2 V \mu}{RT_2},$$

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_1 - m_2 = \frac{V \mu}{R} \left( \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \\ &= \frac{20 \times 32 \times 10^{-3}}{8.31} \times \left( \frac{1.52 \times 10^5}{300} - \frac{1.21 \times 10^5}{280} \right) \text{ 千克} \\ &= 5.74 \text{ 千克} \end{aligned}$$

2667. 容积一升的玻璃瓶, 封装  $0$  和  $1.013 \times 10^5$  帕的空气。把它放在  $91$ , 大气压强为  $0.96 \times 10^5$  帕的房间里。打开瓶塞, 求瓶内溢出空气的质量。(标准状况下空气密度为  $1.29$  千克/米<sup>3</sup>)

[解答]先计算密度的变化,较方便。

已知:  $T_0=273$  开,  $p_0=1.01 \times 10^5$  帕,  $T_1=364$  开,  $p_1=0.96 \times 10^5$  帕,  $V=10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $\rho_0=1.29$  千克/米<sup>3</sup>。

$$\text{由克拉伯龙方程 } \rho = \frac{p\mu}{RT}, \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{T_1 p_0},$$

瓶内溢出空气的质量

$$\begin{aligned} m &= V(\rho_0 - \rho_1) = V \rho_0 \left(1 - \frac{p_1 T_0}{T_1 p_0}\right) \\ &= 10^{-3} \times 1.29 \times \left(1 - \frac{0.96 \times 10^5 \times 273}{1.01 \times 10^5 \times 364}\right) \text{ 千克} \\ &= 0.37 \times 10^{-3} \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2668. 在一端封闭粗细均匀水平放置的细玻璃管中,有一段长 200 毫米的气体被水银封住(见图)。当把玻璃管开口向上竖直放置时,管内气柱长变为 160 毫米。再把玻璃管开口向下竖直放置时,由于操作不慎,使管内气体质量发生变化,气柱长度为 240 毫米。如果大气压强与温度不变,求管口向下与管口向上时管内气体的质量比。

[分析]设大气压强为  $p_0$ , 水银柱长  $h$ , 玻璃管截面积为  $S$ , 管内气体的原来质量为  $m$ , 管中气体分别处于三个稳定状态:

水平设置时  $p_1=p_0$ ,  $V_1=Sl_1$ ,  $m_1=m$ ;

开口向上竖直放置时,  $p_2=p_0 + \rho gh$ ;  $V_2=Sl_2$ ,  $m_2=m$ ;

开口向下竖直放置时,  $p_3=p_0 - \rho gh$ ;  $V_3=Sl_3$ ;  $m_3 = m_0$ 。

第一状态到第二状态是质量不变的等温过程,第二状态到第三状态是变质量过程。由克拉伯龙方程,同种气体在同温同压时质量和体积成正比;在同温同体积时,质量和压强成正比。因此,我们可以通过计算体积比和压强比来求质量比,也可由克拉伯龙方程,通过消元求质量比。

[解法一]设  $V_3'$  是假设气体质量不变在第三状态下气柱的体积,  $l_3'$  是气柱相应的长度。

由玻-马定律,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \quad p_0 l_1 = (p_0 + \rho gh) l_2 \quad (1)$$

$$p_1 V_1 = p_3 V_3', \quad p_0 l_1 = (p_0 - \rho gh) l_3' \quad (2)$$

$$\text{由(1)式 } \rho gh = p_0 \left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right), \text{ 代入(2)得 } l_3' = \frac{l_1 l_2}{2l_2 - l_1}。$$

$$\begin{aligned} \frac{m_3}{m} &= \frac{V_3}{V_3'} = \frac{l_3}{l_3'} = \frac{l_3(2l_2 - l_1)}{l_1 l_2} = \frac{240 \times (2 \times 160 - 200)}{200 \times 160} \\ &= \frac{9}{10}。 \end{aligned}$$

[解法二]设  $p_3'$  是假设气体质量不变而体积仍为  $V_3$  时的压强。

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \quad p_0 l_1 = (p_0 + \rho gh) l_2 \quad (3)$$

$$p_1 V_1 = p_3' V_3, \quad p_0 l_1 = p_3' l_3 \quad (4)$$

同法可得

$$\frac{m_3}{m} = \frac{p_3}{p_3'} = \frac{l_3}{l_3'} = \frac{l_3(2l_2 - l_1)}{l_1 l_2} = \frac{240 \times (2 \times 160 - 200)}{200 \times 160} = \frac{9}{10}。$$

[解法三]直接用克拉伯龙方程解变质量问题

$$p_0 l_1 S = \frac{m}{\mu} RT \quad (5)$$

$$(p_0 + \rho gh) l_2 S = \frac{m}{\mu} RT \quad (6)$$

$$(p_0 - \rho gh) l_3 S = \frac{m_3}{\mu} RT \quad (7)$$

(5)式和(6)式相除, 得  $p_0 l_1 = (p_0 + \rho gh) l_2$ ,  $h = (\frac{l_1}{l_2} - 1) p_0 / \rho g$ ,

再把(7)式和(6)式比, 代入h得

$$\frac{m_3}{m} = \frac{l_3(2l_2 - l_1)}{l_1 l_2} = \frac{240 \times (2 \times 160 - 200)}{200 \times 160} = \frac{9}{10}。$$

2669. 烧瓶内装有空气, 当温度从 0 升高到 100 时, 失去 1 克空气, 求瓶内原来空气的质量  $m_1$ 。

[解答]  $m_1 = \frac{\mu p_1 V_1}{RT_1}$ ,  $m_2 = \frac{\mu p_2 V_2}{RT_2}$ 。因为  $p_1 = p_2$ ,  $V_1 = V_2$ , 所以

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{m_1 - m_2}{m_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

$$m_1 = \frac{T_2}{T_2 - T_1} (m_1 - m_2) = \frac{373}{100} \times 10^{-3} \text{ 千克}$$

$$= 3.73 \times 10^{-3} \text{ 千克。}$$

2670. 氧气瓶中装有质量 1 千克、温度 27 的氧气, 测得它的压强为  $48 \times 10^5$  帕, 使用后压强减为  $40 \times 10^5$  帕, 温度降为 25。求: (1) 氧气瓶的容积  $V$ ; (2) 用去氧气的质量  $m$ 。

[解答] 已知:  $m_1 = 1$  千克,  $p_1 = 48 \times 10^5$  帕,  $T_1 = 300$  开,  $V_1 = V$ ,  $p_2 = 40 \times 10^5$  帕,  $T_2 = 298$  开,  $V_2 = V$ 。

$$(1) V = \frac{m_1}{\mu p_1} RT_1 = \frac{1}{32 \times 10^{-3} \times 48 \times 10^5} \times 8.31 \times 300 \text{ 米}^3 \\ = 0.016 \text{ 米}^3。$$

$$(2) \Delta m = m_1 - m_2 = m_1 - \frac{\mu p_2 V_2}{RT_2} \\ = (1 - \frac{32 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^5 \times 0.016}{8.31 \times 298}) \text{ 千克} \\ = 0.173 \text{ 千克。}$$

2671. 装有阀门的氧气瓶内有体积  $V_1 = 2$  升, 温度  $T_1 = 300$  开, 压强为  $p_1 = 1.01 \times 10^5$  帕的氧气。当把阀门打开和大气相通, 并把氧气瓶加热到  $T_2 = 400$  开, 然后关闭阀门并将氧气瓶冷却到原来的温度。(设大气压也是  $1.01 \times 10^5$  帕) (1) 瓶内氧气最终压强  $p_2$  是多少? (2) 瓶中还有氧气的质量  $m$  是多少千克?

[解答] (1) 终态:  $V_2' = 2 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$ ,  $T_2' = 300$  开; 初态:  $p_1 = 1.01 \times 10^5$  帕,  $V_1' = 2 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$ ,  $T_1' = 400$  开。

由查理定律  $p_2 = \frac{p_1 T_2'}{T_1'} = 1.01 \times 10^5 \times \frac{300}{400}$  帕 =  $0.76 \times 10^5$  帕。

(2)由克拉伯龙方程  $p_2 V_2' = \frac{m}{\mu} RT_2'$  ,

$$m = \mu \frac{p_2 V_2'}{RT_2'} = 32 \times 10^{-3} \times \frac{0.76 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \text{ 千克}$$

$$= 1.95 \times 10^{-3} \text{ 千克。}$$

2672. 氧气瓶容积为 82 升, 内有  $1 \times 10^6$  帕, 47 °C 的氧气, 经使用后瓶内压强为  $3 \times 10^5$  帕, 温度为 27 °C, 求用去了多少质量的氧气。

[解答] 已知  $V_1 = 82 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $p_1 = 1 \times 10^6$  帕,  $T_1 = 320$  开,  $V_2 = V_1$ ,  $p_2 = 3 \times 10^5$  帕,  $T_2 = 300$  开。

由克拉伯龙方程得

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{R} \left( \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right)$$

$$= \frac{32 \times 10^{-3} \times 82 \times 10^{-3}}{8.31} \times \left( \frac{10^6}{320} - \frac{3 \times 10^5}{300} \right) \text{ 千克}$$

$$= 0.67 \text{ 千克。}$$

2673. 在一端封闭, 开口向上的直玻璃管中, 有一段 13 厘米长的水银柱封住 20 厘米长的空气柱。当把管口竖直向下时, 不慎漏出一些空气, 使空气柱长为 25 厘米。求漏出的气体质量为原来质量的百分比。(大气压强为  $1 \times 10^5$  帕, 温度不变)

[解答] 已知  $p_1 = (10^5 + 1333 \times 13)$  帕 =  $1.17 \times 10^5$  帕,  $V_1 = 20 \times S$  厘米<sup>3</sup>,  $p_2 = (1 \times 10^5 - 1333 \times 13)$  帕 =  $8.27 \times 10^4$  帕,  $V_2 = 25 \times S$  厘米<sup>3</sup>。

由克拉伯龙方程  $m_1 = \frac{\mu p_1 V_1}{RT}$ ,  $m_2 = \frac{\mu p_2 V_2}{RT}$ 。

$$\frac{\Delta m}{m_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 1 - \frac{8.27 \times 10^4 \times 25 \times S}{1.17 \times 10^5 \times 20 \times S}$$

$$= 0.116 = 11.6\%$$

2674. 一个足球的容积是 2.5 升, 用打气筒每次可把 125 厘米<sup>3</sup>、 $10^5$  帕的空气打进去。打气前足球内已有压强为  $10^5$  帕的空气, 为使足球内气压增大到  $6 \times 10^5$  帕, 需打多少次?

[解法一] 足球内  $6 \times 10^5$  帕的压强应是原来的气体的压强和打进去气体压强的总和。原来气体压强为  $10^5$  帕, 为使总压强为  $6 \times 10^5$  帕, 由道尔顿分压定律, 打进去的气体在 2.5 升体积内必须有  $5 \times 10^5$  帕的压强。

设所求次数为  $n$ , 足球体积  $V_2 = 2.5 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $p_2 = 5 \times 10^5$  帕,  $V_1 = n \times 125 \times 10^{-6}$  米<sup>3</sup>,  $p_1 = 10^5$  帕。

由玻 - 马定律  $p_1 V_1 = p_2 V_2$  ,

$$1 \times 10^5 \times n \times 125 \times 10^{-6} = 5 \times 10^5 \times 2.5 \times 10^{-3}, n = 100 \text{ 次。}$$

[解法二] 把  $6 \times 10^5$  帕的气体还原成  $10^5$  帕时的体积, 扣除球内的体积就是打进去的气体的体积。  $p_1 = 10^5$  帕,  $p_2 = 6 \times 10^5$  帕,  $V_2 = 2.6 \times 10^{-3}$

$$\text{米}^3, V_1 = \frac{V_2 p_2}{p_1} = \frac{2.5 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^5}{10^5} \text{米}^3 = 15 \times 10^{-3} \text{米}^3,$$

$$V_1 = V_1 - V_2 = 12.5 \times 10^{-3} \text{ 米}^3, n = \frac{V_1}{125 \times 10^{-6}} \text{ 次} = 100 \text{ 次}.$$

[解法三]从质量着手,由克拉伯龙方程得  $m = \mu \frac{pV}{RT}$ , 其它量

不变,压强增加到6倍,说明质量也增加到6倍,除去原来质量,

净增5倍,而每打一次气。增加的质量只是原来质量的  $\frac{125 \times 10^{-6}}{2.5 \times 10^{-3}}$

倍,为了净增5倍,必须打气  $n$  次。

$$n = 5 \div \left( \frac{125 \times 10^{-6}}{2.5 \times 10^{-3}} \right) \text{ 次} = 100 \text{ 次}$$

较严格的计算如下:设  $P_0 = 10^5$  帕,  $V_0 = 2.5 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>, 则球内原来气

体质量  $M_0 = \frac{\mu P_0 V_0}{RT}$ , 打足气后气体质量  $M = \frac{\mu 6P_0 V_0}{RT}$ 。增加的质量

为  $M - M_0$ , 设气筒体积  $V = 125 \times 10^{-6}$  米<sup>3</sup>, 则每打一次气可增加质量

$$m = \frac{\mu P_0 V}{RT} \text{。 打气次数}$$

$$n = \frac{M - M_0}{m} = \frac{6P_0 V_0 - P_0 V_0}{P_0 V_0} = \frac{5V_0}{V} = \frac{5 \times 2.5 \times 10^{-3}}{125 \times 10^{-6}} \text{ 次}$$

$$= 100 \text{ 次}$$

2675. 容积为10升的瓶内贮有氢气。温度为7 时压强为  $50 \times 10^5$  帕。因开关损坏而漏气,温度上升为17 时气压计读数不变,求漏去多少质量的氢气。

[解法一]用状态方程求解,令漏气前气体处于状态I,漏气后为状态II。已知  $V_1 = 10 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $P_1 = 50 \times 10^5$  帕,  $T_1 = 280$  开,  $V_2 = 10 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $P_2 = 50 \times 10^5$  帕,  $T_2 = 290$  开。

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1, m_1 = \mu \frac{P_1 V_1}{RT_1}, P_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2, m_2 = \mu \frac{P_2 V_2}{RT_2}.$$

$$m_1 - m_2 = \frac{\mu P_1 V_1}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-3}}{8.31} \times \left( \frac{1}{280} - \frac{1}{290} \right) \text{ 千克}$$

$$= 1.48 \times 10^{-3} \text{ 千克}.$$

[解法二]用密度求解

$$\rho_1 = \frac{P_1 \mu}{RT_1}, \rho_2 = \frac{P_2 \mu}{RT_2}.$$

$$m = V_1 (\rho_1 - \rho_2)$$

$$= \frac{P_1 V_1 \mu}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 1.48 \times 10^{-3} \text{ 千克}.$$

2676. 打气筒每打一次气可将压强  $P_0$  为  $1 \times 10^5$  帕、温度  $t_0$ 。为 - 3 、 体积

$V_0$  为 4 升的空气压到容器内。容器容积  $V$  为  $1.5 \times 10^3$  升。那末需打几次才能使原来跟空气相通的容器温度升为  $45^\circ\text{C}$ ，压强  $p$  为  $2 \times 10^5$  帕？

[解法一] 从质量着手进行计算。设所求次数  $n$ ，空气的平均分子量为  $\mu$ 。由气态方程

$$\text{每打一次气输入容器的空气质量 } m_0 = \frac{\mu p_0 V_0}{RT_0},$$

$$\text{原来容器内空气质量 } m = \frac{\mu p_0 V}{RT_0},$$

$$\text{最终容器内空气质量 } M = \frac{\mu p V}{RT}.$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{M - m}{m_0} = \frac{\frac{\mu p V}{RT} - \frac{\mu p_0 V}{RT_0}}{\frac{\mu p_0 V_0}{RT_0}} = \frac{pVT_0 - p_0VT}{p_0V_0T_0} \\ &= \frac{2 \times 10^5 \times 1.5 \times 10^3 \times 270 - 1 \times 10^5 \times 318 \times 1.5 \times 10^2}{1 \times 10^5 \times 4 \times 318} \text{ 次} \\ &= 262 \text{ 次。} \end{aligned}$$

[解法二] 从体积着手进行计算。设想被压缩在  $V$  内、压强为  $P$ 、温度为  $T$  的气体膨胀到压强为  $P_0$ 、温度为  $T_0$ ，这时体积为  $V_0$ 。

$$\text{由气态方程 } \frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}, \quad V_0 = \frac{pVT_0}{Tp_0}.$$

$$n = \frac{V_0 - V}{V_0} = \frac{pVT_0 - Tp_0V}{Tp_0V_0} = 262 \text{ 次。}$$

2677. 一个容器内贮有氧气 0.1 千克。温度为  $47^\circ\text{C}$ ，压强为  $10.1 \times 10^5$  帕。因为容器漏气，压强减为原来的  $5/8$ ，温度降到  $27^\circ\text{C}$ ，求 (1) 容器的容积  $V$ ；(2) 漏去氧气的质量  $m$ 。

[解答] (1)  $m_1 = 0.1$  千克， $T_1 = 320$  开， $p_1 = 10.1 \times 10^5$  帕， $\mu = 32 \times 10^{-3}$  千克/摩。

$$V = \frac{m_1}{p_1 \mu} RT_1 = \frac{0.1 \times 8.31 \times 320}{10.1 \times 10^5 \times 32 \times 10^{-3}} \text{ 米}^3 = 8.2 \times 10^{-3} \text{ 米}^3.$$

$$(2) T_2 = 300 \text{ 开}, \quad p_2 = p_1 \times \frac{5}{8}, \quad V = 8.2 \times 10^{-3} \text{ 米}^3.$$

$$\begin{aligned} m &= m_1 - m_2 = m_1 - \frac{p_2 V \mu}{RT_2} \\ &= 0.1 \text{ 千克} - \frac{10.1 \times 10^5 \times 5 \times 8.2 \times 10^{-3} \times 32 \times 10^{-3}}{8 \times 8.31 \times 300} \text{ 千克} \\ &= 0.033 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

2678. 汽车轮胎容积为  $25 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>，大气压强为  $1 \times 10^5$  帕。现向轮胎打气直到压强为  $8 \times 10^5$  帕。求这时轮胎内空气密度  $\rho_1$  及空气质量  $m$ 。（1 个大气压时空气密度  $\rho_0 = 1.2$  千克/米<sup>3</sup> 且设温度不变）

[解答] 用比例法较方便。  $\rho_0 = \frac{\mu p_0}{RT}$  ,  $\rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT}$  ,

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{p_1}{p_0} , \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{p_1}{p_0} = 1.2 \times 8 \text{ 千克 / 米}^3 = 9.6 \text{ 千克 / 米}^3 .$$

$$m = \rho_1 V = 9.6 \times 25 \times 10^{-3} \text{ 千克} = 0.24 \text{ 千克} .$$

2679 . 图中是测量低温用的气体温度计。A 是测温泡，B 是压力计，两者通过绝热毛细管相连，毛细管容积不计。先把温度计在室温  $T_0$  下充气到压强  $P_0$ ，然后加以密封，而把 A 浸入低温液体中，当 A 和液体达到热平衡后 B 的读数为  $p$ 。  $V_A$ ， $V_B$ ， $P_0$  都作为已知，求待测温度  $T$ 。

[解答] A，B 之间有气体质量迁移，平衡后压强相等，但温度仍然不同。

$$\text{A 内气体测温前有 } \frac{V_A P_0}{T_0} = \frac{M}{\mu} R ;$$

$$\text{A 内气体测温后有 } \frac{V_A P}{T} = \frac{M}{\mu} R ;$$

$$\text{B 内气体测温前有 } \frac{V_B P_0}{T_0} = \frac{m}{\mu} R ;$$

$$\text{B 内气体测温后有 } \frac{V_B P}{T_0} = \frac{m}{\mu} R ;$$

$$\text{因为 } M + m = M' + m' , \text{ 所以 } \frac{V_A P_0}{T_0} + \frac{V_B P_0}{T_0} = \frac{V_A P}{T} + \frac{V_B P}{T_0} .$$

$$T = \frac{P V_A}{\frac{P_0}{T_0} (V_A + V_B) - \frac{V_B P}{T_0}} .$$

2680 . 气体处在 a 状态时温度为  $T_a$ ，保持体积不变缓缓加入等量同温气体，达到 b 状态，此时压强为  $P_b$ ；再经过等压压缩到 c 状态，此时体积为  $V_c$ ；然后由 c 态经过等容变化到 d 状态，此时温度为  $T_d$ ，压强和 a 状态相等，求气体原有摩尔数  $n_a$ ，a 状态压强  $P_a$ ；b 状态体积  $V_b$ ；c 状态温度  $T_c$ 。

[解答] 状态 a → b 是变质量过程，用克拉伯龙方程可知：

$$P_a = \frac{M_a}{M_b} P_b = \frac{1}{2} P_b .$$

状态 c → d 是恒质量过程。用气态方程求解。

因为  $P_d = P_a$ ， $V_d = V_c$ ， $P_c = P_d$ ，

由气态方程  $T_c = T_d \frac{P_c}{P_d} = T_d \frac{P_b}{P_a} = 2T_d$ 。

b c是恒质等压过程由气态方程

$$V_b = V_c \frac{T_b}{T_c} = V_c \frac{T_b}{2T_d} = V_c \frac{T_a}{T_d}。$$

d态状态参量为  $T_d$  ,  $V_c$  ,  $P_a$  则由克拉伯龙方程 ,

$$n_d = \frac{P_d V_d}{RT_d} = \frac{P_a V_c}{RT_d} = \frac{P_b V_c}{2RT_d} ,$$

$$n_a = \frac{n_d}{2} = \frac{P_b V_c}{4RT_d}。$$

2681 . 图示是一内径均匀的U形管, 右端开口, 左端装有开关, 管内装水银, 左端  $h_1$  厘米的空气柱, 右端水银面比空气柱顶部高  $h_1/2$  厘米, 控制开关使左端放出一部分气体后, 右端水银面恰与左端气柱顶在同一高度。求左端气柱质量与原来质量之比。(设大气压强为  $gH$  帕, 温度不变。)

[解答] 设U形管的内横截面积为  $S$ , 由克拉伯龙方程

$$Sh_1 \quad g(H + h_1 + \frac{h_1}{2}) = \frac{M_1}{\mu} RT ,$$

$$S \frac{h_1}{2} \quad g(H + \frac{h_1}{2}) = \frac{M_2}{\mu} RT ,$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{2} \times \frac{H + \frac{h_1}{2}}{H + \frac{3h_1}{2}} = \frac{2H + h_1}{4H + 6h_1}。$$

2682 . 图中的一容器被隔板分为 A , B 两部分, 它们的体积分别为  $V_A$  ,  $V_B$ 。A 内有  $n$  摩尔理想气体, B 内也有一定量理想气体, 当隔板破裂后混合气体压强为  $p$ , 设两部分气体温度都是  $T$ , 而且保持不变。求隔板破裂前 B 内气体的摩尔数。

[解答] 设气体混合前 A 部分气体压强为  $P_0$ , 混合后 A、B 两部分气体压强分别为  $P_A$ 、 $P_B$ , 所求摩尔数为  $n$ 。

由克拉伯龙方程  $P_0 V_A = nRT$  ,

$$\text{由玻 - 马定律 } P_0 V_A = (V_A + V_B) P_A , P_A = P_0 \frac{V_A}{V_A + V_B}。$$

$$\text{由分压定律 } P_B = P - P_A = P - \frac{nRT}{V_A + V_B} ,$$

再由克拉伯龙方程

$$\begin{aligned} n &= \frac{P_B (V_A + V_B)}{RT} = (P - \frac{nRT}{V_A + V_B}) (\frac{V_A + V_B}{RT}) \\ &= P \frac{V_A + V_B}{RT} - n_0 \end{aligned}$$

2683 . 图中容积相等的两个容器, 充有 105 帕、20 的空气, 把 K 关闭使 A 温度降为 0 , 使 B 温度升为 40 , 以后保持这两容器温度不变, 当打开 K 后, 容器内气体压强是多少?

[解答]K 打开前后，气体摩尔数不变。

设每个容器体积为  $V$ ，所求压强为  $P$ ，已知  $T_0 = (273+20)$  开 = 293 开， $P_0 = 10^5$  帕， $T_1 = 273$  开， $T_2 = 313$  开。

由摩尔数不变，则  $\frac{PV}{RT_1} + \frac{PV}{RT_2} = \frac{P_0 V}{RT_0} \times 2$ 。

$$P = \frac{2P_0}{T_0} \times \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{2 \times 10^5}{293} \times \frac{273 \times 313}{586} \text{ 大气压}$$

$$= 0.995 \times 10^5 \text{ 帕。}$$

2684. 图中容积为 22.4 升的容器 A 和容积为 11.2 升的容器 B，用带开关的绝热细管（容积不计）连续。开关关闭时 A 内充有 0， $1.01 \times 10^5$  帕的氦气，B 内充有 0， $2 \times 1.013 \times 10^5$  帕的氢气。当开关打开后使 A 保持 27，B 保持 0，则气体压强是多少？

[解答]本题要用到混合理想气体的状态方程，而全部气体的总摩尔数不变。先计算开关关闭时，每种气体的摩尔数。已知  $T = 273$  开，

$$T'_A = 300 \text{ 开，设所求压强为 } P。 \text{ 则 } n_{\text{He}} = \frac{P_A V_A}{RT} = 1 \text{ 摩， } n_{\text{H}} = \frac{P_B V_B}{RT} = 1$$

摩。开关打开，对 A 传热后，每个容器都存在混合气体，必须用混合理想气体状态方程。

$$n_{\text{HA}} + n_{\text{HeA}} = \frac{pV_A}{RT'_A}, \quad n_{\text{HB}} + n_{\text{HeA}} = \frac{pV_B}{RT}。$$

$$\text{两式相加，} n_{\text{HA}} + n_{\text{HwA}} + n_{\text{HB}} + n_{\text{HeB}} = \frac{pV_A}{RT'_A} + \frac{pV_B}{RT}，$$

$$\text{因为 } n_{\text{HA}} + n_{\text{HeA}} + n_{\text{HB}} + n_{\text{HeB}} = n_{\text{H}} + n_{\text{He}}，$$

$$\text{所以 } n_{\text{H}} + n_{\text{He}} = \frac{p}{R} \left( \frac{V_A}{RT'_A} + \frac{V_B}{T} \right)$$

$$p = R(n_{\text{H}} + n_{\text{He}}) / \left( \frac{V_A}{T'_A} + \frac{V_B}{T} \right)$$

$$= \frac{8.31 \times (1+1)}{\left( \frac{22.4}{300} + \frac{11.2}{273} \right) \times 10^{-3}} \text{ 帕} = 1.44 \times 10^5 \text{ 帕。}$$

2685. 图中容积为  $V$  的容器 A 和容积为  $2V$  的容器 B、C 相通。通道是用开关 K 控制的。B、C 之间用导热活塞隔开。开始时开关关闭 A 内有 2 摩、温度为  $T$  的理想气体，B、C 内分别装有 1 摩、温度为  $T$  的同种理想气体，打开开关平衡后求 C 内的压强  $P_c$ ，温度  $T_c$ ，体积  $V_c$ ，设整个系统和外界绝热。

[解答]整个系统是封闭系统，内能不变。设定容摩尔比热容为  $c_V$ ，摩尔数为  $n_A = 2$ ， $n_B = n_C = 1$ 。

$$c_V n_A T + c_V (n_B + n_C) T = c_V (n_A + n_B + n_C) T_C，$$

$$T_C = \frac{n_A T + (n_B + n_C) T}{n_A + n_B + n_C} = \frac{2T + 2T}{4} = \frac{T + T}{2}。$$

由克拉伯龙方程，对全部气体有  $P_c \times 3V = (n_A + n_B + n_C) R T_C$ 。

$$p_c = 2R(T + T') / 3V ,$$

$$\text{对C内气体 } V_c = \frac{n_c R T_c}{p_c} = R \frac{(T + T') 3V}{2 \times 2R(T + T')} = \frac{3}{4} V_0 .$$

2686 . 图中 B 为真空室，容积为 11 升，开关关闭。C 为活塞上重物。活塞可无摩擦自由滑动。A 内气体体积为 37.7 升，压强为  $1.17 \times 10^5$  帕，A 的温度保持为 27 ，B 室壁的温度始终为 57 ，求开关打开后，A 内剩余气体体积。

[解答] 摩尔总数不变。开关打开后 A、B 中的气体与原来 A 中的压强相等。

已知  $P=1.17 \times 10^5$  帕， $V_A=37.7 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>， $T_A=300$  开， $V_B=11 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>， $T_B=330$  开。

先求 A 内开关打开后气体摩尔数  $n$ 。

$$\begin{aligned} n &= n_{\text{总}} - n_B = \frac{pV_A}{T_A R} - \frac{pV_B}{T_B R} \\ &= \left( \frac{1.17 \times 10^5 \times 37.7 \times 10^{-3}}{300 \times 8.31} - \frac{1.17 \times 10^5 \times 11 \times 10^{-3}}{330 \times 8.31} \right) \text{摩} \\ &= 1.3 \text{摩} . \end{aligned}$$

由克拉伯龙方程，所求体积

$$V'_A = \frac{nRT_A}{p} = \frac{1.3 \times 8.31 \times 300}{1.17 \times 10^5} \text{米}^3 = 27.7 \times 10^{-3} \text{米}^3 .$$

2687 . 如图装置中活塞 B，C 不漏气，可无摩擦自由滑动的活塞 B、C，左方有 2 升空气，活塞 B、C 间有 4 升氧气。当阀 A 关闭时，左边压强计水银柱的高度差为 76 厘米，系统温度为 27 。当阀 A 打开时，B、C 活塞向右移动，经过 A 逸出的氧气质量是多少？装置阀 A 的细管体积不计，大气压为  $1.01 \times 10^5$  帕。

[解答] 当阀 A 打开时，B、C 活塞均向右移动，直至 B 活塞左、右两边压强均等于大气压强。这时空气体积 4 升，A、B 间氧气体积仅剩 2 升。

以氧气为讨论对象，已知  $V_1=4 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>， $T=300$  开， $P_1=2.02 \times 10^5$  帕， $V_2=2 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>， $T=300$  开， $P_2=1.01 \times 10^5$  帕。

逸出的氧气质量

$$\begin{aligned} m &= \frac{\mu}{RT} (p_1 V_1 - P_2 V_2) \\ &= \frac{32 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \times (2.02 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} - 1.01 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}) \text{千克} \\ &= 7.8 \times 10^{-3} \text{千克} . \end{aligned}$$

2688 . 用压为  $100 \times 10^5$  帕的氢气钢瓶给容积为 1 米<sup>3</sup> 的真空气球充气，充气后气球压强为  $1 \times 10^5$  帕，钢瓶内压强降为  $50 \times 10^5$  帕，设温度不变，求氢气钢瓶的容积  $V_0$ 。

[解法一] 充气后钢瓶压强为  $50 \times 10^5$  帕，说明放出的氢气如果仍旧压回钢瓶，这部分氢气在钢瓶内压强将为  $100 \times 10^5$  帕 -  $50 \times 10^5$  帕 =  $50 \times 10^5$  帕。

已知  $P_0=50 \times 10^5$  帕， $V_1=1$  米<sup>3</sup>， $P_1=1 \times 10^5$  帕。

由玻 - 马定律  $P_0 V_0 = P_1 V_1$ ，

$$V_0 = \frac{p_1 V_1}{p_0} = \frac{1}{50} \text{米}^3 = 0.02 \text{米}^3$$

[解法二] 设想把气球内气体缩到  $50 \times 10^5$  帕，这部分气体体积

$$V_1 = \frac{1 \times 10^5}{50 \times 10^5} \text{米}^3 = 0.02 \text{米}^3。$$

当全部氢气压强为  $50 \times 10^5$  帕时，总体积为  $V_0 + V_1$ 。

设  $P_0 = 100 \times 10^5$  帕， $P_1 = 50 \times 10^5$  帕，

由玻 - 马定律  $p_0 V_0 = p_1 (V_0 + V_1)$ ，

$$V_0 = \frac{p_1 V_1}{p_0 - p_1} = \frac{50 \times 10^5 \times 0.02}{100 \times 10^5 - 50 \times 10^5} \text{米}^3 = 0.02 \text{米}^3。$$

[解法三]先设想全部氢气由  $P_0 = 100 \times 10^5$  帕变为  $P_1 = 50 \times 10^5$  帕，这

时总体积  $V_1 = \frac{P_0 V_0}{P_1}$  要充入气球的那部分氢气体积  $V'_1 = V_1 - V_0$ 。

设气球体积  $V_2 = 1 \text{米}^3$ ，充入气球后压强  $P_2 = 1 \times 10^5$  帕，

由玻 - 马定律  $P_1 V'_1 = P_2 V_2$ ，

可解得  $V_0 = V_1 - V'_1 = 0.02 \text{米}^3$ 。

[解法四]用克拉伯龙方程解，钢瓶内氢气压强为  $P_0$ 、体积为  $V_0$ 。给真空气球充气后变为两部分：一部分在钢瓶内压强为  $P_1$ 、体积为  $V_1$ ，另一部分在气球内压强为  $P_2$ 、体积为  $V_2$ ，这两部分氢气质量之和等于原来钢瓶内氢气的质量。

由克拉伯龙方程  $pV = \frac{m}{\mu} RT$ ，得  $m = \frac{pV\mu}{RT}$ 。

$$\text{则} \quad \frac{P_0 V_0 \mu}{RT} = \frac{P_1 V_1 \mu}{RT} + \frac{P_2 V_2 \mu}{RT}，$$

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 + p_2 V_2，$$

因为  $V_1 = V_0$ ，所以  $P_0 V_0 = P_1 V_0 + P_2 V_2$ 。

$$V_0 = \frac{P_2 V_2}{P_0 - P_1} = \frac{1 \times 10^5 \times 1}{(100 - 50) \times 10^5} \text{米}^3 = 0.02 \text{米}^3。$$

2689. 图中长 85 厘米的圆柱形气缸被光滑活塞分为两部分，左边是氧气，右边是同温，同质量的氢气，活塞厚度不计，求平衡时活塞的位置。

[解答]设活塞离气缸左边距离为  $x$  厘米，由克拉伯龙方程

$$P_{\text{左}} S x = \frac{M_{O_2}}{\mu_{O_2}} RT，P_{\text{右}} S (85 - x) = \frac{M_{H_2}}{\mu_{H_2}} RT。$$

两式相除  $\frac{x}{85 - x} = \frac{2}{32}$ ，解得  $x = 5$  厘米。

2690. 气缸中盛有氢气 4 克，活塞开始靠在左边，从左边管中通入氧气时，将活塞向右缓缓推动，当活塞处于气缸正中时恰好平衡，如果温度始终不变，求进入缸左半部氧气质量。

[解答]设气缸容积  $V_0$ ，温度  $T$ ， $m_{H_2} = 4 \times 10^{-3}$  千克， $m_{O_2}$  待求，平衡后两边压强相等。

由克拉伯龙方程 
$$p_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2} \cdot \frac{V_0}{2}} RT = \frac{2m_{H_2}RT}{\mu_{H_2}V_0},$$

$$p_{O_2} = \frac{2m_{O_2}RT}{\mu_{O_2}V_0}.$$

因为 
$$p_{O_2} = p_{H_2},$$

所以 
$$m_{O_2} = m_{H_2} \frac{\mu_{O_2}}{\mu_{H_2}} = 4 \times 10^{-3} \times \frac{32}{2} \text{ 千克} = 64 \times 10^{-3} \text{ 千克}.$$

2691. 图中活塞 B 把容器隔成容积相等的两部分, 将活塞锁住, 并将等质量, 同温度的氢气和氧气分别充入容器的两部分, 然后提起销子, 问活塞向何处移动。

[解答] 由气态方程可得

$$p_{\text{左}} = \frac{mRT}{\mu_{H_2}V}, \quad p_{\text{右}} = \frac{mRT}{\mu_{O_2}V},$$

$$p_{\text{左}} \mu_{H_2} = p_{\text{右}} \mu_{O_2}.$$

因为  $\mu_{O_2} > \mu_{H_2}$ , 所以  $p_{\text{左}} > p_{\text{右}}$ 。

当销子提起后, 活塞向右移动。

2692. 两个完全相同的容器中间用不计容积的细管相连 ( 如图所示 ), 内部共有 120 克同温度的某种气体, 现将 A 容器加热到 273 , B 容器降温到 0 , 求由 A 流向 B 的气体质量。

[解答] 设每容器体积 V, 原来两容器内气体质量相等  $m_A = m_B = 60 \times 10^{-3}$  千克,  $T_A = 546$  开,  $T_B = 273$  开, 摩尔质量  $\mu$ 。

温度变化后由 A 流向 B 的质量为 m, 平衡后两边压强相等。由克拉伯龙方程

$$P_A = \frac{m_A - m}{V\mu} RT_A, \quad P_B = \frac{m_B + m}{V\mu} RT_B,$$

因为  $p_A = p_B$  所以  $m_A T_A - m T_A = m_B T_B + m T_B$ 。

$$m = \frac{m_A(T_A - T_B)}{T_A + T_B} = 60 \times 10^{-3} \times \frac{546 - 273}{546 + 273} \text{ 千克}$$

$$= 20 \times 10^{-3} \text{ 千克}.$$

2693. 图中, 有两个容器, 体积分别为 1 升和 2 升, 内贮空气, 用绝热毛细管相通。先把两容器浸入 0 的水中, 容器内气体压强都是  $10^5$  帕。再把体积大的容器入 100 的蒸汽中, 体积小的容器仍在 0 的水中, 如果容器热膨胀和毛细管容积都不计, 求最后平衡时气体压强。

[分析] 两容器可保持温度不同, 但有质量迁移, 而总质量保持不变。

[解答] 已知小容器内初状态参量  $P_1 = 10^5$  帕,  $V_1 = 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $T_1 = 273$  开。

设质量为  $m_1$ 。

小容器内气体末状态参量  $P'_1 = P$ ,  $V'_1 = V_1 = 10^{-3} \text{米}^3$ ,  $T'_1 = 273 \text{开}$ , 质量为  $m'_1$ 。

大容器内气体初状态参量  $P_2 = 10^5 \text{帕}$ ,  $V_2 = 2 \times 10^{-3} \text{米}^3$ ,  $T_2 = 273 \text{开}$ , 质量为  $m_2$ 。

大容器内气体末态参量  $P'_2 = P$ ,  $V'_2 = V_2 = 2 \times 10^{-3} \text{米}^3$ ,  $T'_2 = 273 \text{开}$ , 质量为  $m'_2$ 。

由克拉伯龙方程可得

$$m_1 = \mu \frac{p_1 V_1}{RT_1}; m_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_2};$$

$$m'_1 = \mu \frac{p V_1}{RT'_1}; m'_2 = \mu \frac{p V_2}{RT'_2}。$$

因为  $m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2$ , 所以  $\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p V_1}{T_1} + \frac{p V_2}{T_2}。$

$$\begin{aligned} p &= \left( \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{T_1} \right) / \left( \frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} \right) \\ &= \left[ \frac{10^5 \times 10^{-3} + 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{273} / \left( \frac{10^{-3}}{273} + \frac{2 \times 10^{-3}}{373} \right) \right] \text{帕} \\ &= 1.22 \times 10^5 \text{帕}。 \end{aligned}$$

2694 分子量为 30 的气体 5 克和分子量为 18 的气体 2 克混合后温度为 100 , 体积为 4 升, 求混合气体压强 P。

[解答]已知:  $m_1 = 5 \times 10^{-3} \text{千克}$ ,  $\mu_1 = 30 \times 10^{-3} \text{千克/摩}$ ,  $m_2 = 2 \times 10^{-3} \text{千克}$ ,  $\mu_2 = 18 \times 10^{-3} \text{千克/摩}$ ,  $T = 373 \text{开}$ ,  $V = 4 \times 10^{-3} \text{米}^3$ 。

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} \\ &= \frac{RT}{V} \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) = \frac{8.31 \times 373}{4 \times 10^{-3}} \left( \frac{5 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{-3}} + \frac{2 \times 10^{-3}}{18 \times 10^{-3}} \right) \text{帕} \\ &= 2.15 \times 10^5 \text{帕}。 \end{aligned}$$

2695 . 图中 A, B 容器总容积为 27.3 升, A 中有  $5.1 \times 10^{23}$  个氮分子, B 中有  $2.3 \times 10^{23}$  个氮分子, 温度都为 273 开, 求(1)开关打开后混合气体的压强; (2)如果 A、B 容积的比为 3 : 1, 求开关打开前 A、B 内气体的压强。

[解答](1)由已知  $V=27.3 \times 10^{-3} \text{米}^3$ ,  $N_A=5.1 \times 10^{23}$ ,  $N_B=2.3 \times 10^{23}$ , 设每个分子质量为  $\mu_A$ 、 $\mu_B$ , 摩尔质量为  $\mu_A$ 、 $\mu_B$ 。  $N_0$  为每摩尔气体分子数,  $K$  为玻尔兹曼常数。

由分压定律

$$\begin{aligned}
P &= P_A + P_B = \frac{m_A RT}{V \mu_A} + \frac{m_B RT}{V \mu_B} \\
&= \frac{T}{V} \left( \frac{N_A u_A}{\mu_A} R + \frac{N_B u_B}{\mu_B} R \right) = T \left( \frac{N_A}{V} \frac{R}{N_0} + \frac{N_B}{V} \frac{R}{N_0} \right) \\
&= kT(n_A + n_B) \\
&= 1.38 \times 10^{-23} \times 273 \times \left( \frac{5.1 \times 10^{23}}{27.3 \times 10^{-3}} + \frac{2.3 \times 10^{23}}{27.3 \times 10^{-3}} \right) \text{帕} \\
&= 1.02 \times 10^5 \text{帕}。
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) P_A &= n_A kT = \frac{5.1 \times 10^{23}}{27.3 \times 10^{-3} \times \frac{3}{4}} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 \text{帕} \\
&= 9.4 \times 10^4 \text{帕}。
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_B &= n_B kT = \frac{2.3 \times 10^{23} \times 1.38 \times 10^{-23}}{27.3 \times 10^{-3} \times \frac{1}{4}} \times 273 \text{帕} \\
&= 1.27 \times 10^5 \text{帕}。
\end{aligned}$$

2696. A、B、C三个容器容积之比为3 2 1，装满同种气体，筒中气体压强分别为 $1.5 \times 10^7$ 帕， $1.0 \times 10^7$ 帕， $2.5 \times 10^7$ 帕，温度相同。如把三个容器连通则混合气体压强P是多少？

[解答]最简便的方法是根据摩尔数不变，列出方程

$$n_A = \frac{p_A V_A}{RT}, \quad n_B = \frac{p_B V_B}{RT}, \quad n_C = \frac{p_C V_C}{RT},$$

如果总体积为V，则 $n = \frac{pV}{RT} = n_A + n_B + n_C$ 。其中 $V = 6V_0$ ， $V_A = 3V_0$ ，

$V_B = 2V_0$ ， $V_C = V_0$ 。

$$\begin{aligned}
\frac{p \times 6V_0}{RT} &= \frac{1.5 \times 10^7 \times 3V_0}{RT} + \frac{1.0 \times 10^7 \times 2V_0}{RT} + \frac{2.5 \times 10^7 \times V_0}{RT}, \\
p &= \frac{(4.5 + 2 + 2.5) \times 10^7}{6} \text{帕} = 1.5 \times 10^7 \text{帕}。
\end{aligned}$$

2697. 如图所示是布满了肥皂膜的水平放置金属框，AB是活动边，长0.03米。  
(1)如果不考虑摩擦，AB将朝哪一个方向运动？作怎样的运动？(2)已知肥皂膜的表面张力系数为 $40 \times 10^{-3}$ 牛/米，AB边上所受到的作用力F有多大？

[解答]由于液体的表面有收缩趋势，并且对边界产生拉力作用，因而活动边AB受表面张力的作用被拉向布满肥皂膜的一侧(向左)。又因为表面张力系数跟液体表面的大小无关，作用在AB边上的力的大小保持不变，所以AB边作匀加速运动。

表面张力系数在数值上等于液面作用在单位长度边界上的力。肥皂膜有两个表面。所以表面张力 $F = 2l = 2 \times 40 \times 10^{-3} \times 0.03$ 牛 $= 2.4 \times 10^{-3}$ 牛。

2698. 如果在上题中有一个向右的力F作用在活动边AB上，力的大小恰好等于向左的表面张力。试问使AB向右移动0.02米需要做多少功？所做的功用来增加什么形式的能量？

[解答]在上题中  $F=2.4 \times 10^{-3}$  牛。

使 AB 向右移动所做的功

$$W=F \cdot s=2.4 \times 10^{-3} \times 0.02 \text{ 焦}=4.80 \times 10^{-5} \text{ 焦。}$$

所做的功用来增加液体的表面能，也就是使更多的液体分子进入表面层，这些分子比它们在液体内部时具有更大的势能。

2699. 水的表面张力系数为  $7.3 \times 10^{-2}$  牛/米，表面层厚度  $d$  为  $1.0 \times 10^{-9}$  米，用应力（表面应力指表面层的单位截面积上的作用力）表示表面张力，计算表面应力  $P$  的大小。

[解答]在液面上作一根长度为  $L$  的线段，线段两边液面以一定的拉力  $f$  相互作用， $f=L$ ，因为表面层的厚度为  $d$ ，所以长度为  $L$  的表面层的截面积为  $Ld$ ，表面应力为  $P$ ，则

$$P = \frac{f}{Ld} = \frac{L}{Ld} = \frac{1}{d} = \frac{7.3 \times 10^{-2}}{1.0 \times 10^{-9}} \text{ 牛/米}^2 = 7.3 \times 10^7 \text{ 牛/米}^2。$$

2700. 如图所示，利用轻而均匀的杆秤测定肥皂液的表面张力系数。如果秤锤重  $9.8 \times 10^{-3}$  牛，铜丝框重  $3.92 \times 10^{-3}$  牛，铜丝框两脚之间的距离为  $5 \times 10^{-2}$  米；当铜丝的水平部分和液面之间的肥皂膜正要分开时（让液面慢慢下降）杆上系铜丝框处和支点相距为  $15 \times 10^{-2}$  米，挂秤锤的某点离支点相距  $12 \times 10^{-2}$  米。试用这些数据计算出肥皂液的表面张力系数。

[解答]设秤锤重  $G$ ，肥皂液的表面张力为  $F$ ，铜丝重  $G'$ 。  $l_1=0.12$  米， $l_2=0.15$  米。

$$F = 2l_1$$

$$\text{又 } Gl_1 = (F + G')l_2, \quad Gl_2 = Gl_2 + G'l_2,$$

$$Gl_1 = 2l_1 l_2 + G'l_2$$

$$= \frac{Gl_1 - G'l_2}{2l_1} = \frac{9.8 \times 10^{-3} \times 0.12 - 3.92 \times 10^{-3} \times 1.5}{2 \times 5 \times 10^{-2} \times 0.15} \text{ 牛/米}$$

$$= 3.92 \times 10^{-2} \text{ 牛/米}$$

2701. 如果一个肥皂泡的大圆周长是 0.05 米，试问温度为 20 时，以大圆为分界面的两个半球相互吸引的表面张力是多少？（20 时，肥皂液  $\sigma=40 \times 10^{-3}$  牛/米）

[解答]肥皂膜有内外两个表面，所以表面张力  $F = \sigma \cdot 2L = 40 \times 10^{-3} \times 2 \times 0.05 \text{ 牛} = 4 \times 10^{-3} \text{ 牛}。$

2702. 如图所示，已知滴管中滴下 100 滴液体，液体总质量为  $1.65 \times 10^{-3}$  千克，滴管的内径为  $1.35 \times 10^{-3}$  米，试根据这些数据求出这种液体的表面张力系数？

[分析]本题介绍的是一种测定液体表面张力系数的方法。先说明应用这种方法依据。滴管中所盛的液体用开关  $K$  来调节，使它从管中缓慢地流出，过程是：液体徐徐地流向管口，先形成类似小袋的形状，然后逐渐增大，下部突出，在液滴脱落之前，它的上部形成一个狭窄的颈部，颈部越变越细，直到液滴  $C$  离开管口时为止。

假使颈部的直径为滴管的内径  $d$ ，这时作用在液滴上的力有两个，一个是液滴的重力  $G$ ，另一个是沿  $AB$  周界向上的表面张力  $F$ ；在液滴脱落之前，这两个力是相等的。 $F=G$  或  $\sigma d = G。$

从而得 
$$= \frac{G}{d}。$$

知道了滴滴的数目以及它们的总重力后，就能够计算出每一滴液体的平均重力  $G$ ，然后根据上式便可求得液体的表面张力系数。

[解答]每一液滴的平均重力  $G=Mg/100$ ，因此，液体的表面张力系数

$$= \frac{Mg}{100 d} = \frac{1.65 \times 10^{-3} \times 9.8}{100 \times 3.14 \times 1.35 \times 10^{-3}} \text{牛/米} = 3.8 \times 10^{-2} \text{牛/米}。$$

2703. 已知滴管的内径是  $1.2 \times 10^{-3}$  米，由它滴出的 304 滴油的体积为  $4 \times 10^{-6}$  米<sup>3</sup>，求密度为  $0.91 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup> 的油的表面张力系数。

[解答]滴管滴出的油的总重力为  $G$ 。  $G= Vg=0.91 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-6} \times 9.8$  牛。

每滴油的平均重力为  $G'$ 。  $G' = \frac{G}{304}。$

液滴脱离滴管前受的表面张力为  $F$ ，表面张力和滴出的油滴重力相等。

$$G' = F = \frac{G}{304} = d \quad ,$$

$$= \frac{G}{304 d} = \frac{0.91 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-6} \times 9.8}{304 \times 3.14 \times 1.2 \times 10^{-3}} \text{牛/米} = 3.11 \times 10^{-2} \text{牛/米}。$$

2704. 两个滴管的内径分别是  $1.2 \times 10^{-3}$  米和  $0.8 \times 10^{-3}$  米，如果从这两个滴管中滴出体积相等的同一种液体，求液滴数的比。

[解答]由于滴出的是体积相等的同一种液体，所以质量也相同都为  $m$ ，设从  $1.2 \times 10^{-3}$  米管中滴出  $N_A$  滴，而从  $0.8 \times 10^{-3}$  米管中滴出  $N_B$  滴。

对A 
$$\frac{mg}{N_A} = d_A \quad ,$$

对B 
$$\frac{mg}{N_B} = d_B \quad ,$$

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{d_B}{d_A} = \frac{0.8}{1.2} = \frac{2}{3}。$$

2705 滴管的内径是  $1 \times 10^{-3}$  米，求在 20 时由它滴出的每一滴水重多少？(水在 20 的表面张力系数为  $72.6 \times 10^{-3}$  牛/米)

[解答]在小水滴脱落之前，一个小水滴重  $G$ 。受向上的表面张力为  $F$ 。由二力平衡条件：

$$F=G, \text{ 所以 } d \cdot =G。$$

$$G= d =3.14 \times 10^{-3} \times 72.6 \times 10^{-3} \text{牛} = 2.28 \times 10^{-4} \text{牛}。$$

2706. 由两个内径相等的滴管中滴出相同质量的水和酒精，求两者的液滴数之比。(水的表面张力系数  $\gamma_{水}=72.6 \times 10^{-3}$  牛/米，酒精的表面张力系数  $\gamma_{酒精}=22 \times 10^{-3}$  牛/米。)

[解答]设滴管中滴出的相同质量的水和酒精，它们的液滴数分别是

$$N_{水} \text{ 和 } N_{酒精} \text{，质量都为 } m \text{，其中每滴水重 } \frac{mg}{N_{水}} \text{，每滴酒精重 } \frac{mg}{N_{酒精}}。$$

因重力和表面张力平衡。

应有：

$$\frac{mg}{N_{\text{水}}} = d_{\text{水}} \quad (1)$$

$$\frac{mg}{N_{\text{酒精}}} = d_{\text{酒精}} \quad (2)$$

(1)式除以(2)式

$$\frac{N_{\text{酒精}}}{N_{\text{水}}} = \frac{d_{\text{水}}}{d_{\text{酒精}}} = \frac{72.6 \times 10^{-3}}{22 \times 10^{-3}} = 3.3。$$

2707. 图示是测定表面张力系数的一种装置，先将薄铜片放入待测液体中，慢慢提起铜片，使它刚要全部离开但还没有离开液面，测得此时所用的上提力  $F$ ，即可测得表面张力系数。设待测液体与铜片的接触角  $\theta = 0$ ，铜片的质量  $m$  为  $5.0 \times 10^{-4}$  千克，铜片的宽度  $l$  为  $3.977 \times 10^{-2}$  米。厚度  $d$  为  $2.3 \times 10^{-4}$  米，上提力  $f$  为  $1.07 \times 10^{-2}$  牛，求液面的表面张力系数。

[解答]平衡时拉力  $F$  等于铜片的重力与液体的表面张力之和。

$$\begin{aligned} f &= mg + 2 \gamma \cdot (l + d), \\ &= \frac{f - mg}{2(l + d)} = \frac{1.07 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-4} \times 9.8}{2 \times (3.977 \times 10^{-2} + 2.3 \times 10^{-4})} \text{牛/米} \\ &= 7.25 \times 10^{-2} \text{牛/米}。 \end{aligned}$$

2708. 在 20 平方公里的湖面上，下了一场雨量为  $50 \times 10^{-3}$  米的大雨，雨滴半径  $r$  为  $1.0 \times 10^{-3}$  米，设温度不变，求释放出来的能量。（水的表面张力系数  $\gamma = 73 \times 10^{-3}$  牛/米）

[解答]雨水的体积为  $V = h \cdot S$ ；雨滴的体积为  $V_0$ ， $V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3$ ；

$$\text{雨滴数为 } N, N = \frac{V}{V_0} = \frac{h \cdot S}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{3}{4} \times \frac{h \cdot S}{\pi r^3}。$$

$$\text{雨滴的总面积 } S_1 = N \cdot 4 \pi r^2 = \frac{3}{4} \times \frac{h \cdot S}{\pi r^3} \times 4 \pi r^2 = \frac{3h \times S}{r}。$$

释放的能量

$$\begin{aligned} E &= \gamma \cdot S = \gamma \cdot (S_1 - S) = \left( \frac{3h \cdot S}{r} - S \right) \\ &= \gamma \cdot S \left( \frac{3h}{r} - 1 \right) = 73 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^7 \left( \frac{3 \times 50 \times 10^{-3}}{10^{-2}} - 1 \right) \text{焦} \\ &= 2.18 \times 10^8 \text{焦}。 \end{aligned}$$

2709. 图中两铅垂玻璃平板部分浸入水中，设其间距  $d$  为 0.50 毫米，问两板间水上升高度  $h$  为多少？（水的  $\gamma = 7.3 \times 10^{-2}$  牛/米，接触角  $\theta$  可视为零。）

[解答]两玻璃平板间水面是柱面，考虑到接触角  $\theta$  等于零，两相互垂

直的正截面的曲率半径分别为  $R_1 = \frac{d}{2}$  ,  $R_2 =$  。根据拉普拉斯公式 ,

附加压强为  $P = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{2}{d}$  因而根据流体静力学的基本原理 ,

水上升高度为

$$h = \frac{P}{g} = \frac{2}{gd} = \frac{2 \times 7.3 \times 10^{-2}}{10^3 \times 9.8 \times 0.5 \times 10^{-3}} \text{ 米}$$

$$= 3.0 \times 10^{-2} \text{ 米。}$$

2710 . 在内径为  $2R_1=4.0 \times 10^{-3}$  米的玻璃管中 , 插入一根半径  $R_2$  为  $1.5 \times 10^{-3}$  米的玻璃棒 , 棒与管壁间的距离处处相等 , 求水在管中上升的高度  $h$  。 ( 已知水的密度  $=1.00 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup> , 表面张力系数  $=7.3 \times 10^{-3}$  牛/米和玻璃的接触角  $=0$  )

[解答]由拉普拉斯公式  $P = \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$  其中  $r_1 = \frac{1}{2}(R_1 - R_2)$  。 而  $r_2 =$

$$, \text{ 又 } P = gh, \quad gh = \left( \frac{1}{r_1} \right) = \frac{2}{R_1 - R_2} \text{ 。}$$

$$\text{所以 } h = \frac{2}{g(R_1 - R_2)} = \frac{2 \times 7.3 \times 10^{-2}}{10^3 \times 9.8 \times (2 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3})} \text{ 米}$$

$$= 2.98 \times 10^{-2} \text{ 米。}$$

2711 . 一均匀玻璃管的内径  $d$  为  $4.0 \times 10^{-4}$  米 , 长  $l_0$  为 0.20 米 , 水平地浸在水银中 , 其中空气全部留在管中 , 如果管子浸在深度  $h$  为 0.15 米处 , 问管中空气柱的长度  $l$  等于多少 ? ( 已知大气压强  $p_0=1.0 \times 10^5$  帕 , 水银的表面张力系数  $=0.49$  牛/米 , 与玻璃的接触角  $=$  。 )

[解答]设管内气体的压强为  $P$  管内横截面积为  $S$ 。

由于毛细现象

$$P = P_0 + gh - \frac{2}{R} \text{ 。}$$

又根据玻 - 马定律  $P \cdot lS = P_0 l_0 S$  ,

$$l = \frac{P_0 l_0}{P} = P_0 l_0 / \left( P_0 + gh - \frac{2}{R} \right)$$

$$= \frac{1.0 \times 10^5 \times 0.2}{1.0 \times 10^5 + 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \times 0.15 - \frac{2 \times 0.49}{2 \times 10^{-4}}}$$

$$= 0.174 \text{ 米。}$$

2712 . 将一个水银气压计下端浸在一个大口径的盛水银的容器中 , 读数为  $0.950 \times 10^5$  帕。(1)求水银柱的高度  $H$ 。(2)考虑到毛细现象后 , 真正的大气压强是多大 ? ( 已知毛细管的直径  $d=2.0 \times 10^{-3}$  米 , 接触角  $=$  , 水银的表面张力系数  $=0.49$  牛/米。 )

[解答](1)  $P = 0.950 \times 10^5$  帕时, 由  $P = \rho_{\text{汞}} g H$ ,

$$H = \frac{P}{\rho_{\text{汞}} g} = \frac{0.950 \times 10^5}{13.6 \times 10^3 \times 9.8} \text{ 米} = 0.712 \text{ 米}。$$

(2) 考虑毛细现象后  $P_0 = \frac{2}{R} + \rho_{\text{汞}} g H = \frac{2}{R} + P$ ,

$$P_0 = \left( \frac{2 \times 0.49}{10^{-3}} + 0.950 \times 10^5 \right) \text{ 帕} = 0.96 \times 10^5 \text{ 帕}。$$

2713. 玻璃管的内直径为  $2.0 \times 10^{-5}$  米, 长  $l$  为 0.20 米, 垂直插入水中, 管的上端封闭的, 问管插入水面下的长度  $h$  为多少时, 才能使管内外水面相平? (已知大气压  $p_0 = 1.013 \times 10^5$  帕, 水的表面张力系数为  $7.3 \times 10^{-2}$  牛/米, 水与玻璃接触角  $\theta = 0$ 。)

[解答] 设管内气体的压强为  $P$ , 管内横截面积为  $S$ 。则  $P = \frac{2}{R} + P_0$ 。

$$P = P_0 + \frac{2}{R}。$$

由玻 - 马定律:  $P_0 l S = P \cdot (l - h) S = \left( P_0 + \frac{2}{R} \right) \cdot (l - h) S$ ,

$$\left( P_0 + \frac{2}{R} \right) \cdot h = \frac{2}{R} \cdot l。$$

$$h = \frac{1}{P_0 + \frac{2}{R}} \cdot \frac{2}{R} \cdot l = \frac{2}{R P_0 + 2} \cdot l$$

$$= \frac{2 \times 7.3 \times 10^{-2}}{10^{-5} \times 1.013 \times 10^5 + 2 \times 7.3 \times 10^{-2}} \times 0.20 \text{ 米} \\ = 2.52 \times 10^{-2} \text{ 米}。$$

2714. 在图所示的 U 形管中注以水, 设半径较小毛细管 A 的内半径  $r$  为  $5.0 \times 10^{-5}$  米, 半径较大的毛细管 B 的内半径  $R$  为  $2.0 \times 10^{-4}$  米, 求两管水面的高度差  $h$ 。(水的表面张力系数为  $\sigma = 7.3 \times 10^{-2}$  牛/米)

[解答] 设 A 管液面的曲率半径为  $R_A$ , 压强为  $P_A$ ,

B 管液面的曲率半径为  $R_B$ , 压强为  $P_B$ 。

$$\text{则 } P_A = P_0 - \frac{2}{R_A}, P_B = P_0 - \frac{2}{R_B}。$$

$$\text{平衡时应有 } P_B = P_A + gh,$$

$$P_0 - \frac{2}{R_B} = P_0 - \frac{2}{R_A} + gh, h = \frac{2}{g} \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)。$$

如水与管壁完全浸润，接触角  $\theta = 0$ 。则

$$R_A = r, R_B = R。$$

$$\text{所以 } h = \frac{2}{g} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \frac{2 \times 7.3 \times 10^{-2}}{9.8 \times 10^3} \left( \frac{1}{5.0 \times 10^{-5}} - \frac{1}{2.0 \times 10^{-4}} \right) \text{米}$$

$$= 0.223 \text{米}。$$

2715. 在深  $h$  为 2.0 米的水池底部产生许多直径  $d$  为  $5.0 \times 10^{-5}$  米的气泡，当它们等温地上升到水面上时，这些气泡的直径多大？（水的表面张力系数  $\sigma = 7.3 \times 10^{-2}$  牛/米。  $P_0 = 1.013 \times 10^5$  帕。）

[解答] 当气泡处在水底时，泡内气体的压强为  $P_i$ ，

$$P_i = P_0 + gh + \frac{2}{R}。$$

当气泡上升，体积变大，内部气体的压强变小，由玻-马定律，此时内部压强为  $P'_i$ 。

$$P'_i \frac{4}{3} R'^3 = P_i \frac{4}{3} R^3, P'_i = \left( \frac{R}{R'} \right)^3 P_i = P_0 + \frac{2}{R'}。$$

$$P_0 R'^3 + 2 R'^2 = P_0 R^3 + ghR^3 + 2 R^2, P_0 (R'^3 - R^3) + 2 (R'^2 - R^2) = ghR^3。$$

为避免解三次方程

$$\text{令 } R' = R + \Delta, \text{ 则 } R'^3 = (R + \Delta)^3 = R^3 + 3R^2\Delta + 3R\Delta^2 + \Delta^3$$

$$+ 3R^2\Delta,$$

$$R'^2 = (R + \Delta)^2 = R^2 + 2R\Delta + \Delta^2$$

$$\text{于是 } P_0 3R^2\Delta + 2 \cdot 2R\Delta = R^3 gh, 3RP_0\Delta + 4 \Delta = R^2 gh,$$

$$\Delta = \frac{R^2 gh}{3RP_0 + 4} = \frac{(2.5 \times 10^{-5})^2 \times 10^3 \times 9.8 \times 2}{3 \times 2.5 \times 10^{-5} \times 1.013 \times 10^5 + 4 \times 7.3 \times 10^{-2}} \text{米}$$

$$= 0.16 \times 10^{-5} \text{米}。$$

$$\text{所以 } R' = R + \Delta = (2.5 \times 10^{-5} + 0.16 \times 10^{-5}) \text{米} = 2.66 \times 10^{-5} \text{米}。$$

则气泡上升到水面上时的直径

$$d' = 2R' = 2 \times 2.66 \times 10^{-5} \text{米} = 5.32 \times 10^{-5} \text{米}。$$

2716. 一个半径为  $1.0 \times 10^{-2}$  米的球形泡，在压强为  $1.0136 \times 10^5$  帕的大气中吹成。如泡膜的表面张力系数  $\sigma = 5.0 \times 10^{-2}$  牛/米，当泡的半径变为  $2.0 \times 10^{-2}$  米时，周围的大气压强是多大？设过程等温。

[解答] 设  $P_0$  为大气压强， $P_i$  为气泡的半径为未变化时气泡内气体的

压强。  $P_i = P_0 + \frac{2}{R}$  , 气体的体积  $V = \frac{4}{3} R^3$ 。

当气泡半径变化后, 体积  $V' = \frac{4}{3} R'^3$  , 泡内气体的压强  $P'_i$  由玻 - 马

定律求出  $P'_i V' = P_i V$  ,  $P'_i = \frac{V}{V_i} P_i$ 。 气泡半径变化后外界的大气压为  $P'_0$

, 则  $P'_i = P'_0 + \frac{2}{R'} = \frac{V}{V_i} P_i = (P_0 + \frac{2}{R})(\frac{R}{R'})^2$ 。

$$\begin{aligned} P'_0 &= (P_0 + \frac{2}{R})(\frac{R}{R'})^3 - \frac{2}{R'} \\ &= \left[ (1.0136 \times 10^5 + \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-2}}) (\frac{1}{2})^2 - \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} \right] \text{帕} \\ &= 1.2666 \times 10^4 \text{帕。} \end{aligned}$$

2717. 一个球形气泡, 直径等于  $1.0 \times 10^{-5}$  米。刚好在水面下, 如水面上的大气压为  $1.0 \times 10^5$  帕, 求泡内气体压强  $P_i$ 。(水的表面张力系数  $= 7.3 \times 10^{-2}$  牛/米。)

[解答] 泡内气体压强等于大气压强再加上气泡表面产生的附加压强。

$$\begin{aligned} P_i &= P_0 + \frac{2}{R} = (1.0 \times 10^5 + \frac{2 \times 7.3 \times 10^{-2}}{\frac{1}{2} \times 1.0 \times 10^{-5}}) \text{帕} \\ &= 1.29 \times 10^5 \text{帕。} \end{aligned}$$

2718. 在两个内径不同的毛细管中, 水的液面差是  $2.6 \times 10^{-2}$  米, 如果其中盛酒精时, 酒精的液面差是  $10^{-2}$  米。求酒精的表面张力系数 (酒精密度为  $0.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>, 水的表面张力系数为  $74 \times 10^{-3}$  牛/米)。

[分析] 假定这两个毛细管的内半径分别是  $r_1$  和  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ), 则液体在内

半径是  $r_1$  的毛细管中的升高为  $h_1 = \frac{2}{r_1 g}$ ; 液体在内半径是  $r_2$  的毛细管

中的升高为  $h_2 = \frac{2}{r_2 g}$ 。因此, 得到两个不同内径的毛细管中液面的

高度差为  $h = \frac{2}{r_1 g} - \frac{2}{r_2 g} = \frac{2}{g} (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$ , 将两个内径不同的毛细

管同时插入不同的液体中时, 液面的高度差跟液体的表面张力系数有关, 液体的表面张力系数越大, 在两个毛细管中的液面高度差也越大。

[解答] 把这两个毛细管插入水中时,

$$h_{\text{水}} = \frac{2}{\rho_{\text{水}} g} (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) = 2.6 \times 10^{-2} \text{米} \quad (1)$$

把这两个毛细管插入酒精中时,

$$h_{\text{酒精}} = \frac{2}{\text{酒精}} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 1 \times 10^{-2} \text{ 米} \quad (2)$$

将上述两式相除，得到

$$\frac{\text{水}}{\text{酒精}} \cdot \frac{\text{酒精}}{\text{水}} = 2.6,$$

$$\text{酒精} = \frac{\text{水} \cdot \text{酒精}}{2.6 \times \text{水}} = \frac{74 \times 10^{-3} \times 0.8 \times 10^3}{2.6 \times 1 \times 10^3} \text{ 牛 / 米} = 22.8 \times 10^{-3} \text{ 牛 / 米}。$$

2719. 氯化钠晶体的密度为  $2.16 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>，它的晶体结构如图所示，试求晶体点阵中相邻原子的间隔。（钠的分子量为  $23.0 \times 10^{-3}$  千克/摩，氯的分子量为  $35.5 \times 10^{-3}$  千克/摩。）

[解答]由题意，钠原子质量

$$m_{\text{Na}} = \frac{23 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} \text{ 千克} = 3.82 \times 10^{-24} \text{ 千克},$$

$$\text{氯原子质量 } m_{\text{Cl}} = \frac{35.5 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} \text{ 千克} = 5.89 \times 10^{-26} \text{ 千克},$$

已知NaCl的密度 =  $2.16 \times 10^3$  千克 / 米<sup>3</sup>。

由图可知，在 NaCl 晶体中 Na, Cl 的点阵排列完全相同，所以单位体积内，Na 和 Cl 原子数相同，即均为 n，所以  $nm_{\text{Na}} + nm_{\text{Cl}} =$  。

$$\text{因为 } n = \frac{2.16 \times 10^3}{m_{\text{Na}} + m_{\text{Cl}}} = \frac{2.16 \times 10^3}{(3.82 + 5.89) \times 10^{-26}} \text{ 米}^{-3} = 2.22 \times 10^{28} \text{ 米}^{-3},$$

所以单位体积内总原子数  $N=2n$ 。

由图可知相邻原子之间的间距，就是每个原子所占立方体的边长，因此

$$d = \frac{1}{\sqrt[3]{2n}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4.44 \times 10^{28}}} \text{ 米} = 2.82 \times 10^{-10} \text{ 米}。$$

### 说理和论证题

2720. 气球升到一定高度往往会自动爆裂，这是为什么？

[解答]大气压强随高度增加而减小，气球升得越高，外部大气压越小，内外压强差越大气球体积不断膨胀，球壁应力不断增大，最终导致爆裂。

2721. 茶壶盖上都有一个小孔，如果把小孔堵住，水就不容易倒出来，这是为什么？

[解答]这个小孔起到使茶壶内的气体和大气相通的作用。如果小孔堵住，水倒出后壶内气体体积增大，压强要减小，而壶外大气压保持不变，水就难以倒出。

2722. 图中是一自动供水装置，B管出水量比A管大，A管始终出水，试分析B管何时开始出水，何时停止出水。

[解答]此装置利用虹吸原理。由连通器原理，虹吸管B的左液面始终与容器内液面相平，当液面上升到虹吸管顶部C时，B管开始出水；由于B的出水量较大，容器内的液面逐渐降低，当液面低于虹吸管左端管口D时，B管停止出水。

2723. 已知地球表面的大气压值，能不能利用公式  $P = \rho gh$  算出大气层的高度？为什么？

[解答]不能用  $P = \rho gh$  来算出 h。因为  $\rho$ 、g 这两个物理量都随高度的变化而变

化，高度越高， $\rho$ 、 $g$ 就越小。而且在高空空气逐渐稀薄，找不到一个严格的自由表面，所以不能用这个办法算出大气层高度。

2724. 试由理想气体状态方程推出：

(1) 盖·吕萨克定律的表达式  $V=V_0(1+avt)$ ，式中  $V_0$  是一定质量气体在  $0$  时的体积， $av$  是体膨胀系数。

(2) 查理定律的表达式  $P=P_0(1+apt)$ ，式中  $P_0$  是一定质量气体在  $0$  时的压强， $ap$  是压强系数。

[解答](1) 因为  $P = P_0$  由气态方程

$$\begin{aligned} V &= \frac{P_0 V_0}{T_0} \cdot \frac{T}{P} = V_0 \frac{T}{T_0} = V_0 \left( \frac{273+t}{273} \right) \\ &= V_0 \left( 1 + \frac{1}{273} \times t \right) = V_0 (1 + avt)。 \end{aligned}$$

(2) 因为  $V = V_0$  由气态方程

$$\begin{aligned} P &= \frac{P_0 V_0}{T_0} \cdot \frac{T}{V} = P_0 \left( \frac{T}{T_0} \right) = P_0 \left( \frac{273+t}{273} \right) \\ &= P_0 \left( 1 + \frac{1}{273} \cdot t \right) = P_0 (1 + apt)。 \end{aligned}$$

2725. 由玻-马定律，盖·吕萨克定律（或查理定律）和阿伏伽德罗定律导出克拉伯龙方程。

[解答] 设初态为  $p_1$ 、 $V_1$ 、 $T_1$ ，

先经过等温过程变为  $P_2$ 、 $V'$ 、 $T_1$ ，

再经过等压过程变为终态  $P_2$ 、 $V_2$ 、 $T_2$ 。

由玻-马定律  $P_1 V_1 = P_2 V'$ ，

由盖·吕萨克定律  $\frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ，消去  $V'$ ，

得  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = P_0 \frac{V_0}{T_0}$ ， $P_0$ 、 $V_0$ 、 $T_0$  是标准状况下的参数。又

$$V_0 = \frac{M}{\mu} V'_0, V'_0 = 22.4 \text{ 升}, \text{ 所以 } \frac{pV}{T} = \frac{M}{\mu} \frac{V'_0 p_0}{T_0} = \frac{M}{\mu} R。$$

2726. 一小团棉花沾水后体积会发生怎样的改变？试说明这个现象。

[解答] 棉花沾水后体积缩小趋向于球体。因为一定质量的液体处于稳定平衡时，它的表面能处于最小值。只有液体表面积为最小时，它的表面能为最小，所以沾水后棉花趋向于球体。

2727. 为什么头发浸在水中时向四面分开，而离开水面会立即粘在一起？

[解答] 当头发浸在水中时，由于毛细管作用，头发间充满了水，从而使头发在水里自行分开。而离开水面后头发表面层的水要向表面能减少的方向变化，因此水的表面将尽可能地收缩，直到表面积最小时为止。所以头发会粘在一起。

2728. 将细金属丝放在火焰上锻烧后，它的熔化端会成球形，这是什么原因？

[解答] 锻烧后熔化端的液体表面层要使其的表面能减小，也就是使其的表面积减小。几何学告诉我们，包围一定体积的各种表面，以球面的面积为最小。所以会成球形。

2729. 水的密度比沙的密度小，但是，为什么沙漠中的风能刮起大量沙子，

而海洋上的风却只带有少量的水沫？

[解答]由于海水水面有表面张力的作用水珠之间互相吸引着，风很难把水珠刮起，只能形成海浪。所以海洋上的风只带有少量的水珠。而沙漠中的沙子却不一样，沙粒之间作用力很小，几乎没有。所以风很容易刮起大量沙子。

填充题

2730. 分子之间同时存在着引力和斥力。当分子间距离很小(小于几百皮时), 引力小于斥力, 分子间作用力表现为斥力; 当分子间距离比较大(大于几百)皮时, 引力大于斥力, 分子间作用力表现为引力; 当分子间距离大于分子直径的 10 倍时, 分子间几乎没有作用力。(1皮等于  $10^{-12}$  米)

2731. 理想气体分子的平均平动动能和温度的关系是  $\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$ , 玻

尔兹曼常数  $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}$  焦 / 开, 其中 R 为普适气体恒量,

$N_A$  是阿伏伽德罗常数。

2732. 理想气体的压强和温度及单位体积的分子数有关, 它们的关系式是  $P = nkT$ ,  $n$  表示单位体积气体的分子数。

2733. 用  $\mu$  表示理想气体的摩尔质量,  $u_p$  表示在一定温度下最有可能达到的速率;  $\bar{u}$  表示平均速率;  $\sqrt{u^2}$  表示方均根速率。它们的计算

式分别是  $u_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ ,  $\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu}}$ ;  $\sqrt{u^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ 。

2734. 能量按自由度均分定理指出: 在温度为 T 的平衡状态下, 物质分子的每个自由度都具有相同的平均动能, 它的大小都等于  $\frac{1}{2}kT$ ,

因此, 单原子理想气体每个分子的总能量  $\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$ 。

2735. 理想气体的定压摩尔热容量  $c_p$  表示 1 摩尔理想气体在等压条件下温度升高 1 开所吸收的热量, 理想气体的定容摩尔热容量  $c_v$  表示 1 摩尔理想气体在等容条件下温度升高 1 开所吸收的热量, 两者关系是  $c_p - c_v = R$ 。

2736. 一定质量的理想气体在不同的热学过程中应满足相应的状态

方程: 等温过程的状态方程是  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ , 等压过程的状态方程是

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ , 等容过程的状态方程是  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ , 绝热过程的状态方程是

$p_1 V^r = p_2 V^r$ , 其中  $r = c_p / c_v$ 。

2737. 系统(一定质量的气体)由某一状态出发, 经过一系列热学过程, 最后又回到原来的状态, 这样的过程称为循环过程。在  $p$ - $V$  图中, 如果循环曲线是顺时针方向, 就叫做正循环, 这时系统对外做的总净功大于零; 如果循环曲线是逆时针方向, 就叫做逆循环, 这时系统对外做的总净功小于零, 但无论哪种循环, 总净功的绝对值都等于  $p$ - $V$  图中循环曲线所包围的面积。

2738. 正循环过程反映了热机的工作过程, 如果  $Q_1$  表示整个循环中系统从外界吸收的热量,  $Q_2$  表示整个循环中系统放出的热量, 则热

机的效率  $= 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ 。在理想情况下，只和两个恒温热源交换能量的

诺热机的效率  $= 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ，（ $T_2$ 是低温热源的温度， $T_1$ 是高温热源的  
温度）。

2739. 逆循环过程反映了致冷机的工作过程，如果  $A$  表示外界在循环中对工作物质所做的功， $Q_2$  表示工作物质由外界（冷库）吸收的热量，则致冷机的致冷系数  $= Q_2/A$ 。

### 选择题

2740. 当两种不同的实际气体，温度、压强、体积都相等时，它们应该具有  
(a) 相同的分子数密度； (b) 相同的内能；  
(c) 相同的质量； (d) 相同的摩尔质量。

答(a)

2741. 理想气体经过绝热膨胀后，发生变化的应该是  
(a) 气体分子间的势能；  
(b) 气体分子本身体积占气体总体积的百分比；  
(c) 单位体积的分子数；  
(d) 气体的摩尔数。

答(c)

2742. 两种不同的理想气体，当温度相同时，正确的说法应该是  
(a) 两者分子的平均速率一样大；  
(b) 质量大的分子的平均速率比质量小的分子大；  
(c) 质量大的分子的平均速率比质量小的分子小；  
(d) 还必须考虑压强的大小。

答(c)

2743. 在一定温度下，某种理想气体的速率分布应该是  
(a) 每个分子速率相等；  
(b) 每个分子速率都不相等，速率很大的和速率很小的分子数目都很少；  
(c) 每个分子速率都不相等，但在不同速率范围内，分子数的分布是均匀的；  
(d) 每个分子速率都不相等，速率很大的和速率很小的分子数目很多。

答(b)

2744. 理想气体的内能应该是  
(a) 气体分子的万有引力势能加上气体分子的动能；  
(b) 气体分子的重力势能加上气体分子的动能；  
(c) 气体分子相互碰撞的弹性势能加上气体分子的动能；  
(d) 气体分子各种形式的动能加上分子内原子间振动势能的总和。

答(d)

2745. 一定质量的理想气体可能实现的过程是  
(a) 内能增加，对外做正功，放出热量；  
(b) 内能减少，对外做负功，不放热，也不吸热；  
(c) 内能不变，不做功，也不吸热；  
(d) 内能增加，对外做负功，不放热，也不吸热。

答(d)

2746. 理想气体在等容压强减小过程中

- (a) 系统放出热量, 内能增加, 系统不做功;
- (b) 系统吸收热量, 内能增加, 系统不做功;
- (c) 系统放出热量, 内能减小, 系统不做功;
- (d) 系统吸收热量, 内能减小, 系统不做功。

答(c)

2747. 对于一定量的理想气体, 下面说法正确的应该是

- (a) 一条等温线和一条绝热线能相交两次;
- (b) 一条等温线和一条绝热线只能相交一次;
- (c) 两条等温线和一条绝热线能构成一个循环;
- (d) 两条绝热线和一条等温线能构成一个循环。

答(b)

2748. 理想气体在等压压缩过程中

- (a) 内能增加, 外界对系统做功, 系统吸热;
- (b) 内能减小, 外界对系统做功, 系统吸热;
- (c) 内能减小, 外界对系统做功, 系统放热;
- (d) 内能增加, 外界对系统做功, 系统放热。

答(c)

2749. 理想气体在绝热膨胀过程中

- (a) 系统不和外界交换热量, 系统对外做功, 内能增加;
- (b) 系统不和外界交换热量, 系统对外做功, 内能减小;
- (c) 系统吸热, 系统对外做功, 内能不变;
- (d) 系统放热, 系统对外做功, 内能减小。

答(b)

2750. 理想气体在图中沿箭头所示过程由 I 态变化到 III 态, 则

- (a) 系统内能不变, 外界对系统做功, 系统吸收热量;
- (b) 系统内能不变, 外界对系统做功, 系统放出热量;
- (c) 系统内能增加, 外界对系统做功, 系统放出热量;
- (d) 系统内能增加, 外界对系统做功, 系统吸收热量。

答(b)

2751. 质量为 1 千克的氧气, 其温度由 300 开升高到 350 开。如果其温度升高是在不同情况下发生的, 则其内能改变应是

- (a) 体积不变时, 内能增加最大;
- (b) 压强不变时, 内能增加最大;
- (c) 绝热时, 内能增加最大;
- (d) 三种情况内能变化相同。

答(d)

2752. 理想气体如图所示, 从 I 状态出发, 经过 II 到 III 状态, 则

- (a) 系统内能不变, 外界对系统做功, 系统吸收热量;
- (b) 系统内能不变, 外界对系统做功, 系统放出的热量, 比从 I 通过等温线到 III 过程放出的热量多;
- (c) 系统内能不变, 系统放出的热量比从 I 通过等温线到 III 过程放出的热量少;

(d)系统内能增加，外界对系统做功，系统放出热量。

答(b)

2753. 图示是理想气体在 I~II~III 和 I~II~III 的不同变化过程，则

(a)两个过程内能都减小，I~II~III 过程系统吸热，I~II~III 过程系统放热；

(b)经过两个过程后内能都减小，I~II~III 过程系统放热，I~II~III 过程系统吸热；

(c)两过程内能都减小，两过程都放热；

(d)两个过程内能都减小，两个过程都吸热。

答(b)

2754. 附图表示系统进行的循环。在 1~2~3~1 循环后，下述说法正确的是

(a)系统对外总计作负功，循环后系统总计是吸热；

(b)系统对外总计作负功，循环后系统总计是放热；

(c)系统对外总计作正功，循环后系统总计是吸热；

(d)系统对外总计作正功，循环后系统总计是放热。

答(b)

2755. 图中(1)、(2)、(3)各表示联接一起的两个循环过程。那末，系统对外界所作总净功应有如下的关系

(a)图(1)总净功为负，图(2)、(3)总净功为正；

(b)图(2)总净功为负，图(1)、(3)总净功为正；

(c)图(3)总净功为负，图(1)、(2)总净功为正；

(d)图(1)、(3)总净功为负，图(2)总净功为正。

答(a)

[提示]循环过程中系统对外界作的总净功在数值上等于  $p$ - $V$  图中循环曲线所包围的面积，当循环为顺时针，则总净功为正，反之为负。

2756. 对卡诺循环的正确说法有

(a)系统经过了一个正卡诺循环后，系统本身没有任何变化；

(b)系统经过了一个正卡诺循环后，系统本身发生了状态变化；

(c)系统经过了一个正卡诺循环后，不但系统本身没有任何变化，而且外界也没有任何变化；

(d)系统经过了一个正卡诺循环后，再沿着相反方向进行一个逆卡诺循环，那么系统本身以及外界都没有任何变化；

(e)系统经过了一个正卡诺循环后系统和外界都发生变化。

答(a)、(d)

2757. 有两个可逆机，分别使用不同的热源作卡诺循环，在  $p$ - $V$  图上它们的循环曲线所包围的面积相等，但形状不同，如图所示。

(a)它们吸热和放热的差值相同；

(b)它们对外所作的净功不同；

(c)两个循环的效率相同；

(d)两个循环的效率不相同。

答(a)、(d)

2758.  $T_1$  是循环中的最高温度， $T_2$  是循环中的最低温度， $A$  是对外所作的净功， $Q$  是从高温热源吸收的热量，以下说法正确的应是

(a)任何可逆机的效率可用下式表示  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  ;

(b)任何热机的效率可用  $\eta = \frac{A}{Q}$  表示 ;

(c)理想气体准静态的卡诺循环效率可用  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  来表示 ;

(d)卡诺循环的逆向机的制冷系数  $\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$  。

答(b)、(c)、(d)

### 计算题

2759 . 求氮气的温度为 200 开和 400 开时的氮分子的最可几速率 ( 和速率分布函数的极大值所对应的速率叫最可几速率 ) 。

[解答]氮气的摩尔质量  $\mu = 28 \times 10^{-2}$  千克 / 摩。

在  $T = 200$  开时,  $u_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.31 \times 200}{28 \times 10^{-2}}}$  米 / 秒 = 344.5 米 / 秒。

在  $T = 400$  开时,  $u_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.31 \times 400}{28 \times 10^{-2}}}$  米 / 秒 = 487.27 米 / 秒。

2760 . 某种气体分子在温度  $T_1$  时的方均根速率等于温度  $T_2$  时的平均速率, 求  $\frac{T_2}{T_1}$  。

[解答]  $\sqrt{u_1^2} = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}}$ ,  $\bar{u}_2 = \sqrt{\frac{8RT_2}{\mu}}$ ,

因为  $\sqrt{u_1^2} = \bar{u}_2$ , 所以  $\frac{3RT_1}{\mu} = \frac{8RT_2}{\mu}$ 。

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{8} = 1.18。$$

2761 . 在什么温度下, 氮气分子的方均根速率比它的最可几速率大 50 米 / 秒 ?

[解答]  $\sqrt{u^2} - u_p = 50$  米 / 秒,

$$\sqrt{\frac{3RT}{\mu}} - \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = 50,$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{\frac{RT}{\mu}} = 50, \quad \sqrt{\frac{RT}{\mu}} = \frac{50}{\sqrt{3} - \sqrt{2}},$$

$$T = \left( \frac{50}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)^2 \frac{\mu}{R} = \left( \frac{50}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{28 \times 10^{-3}}{8.31} \text{ 开} = 83 \text{ 开}。$$

2762 . 在标准状态下, 氮分子的方均根速率为  $1.30 \times 10^3$  米 / 秒, 求这时氮气的密度。

[解答] 由  $\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ ,  $\frac{3}{\bar{u}^2} = \frac{\mu}{RT}$ 。

又根据气态方程

$$= \frac{p \cdot \mu}{RT} = \frac{3p}{\bar{u}^2} = \frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{(1.30 \times 10^3)^2} \text{ 千克 / 米}^3 = 0.18 \text{ 千克 / 米}^3。$$

2763. 求在同一温度下, 氦气分子和氮气分子的方均根速率之比。

[解答] 氦气分子的方均根速率为  $\sqrt{u_1^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_1}}$ , 其中  $\mu_1 = 4 \times 10^{-3}$  千

克 / 摩。氮气分子的方均根速率为  $\sqrt{u_2^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_2}}$ , 其中  $\mu_2 = 28 \times 10^{-3}$

千克 / 摩。

所以  $\frac{\sqrt{u_1^2}}{\sqrt{u_2^2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{28 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}}} = \sqrt{7} = 2.65。$

2764. 某理想气体在  $40 \times 10^3$  帕的压强时的密度为  $0.3$  千克 / 米<sup>3</sup>。求此时气体分子的平均速率、方均根速率和最可几速率。

[解答] 由气态方程:  $= \frac{p\mu}{RT}$ ,  $\frac{RT}{\mu} = \frac{p}{\rho}$ 。

平均速率

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{8p}{\rho}} = \sqrt{\frac{8 \times 40 \times 10^3}{3.14 \times 0.3}} \text{ 米 / 秒} = 583 \text{ 米 / 秒};$$

方均根速率

$$\sqrt{u^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times 40 \times 10^3}{0.3}} \text{ 米 / 秒} = 632 \text{ 米 / 秒};$$

最可几速率

$$u_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 40 \times 10^3}{0.3}} \text{ 米 / 秒} = 516 \text{ 米 / 秒}。$$

2765. 钠黄光的波长为  $5893 \times 10^{-10}$  米, 试问在标准状态下, 以钠光的波长为边长的一立方体中有多少个空气分子?

[解答] 已知立方体的体积  $V = (5893 \times 10^{-10})^3 \text{ 米}^3$ ,  $P = 1.013 \times 10^5$  帕,  $T = 273$  开。

由理想气体状态方程, 得单位体积内的分子数

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 273} \text{ 米}^{-3} = 2.689 \times 10^{25} \text{ 米}^{-3}。$$

所以,  $N = nV = 2.689 \times 10^{25} \times (5893 \times 10^{-10})^3 \text{ 个} = 5.50 \times 10^6 \text{ 个}。$

2766. 温度为  $27^\circ\text{C}$  的某种气体贮放在一个容器内。问:

(1) 气体压强为 1 标准大气压时, 在  $1 \text{ 米}^3$  中有多少个分子;

(2) 气体压强为  $1.33 \times 10^{-3}$  帕时, 在  $1.0 \times 10^{-2} \text{ 米}^3$  中有多少个分子?

[解答](1)由压强公式  $P=nkT$ 。

$$n = \frac{P}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{米}^{-3} = 2.45 \times 10^{26} \text{米}^{-3}。$$

(2) $P' = 1.33 \times 10^{-3}$  帕,  $V' = 1.0 \times 10^{-2}$  米<sup>3</sup>。

由压强公式  $P' = nkT = \frac{N}{V'}kT$ 。

$$N = \frac{P'V'}{kT} = \frac{1.33 \times 10^{-3} \times 10^{-2}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \uparrow = 3.21 \times 10^{15} \text{个}。$$

2767. 一个容积为  $11.2 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup> 的真空系统已被抽到  $1.0 \times 10^{-5}$  毫米汞柱的真空度。为了提高真空度, 将它放在 300 的烘箱内烘烤, 使器壁释放出所吸附的气体, 如果烘烤后压强变为 1.333 帕, 问器壁原来吸附了多少个气体分子?

[解答]设真空系统内原有的分子数为  $N_1$ , 烘烤后系统内的分子数为  $N_2$ 。

$$N_1 = \frac{p_1 V}{kT_1}, \quad N_2 = \frac{p_2 V}{kT_2}。$$

其中  $V=11.2 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>,  $p_1=1.0 \times 10^{-5} \times 1.333 \times 10^{-2}$  帕,  $p_2=1.333$  帕,  $T_2=573$  开。

所以器壁原来吸附的分子数为  $N$

$$N = N_2 - N_1 = \frac{p_2 V}{kT_2} - \frac{p_1 V}{kT_1} = \frac{V}{k} \left( \frac{p_2}{T_2} - \frac{p_1}{T_1} \right)。$$

$T_1$  一般为室温, 可以估计  $\frac{p_2}{T_2} \gg \frac{p_1}{T_1}$ 。

$$\begin{aligned} N & \approx \frac{p_2 V}{kT_2} = \frac{1.333 \times 11.2 \times 10^{-3}}{1.38 \times 10^{-23} \times 573} \uparrow \\ & = 1.89 \times 10^{13} \text{个}。 \end{aligned}$$

2768. 一个容器内贮有氧气。它的压强为  $p=1.013 \times 10^5$  帕, 温度为 27 求: (1)单位体积内的分子数; (2)氧气的密度; (3)氧分子的质量; (4)分子间的平均距离; (5)分子的平均平动动能。

[解答](1) $n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{米}^{-3} = 2.45 \times 10^{26} \text{米}^{-3}$ ;

(2)  $= \frac{p \cdot \mu}{RT} = \frac{10^5 \times 1.013 \times 32 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \text{千克/米}^3 = 1.3 \text{千克/米}^3$ ;

(3)由  $m = M \cdot n$ ,

$$M = \frac{m}{n} = \frac{1.3}{2.45 \times 10^{26}} \text{千克} = 5.3 \times 10^{-26} \text{千克}。$$

(4)分子间的平均距离  $l$  指二个分子中心间的平均距离, 若把每个分子所占体积看作立方体的话则立方体的边长即为分子间的平均距离, 它跟分子密度  $n$  有关

$$l = \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2.45 \times 10^{26}}} \text{米} = 3.44 \times 10^{-9} \text{米}。$$

(5) $\bar{E} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{焦} = 6.21 \times 10^{-21} \text{焦}。$

2769. 试求氮气分子的平均平动动能和方均根速率, 设(1)在温度  $t=1000$

时；(2)在温度  $t=0$  时；(3)在温度  $t=-150$  时。

[解答](1) $t = 1000$  即  $T = 1273$ 开时

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 1273 \text{焦} = 2.64 \times 10^{-20} \text{焦} ;$$

$$\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 1273}{28 \times 10^{-3}}} \text{米/秒} = 1065 \text{米/秒} .$$

(2) $t = 0$  即  $T = 273$ 开时

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 \text{焦} = 5.65 \times 10^{-21} \text{焦} ;$$

$$\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{28 \times 10^{-3}}} \text{米/秒} = 493 \text{米/秒} .$$

(3)在  $t = -150$  即  $T = 123$ 开时

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 123 \text{焦} = 2.55 \times 10^{-21} \text{焦} ;$$

$$\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 123}{28 \times 10^{-3}}} \text{米/秒} = 331 \text{米/秒} .$$

2770 . 在常温下 (27 ) , 气体分子的平均平动动能等于多少电子伏 ? 在高的温度下 , 气体分子的平均平动动能等于 1000 电子伏 ?

[解答]1 电子伏  $= 1.6 \times 10^{-19}$  焦 ,

所以 27 时气体分子平均平动动能

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{焦} = 6.21 \times 10^{-21} \text{焦} \\ &= 3.88 \times 10^{-2} \text{电子伏} . \end{aligned}$$

气体分子平均平动动能为 1000 电子伏时的温度

$$T = \frac{2}{3} \frac{\bar{E}}{k} = \frac{2}{3} \times \frac{1000 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23}} \text{开} = 7.7 \times 10^6 \text{开} .$$

2771 . 质量为 10 千克的氮 , 当压强为  $1.013 \times 10^5$  帕 , 体积为  $77 \times 10^{-4}$  米<sup>3</sup> 时 , 它的分子的平均平动动能是多少 ?

[解答]由理想气体状态方程可得  $T = \frac{pV\mu}{MR}$  .

分子的平均平动动能

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}k \frac{pV\mu}{M \cdot R} \\ &= \frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 1.013 \times 10^5 \times 77 \times 10^{-4} \times 28 \times 10^{-3}}{2 \times 10 \times 8.31} \text{焦} \\ &= 5.44 \times 10^{-24} \text{焦} . \end{aligned}$$

2772 . 1 摩氦气 , 它的分子热运动动能的总和为  $3.75 \times 10^3$  焦 , 求氦气的温度。

[解答]1 氦气中含有  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  个分子 , 则一个分子的平均平动动能

$$\bar{E} = \frac{E}{N_A} = \frac{3}{2}kT,$$

$$T = \frac{2E}{3N_A k} = \frac{2 \times 3.75 \times 10^3}{3 \times 8.31} \text{ 开} = 300.8 \text{ 开}.$$

2773. 在某一过程中, 对系统提供  $2.11 \times 10^5$  焦的热量, 同时该系统在  $6.891 \times 10^5$  帕的恒定外压强下膨胀, 如该系统的内能在过程开始和过程终止时是相同的, 试求系统增加的体积  $V$ 。

[解答] 由题意内能增量为 0, 即  $E=0$ 。

按热力学第一定律  $Q = -W = p \cdot V$ 。

$$V = \frac{Q}{p} \quad V = \frac{2.11 \times 10^5}{6.891 \times 10^5} \text{ 米}^3 = 0.306 \text{ 米}^3.$$

2774. 在某过程中, 给系统提供 2100 焦的热, 同时对该系统作 100 焦的功, 问该系统的内能的增量  $E$  为多少?

[解答] 根据热力学第一定律

$$E=Q+W=(2100+100) \text{ 焦}=2200 \text{ 焦}.$$

2775. 图示是系统沿路径 acb 从状态 a 到状态 b 时, 有 80 焦的热量传入系统且系统对外作了 30 焦的功。

(1) 如果沿路径 adb 系统对外做功为 10 焦, 那么有多少热量流入系统?

(2) 当系统沿曲线路径从 b 返回 a 时, 外界对系统做功 20 焦, 试问系统是吸收热量还是释放热量, 这些热量的数值有多少?

[解答] 根据热力学第一定律

$$E_b - E_a = Q + W = (80 - 30) \text{ 焦} = 50 \text{ 焦}.$$

(1) 沿 adb 路径时,  $W_1 = -10$  焦,

$$Q_1 = (E_b - E_a) - W_1 = 50 \text{ 焦} - (-10) \text{ 焦} = 60 \text{ 焦}.$$

(2) 由图知, b 到 a 系统放热, 并且外界对系统做功, 故  $Q_2 = (E_a - E_b) - W_2 = -(E_b - E_a) - W_2 = -50 \text{ 焦} - 20 \text{ 焦} = -70 \text{ 焦}.$

系统放热 70 焦。

2776. 如果上题中  $E_a=0$ ,  $E_d=40$  焦, 试求在 ad 和 db 过程中系统吸收的热量。

[解答] ad 为等压过程, 则  $E_d - E_a = Q_{ad} + W_1 = 40$  焦 (1)

db 为等容过程则  $E_b - E_d = Q_{db}$  (2)

(1) 式+(2) 式, 得

$$E_b - E_a = 40 \text{ 焦} + Q_{db}$$

$$Q_{db} = E_b - E_a - 40 \text{ 焦} = (50 - 40) \text{ 焦} = 10 \text{ 焦}.$$

又得  $E_b - E_a = Q_{ad} + Q_{db} + W_1$ , 因为  $E_b - E_a - W_1 = Q_1 = 60$  焦, 所以  $Q_{ad} = (60 - 10) \text{ 焦} = 50$  焦。

在 ad 过程中吸热 50 焦, 在 db 过程中吸热 10 焦。

2777. 2 摩尔氮气, 在温度为 300 开, 压强为 1 大气压时, 等温地压缩到 2 大气压。求气体放出的热量。

[解答] 在等温过程中, 系统向外界放出的热量为 Q。则

$$Q = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 2 \times 8.31 \times 300 \ln \frac{1}{2} \text{ 焦} \\ = -3456 \text{ 焦}.$$

(负号表示气体向外界放热。)

2778. 在  $10^{-3}$  千克氦气中传入 1 焦的热量, 如果氦气压强并不变化, 它的初始温度为 200 开, 求它的最终的温度是多少?

[解答] 氦气经历的是等压加热过程。

氦气为单原子气体, 它的  $c_p = c_v + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$ 。

$$Q = \frac{M}{\mu} c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{Q\mu}{M \cdot c_p} + T_1$$

$$= \left( \frac{1 \times 4 \times 10^{-3}}{10^{-3} \times \frac{5}{2} \times 8.31} + 200 \right) \text{开} = 200.19 \text{开}。$$

2779. 0.01 千克氧的压强为  $3 \times 10^5$  帕, 温度为 10 , 在等压下加热, 使它体积变为  $10^{-2}$  米<sup>3</sup>。求(1)气体吸收的热量; (2)气体内能的增量; (3)膨胀过程中外界对气体所作的功。

[解答](1)终态温度

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{R} \frac{\mu}{M} = \frac{3 \times 10^5 \times 10^{-2}}{8.31} \times \frac{32 \times 10^{-3}}{0.01} \text{开}$$

$$= 1155 \text{开}。$$

因为  $c_v = \frac{5}{2}R$ , 所以  $c_p = c_v + R = \frac{7}{2}R$ 。

$$Q_p = \frac{M}{\mu} c_p (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{M}{\mu} \frac{7}{2} \cdot R (T_2 - T_1) = \frac{10 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} \times \frac{7}{2} \times 8.31 \times (1155 - 283) \text{焦}$$

$$= 7926 \text{焦}。$$

$$(2) E = \frac{M}{\mu} c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{10 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times (1155 - 283) \text{焦}$$

$$= 5661 \text{焦}。$$

(3)气体初态体积

$$V_1 = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{p_1} = \frac{0.01}{32 \times 10^{-3}} \times \frac{8.31 \times 283}{3 \times 10^5} \text{米}^3 = 2.45 \times 10^{-3} \text{米}^3。$$

$$W = -p(V_2 - V_1) = -3 \times 10^5 (10 \times 10^{-3} - 2.45 \times 10^{-3}) \text{焦} = -2265 \text{焦}。$$

由于  $W < 0$ , 说明外界对系统作负功, 即系统对外作功。

2780.  $18.2 \times 10^{-3}$  千克氮气的温度为 27 , 体积为  $16 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>。如果在等容下加热, 使压强增大到 2 大气压。求: (1)气体吸收的热量;

(2)外界对气体所作之功; (3)气体内能的增量。(  $c_v$  取  $\frac{5}{2}R$  )

[解答](1)由理想气体状态方程求出终态的温度  $T_2$ ;

$$T_2 = \frac{\mu}{M} \frac{p_2 V_2}{R} = \frac{28 \times 10^{-3}}{18.2 \times 10^{-3}} \times \frac{2 \times 1.013 \times 10^5 \times 16 \times 10^{-3}}{8.31} \text{ 开}$$

$$= 600 \text{ 开。}$$

$$Q = \frac{M}{\mu} c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{18.2 \times 10^{-3}}{28 \times 10^{-3}} \times \left(\frac{5}{2} \times 8.31\right) \times (600 - 300) \text{ 焦}$$

$$= 4051 \text{ 焦。}$$

(2) 由于是等容过程, 所以  $W=0$ 。

(3) 由热力学第一定律  $E=Q=4051$  焦。

在等容加热情况下, 系统吸收的热量将全部转化为内能。

2781. 一摩理想气体经图示的两个不同的过程(1-4-2 和 1-3-2)由状态 1 变到状态 2。图中  $p_2=2p_1$ ,  $V_2=2V_1$ , 已知该气体的定容摩尔热容

量  $c_v = \frac{3}{2}R$ , 初态温度为  $T_1$ , 求气体分别在这两个过程从外界吸收的热量。

[解答] 状态 1 应满足状态方程  $p_1 V_1 = RT_1$ , 而状态 2 应有  $p_2 V_2 = RT_2$ 。把  $p_2=2p_1$ ,  $V_2=2V_1$ ,

代入上式得  $4p_1 V_1 = RT_2 = 4RT_1$ ,  $T_2=4T_1$ 。

同理可得  $T_3=T_4=2T_1$ 。

$$\text{又} \quad E_2 - E_1 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{9}{2}RT_1。$$

对于 1~4~2 过程的总功为等压过程 4~2 的功, 则  $W = W_{4,2} = -P_2(V_2 - V_1) = -R(T_2 - T_1) = -2RT_1$ 。

再根据热力学第一定律, 可求得一摩气体在 1-4-2 过程中从外界吸收热量

$$Q_1 = (E_2 - E_1) - W = \frac{9}{2}RT_1 + 2RT_1 = \frac{13}{2}RT_1。$$

对于 1-3-2 过程的总功为等压过程 1-3 的功, 则

$$W = W_{1,3} = -p_1(V_2 - V_1) = -R(T_3 - T_1) = -RT_3。$$

由热力学第一定律:  $Q = (E_2 - E_1) + W$

$$= \frac{9}{2}RT_1 + RT_1 = \frac{11}{2}RT_1。$$

2782. 一个气缸装有温度为 27 的 1 摩氧气。气缸内装备一个没有摩擦的活塞, 活塞对气体保持 1 大气压的恒定压强。将气体加热, 直到温度升高到 127 为止。(1) 试在图示的  $pV$  平面内画出代表这个过程的曲线图。(2) 在这过程中, 气体作了多少功? (3) 气体内能如何变化? (4) 给气体提供的热量有多少? (5) 如果压强为 0.5 大气压, 气体作多少功?

[解答] (1) 已知  $T_1=300$  开,  $p_1=1$  大气压  $=1.01 \times 10^5$  帕;  $T_2=400$  开,  $p_2=1$  大气压  $=1.01 \times 10^5$  帕。

$$p_1 V_1 = RT_1,$$

$$V_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8.31 \times 300}{1.01 \times 10^5} \text{ 米}^3 = 0.0247 \text{ 米}^3;$$

$$V_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{8.31 \times 400}{1.01 \times 10^5} = 0.0329 \text{ 米}^3;$$

图是按上述数据作成的。

(2) 因  $pV=RT$ ,  $p \quad V=R \quad T$ 。

$W=-p \quad V=-R(T_2-T_1)=-8.31 \times (400-300)$  焦  $=-831$  焦。

气体做功 831 焦。

(3) 氧气的等容摩尔热容  $c_v = \frac{5}{2}R = 20.8$  焦 / 摩。

$E = C_v \quad T = 20.8 \times 100$  焦  $= 2080$  焦。

(4) 给气体提供的热量

$Q = E - W = (2080 + 831)$  焦  $= 2911$  焦。

(5) 如压强为 0.5 大气压, 氧气对外做功

$W = -p \cdot \quad V = -R(T_2 - T_1)$ , 所以式中不出现  $p$ , 气体作的功和第(2)小题中相同, 仍为 831 焦。

2783. 水在 2 大气压下沸腾时, 汽化热为  $2.20 \times 10^6$  焦 / 千克, 沸点是  $120 \quad$ , 在这压强下, 1 千克水的体积为  $10^{-3}$  米<sup>3</sup>。而 1 千克蒸汽的体积为  $0.824$  米<sup>3</sup>。(1) 计算在这个温度下, 产生 1 千克蒸汽, 蒸汽作的功。(2) 计算内能的增加量。

[解答] (1) 已知  $p=2$  大气压  $= 2 \times 1.03 \times 10^5$  帕,  $V_v=0.824$  米<sup>3</sup>,  $V_L=10^{-3}$  米<sup>3</sup>。

$W=p(V_v-V_L)$

$= 2 \times 1.03 \times 10^5 (0.824 - 0.001)$  焦  $= 1.67 \times 10^5$  焦。

(2) 根据汽化时吸收的热量一部分变成内能的增加, 又一部分对外做功。

$E = mL - p(V_v - V_L) = (2.20 \times 10^6 - 1.67 \times 10^5)$  焦

$= 2.03 \times 10^6$  焦。

2784. 压强为 1 大气压, 体积为  $8.2 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup> 的氮气, 从 300 开加热到 400 开, (1) 如果体积不变, 需要多少热量? (2) 如果压强不变, 需要多少热量? 哪一个过程所需热量大? 为什么?

[解答] 氮气的摩尔数为  $\frac{M}{\mu} = \frac{pV}{RT} = \frac{1 \times 10^5 \times 8.2 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} = \frac{1}{3}$ 。

(1) 体积不变时

$$Q_v = \frac{M}{\mu} \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times (400 - 300)$$

焦  
 $= 692.5$  焦。

(2) 压强不变时

$$Q_p = \frac{M}{\mu} c_p \cdot (T_2 - T_1) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} \times 8.31 \times (400 - 300)$$

焦  
 $= 969.5$  焦。

$Q_D > Q_v$ 。两过程内能变化相等, 但等压过程还需对外作功, 所以需要吸收更多的热量。

2785. 图示是某一定量气体热 800 焦, 对外作功 500 焦, 由状态 A 沿路径 1 变化到状态 B, 问气体的内能改变了多少? 如气体沿路径 2 从状态 B 回到状态 A 时, 外界对气体作功 300 焦, 问气体放出热量多少?

[解答]

由热力学第一定律;

对过程 I 有:  $E = Q_1 + W_1 = (800 - 500)$  焦  $= 300$  焦,

即内能增加 300 焦。

对过程 II 有： $E=Q_2+W_2$

$$-300 \text{ 焦} = Q_2 + 300 \text{ 焦},$$

$$Q_2 = -600 \text{ 焦},$$

2786. 1 摩尔氢，在压强为 1 大气压，温度为 293 开时，其体积  $V_0$ 。今使其经以下两种过程同一状态：(1) 先保持体积不变，对它加热温度升高到 353，然后令其作等温膨胀，体积变为原体积的两倍；(2) 先使它作等温膨胀，体积增大到原体积的两倍，然后保持体积不变，加热到 353：试分别计算以上两种过程中吸收的热量，气体对外作功和内能的增量；并作出  $p-V$  图。

[解答](1) 第一种过程

$$E_1 = c_v \cdot T = \frac{5}{2} R \times 60 = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 60 \text{ 焦} = 1246.5 \text{ 焦},$$

$$W_1 = -RT \ln \frac{V}{V_0} = 8.31 \times 353 \times \ln 2 \text{ 焦} \\ = -2033 \text{ 焦},$$

$$Q = E_1 - W_1 = [1246 - (-2033)] \text{ 焦} \\ = 3279 \text{ 焦}.$$

(2) 第二种过程

$$E_2 = c_v \cdot T = \frac{5}{2} R \times 60 \text{ 焦} = 1246.5 \text{ 焦},$$

$$W_2 = -RT_0 \ln \frac{V}{V_0} = -8.31 \times 293 \times \ln 2 \text{ 焦} = -1687 \text{ 焦}, W_2' = 1687 \text{ 焦}.$$

$$Q = E_2 - W_2 = [1246 - (-1687)] \text{ 焦} = 2933 \text{ 焦}.$$

图为两种过程的  $p \sim V$  示意图。

2787. 气缸内贮有  $1 \times 10^{-3}$  千克的氮气。质量为 1 千克，面积为  $10^{-3}$  米<sup>2</sup> 的活塞可作无摩擦上下移动。外界的压强为 1 大气压。要使气体温度升高 10，问：(1) 外界对气体应传递多少热量？(2) 气缸活塞上移多少距离？

[解答] 气体吸热作等压膨胀，气体的压强为

$$p = p_0 + \frac{mg}{S}, \text{ 式中 } p_0 \text{ 为外界压强，} S \text{ 为活塞面积。}$$

$$(1) Q = \frac{M}{\mu} c_p T = \frac{M}{\mu} \frac{7}{2} R T = \frac{1 \times 10^{-3}}{28 \times 10^{-3}} \times \frac{7}{2} \times 8.31 \times 10 \text{ 焦} \\ = 10.39 \text{ 焦}.$$

(2) 气体等压膨胀对外做功

$$W = p \Delta V = \frac{M}{\mu} R T = \frac{1}{28} \times 8.31 \times 10 \text{ 焦} = 2.97 \text{ 焦}.$$

设活塞向上移动的距离为  $h$ ，则

$$W = (p_0 + \frac{mg}{S}) \cdot S \cdot h = (p_0 \cdot S + mg) h,$$

$$h = \frac{W}{p \cdot S + mg} = \frac{2.97}{1.013 \times 10^5 \times 10^{-3} + 1 \times 9.8} \text{ 米} = 0.027 \text{ 米}.$$

2788. 某种理想气体图中所示各过程。试讨论这些过程是吸热还是放热？(1)过程 I ~ II；(2)过程 I~II；(3)过程 II ~II。

[解答](1)过程 I ~II，是一个绝热过程。Q=0，由热力学第一定律，W 为外界对系统所作的功等于 I~II 曲线下的面积，内能增量 E=W。

(2)过程 I~II，外界对系统所作的功 W 等于 I~II 曲线下的面积，由图可知 W>W，则

Q= E-W=W -W<0，因而 I~II 过程是放热。

(3)过程II ~ II，外界对系统作之功W<sub>2</sub>'等于II ~ II曲线下的面积，由图可知 W<sub>2</sub>' < W，则Q = E - W<sub>2</sub>' = W - W<sub>2</sub>' > 0

因而 II ~II 过程是吸热。

2789. 为确定多方过程 pV<sup>n</sup>=C 中的指数 n，通常取 ln p 为纵坐标，ln V 为横坐标作图。试讨论在 ln p，ln V 为坐标的图中，多方过程曲线的形状。并说明如何确定。

[解答]对 pV<sup>n</sup>=C 两边取对数，

$$\ln p + n \ln V = \ln C, \quad \ln p = -n \ln V + \ln C,$$

这是一根直线，直线的斜率为 -n，如图所示。可由图中直线的斜率求 n。

2790. 某种双原子气体从状态 a 过渡到状态 b，如图所示。已知 p<sub>2</sub>=2p<sub>1</sub>，V<sub>2</sub>=2V<sub>1</sub>，求气体的摩尔热容量。

[解答]ab 过程是个多方过程，吸热为 Q=nc(T<sub>2</sub>-T<sub>1</sub>)。气体膨胀做的功可由 ab 下包围的面积求取。

$$W = -\frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = -\frac{p_1 + 2p_2}{2}(2V_1 - V_1) = -\frac{3}{2}p_1 V_1. \quad \text{内能增量:}$$

$$E = nc_v(T_2 - T_1). \quad \text{由热力学第一定律: } Q + W = E,$$

$$\text{得} \quad nc(T_2 - T_1) - \frac{3}{2}p_1 V_1 = nc_v(T_2 - T_1).$$

$$\text{又} \quad p_1 V_1 = nRT_1, \quad p_2 V_2 = nRT_2,$$

$$\text{所以} \quad T_2 - T_1 = \frac{p_2 V_2}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{2p_1 \times 2V_1}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{3p_1 V_1}{nR}.$$

$$\text{于是} \quad c \frac{3p_1 V_1}{nR} - \frac{3}{2}p_1 V_1 = nc_v \frac{3p_1 V_1}{nR},$$

$$c = \frac{R}{2} + c_v = \frac{R}{2} + \frac{5}{2}R = 3R = 3 \times 8.31 \text{焦} / (\text{摩} \cdot \text{开})$$

$$= 24.93 \text{焦} / (\text{摩} \cdot \text{开}).$$

2791. 将 500 焦的热量传给在标准状态下封闭起来的 2 摩的氢。(1)如果体积不变，问这热量变为什么？氢的温度变为多少？(2)如果经过等温膨胀，问这热量变为什么？氢的压强及体积各变为多少？(3)如果压强不变，问这热量变为什么？氢的温度及体积各变为多少？

$$(c_v = \frac{5}{2}R, \quad c_p = \frac{5}{2}R + R.)$$

[解答](1)在等容过程中，传入的热量全部转化为气体的内能。Q=

$$V=2c_v \cdot (T_2-T_1) ,$$

$$T_2 = \frac{Q}{2c_v} + T_1 = \left( \frac{500}{2 \times \frac{5}{2} \times 8.31} + 273 \right) \text{开} = 285 \text{开}。$$

(2)在等温过程中,传入的热量全部转化为系统对外做功。在标准状态下,2 摩氢气的体积  $V_1=22.4 \times 2 \text{升}=44.8 \text{升}=44.8 \text{升} \times 10^{-3} \text{米}^3$ 。

$$Q = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}。$$

$$V_2 = V_1 e^{\frac{Q}{nRT_1}} = 44.8 \times 10^{-3} \cdot e^{\frac{500}{2 \times 8.31 \times 273}} \text{米}^3 = 0.05 \text{米}^3。$$

$$\begin{aligned} \text{又 } p_2 &= \frac{V_1}{V_2} p_1 = \frac{44.8 \times 10^{-3}}{0.05 \times 10^{-3}} \times 1 \text{大气压} = 0.9 \text{大气压} \\ &= 0.9117 \times 10^5 \text{帕}。 \end{aligned}$$

(3)在等压过程中,传入的热量转化为气体内能和对外界做功。

$$Q_p = nc_p \cdot (T_2 - T_1) , T_2 = \frac{Q_p}{nc_p} + T_1 = \left( \frac{500}{2 \times \frac{7}{2} \times 8.31} + 273 \right) \text{开} = 281.6 \text{开}$$

$$\text{又 } p_2 V_2 = nRT_2 ,$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} = \frac{nRT_2}{p_1} = \frac{2 \times 8.31 \times 281.6}{1.013 \times 10^5} \text{米}^3 = 0.046 \text{米}^3。$$

2792.1 摩尔双原子理想气体,初态是 25 和 1 大气压,使它绝热膨胀到原来体积的 3 倍。求:(1)气体所作的功;(2)气体内能的变化。

[分析]理想气体在准静态绝热过程中压强和体积变化的关系,遵循

$pV^\gamma = \text{常数}$  的规律(其中  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ )。该关系式称为泊松公式。利用

用上式和理想气体状态方程,可以求得绝热过程中V和T以及p和T之

间的关系。 $TV^{\gamma-1} = \text{常数}$ ,  $\frac{p}{T} = \text{常数}$ 。我们还可以求出绝热过程

中外界对系统所做的功  $W = \frac{1}{\gamma-1}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$ 。注意到  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ,

$c_p - c_v = R$  则可以得到  $W = nc_v(T_2 - T_1)$ 。

[解答](1)双原子的  $\gamma = 1.40$ 。

绝热过程  $p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_2 (3V_1)$  所以  $p_2 = 3^{-1} \cdot p_1$ 。

又  $W = \frac{1}{-1} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$ 。把  $p_2$  代入

$$\begin{aligned} \text{得 } W &= \frac{1}{1.40-1} (3^{-1} \cdot p_1 3V_1 - p_1 V_1) = \frac{1}{0.4} (3^{-1} - 1) p_1 V_1 \\ &= \frac{1}{0.4} (3^{1-1.40} - 1) RT_1 = \frac{1}{0.40} (3^{-0.40} - 1) \times 8.31 \times 298 \text{焦} \\ &= -2202 \text{焦。} \end{aligned}$$

$W < 0$  表示气体对外界做功。

(2)  $E = n c_v \cdot (T_2 - T_1)$ , ( $n = 1$ ) 又  $V_1^{-1} T_1 = V_2^{-1} \cdot T_2 = (3V_1)^{-1} T_2$

所以  $T_2 = 3^{1-1} T_1$ 。

$$\begin{aligned} E &= \frac{5}{2} RT_1 (3^{1-1} - 1) = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 298 (3^{1-1.40} - 1) \text{焦} \\ &= -2202 \text{焦。} \end{aligned}$$

由此可见, 在绝热 ( $Q=0$ ) 膨胀情况下, 系统对外作的功等于系统内能的减小。

2793.  $8 \times 10^{-3}$  千克氧气, 原来温度为 27, 体积为  $0.41 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>。如果(1) 经过绝热膨胀, 使体积增到  $4.1 \times 10^{-3}$  米<sup>3</sup>; (2) 先经过等温过程再经过等容过程达到和第(1)小题同样的终态。试分别计在以上两种过程中, 外界对气体所作的功。(设氧气可看作理想气体。)

[解答] 由初态经两种不同过程到达终态的情况表示在图上。

(1) 绝热膨胀中做功  $W = E = \frac{M}{\mu} c_v (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} c_v T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$ 。由绝

热方程  $T_1 V_1^{-1} = T_2 V_2^{-1}$ , 得  $\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{-1}$ 。式中  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ , 所

$$\text{以 } W = \frac{M}{\mu} c_v T_1 \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{-1} - 1 \right] = \frac{8}{32} \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 300 \times \left[ \left( \frac{0.41}{4.1} \right)^{1.4-1} - 1 \right]$$

焦 = -938 焦。负号表示系统对外做功。

(2) 在等容过程中, 外界对系统不作功, 由初态到终态过程中所做的功就是等温膨胀过程做的功。

$$W = \frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -\frac{8}{32} \times 8.31 \times 300 \times \ln \frac{4.1}{0.41} \text{焦} = -1435 \text{焦。}$$

2794. 图中, 有一个除底部外都是绝热的气筒, 被一块位置固定的导热板隔成相等的两部分 A 和 B。其中各盛有 1 摩的理想气体氮。今将 336 焦的热量缓慢地由底部传给气体, 设活塞对 B 的压强始终保持为  $1.013 \times 10^5$  帕的大气压, 求 A 部和 B 部温度的改变以及各吸收的热量 (导热板的吸热可以忽略)。如果将位置固定的导热板换成可以自由活动的绝热隔板, 重复上述讨论。

[解答] 当导热隔板固定时, A 中气体为等容加热过程; 而 B 中的气体为等压膨胀过程, 由于热量缓慢地传给气体, 所以认为过程是准静态的。隔板导热, 使 A、B 两部分气体的温度相等, 因而  $T_A = T_B = T$ 。

$$Q = c_p \cdot T + c_v \cdot T = (c_p + c_v) \cdot T,$$

$$T = \frac{Q}{c_p + c_v} = \frac{Q}{\frac{7}{2}R + \frac{5}{2}R} = \frac{Q}{6R} = \frac{336}{6 \times 8.31} \text{ 开} = 6.7 \text{ 开}.$$

$$Q_A = c_v \cdot T = \frac{5}{2}R \cdot T = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 6.7 \text{ 焦} = 139.2 \text{ 焦}.$$

$$Q_B = Q - Q_A = (336 - 139.2) \text{ 焦} = 196.8 \text{ 焦}.$$

如果绝热隔板可以自由活动，则 A、B 两部分的气体的压强都等于大气压强。A 中的气体吸热后作等压膨胀，又因隔板是绝热的，所以 B 中的气体没有获得任何热量，温度始终保持不变。即  $Q_B=0$ ， $T_B=0$ 。

$$Q_A = Q = c_p \cdot T_A, \quad T_A = \frac{Q}{c_p} = \frac{2Q}{7R} = \frac{2 \times 336}{7 \times 8.31} \text{ 开} = 11.6 \text{ 开}.$$

2795. 如图所示为 1 摩单原子理想气体所经历的循环过程，其中 AB 为等温线。 $V_A$  为 3.00 升， $V_B$  为 6.00 升，气体的  $c_v = \frac{3}{2}R$ 。求热机的效率。

[分析] 一系统由某一状态出发，经过一系列过程，最后又回到原来的

状态，这样的过程称为循环过程。热机的效率  $= \frac{W}{Q_1}$ 。式中  $Q_1$  为

整个循环过程中系统从外界吸收热量的总和。如图示的过程是顺时针循环的被叫做正循环。在正循环中，系统对外界所做的总功  $W$  为正。如果放出的热量总和为  $Q_2$ ，由热力学第一定律可知  $Q_1 - Q_2$  就等于对外

所做的功。所以  $= \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ 。

[解答] A ~ B 过程气体对外做功为  $W_{AB} = p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}$  ,

B ~ C 过程外界对气体做功为  $W_{BC} = p_B (V_B - V_A)$ 。

整个循环中, 气体对外所作功

$$W = W_{AB} - W_{BC} = p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A} - p_B \cdot (V_B - V_A)。$$

整个循环中只有 B ~ C 过程放热

$$Q_2 = c_p (T_B - T_C) = (c_v + R) \left( \frac{p_B V_B}{R} - \frac{p_B V_A}{R} \right) = \frac{5}{2} (p_B \cdot V_B - p_B \cdot V_A)。$$

$$\begin{aligned} \text{所以效率} &= \frac{W}{Q_1} = \frac{W}{W + Q_2} = \frac{1}{1 + \frac{Q_2}{W}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\frac{5}{2}(p_B V_B - p_B V_A)}{p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A} - p_B (V_B - V_A)}}。 \end{aligned}$$

又  $p_A \cdot V_A = p_B \cdot V_B$  代入上式

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{2} \frac{(V_B - V_A)}{V_B \ln \frac{V_B}{V_A} - V_B + V_A}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{2} \frac{(6-3)}{6 \ln \frac{6}{3} - 6 + 3}} = 13.4%。$$

2796. 如图所示是理想气体经历的循环过程。这个循环由两个等容过程和两个绝热过程组成。试证明  $p_1 p_3 = p_2 p_4$ 。

$$p_1 V_1 = p_4 V_4, \quad \frac{p_1}{p_4} = \left( \frac{V_4}{V_1} \right),$$

$$p_3 V_3 = p_2 V_2, \quad \frac{p_3}{p_2} = \left( \frac{V_2}{V_3} \right)。$$

因为  $V_1 = V_2, V_3 = V_4$ ,

$$\frac{p_1}{p_4} \cdot \frac{p_3}{p_2} = \left( \frac{V_4}{V_1} \right) \cdot \left( \frac{V_2}{V_3} \right) = 1, \text{ 所以 } p_1 p_3 = p_2 p_4。$$

如果由两个等容过程和两个等温过程组成循环结论不变。

2797. 如图所示 ABCD 为一摩尔理想气体氦的循环过程。整个过程由两条等压线和两条等容线所组成。已知 A 点的压强为  $p_A$  为 2 大气压, 体积  $V_A$  为 1 升, B 点体积  $V_B$  为 2 升, C 点的压强  $p_C$  为 1 大气压, 求

循环效率。 ( $c_v = \frac{3}{2} R$ 。)

[解答] 等容过程不作功, 整个循环过程中系统对外做功为图中 ABCD 所包围的面积, 即:

$$W = (p_A - p_C) (V_C - V_A)$$

在 D~A, A~B 过程中, 系统自外界吸收热量

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \frac{M}{\mu} c_p \cdot (T_B - T_A) + \frac{M}{\mu} c_v \cdot (T_A - T_D) \\
 &= \frac{c_p}{R} (p_B V_B - p_A V_A) + \frac{c_v}{R} (p_A V_A - p_D V_D) \\
 &= \frac{c_p}{R} (p_A V_C - p_A V_A) + \frac{c_v}{R} (p_A V_A - p_C V_A), \\
 &= \frac{W}{Q_1} = \frac{(p_A - p_C)(V_C - V_A)}{\frac{c_p}{R} p_A (V_C - V_A) + \frac{c_v}{R} V_A (p_A - p_C)} \\
 &= \frac{R}{c_p \frac{p_A}{p_A - p_C} + c_v \frac{V_A}{V_C - V_A}} = \frac{R}{\frac{5}{2} R \times \frac{2}{2-1} + \frac{3}{2} R \times \frac{1}{2-1}} \\
 &= \frac{2}{13} = 15.4\%。
 \end{aligned}$$

2798. 如图所示的循环中, 设  $T_1=27$ ,  $T_2=127$ , 问燃烧 50 千克汽油可转化为多少焦的机械功? (汽油的燃烧值  $q=4.69 \times 10^7$  焦/千克, 气体可看作理想气体。)

[解答]  $= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$

由绝热过程得:

$$\left( \frac{T_1}{T_2} \right) = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-1}, \quad \left( \frac{T_4}{T_3} \right) = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-1}$$

于是  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$ , 即  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ 。

所以  $= 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{273 + 27}{273 + 127} = 25\%$ 。

汽油放出的热量为  $Q_1 = qM$ ,

因而  $W = Q_1 = qM = 0.25 \times 4.69 \times 10^7 \times 50$   
 $= 5.86 \times 10^8$  焦。

2799. 1 摩某种双原子理想气体作如图所示的循环。已知  $V_1=16.4$  升,  $p_1=1$  大气压,  $V_3=2V_1$ ,  $V_4=3V_1$ ,  $p_2=2p_1$ , 1~2 为等容过程, 2~3 和 4~1 都是等压过程, 3~4 为一条直线。

求: (1) 作一个循环, 系统对外所作的功等于多少?

(2)  $T_1, T_2, T_3, T_4$  各为多大?

(3) 3~4 过程中系统吸热还是放热? 其值  $Q_{34}$  为多少?

(4) 循环效率 为多大?

[解答] (1) 作一个循环, 系统对外所作的功等于循环过程包围梯形面积:

$$\begin{aligned}
 W' = -W &= \frac{(V_3 - V_1) + (V_4 - V_1)}{2} (p_2 - p_1) \\
 &= \frac{(2V_1 - V_1) + (3V_1 - V_1)}{2} (2p_1 - p_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 \\
 &= \frac{3}{2} \times 10^5 \times 16.4 \times 10^{-3} \text{焦} = 2460 \text{焦}。
 \end{aligned}$$

$$(2) p_1 V_1 = RT_1, T_1 = \frac{p_1 V_1}{R} = \frac{10^5 \times 16.4 \times 10^{-3}}{8.31} \text{开} = 197;$$

$$\text{又 } \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}, T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{2p_1}{p_1} T_1 = 2T_1 = 2 \times 197 \text{开} = 394 \text{开};$$

$$\frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_1 V_1}{T_1}, \frac{p_2 V_3}{T_3} = \frac{p_1 V_1}{T_1},$$

$$T_3 = \frac{p_2 V_3}{p_1 V_1} T_1 = \frac{2p_1 \times 2V_1}{p_1 V_1} T_1 = 4T_1 = 788 \text{开};$$

$$\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1}, T_4 = \frac{V_4}{V_1} T_1 = \frac{3V_1}{V_1} T_1 = 3T_1 = 591 \text{开}。$$

(3) 3-4 过程系统放热

$$E = E_4 - E_3 = c_v (T_4 - T_3) = \frac{5}{2} R (3T_1 - 4T_1) = -\frac{5}{2} RT_1。$$

3-4 过程中气体对外所作的功为

$$W'_{34} = -W_{34} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_4 - V_3) = \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} RT_1。$$

根据热力学第一定律：

$$E = Q_{34} + W_{34}, \quad Q_{34} = E - W_{34},$$

$$Q_{34} = -\frac{5}{2} RT_1 + \frac{3}{2} RT_1 = -RT_1 = -8.31 \times 197 \text{焦} = -1637 \text{焦}。$$

(4) 除 3-4 过程放热外，4-1 过程也是放热的。

$$Q_{41} = c_p \cdot (T_1 - T_4) = \frac{7}{2} R (T_1 - 3T_1) = -7RT_1。$$

在一循环中，系统向外界放出的总热量为

$$Q_2 = -Q_{34} - Q_{41} = 8RT_1。$$

这一循环的效率：

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{W'}{Q_1} = \frac{W'}{W' + Q_2} = \frac{\frac{3}{2} RT_1}{\frac{3}{2} RT_1 + 8RT_1} = 15.8\%。
 \end{aligned}$$

2800. 一个卡诺热机，低温热源的温度为  $T_2$ ，效率是 40%，要将该机的效率提高到 50%。求 (1) 当低温热源的温度不变，则高温热源的温度需增加几度？(2) 当高温热源的温度仍等于效率为 40% 时的温度，低温热源需降多少度？

[解答] (1) 效率为 40% 的卡诺热机，它的低温热源  $T_2$  为  $(273+7)$  开，

高温热源  $T_1$  可从该机的效率求得，即  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ，

$$T_1 = \left( \frac{1}{1-0.4} \right) T_2 = \left( \frac{1}{1-0.4} \right) \times 280 \text{开} = 467 \text{开}。$$

当 增到50%时,  $T_1' = \left( \frac{1}{1-0.5} \right) \times 280 \text{开} = 560 \text{开}$ ,

所以高温热源增加的温度为

$$T_1 = T_1' - T_1 (560 - 467) \text{开} = 93 \text{开},$$

$$(2) \quad \eta' = 1 - \frac{T_2'}{T_1}, T_2' = T_1 (1 - \eta') = 467 (1 - 0.5) \text{开} = 234 \text{开},$$

所以低温源降低的温度为

$$T_2 = T_2 - T_2' = (280 - 234) \text{开} = 46 \text{开}。$$

2801. 一个卡诺循环的热机, 高温热源温度是 400 开, 每一循环从此热源中吸收热量为 100 焦, 并向低温热源放出热量为 80 焦。求: (1) 低温热源的温度  $T_2$ ; (2) 循环热机的效率  $\eta$ 。

[解答] (1) 经一个循环, 吸热  $Q_1=100$  焦, 放热  $Q_2=80$  焦。

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1};$$

$$T_2 = \frac{Q_2}{Q_1} T_1 = \frac{80}{100} \times 400 \text{开} = 320 \text{开}。$$

$$(2) \quad \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{80}{100} = 20\%。$$

2802. 一个热机在高温  $T_1$  和低温  $T_2$  之间工作, 若提高热源温度  $T_1$  或降低冷源温度  $T_2$ , 这两种方法都可提高该机的效率。问在高、低温改变相同温度 ( $\Delta T$ ) 的条件下, 哪种方法的效率提得较高?

[解答] 当高温热源的温度升高  $\Delta T$ , 即到达  $T_1 + \Delta T$ , 而低温  $T_2$  不变时的卡诺热机效率为

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T}。$$

当低温热源的温度降低  $\Delta T$ , 即到达  $T_2 - \Delta T$ , 而高温  $T_1$  不变时的效率为

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1}。$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T}}{1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1}} = \frac{T_1}{T_1 + \Delta T} < 1。$$

所以

$$\eta_1 < \eta_2。$$

从理论上说, 降低低温热源的温度, 更易提高热机效率。但实际上所用低温热源是空气和水即整个环境, 降低它们的温度是不容易的。所以总是以提高高温热源温度来提高热机的效率。

2803. 用一个卡诺循环的制冷机, 从  $7^\circ\text{C}$  的热源中提取 1 焦的热量传向  $27^\circ\text{C}$  的热源, 需要作多少功? 从  $-173^\circ\text{C}$  传向  $27^\circ\text{C}$  呢? 从  $-223^\circ\text{C}$  传向  $27^\circ\text{C}$  呢?

[解答]卡诺循环的制冷系数为  $\kappa = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ 。

低温为7 时作功

$$W = \frac{T_1 - T_2}{T_2} Q_2 = \frac{(273 + 27) - (273 + 7)}{(273 + 7)} \times 1 \text{焦} = 0.07 \text{焦}。$$

低温为-173 时作功为

$$W = \frac{(273 + 27) - (273 - 173)}{(273 - 173)} \times 1 \text{焦} = 2 \text{焦}。$$

低温为-223 时作的功为

$$W = \frac{(273 + 27) - (273 - 223)}{(273 - 223)} \times 1 \text{焦} = 5 \text{焦}。$$

当高温热源温度一定时，低温热源温度越低，提取同样的热量，所需作的功就越多。

2804. 设燃气轮机的气体作如图所示的循环。其中 1~2, 3~4 为绝热过程；2~3, 4~1 为等压过程。试证明此循环的效率为

$$= 1 - \frac{1}{p_p^{-1}}。$$

其中  $p_p = \frac{p_2}{p_1}$  为绝热压缩过程的升压比。

[解答]1~2 和 3~4 为绝热过程，系统和外界没有热量交换。

在 2~3 等压过程中，系统自外界吸收的热量为  $Q_1 = n c_p (T_3 - T_2)$

在 4~1 等压过程中，系统放给外界的热量  $Q_2 = n c_p (T_4 - T_1)$ 。

$$= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}。$$

又 1、2 在同一绝热线上，3、4 在同一绝热线上，由绝热方程

$$\frac{p_2^{-1}}{T_2} = \frac{p_1^{-1}}{T_1}, \quad \frac{p_2^{-1}}{T_3} = \frac{p_1^{-1}}{T_4},$$

$$\text{即} \quad \left( \frac{T_1}{T_2} \right) = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-1}, \quad \left( \frac{T_4}{T_3} \right) = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-1}。$$

$$\text{从而得} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}。$$

$$\text{所以} \quad = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-1} = 1 - \frac{1}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{-1}} = 1 - \frac{1}{p_p^{-1}}。$$

2805. 图为一理想气体循环过程的 T-V 图。其中 CA 为绝热过程。已知 A 点的状态参量 (T、V<sub>1</sub>) 和 B 点的状态参量 (T、V<sub>2</sub>) (1) 气体在 A-B, B-C 两过程中各和外界交换热量吗？是放热还是吸热？(2) 求 C 点的状态量。(3) 这个循环是不是卡诺循环？(4) 求这个循环的效率。

[解答](1) A-B 为等温膨胀过程，气体从外界吸热；B-C 为等容降温过程，气体

向外界放热。

(2) C点在等容线上又在绝热线上，故有

$$TV_1^{-1} = T_C V_C^{-1} = T_C V_2^{-1}, T_C = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} T。$$

所以C点的状态参量为  $T_C = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} T$ ， $V_C = V_2$ 。

(3) 不是卡诺循环。因准静态过程的卡诺循环就是由两个等温过程和两个绝热过程组成。

(4) 循环过程中吸收的热量为

$$Q_1 = Q_{AB} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}。$$

气体放给外界的热量为

$$\begin{aligned} Q_2 = -Q_{BC} &= nc_v(T - T_C) = nc_v \cdot \left[ T - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} T \right] \\ &= nc_v T \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} \right]。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{效率} &= \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{nc_v T \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} \right]}{nRT \ln \frac{V_2}{V_1}} \\ &= 1 - \frac{c_v \left[ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} \right]}{(c_p - c_v) \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1}}{(\gamma - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}}。 \end{aligned}$$

2806. 图示是一定量理想气体经过下列准静态成循环过程的图线：

(1) 绝热压缩，由  $V_1$ 、 $T_1$  到  $V_2$ 、 $T_2$ ；

(2) 等压吸热，由  $V_2$ 、 $T_2$  到  $V_3$ 、 $T_3$ ；

(3) 绝热膨胀，由  $V_3$ 、 $T_3$  到  $V_4$ 、 $T_4$ ；

(4) 等容放热，由  $V_4$ 、 $T_4$  到  $V_1$ 、 $T_1$ 。该循环叫做狄塞耳循环，也称定压加热循环，试求这个循环的效率。

[解答] 循环过程由两个绝热过程，一个等容和一个等压过程组成。循环过程中吸收的热量就是在等压过程中吸收的热量。 $Q_1 = nc_p(T_3 - T_2)$  放热只在等容过程中发生且  $Q_2 = nc_v(T_4 - T_1)$ 。因而，这个循环的效率为

$$= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}。$$

2~3是等压过程，所以  $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \gamma$ 。  $\gamma = \frac{V_3}{V_2}$  叫做定压膨胀比。

3~4是绝热膨胀过程有  $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \gamma^{1-\gamma}$ ，  
 $\gamma = \frac{V_1}{V_3}$  叫做绝热膨胀比。

1~2是绝热压缩过程有

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \gamma^{\gamma-1}$ 。  $\gamma = \frac{V_1}{V_2}$  就是绝热压缩比。

利用上面的关系将  $T_1, T_2, T_4$  和  $T_3$  表示

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{\frac{T_3}{\gamma^{1-\gamma}} - T_3}{T_3 - \frac{T_3}{\gamma^{\gamma-1}}} = \frac{1 - \frac{1}{\gamma^{1-\gamma}}}{1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}}$$

又因  $\gamma = \frac{V_1}{V_2}$ ，

$$\text{所以 } \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{1 - \frac{1}{\gamma^{1-\gamma}}}{1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}} = \frac{1 - \frac{1}{\gamma^{1-\gamma}}}{1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}}$$

$$\text{最后得到 } \eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\gamma^{1-\gamma}}}{1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}}$$

2807. 一定量的理想气体，作如图所示的准静态循环。它是由两条等容线和两条绝热线组成。此循环又称奥托循环。已知  $V_1, V_2$  和  $n$  值，

试证明它的效率为  $\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}$ 。其中  $\gamma = \frac{V_1}{V_2}$  叫压

缩比。

[证明] 一循环中由两个等容和两个绝热过程组成的循环就是奥托循环又叫做定容加热循环。

在这循环中，只有两个等容过程，系统才跟外界交换热量。系统在 2~3 过程中吸收的热量  $Q_1 = nC_V (T_3 - T_2)$ 、4~1 过程中系统放出的热量  $Q_2 = nC_V (T_4 - T_1)$ 。

$$\text{所以循环效率为 } \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

而 1~2 和 3~4 是绝热过程，所以有

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \text{得 } \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1}$$

$$\text{于是 } \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\gamma^{\gamma-1}}$$

2808. 如图所示的理想气体作准静态过程的循环。试证明这种循环

的效率为  $= 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_d}$ 。

[证明] b~c 为等容吸热过程，吸收热量为  $Q_1 = n \cdot c_v (T_c - T_b)$ 。

d~a 为等压放热过程。

根据定压热容量的定义，当  $c_p$  为常数时， $Q_2 = n c_p (T_d - T_a)$ 。

循环的效率

$$\begin{aligned} &= \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \\ &= 1 - \frac{n c_p (T_d - T_a)}{n c_v (T_c - T_b)} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b} \end{aligned}$$

2809. 一定量的理想气体经过下列准静态循环过程：

- (1) 等温压缩，由  $V_1$ 、 $T_1$  到  $V_2$ 、 $T_1$ ；
- (2) 等容降温，由  $V_2$ 、 $T_1$  到  $V_2$ 、 $T_2$ ；
- (3) 等温膨胀，由  $V_2$ 、 $T_2$  到  $V_1$ 、 $T_2$ ；
- (4) 等容升温，由  $V_1$ 、 $T_2$  到  $V_1$ 、 $T_1$ 。

试求这个制冷循环的制冷系数。

[分析] 图中的循环是逆时针的。循环一周外界对系统做功，系统要吸收热量。如外界对系统做功为  $W$ ，系统要吸收热量为  $Q_2$ 。则制冷机的

效能可用制冷系数 表示。（  $= \frac{Q_2}{W}$  。）

[解答] 如图的制冷循环叫逆向斯特林循环，是回热式制冷机中的工作循环。在这循环过程中，气体在两个等容过程中和外界交换的热量的代数和为零。所以系统在等温膨胀过程 3~4 中从外界吸收热量

$$Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_1}{V_2}。$$

在等温压缩过程 1~2 中向外界放出热量

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}。$$

根据热力学第一定律，外界对系统做功

$$W = Q_1 - Q_2 = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_1}{V_2}。$$

由制冷系数公式  $= \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ 。

## 电场

### 填充题

2810. 在库仑定律公式中, 静电力恒量  $k$  的意义是: 它表示在真空中两个各带单位电量的点电荷, 相距单位距离时的作用力。 $k$  的大小是由力、距离、电量所取的单位决定的。在国际单位制中  $k$  的单位是牛·米<sup>2</sup>/库<sup>2</sup>。

2811. 空气中有两个半径相同的金属小球, 它们分别带有负  $3.0 \times 10^{-6}$  库和正  $1.0 \times 10^{-6}$  库的电量, 当它们相距 0.1 米时, 其相互作用力为 2.7 牛的引力。如果把它们接触一下后分开, 而距离增加了 2 倍, 此时相互作用力为 0.1 牛的压力。

2812. 在空气中有两个带电小球, 它们相距某一距离时, 相互作用力为  $F_0$ ; 如果使这两小球的电量分别增大为原来的 2 倍和 3 倍, (距离不变) 则作用力变为  $6F_0$ , 接着又把距离减小为原来的一半, 此时作用力将变为  $24F_0$ , 最后又把它们放在介电常数为 2 的油中, 两小球间作用力最终变为  $12F_0$ 。

2813. 真空中在具有相同距离的情况下, 点电荷 A、B 和 A、C 间作用力大小之比为 4 比 1, 则点电荷 B、C 所带电量之比为 4 1。如果要使点电荷 A、B 和 A、C 间作用力的大小相等, A、B 和 A、C 间的距离之比为 2 1。

2814. 有一个小物体, 带有  $5.0 \times 10^{-9}$  库的负电荷, 当把它放在一电场的某点时, 它受到  $2.0 \times 10^{-8}$  牛方向竖直向下的电场力, 该点的场强为 4 牛/库, 方向竖直向上。如果有一个带  $+3.2 \times 10^{-12}$  库的粒子置于该点。它所受电场力为  $1.28 \times 10^{-11}$  牛, 方向竖直向上。

2815. 一个质量为 0.2 克的粒子, 在场强为 500 牛/库, 方向竖直向下的匀强电场中恰处平衡, 该粒子带负电荷, 电量为  $4 \times 10^{-6}$  库。(g 取 10 米/秒<sup>2</sup>)

2816. 在同一直线上依次有 a、b、c 三点, 且  $bc=3ab$ 。在 a 点固定一个带正电的小球, 在 b 点引入电量为  $1.0 \times 10^{-8}$  库的检验电荷, 所受电场力为  $2.0 \times 10^{-6}$  牛, 将该检验电荷移去后, b 点的场强为  $2.0 \times 10^2$  牛/库, c 点的场强为 12.5 牛/库。如果要使 b 点的场强为零, 可在 c 点放一个电量是 a 点电荷电量 9 倍的正电荷。

2817.  $E = \frac{F}{q}$  和  $E = \frac{kQ}{r^2}$  两式中:  $q$  是 检验电荷的电量,  $Q$  是 场源点电荷的电量。前式适用于任何电场, 后式适用于真空点电荷电场。

2818. 如图所示, 在  $x$  轴的原点  $O$  处放置电量为  $q$  的点电荷, 在  $P$  点放置电量为  $q$  的点电荷,  $OP$  间距离为  $2d$ 。在  $x$  轴上场强为零的坐标其区间为  $(d < x < 2d)$  时, 电荷  $q$  和  $q$  的关系是它们带同种电荷, 且  $|q| > |q|$ 。当  $(x < 0)$  时,  $q$  和  $q$  的关系是它们带异种电荷, 且  $|q| < |q|$ 。

2819. 在一个点电荷电场中, 把电量为  $+1.0 \times 10^{-9}$  库的检验电荷, 从无限远处移到场中的某点  $P$  处, 电场力作  $1.8 \times 10^{-7}$  焦的功, 检验电荷在  $P$  点时具有的电势能为  $-1.8 \times 10^{-7}$  焦,  $P$  点的电势为  $-1.8 \times 10^2$  伏。

2820. 在点电荷  $Q$  形成的电场中, 有  $a$ 、 $b$  两点 (以无限远处为零电势点),  $a$  点的电势为  $-10$  伏,  $b$  点的电势为  $-20$  伏, 把一个点电荷  $+q$ , 分别放在这两点上, 则它在  $a$  点具有的势能大, 在  $b$  点受电场力大。如果  $+q$  在  $a$ 、 $b$  两点间移动,  $+q$  从  $a$  点移到  $b$  点, 电场力作正功。

2821. 电子伏是功和能的单位, 1 电子伏的意义是: 在电压为 1 伏的两点间, 移动一个电子电量时电场力所做的功。

2822. 匀强电场内, 在同一条电力线上有相距 10 厘米的  $a$ 、 $b$  两点, 在  $8 \times 10^{-3}$  牛的外力作用下, 把  $4 \times 10^{-6}$  库的正电荷匀速地从  $a$  移到  $b$ 。则  $a$ 、 $b$  两点的电势差为  $-200$  伏, 该电力线的方向从  $b$  点指向  $a$  点。

2823. 电量为  $-2.0 \times 10^{-8}$  库的点电荷, 在下述不同情况下的移动过程中, 电场力做的功都是  $8 \times 10^{-6}$  焦。

(1) 如果起点处点电荷具有  $14 \times 10^{-6}$  焦的电势能, 它在终点处具有的电势能为  $6 \times 10^{-6}$  焦, 终点处的电势为  $-300$  伏, 终点电势较高。

(2) 如果起点处点电荷具有  $-8 \times 10^{-6}$  焦的电势能, 它在终点处具有的电势能为  $-1.6 \times 10^{-5}$  焦, 终点处的电势为 800 伏, 终点电势较高。

(3) 如果起点处的电势为 200 伏, 它在终点处具有的电势能为  $-1.2 \times 10^{-5}$  焦, 终点处的电势为 600 伏。

2824. 在图(a) ~ (b)中, 图  $d$  原点的场强为零、电势亦为零; 图  $a$  原点的场强不为零、而电势为零; 图  $c$  原点的场强为零、而电势高于零; 图  $b$  原点的场强为零、而电势低于零。

2825. 场强为  $5 \times 10^4$  伏/米的匀强电场, 方向顺着  $x$  轴方向, 以坐标原点为圆心作一个半径为 10 厘米的圆, 圆周上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点, 如图所示, 则  $AB$  两点的电势差为  $5 \times 10^3$  伏。如果  $O$  点的电势为零, 则

$c$  点的电势为  $-\frac{5\sqrt{3}}{2} \times 10^3$  伏。电量为  $1.0 \times 10^{-9}$  库的点电荷, 从  $A$  点沿圆

周移到  $C$  点, 电场力做的功为  $(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) \times 5 \times 10^{-6}$  焦。

2826. 将水平放置的两块平行金属板, 接在 200 伏的电源上, 要使得一个质量为 0.5 克, 带  $5 \times 10^{-7}$  库负电荷的微粒在两板间恰能平衡。则上板电势较高, 两板间的距离应为 0.02 米。

2827. 图中,  $A$  为带电小球,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为这电场中的三个等势面, 它们的电势依次为 30 伏、20 伏、10 伏, 那末,

(1)  $A$  球带的是 正 电荷。

(2) 如有一个电量为  $3.2 \times 10^{-19}$  库 的粒子沿图中  $KLMN$  曲线运动, 当粒子从  $K$  到  $L$  过程中, 电场力做了  $-6.4 \times 10^{-18}$  焦 的功, 从  $M$  到  $N$  过程中电场力做了  $3.2 \times 10^{-18}$  焦 的功。

(3) 上述带电粒子从  $K$  到  $N$ , 其电势能的变化为 零 焦。

2828. 一个质量为  $m$ 、电量为  $-q$  的带电粒子, 以初速度  $v_0$  进入一个电场强度为  $E$  的匀强电场, 且  $v_0$  方向跟  $E$  方向平行, 如图。(重力忽略不计)

(1) 带电粒子将做 匀减速直线 运动, 它的加速度  $a = -qE/m$ ;

(2)带电粒子从原点O开始，到速度为零的点A之间的距离

$$s = \frac{mv_0^2}{2qE};$$

(3)O、A两点间的电势差  $U_{OA} = \frac{mv_0^2}{2q};$

(4)带电粒子从O—A所需的时间  $t = \frac{mv_0}{qE}。$

2829. 一对平行的金属板，带上等量异号电荷，下板有一个小孔，一个动能为 1600 电子伏的电子，竖直向上从小孔射入两板内部，电子运动到上板时速度恰好为零，如果两板间距为 1 厘米，则两板间电势差为 1600 伏；板间场强大小 E 为  $1.6 \times 10^5$  伏/米；电场强度方向向上。

2830. 在场强为 E 的水平方向的匀强电场中，外力 F 将质量为 m、带电量为 +q 的粒子，在竖直方向上从 A 点匀速地移至 B 点，通过的距离为 h，如图所示。如果粒子的重力不能忽略，则这一过程中外力 F 的大小为  $\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$ ，外力 F 所作的功为 mgh。

2831. 真空中有一束电子流，以一定的速度  $v_0$  沿 x 轴方向运动，在竖直方向加一匀强电场后，电子流沿曲线运动如图所示。如果沿 x 轴取 OA=AB=BC，并分别从 A、B、C 三点作竖直线和电子径迹曲线分别交于 M、N、P 三点。那么

(1)电子流经 M、N、P 三点时，沿 x 轴的分速度之比  $v_{1x} \quad v_{2x} \quad v_{3x} = 1 \quad 1 \quad 1。$

(2)沿 y 轴的分速度之比  $v_{1y} \quad v_{2y} \quad v_{3y} = 1 \quad 2 \quad 3。$

(3)电子每经过相等的时间其动量增量之比  $p_1 \quad p_2 \quad p_3 = 1 \quad 1 \quad 1。$

(4)电子每经过相等的时间其动能增量之比  $E_1 \quad E_2 \quad E_3 = 1 \quad 3 \quad 5。$

2832. 如图所示，两平行板间距离为 d，两板间电场强度为 E，A 板带正电。今有一个质量为 m，电量为 -e 的带电粒子在 O 点沿 x 正方向、以速度为  $v_0$  进入电场。当它通过电场中一点 P(x, y) 时，具有的动能比通过原点 O 时具有的动能增加了  $eEy$ 。带电粒子通过点 P(x, y) 时的速

率是  $\sqrt{v_0^2 + \frac{2eE}{m}y}$ 。带电粒子在电场中运动的轨迹方程  $y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m v_0} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2。$

2833. 两块平行金属板，板长为 L，两板间距离为 d，所加电压为 U。今有质量为  $m_e$ ，带电量为 -e 的电子，垂直于电力线方向以速度  $v_0$  飞进电场。则

(1)电子在垂直于电力线方向上做匀速运动，在平行于电力线方向上做匀加速运动。

(2)电子飞出电场时偏移的距离为  $\frac{eUL^2}{2dm_e v_0^2};$

(3)电子飞出电场时较飞入电场时，动量的变化为  $\frac{eUL}{dv_0}$ ；

(4)电子飞出电场时的动能为  $\frac{(eUL)^2}{2m_e d^2 v_0^2} + \frac{1}{2} m_2 v_0^2$ 。

2834. 两平行金属板，板间距离  $d$  为  $2 \times 10^{-2}$  米，板长  $L$  为  $5 \times 10^{-2}$  米，两板间加电压  $U$  为 180 伏。一个电子以速度  $v$  为  $2 \times 10^7$  米/秒垂直于电场方向射入，离开电场时偏移入射方向  $y$  为  $5 \times 10^{-3}$  米。则电子电量和它的质量比的数学表达式  $\frac{e}{m} = \frac{2yv^2d}{UL^2}$ ，其值为  $1.78 \times 10^{11}$  库/千克。

2835. 600 电子伏的电子在匀强电场的中部向斜上方进入电场(电场的方向竖直向上)，它的初速度和水平方向的夹角为  $30^\circ$ ，为了使电子不打到上面的那块金属板上，在两金属板上所加的电压至少需 300 伏，电子从开始到最高点的过程中，电场力对电子所做的功为 -150 电子伏，如果  $d$  为 3 厘米，则两金属板间的电场强度至少是 10000 伏/米。

2836. 两平行金属板，每块板长为  $l$ 。两板间有一匀强电场。今有一质量为  $m$ 、电量为  $-e$  的电子，以速度  $v_0$  从正极板边缘与板面成  $\theta$  角入射到场内。电子在电场中运动的轨迹是抛物线。现电子恰好沿着负极板边缘且平行该板面飞出电场，那么电子沿电力线方向作匀减速运动，

电子在电场中运动时电场力做的功为  $-\frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 \theta$ 。正、负极板间所

需加的电压为  $\frac{mv_0^2 \sin^2 \theta}{2e}$ ，两板间的距离为  $\frac{1}{2}l \tan \theta$ 。

2837. 如图所示。质量为  $m$ 、带电为  $-e$  的电子，从图中  $O$  点以速度  $v_0$  跟  $x$  轴成  $\theta$  角射入电场强度为  $E$  的匀强电场中，它飞出电场时速度  $v_y$  沿  $y$  轴正方向，且跟电场方向垂直，则电子在电场中受到电场力的冲量为  $-mv_0 \cos \theta$ ；电子通过电场所用的时间为  $\frac{mv_0 \cos \theta}{eE}$ ；电场力对电子

所做的功为  $-\frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2 \theta$ 。

2838. 二价离子在电势差为 180 伏的两块平行金属板间的中点，受电场的作用由静止开始加速到另一极板上时，测出它的动量是  $1.24 \times 10^{-21}$  千克·米/秒。则它的动能  $E_k = 2.88 \times 10^{-17}$  焦；离子的质量  $m = 2.67 \times 10^{-26}$  千克。

2839. 把带负电的硬胶棒接近一个原来不带电的验电器时，验电器金属箔就张开，这个现象是由于静电感应使金属箔上带有负电。在带负电的硬胶棒接近验电器金属小球的情况下，用手指接触一下验电器小球，手指离开后金属箔是闭合的，硬胶棒移去后金属箔是张开的。

2840. 如图所示，在靠近空心金属筒  $A$  外，有一个接地的金属球  $B$ ，把带负电的金属小球  $C$  放入  $A$  的内部，下列各情况  $B$  的带电性质是

(1)  $C$  不接触  $A$  的内壁，此时  $B$  带正电。

(3)  $C$  接触  $A$  的内壁，此时  $B$  带正电。

(4)  $C$  不接触  $A$  的内壁，而将  $A$  接地，此时  $B$  不带电。

(5)C 不接触 A 的内壁，而将 A 短间接地后再移去 C，此时 B 带负电。

2841. 电场中接地空腔导体（腔内无电荷）内各点的场强和电势都为零，这就叫导体的静电屏蔽作用。

2842. 图中 B 为带  $1 \times 10^{-7}$  库电量的空腔导体，在腔内有一个带  $1 \times 10^{-12}$  库电量的导体 A，两者的电势是 A 高。如果把它们用导线相连，电子将从 B 流向 A，直到平衡为止，此时电荷全部分布在 B 球的外表面上。

2843. 电容器的电容量为 20 微法，原来带有  $2.0 \times 10^{-4}$  库的电量。如果再给它增加  $1.0 \times 10^{-4}$  库的电量，这时该电容器的电容量是 20 微法，两板间电压将增加 5 伏。

2844. 如图所示，静电计的指针和外壳分别和两块平行金属板相连，使两块平行金属板带上等量异种电荷，则

(1) 当在两板间插入电介质时，静电计指针的张角变小；

(2) 当两板间距离增大时，静电计指针的张角变大；

(3) 不改变两板间的距离，而减小两极板的正对面积时，静电计指针的张角变大。

2845. 现有两个电容器，电容分别为  $C_1$ 、 $C_2$ 。

(1) 如果将这两个电容器串联后接在电压为  $U$  的电源了，则总电容  $C$

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \text{ 两个电容器上的电压 } U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U, U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U.$$

(2) 如果将这两个电容器并联后接在电压为  $U$  的电源上，则总电容  $C =$

$$\underline{C_1 + C_2}; \text{ 若总电量为 } Q, \text{ 则两个电容器上的电量 } Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot Q;$$

$$Q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot Q.$$

2846. 一平行板电容器，板间距离为  $d_0$ ，电容为  $C_0$ ，接在电源电压为  $U_0$  的电源上，充电后，撤去电源，再拉开两板，使  $d$  增大到  $2d_0$ ，则

(1) 电容器的电容变为  $C = \underline{C_0/2}$ ；

(2) 电容器两极板的电压变为  $U = \underline{2U_0}$ ；

(3) 每个极板的电量  $q = \underline{C_0 U_0}$ ；

(4) 两板间的电场强度为  $E = \underline{U_0/d_0}$ 。

2847. 一个平板电容器，板间距离为  $d_0$ ，电容为  $C_0$ ，接在电源电压为  $U_0$  的电源上，然后拉开两板，使间距增大到  $2d_0$ ，则

(1) 电容器的电容变为  $C_0/2$ ；

(2) 电容器两极板的电压变为  $U_0$ ；

(3) 每个极板的电量为  $C_0 U_0/2$ ；

(4) 两板间电场强度为  $U_0/2d_0$ 。

2848. 电容  $C_1$  为 2 微法的电容器 A 和电容  $C_2$  为 0~10 微法的可变电容器 B 相串联，接在电压  $U$  为 100 伏的直流电源上。如果电容器 A 的耐压是 80 伏，则电容器 B 的电容  $C_2$  应调节在小于 8 微法范围内，电容器 A

才不致被破坏。

2849. 空气平行板电容器接到电池的两极上。切断电容器和电池间的连线后, 将电容器浸入油中, 两板间的电压将变低; 两板间的电场强度将变小; 两板上的电量将不变。

2850. 空气平行板电容器接到电池的两极上。如果将电容器浸入油中, 两板的电压将不变, 两板间场强将不变, 两板上的电量将增加。

2851. 一个平行板云母介质电容器, 极板面积是  $3.0 \text{ 厘米}^2$ , 云母厚  $0.2 \text{ 毫米}$ , 介电常数为 6, 则该电容器的电容为  $8.0 \times 10^{-11}$  法, 合 80 皮法。

2852. 两平行金属板 A、B 之间的距离为  $0.02 \text{ 米}$ , 板间真空, 电池组的电动势为  $5.4 \text{ 伏}$ , 如图所示, 合上开关 K 后, 两板间的电场强度  $E=270 \text{ 伏/米}$ 。把一块厚度为  $0.005 \text{ 米}$  的金属板 P 平行地插入板 A、B 之间, 则板 P 插入之前板 A 所带的电量  $Q_1$  和板 P 插入后板 A 所带的电量  $Q_2$  之比  $Q_1/Q_2=3/4$ 。如果插入板 P 后, 使得 A、P 之间的距离为  $0.01 \text{ 米}$ , 那么, A、P 之间的电势差  $U_{AP}=3.6 \text{ 伏}$ 。这时, 把金属板 P 接地, 则金属板 B 的电势  $U_B=-1.8 \text{ 伏}$ 。打开开关 K, 然后抽出板 P, 那么, 金属板 A、B 间的电势差  $U_{AB}=7.2 \text{ 伏}$ 。

### 选择题

2853. 用丝绸摩擦后的玻璃棒, 靠近一个塑料小球时:

[     ]

- A. 如果玻璃棒吸引小球, 小球必带负电;
- B. 如果玻璃棒吸引小球, 小球必带正电;
- C. 如果玻璃棒排斥小球, 小球必带负电;
- D. 如果玻璃棒排斥小球, 小球必带正电。

答 D

2854. 有 A、B、C 三个塑料小球, A 和 B, B 和 C, C 和 A 间都是互相吸引的, 如果 A 带正电, 则

[     ]

- A. B、C 球都带负电;
- B. B 球带负电, C 球带正电;
- C. B、C 球中必有一个带负电, 而另一个不带电;
- D. B、C 球都不带电。

答 C

2855. 有四个塑料小球, A 和 B 互相排斥, B 和 C 互相吸引, C 和 D 互相排斥, 如果 D 带正电, 则 B 球带

[     ]

- A. 正电;                      B. 负电;
- C. 不带电;                    D. 可能带负电, 亦可能不带电。

答 B

2856. 关于摩擦起电的下列说法中, 哪些是正确的? [     ]

- A. 摩擦起电的过程中, 外力所做的功, 一定大于物体所增加的内能;
- B. 摩擦导体一定不能使它带电;
- C. 两种不同材料的绝缘体互相摩擦后, 它们必定同时带上等量异

种电荷；

D. 摩擦起电时，质子从一个物体转移到了另一物体。

E. 摩擦起电时，电子从一个物体转移到了另一物体。

答 A、C、E

2857. 下列关于点电荷的说法，哪种正确？ [ ]

A. 当两个带电体的形状对它们间相互作用力的影响可忽略时，这两个带电体可看作点电荷；

B. 只有体积很小的带电体才能看作点电荷；

C. 体积很大的带电体一定不是点电荷；

D. 对于任何带电球体，总可看作电荷全部集中在球心的点电荷。

答 A

2858. A、B 两个点电荷间的距离保持恒定，当其他一些电荷被移近时，A、B 间的库仑力将 [ ]

A. 变大； B. 变小；

C. 不变； D. 都有可能。

答 C

2859. 一个点电荷对放在相距 3 厘米处的另一个点电荷的静电力为 F，如果两点电荷之间的距离增加到 6 厘米，此时它们之间的静电力为 [ ]

A.  $F/4$ ； B.  $F/2$ ；

C. F； D.  $2F$ ；

E.  $4F$ 。

答 A

2860. 电量分别为  $q_1$ 、 $q_2$  的两个点电荷，相距  $r$  时，相互作用力为 F。 [ ]

A. 如果  $q_1$ 、 $q_2$  恒定，当距离变为  $r/2$  时，作用力将变为  $2F$ ；

B. 如果其中一个电荷的电量不变，而另一个电荷的电量 and 它们间的距离都减半时，作用力变为  $2F$ ；

C. 如果它们的电量和距离都加倍时，作用力不变；

D. 如果它们的电量都加倍，距离变为  $\sqrt{2}r$  时，作用力将变为  $2F$ 。

答 B、C、D

2861. 半径相同的 A、B、C 三个金属小球，小球 A、B 带有等量异种电荷，相互作用力为 F。现用带有绝缘柄不带电的小球 C，依次接触带电小球 A、B 后再移走，A、B 间距离不变。则 A、B 间的作用力变为 [ ]

A. 零； B.  $F/2$ ；

C.  $F/4$ ； D.  $F/8$

F.  $3F/8$ 。

答 D

2862. 两个半径相同的带电金属小球，当它们互相接触后分开，再放在原来的位置上，它们之间的相互作用力将 [ ]

A. 变小； B. 不变；

C. 变大;                      D. 以上答案都有可能。

答 D

2863. 两个半径相同的金属小球, 它们带电量之比为 5 : 1, 它们在一定距离时, 作用力为  $F_1$ 。如果把它们互相接触后再放在各自原来的位置上, 此时作用力变为  $F_2$ , 则  $F_1$  和  $F_2$  之比可能为 [     ]

- A. 5 : 2;                      B. 5 : 4;  
C. 5 : 6;                      D. 5 : 7;  
E. 5 : 9;

答 B、E

2864. 在光滑且绝缘的水平面上, 有两个金属小球 A、B。它们用一轻弹簧相连, 当 A、B 带上等量同种电荷后, 弹簧伸长  $x_1$  时小球平衡, 如果小球 A、B 带电量加倍, 当它们重新平衡时弹簧伸长为  $x_2$ 。则  $x_2$  和  $x_1$  的关系为 [     ]

- A.  $x_2=2x_1$ ;                      B.  $x_2=4x_1$ ;  
C.  $x_2 < 4x_1$ ;                      D.  $x_2 > 4x_1$ 。

答 C

2865. 两个各带 +Q 电量的点电荷, 为了使它们平衡在相距为  $r$  的位置上, 必须在这两个点电荷连线的中点上放上第三个点电荷, 其电量为 [     ]

- A.  $-Q/4$ ;                      B.  $-Q/2$ ;  
C.  $-Q$ ;                          D. 任意电量都可以。

答 A

2866. 在相距  $R$  的 A、B 两点上, 分别放有电量为 +q 和 +4q 的两个点电荷。如果在 AB 两点的连线上离 A 点  $r$  处放上第三个点电荷, 该电荷所受库仑力恰能平衡, 则  $r$  和  $R$  之比值为 [     ]

- A. 1;                              B.  $1/2$ ;  
C.  $1/3$ ;                          D.  $1/4$ 。

答 C

2867. 在正方形的两个对角上各放一个点电荷 +Q, 其他两个对角上各放一个点电荷 -q, 当作用在 +Q 上的库仑力的合力为零时, 电量 Q 和 q 之比值为 [     ]

- A.  $2\sqrt{2}$ ;                      B.  $\sqrt{2}/2$ ;  
C.  $\sqrt{2}$ ;                          D.  $1+2\sqrt{2}$ 。

2868. 氢原子的核外电子, 分别在半径为  $r_1$  和  $r_2$  的轨道上作匀速圆周运动, 且  $r_2=4r_1$ , 电子在这两个可能轨道上运动时,

(1) 线速度  $v_1$  和  $v_2$  之比为 [     ]

- A. 2 : 1;                      B.  $\sqrt{2}$  : 1;  
C. 4 : 1;                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  : 1。

答 A

(2) 动能  $E_{k1}$  和  $E_{k2}$  之比为 [     ]

- A.  $2 \text{ } 1$ ;     B.  $\sqrt{2} \text{ } 1$ ;  
 C.  $4 \text{ } 1$ ;     D.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ } 1$ 。

答 C

2869. 关于电场强度的概念，下列说法中哪些是正确的？ [     ]  
 A. 电场中某一点的场强，和该点所放检验电荷的电量成正比。  
 B. 电场中某一点的场强，和该点所放检验电荷的电量成反比。  
 C. 电场中某一点的场强，和该点所放检验电荷的电量无关；  
 D. 电场中某一点的场强方向，就是检验电荷在该点受力的方向；  
 E. 电场中某一点的场强，是由产生电场的电荷分布和场中该点的位置所决定的。

答 C、E

2870. 电场强度的定义式为  $E=F/q_0$ 。 [     ]  
 A. 这定义式只适用于点电荷产生的电场；  
 B. 上式中， $F$  是放入电场中的电荷所受的力， $q$  是放入电场中的电荷的电量；  
 C. 上式中， $F$  是放入电场中的电荷所受的力， $q$  是产生电场的电荷量；  
 D. 上式完整的意义是：电场强度和电场力成正比，和电量成反比。

答 B

2871. 把质量为  $m$  的正点电荷  $q$ ，在电场中从静止开始释放，在它运动的过程中，如果不计重力下面哪种说法是正确的？ [     ]  
 A. 点电荷运动轨迹必和电力线重合；  
 B. 点电荷的速度方向，必定和所在点的电力线的切线方向一致；  
 C. 点电荷的加速度方向，必定和所在点的电力线的切线方向垂直；  
 D. 电荷的受力方向，必定和所在点的电力线的切线方向一致。

答 D

2872. 在匀强电场中 [     ]  
 A. 通过单位面积上的电力线的条数，在数值上等于电场强度；  
 B. 垂直通过某一面的电力线条数，在数值上等于电场强度；  
 C. 通过某一面的电力线条数等于零，电场强度也必为零；  
 D. 通过垂直于电场方向的单位面积的电力线条数，在数值上等于电场强度。

答 D

2873. 以下各静电场电力线分布图中，哪些是不可能？ [     ]  
 A. 如图(1)所示；     B. 如图(2)所示；  
 C. 如图(3)所示；     D. 如图(4)所示；  
 E. 如图(5)所示。

答 B、D、E

2874. 在一个点电荷电场中，离该点电荷距离为  $r_0$  的一点，引入电量为  $q$  的检验电荷，所受电场力为  $F$ 。则离该点电荷为  $r$  处的场强大小为 [     ]

$$A. \frac{F}{q}; \quad B. \frac{Fr_0^2}{qr^2};$$

$$C. \frac{Fr_0}{qr}; \quad D. \frac{F}{q} \sqrt{\frac{r_0}{r}}.$$

答 B

2875. 在 x 轴的原点 O 和轴上的 P 点, 分别固定同号点电荷 q 和 q, 且  $|q| < |q|$ 。则场强为零的点的坐标所在区间为 [ ]

- A.  $x < 0$ ;                      B.  $0 < x < d$ ;  
C.  $d < x < 2d$ ;                D.  $x > 2d$ 。

答 B

2876. 如图所示, 在 O、P 两点上, 分别固定点电荷 +q 及 -q, 在图中 A、B、C 三点场强的大小关系为 [ ]

- A.  $E_C > E_B > E_A$ ;            B.  $E_C < E_B < E_A$ ;  
C.  $E_B > E_A > E_C$ ;            D.  $E_B > E_C > E_A$ ;  
E.  $E_A = E_B = E_C$ 。

答 A

2877. 如图所示, 在正六角形的六个顶点上, 都放有点电荷, 在六角形中心处的场强方向指向右下角那个点电荷的是 [ ]

- A. 如图(1)所示;            B. 如图(2)所示;  
C. 如图(3)所示;            D. 如图(4)所示;  
E. 如图(5)所示;

答 B、C

2878. 有两个带有等量异种电荷的小球, 用绝缘细线相连后悬起, 并置于水平方向的匀强电场中, 如图(1)所示。当两小球都处于平衡时的可能位置是 [ ]

- A. 如图(2)所示;            B. 如图(3)所示;  
C. 如图(4)所示;            D. 如图(5)所示。

答 A

2879. 一定质量的带电介质小球, 和弹簧组成弹簧振子, 以一定的振幅作简谐振动, 如沿着振动的直线加一个匀强电场。则小球振动时, [ ]

- A. 周期、振幅、平衡位置都将变化;  
B. 周期不变, 振幅、平衡位置将发生变化;  
C. 振幅不变, 周期、平衡位置将发生变化;  
D. 周期、振幅、平衡位置都不变化。

答 B

2880. 一个单摆。摆球质量为 m, 带负电, 电量为 q, 摆长为 l。如果此摆在场强为 E, 方向竖直向下的匀强电场中作简谐振动, 其振动周期为 [ ]

$$A. 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad B. 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g - \frac{qE}{m})}}$$

$$C. 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g + \frac{qE}{m})}}; \quad D. 2\pi\sqrt{\frac{l}{mg - qE}}$$

答 B

2881. 粒子和质子, 分别射入同一个匀强电场, 则 [ ]

- A. 粒子所受电场力较大;
- B. 质子所受电场力较大;
- C. 粒子获得较大的加速度;
- D. 质子获得较大的加速度;
- E. 两者获得等大的加速度。

答 A、D

2882. 有一个均匀带电的薄球壳 [ ]

- A. 在球壳内任意一点的场强都为零;
- B. 在球壳内, 只有球心处的场强才为零;
- C. 球壳外任意一点的场强, 和该点到球表面的距离成反比;
- D. 球壳外任意一点的场强, 和该点到球心的距离的平方成反比。

答 A、D

2883. 有一个表面均匀带电的球形橡皮气球, 此气球被充气而扩大的过程中 [ ]

- A. 气球内各点的场强变大;
- B. 始终在气球之外的点, 场强都不变化;
- C. 气球内外各点的场强都没有变化;
- D. 只有气球胀在时, 被包围进气球内的各点, 场强才发生变化。

答 B、D

2884. 两块水平放置的平行金属板, 带等量异种电荷, 一个带电油滴恰悬浮在平行板间, 如果使油滴产生大小等于  $g/2$  的加速度, 两板的带电量应是原来的 [ ]

- A. 2倍;      B.  $\frac{1}{2}$ 倍;
- C.  $\frac{3}{2}$ 倍;      D.  $\frac{2}{3}$ 倍;

答 B、C

2885. 一个带电小球, 用细线悬在水平方向的匀强电场中, 当小球静止后把悬线烧断。则小球将作 [ ]

- A. 自由落体运动;
- B. 曲线运动;
- C. 沿着悬线的延长线作匀加速运动;
- D. 变加速直线运动。

答 C

2886. 下列关于电势高低的判断, 哪些是正确的? [ ]

- A. 正电荷从 A 点移到 B 点时, 其电势能增加, A 点电势一定较低;

- B. 正电荷只在电场力作用下, 从 A 点移到 B 点, A 点的电势一定较高;
- C. 负电荷从 A 点移到 B 点, 外力作正功, A 点的电势一定较高;
- D. 负电荷从 A 点移到 B 点, 电势能增加, A 点的电势一定较低。

答 A、C

2887. 带正电的粒子在如图所示的电场中, 在电场力的作用下从 A 点运动到 B 点, 它在 B 点时和在 A 点时相比较 [ ]

- A. 加速度和动能都增大;
- B. 加速度和动能都减小;
- C. 动能增加, 加速度减小;
- D. 动能减小, 加速度增大。

答 A

2888. 在如图所示的电场中, 有 A、B 两点, 该两点场强的大小和电势分别用  $E_A$ 、 $E_B$  和  $U_A$ 、 $U_B$  表示。则 [ ]

- A.  $E_A$  大于  $E_B$ ;  $U_A$  大于  $U_B$ ;
- B.  $E_A$  大于  $E_B$ ;  $U_A$  小于  $U_B$ ;
- C.  $E_A$  小于  $E_B$ ;  $U_A$  大于  $U_B$ ;
- D.  $E_A$  小于  $E_B$ ;  $U_A$  小于  $U_B$ 。

答 C

2889. 一个电子射入电场后, 在电场力作用下运动。则 [ ]

- A. 电子必定向电势高处运动;
- B. 电子所受电场力的方向必定指向电势高处;
- C. 电子的电势能必定减小;
- D. 电子从电势低处向电势高处运动时, 电场力必定作正功。

答 B、D

2890. 为了使带电量为  $+Q_1$ 、 $-Q_2$  的两个自由点电荷分别平衡在 a、b 两点上, 必须在 c 点放上电量为  $+Q_3$  的第三个点电荷, 如图所示。则 [ ]

- A. a、b 两点的场强必为零, 但 c 点的场强不一定为零;
- B. a、b、c 三点的场强必都为零;
- C. a、b、c 三点的电势必都为零;
- D. a、b、c 三点的电势必都大于零;
- E. a、c 两点中必有一点的电势等于零。

答 B、D

2891. 电场中有 A、B、C 三点,  $2 \times 10^{-8}$  库的负电荷从 A 移到 B, 电场力做  $4 \times 10^{-6}$  焦的负功。 $3 \times 10^{-8}$  库的正电荷从 A 移到 C, 电场力做  $9 \times 10^{-6}$  焦的负功。如果这三点同在同一条电力线上, 顺着电力线方向这三点位置的排列次序是 [ ]

- A. A、B、C;
- B. C、A、B;
- C. B、C、A;
- D. A、C、B。

答 B

2892. 有两块面积都为  $S$ , 相距为  $d$  的平行金属板, 两板间的电压为  $U$ , 下列哪种变化可使两板间的场强保持不变。 [ ]

- A. 面积变为  $2S$ , 距离变为  $2d$ , 电压变为  $\frac{1}{2}U$ ;
- B. 面积变为  $2S$ , 距离变为  $\frac{1}{2}d$ , 电压变为  $\frac{1}{2}U$ ;
- C. 电压不变, 面积变为  $2S$ , 距离变为  $2d$ ;
- D. 电压、面积都不变, 距离变为  $\frac{1}{2}d$ 。

答 B

2893. 一个带电粒子在匀强电场中从静止开始加速, 经过一段距离后的速度为  $v$ , 如果要使该带电粒子在通过同样距离后的速度变为  $2v$ 。则电场强度应变为原来的 [ ]

- A. 4 倍;
- B. 2 倍;
- C.  $\sqrt{2}$  倍;
- D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  倍。

答 A

2894. 两块互相平行的金属板, 分别带等量异种电荷, 为了使两板间的电压加倍, 而两板间的场强减半, 下述方法中哪些是可能的? [ ]

- A. 两板的电量都加倍;
- B. 两板的相对面积加倍, 而两板间的距离变为原来的 4 倍;
- C. 两板的电量都减半, 两板间距离变为原来的 2 倍;
- D. 两板的电量都加倍, 两板的面积和距离都变为原来的 4 倍。

答 B、D

2895. 图中的平行直线表示一簇垂直于纸面的等势面。一个带  $-5.0 \times 10^{-8}$  库的点电荷, 沿图中曲线从 A 点移到 B 点, 其电场力作的功为 [ ]

- A.  $-5.0 \times 10^{-7}$  焦;
- B.  $3.5 \times 10^{-6}$  焦;
- C.  $-3.5 \times 10^{-6}$  焦;
- D.  $5.0 \times 10^{-7}$  焦。

答 D

2896. 图中实线表示一簇对  $x$  轴对称的等势面, 在轴上有 A、B 两点。则 [ ]

- A. A、B 两点的场强方向和  $x$  轴同向;
- B. A、B 两点的场强方向和  $x$  轴反向;
- C. A 点的场强大于 B 点的场强;
- D. A 点的场强小于 B 点的场强。

答 A、D

2897. 图中 A、B、C、D 四个平行平面为在某一电场中的四个等势面, 一质子和  $\alpha$  粒子同时在 A 等势面上从静止开始向右运动。下列说法中正确的是 [ ]

- A. 质子和  $\alpha$  粒子从 A 面到 B 面电场力做功之比为 1 : 2 ;
- B. 它们在同一等势面上时电势能相等 ;
- C. 它们在同一等势面上时动能相等 ;
- D. 它们通过相同的两个等势面间所需时间相等 ;
- E. 到达 C 面时, 它们的动量之比为  $\sqrt{2} : 4$ 。

答 A、E

2898. 从匀强电场中, 两个质量分别为  $m$  和  $M$ , 带电量分别为  $q$  和  $Q$  的带电粒子, 从静止开始沿电场方向通过相同的距离。则两者动能之比为 [ ]

- A.  $\frac{M}{m}$  ;      B.  $\frac{m}{M}$  ;
- C.  $\frac{Q}{q}$  ;      D.  $\frac{q}{Q}$  ;
- E.  $\frac{qm}{QM}$ 。

答 D

2899. 电子的电量为  $e$ , 质量为  $m$ , 进入电场被加速, 电子经过电压为  $U$  伏的两点后, 其增加的动能为 [ ]

- A.  $eU$  电子伏 ;      B.  $U$  电子伏 ;
- C.  $\sqrt{\frac{2eU}{m}}$  电子伏 ;      D.  $e$  电子伏。

答 B

2900. 图中  $+Q$  为一个固定的点电荷。原来静止在 A 点的质子, 在电场力作用下到达 B 点时的速度为  $v_1$ , 在同样条件下  $\alpha$  粒子到达 B 点时的速度为  $v_2$ 。则  $v_1 : v_2$  等于 [ ]

- A.  $\sqrt{2} : 1$  ;      B.  $2 : 1$  ;
- C.  $1 : 4$  ;      D.  $1 : 2$ 。

答 A

2901. 负电荷在电场力作用下由静止开始运动, 其运动趋向是 [ ]

- A. 顺着该点电力线方向 ;
- B. 逆着该点电力线方向 ;
- C. 向电势升高最快的方向 ;
- D. 向电势降低最快的方向 ;
- E. 和等势面相切的方向。

答 B、C

2902. 把一个电子由图中的 A 点移到 B 点时, 以下说法哪个是正确的? [ ]

- A. 电子所受电场力逐渐增大, 电子克服电场力做功 ;
- B. 电子所受电场力逐渐减小, 电场力对电子做功 ;
- C. 电子所受电场力逐渐增大, 电势能逐渐减小 ;
- D. 电子所受电场力逐渐增大, 电势能逐渐增大。

答 C

2903. 下列关于匀强电场中场强和电势差的关系, 哪一种正确?

[ ]

- A. 在相同距离的两点上, 电势差大的其场强也必大;
- B. 任意两点间的电势差, 等于场强和这两点间距离的乘积;
- C. 沿着电力线方向, 任何相同距离上的电势降落必相等;
- D. 电势减小的方向必定是场强的方向。

答 C

2904. 点电荷  $Q_1$  和  $Q_2$  它们绝对值相等。设在它们连线中点的场强和电势分别为  $E$  和  $U$ 。以下各种情况, 哪些是正确的?

[ ]

- A. 如果  $Q_1=Q_2$ , 则  $E=0, U=0$ ;
- B. 如果  $Q_1=Q_2$ ; 则  $E=0, U \neq 0$ ;
- C. 如果  $Q_1=Q_2$ , 则  $E \neq 0, U=0$ ;
- D. 如果  $Q_1=-Q_2$ , 则  $E=0, U=0$ ;
- E. 如果  $Q_1=-Q_2$ , 则  $E=0, U \neq 0$ ;
- F. 如果  $Q_1=-Q_2$ , 则  $E \neq 0, U=0$ 。

答 B、F

2905. 下列关于等势面的说法, 哪些是正确的?

[ ]

- A. 等势面和电力线处处垂直;
- B. 同一等势面上各点场强的大小必定处处相等;
- C. 电荷所受电场力的方向, 必和该点的等势面垂直, 并指向电势升高的方向;
- D. 电荷从电场中的一点移到另一点时, 电场力不作功, 电荷必在同一等势面上移动;
- E. 两个电势不等的等势面可能相交。

答 A

2906. 下列说法哪些正确?

[ ]

- A. 各点电势处处相等且不为零的空间, 一定是场强为零的空间;
- B. 电势降落陡度的最大值处处相等, 且不为零的空间, 一定是匀强电场;
- C. 电势降落的陡度处处为零的空间, 场强不一定为零;
- D. 电势处处为零的空间, 场强不一定为零。

答 A、B

2907. 下列说法哪一种正确?

[ ]

- A. 电场中场强的大小相同的点, 它们的电势也一定相同, 反之也成立;
- B. 电场中场强的大小相同的点, 它们的电势一定不相同, 反之也成立;
- C. 电场中场强的大小相同的点, 它们的电势不一定相同;
- D. 电场中场强大的点, 它的电势也一定高。

答 C

2908. 两平行金属板间的距离是  $d$ , 两板间电压是  $U$ , 两板之间是真空。今有一个质量为  $m$ 、电量为  $-e$  的电子, 从  $O$  点沿着垂直于板的方向

射出到达 A 点返回，如图所示。OA 距离为  $h$ ，此电子具有的初动能是

[     ]

- A .  $edh/U$  ;                      B .  $edUh$  ;  
C .  $eU/dh$  ;                      D .  $eUh/d$  .

答 D

2909 . 平行金属板两板间距离为  $d$ ，加一定电压  $U$ 。中间放一根长为  $L(L < d)$  的不计质量的细绝缘棒。在棒的两端分别固定两个带电量为  $q$  的等量异种点电荷。细棒可绕中心轴  $O$  无摩擦地转动。如果使小棒自图中位置起旋转  $180^\circ$ ，则电场力做功为

[     ]

- A . 0 ;                              B .  $UqL/d$  ;  
C .  $-UqL/d$  ;                      D .  $2UqL/d$  ;  
E .  $-2UqL/d$  .

答 D

2910 . 要使阴极射线示波器中电子偏转的距离增大，下列有效的措施是

[     ]

- A . 减小加速电场的电压 ;  
B . 增大偏转电极的电压 ;  
C . 缩短偏转电极板的长度 ;  
D . 缩短偏转电极板间的距离 ;  
E . 使荧光屏离偏转电极板远一点。

答 A、B、D、E

2911 . 图中所示是某示波管的示意图。如果水平放置的偏转电极上加一个电压，则电子束将受到偏转，每单位电压引起的偏转距离叫示波管的灵敏度，下面这些措施有哪几条对提高示波管的灵敏度是有用的？

[     ]

- A . 尽可能把偏转板 I 做得长一点 ;  
B . 尽可能把偏转板 I 做得短一点 ;  
C . 尽可能把偏转板之间距离  $d$  靠得近一点 ;  
D . 将电子枪的加速电压提高，使电子获得更大的速度  $v_0$  飞入电场。

答 A、C

2912 . 如图所示，在平行板电容器内有一金属管，当一个电子以速度  $v$  沿水平方向从小孔射入管内，则电子在管内运动的轨变为

[     ]

- A . 向上弯的曲线 ;  
B . 沿原水平方向的直线 ;  
C . 向下弯的曲线 ;  
D . 无法确定。

答 B

2913 . 两块水平放置的平行金属板，带等量异种电荷，两板间悬浮着一个带电小液滴，当两板间距离增加时，小液滴的运动情况是

[     ]

- A . 仍处于悬浮状态 ;  
B . 向上作加速运动 ;  
C . 向下作加速运动 ;

D. 向上或向下作加速运动，具体由小液滴的电性决定。

答 A

2914. 如图所示，平行金属板 A、B 间距离为  $d$ ，两板间电压为  $U$ ，一个质量为  $m$  的带电质点 C，在两平行板间恰好静止。当 A 板稍向左移动一点，让 A、B 两极板略为错开一些，但两板间距离仍为  $d$ ，此时，带电质点将 [ ]

- A. 向上运动；
- B. 向下运动；
- C. 向左运动；
- D. 仍然保持平衡。

答 D

2915. 水平放置的两平行金属板，分别和电池的两极相连接，当两平行金属板间距离为  $d$  时，极板间的一带电微粒恰好处于静止状态，如图所示。现如果使上极板在图中所示的 A、A' 间作上下周期性运动。则该带电微粒的运动情况是 [ ]

- A. 仍处于静止状态；
- B. 向上加速运动；
- C. 向下加速运动；
- D. 上下来回的周期运动。

答 C

2916. 一粒带电量为  $-q$  的油滴，从 A 点以速度  $v_0$  和水平方向成  $\theta$  角射入沿水平方向的匀强电场中。已知油滴的质量为  $m$ ，重力加速度为  $g$ ，测得当油滴在电场中达到最高点 B 时，它的速度大小恰为  $v_0$ ，则 B 点的位置 [ ]

- A. 在 A 点的正上方；
- B. 在 A 点的右上方；
- C. 在 A 点的左上方；
- D. 无法确定。

答 C

2917. 今有质子( ${}^1_1\text{H}$ )、氘( ${}^2_1\text{H}$ )和  $\alpha$  粒子( ${}^4_2\text{He}$ )通过相同的电势差  $U$  加速后，垂直于电力线射入强度为  $E$  的匀强电场中，当通过长为  $l$  的极板时，它们的偏转情况是 [ ]

- A. 质子偏转最大；
- B.  $\alpha$  粒子偏转最大，而质子、氘偏转相等；
- C. 这三种带电粒子偏转都不相等；
- D. 这三种带电粒子偏转都相等。

答 D

2918.  $\alpha$  粒子和质子以相同的速度垂直电力线方向进入同一偏转电场，则在通过偏转电场的过程中 [ ]

- A.  $\alpha$  粒子所受的冲量较大；
- B. 质子的偏转距离较大；
- C. 它们离开电场时的动能相等；
- D. 它们动能的增量相等。

答 A、B、D

2919. 一价和二价铜离子以相同的速度垂直于电力线方向进入同一

偏转电场，当它们刚飞离电场时，下列说法中正确的是 [ ]

- A. 二价铜离子的速度较大；
- B. 二价铜离子偏转距离较大；
- C. 它们的偏转角相等；
- D. 它们的偏转距离和偏转角的正切的比值相等。

答 A、B、D

2920. 初速为零的  $\alpha$  粒子、质子和一价钠离子被同一加速电场加速后垂直于电力线方向进入同一偏转电场然后飞离电场，则在这一过程中， [ ]

- A. 刚从加速电场飞出的  $\alpha$  粒子动能最大；
- B. 刚从加速电场飞出的质子速度最大；
- C.  $\alpha$  粒子、质子和一价钠离子飞离偏转电场时的偏转角都相等；
- D. 质子和一价钠离子从进入到飞离偏转电场过程中，动能的增量相等，且是  $\alpha$  粒子动能增量的一半。

答 A、B、C、D

2921. 在一对平行金属板的两极板上加上一个正弦变化的交流电压，那么，原来静止在两块极板中的电子将可能做 [ ]

- A. 变速直线运动；
- B. 简谐振动；
- C. 圆周运动；
- D. 匀加速直线运动。

答 A、B

[提示] 在一般情况下电子作变速直线运动。如果在电子速度  $v=0$  时，场强  $E$  恰好达到最大，此时电子作简谐振动。

2922. 示波管的荧光屏上显示的是一余弦线图线，如图(1)所示，则下列加在示波管的水平偏转电极和竖直偏转电极上的电压波形应该是 [ ]

- A. 如图(2)所示；
- B. 如图(3)所示；
- C. 如图(4)所示；
- D. 如图(5)所示。

答 A

2923. 如果在示波管的水平偏转电极上加一个正弦形扫描电压，在竖直偏转电极上也加一个正弦形变化电压，并使这两个交变电压的周期相等，如图(1)所示，那么在示波管的荧光屏上显示的图形应该是 [ ]

- A. 如图(2)所示；
- B. 如图(3)所示；
- C. 如图(4)所示；
- D. 如图(5)所示。

答 B

2924. 静电平衡时，导体内部可以不等于零的量是 [ ]

- A. 电量；
- B. 场强；
- C. 电势；
- D. 电势差；

答 C

2925. 带电体靠近一个接地空腔导体, 空腔内无电荷, 在静电平衡后下列的物理量中哪些等于零? [ ]

- A. 导体腔内任意点的场强;
- B. 导体腔内任意点的电势;
- C. 导体外表面的电量;
- D. 导体空腔内表面的电量。

答 A、B、D

2926. 一个带正电的绝缘导体球 A, 靠近一个中性的绝缘导体 B, 下列(a) ~ (d)图是导体 A、B 上电荷分布的示意图, 其中错误是 [ ]

- A. B. C. D.

答 B、C、D

2927. 有一个带正电的金属导体, 在不改变导体带电量的情况下, 要降低它的电势, 可以采用的方法是 [ ]

- A. 用不带电的另一个导体靠近它;
- B. 用不带电的介质靠近它;
- C. 用带正电的带电体靠近它;
- D. 用接地导体靠近它。

答 A、B、D

2928. 如图所示, 带正电的导体球 A, 置于原来不带电的空腔导体球 B 内, a、c 分别为导 A、B 内的点, b 为导体 A 和 B 之间的一点, 下列说法正确的是 [ ]

- A. a、b、c 三点的电势都相等;
- B. a 点的场强为零, 但电势最高;
- C. b 点的场强为零, 但电势大于零;
- D. a、b、c 三点的场强都为零。

答 B

2929. 如图所示, 一个带正电的球体, 靠近一个原来不带电的枕形导体, 然后用导线将枕形导体和地接通, 下列说法哪种正确? [ ]

- A. 接地导体不带电, 电荷为零;
- B. 在接地前, 枕形导体上 A 端电势小于零, A 端接地后, 枕形导体应带正电;
- C. 在接地前, 枕形导体上 B 端的电势大于零, 只有 B 端接地, 枕形导体才带负电;
- D. 枕形导体是等势体, 且电势大于零, 枕形导体上任意一点接地, 枕形导体都带负电。

答 D

2930. 如图所示, 一个带正电的 A 球, 靠近由 B、C 两部分合在一起的原来不带电的塑料绝缘体, 如果把 BC 分开后再移去 A。则 [ ]

- A. B 带负电, C 带正电;
- B. B 带正电, C 带负电;
- C. B、C 一定带等量电荷;
- D. B、C 都不带电。

答 D

2931. 右图为某一电容器中所带电量和两端电压之间的关系图线。如果该电容器两端的电压从 40 伏降到 36 伏，电容器释放的电量为

[     ]

- A . 0.02 库；            B . 0.08 库
- C . 0.16 库；            D . 0.18 库；
- E . 0.20 库。

答 A

2932. 下列对平行板电容器的电容的一些说法哪些是正确的？

[     ]

- A . 电容器的电容大小是由两板间电势差决定的；
- B . 电容器的电容大小是由两板所带的电量多少来决定的；
- C . 电容器的电容大小是由本身的结构所决定的，和两板间的电势差及所带的电量多少无关；
- D . 电容器所带的电量和两极板的电势差的比值可以用来量度电容器的电容大小。

答 C、D

2933. 下列各种方法中，能使平行板电容器的电容增加的是

[     ]

- A . 将两板间距拉大些；
- B . 将两板的带电量再增加些；
- C . 在真空的板间填入绝缘介质油；
- D . 板间插入一块金属板。

答 C、D

2934. 将平行板电容器充电后，去掉电源，再将电容器的两极板靠近，则

[     ]

- A . 电容器上的电量减少；
- B . 电容器内的电场强度不变；
- C . 电容器上的电压不变；
- D . 电容器的电容量减少。

答 B

2935. 两块互相靠近的很大的金属板，分别带有等量异种电荷，为了使两板间的场强加倍，可采取的方法是

[     ]

- A . 使两板的电量都加倍；
- B . 使两板的面积都减半而电量保持不变；
- C . 使两板间的距离减半；
- D . 使电量、面积加倍，距离减半。

答 A、D

2936. 两块平行金属板，接在电压恒定的电池上，两板间的场强为  $E$ ，在两板间充满  $\epsilon$  为 2 的介质后，两板间的场强为

[     ]

- A .  $E$ ；            B .  $E/2$ ；
- C .  $2E$ ；            D .  $\frac{\sqrt{2}}{2}E$ 。

答 A

2937. 假定电容器的形状及电容都不变，作用在平行电容器极板表

面每单位面积上的电场力  $F$  和电容器两端电压  $U$  的关系为 [ ]

- A.  $F \propto U$ ;      B.  $F \propto \frac{1}{U}$ ;  
C.  $F \propto U^2$ ;      D.  $F \propto \frac{1}{U^2}$ ;  
E.  $F$  和  $U$  无关。

答 C

[提示] 平行板电容器内场强  $E_0$  为两板电荷产生的场强  $E$  的叠加,

每块极板产生场强  $E = \frac{E_0}{2} = \frac{U}{2d}$ , 设另一块上的电荷  $Q$  受到它的电场力

为  $F$ , 则  $\frac{F}{S} = \frac{QE}{S} = \frac{QU}{2dS} = \frac{cU^2}{2dS}$ 。

2938. 在图中, 两电容器的电容相等, 在  $C_1$  中有一个带正电的微粒处于静止状态, 如果将  $C_2$  的负极板向下移动, 则  $C_1$  中的带电微粒将

[ ]

- A. 保持原有平衡稳状态;  
B. 向下运动;  
C. 向上运动;  
D. 无法确定。

答 B

2939. 电容器 A 的电容为 2 微法, 耐压为 300 伏, 电容器 B 的电容为 3 微法, 耐压为 400 伏。

(1) 如果将二者并联, 则合电容和耐压分别是 [ ]

- A. 5 微法、300 伏;  
B. 5 微法、400 伏;  
C. 1.2 微法、500 伏;  
D. 1.2 微法、700 伏。

答 A

(2) 如果将二者串联, 则合电容和耐压分别是 [ ]

- A. 5 微法、300 伏;  
B. 5 微法、400 伏;  
C. 1.2 微法、500 伏;  
D. 1.2 微法、700 伏。

答 C

2940. 如图中,  $K$  为双刀单掷开关,  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  相等,  $C_1$  充电后, 电压为  $U$ 。  $C_2$ 、 $C_3$  都没有充电, 今将  $K$  合上, 则  $C_2$  两端的电压,  $C_2$  上的电量分别为 [ ]

- A.  $\frac{1}{3}U$ ,  $\frac{1}{3}UC_1$ ;      B.  $\frac{1}{2}U$ ,  $\frac{1}{2}UC_1$ ;  
C.  $\frac{2}{3}U$ ,  $\frac{2}{3}UC_1$ ;      D.  $\frac{1}{3}U$ ,  $\frac{2}{3}UC_1$ 。

答 A

2941. 两个电容都是  $C$  的电容器 A 和 B, 如图所示连接, 开始  $K$  倒向

1, 给电容器 A 充电, 充电电压是  $U$ 。然后将电容器 B 放置在绝缘油中, 接着将 K 和 2 连接, 此时, 电容器上的电压变为  $U/4$ 。那么, 油的相对介电常数是 [ ]

- A . 2 ;                      B . 3 ;  
C . 4 ;                      D . 5。

答 B

2942 . 有一电路如图所示, 电容器  $C_1$  的电容量是  $C_2$  的两倍, 设开始时电键 K 是断开的, 电容器  $C_1$  已充电, 电压为  $U$ , 电容器  $C_2$  未充电, 如果将电键 K 闭合, 那么, 电容器  $C_1$  的电压将变为 [ ]

- A .  $U$  ;                      B .  $\frac{U}{2}$  ;  
C .  $\frac{2}{3}U$  ;                      D .  $\frac{U}{3}$ 。

答 C

2943 . 如图所示, 将两只同样的平行板电容器串联在电池组上, 如果将一块玻璃板插入一只电容器的两极间, 那么该电容器的 [ ]

- A . 电量增加, 电势差减小 ;  
B . 电量减小, 电势差也减小 ;  
C . 电量和电势差都增加 ;  
D . 电势差增加, 电量减小。

答 A

2944 . 一个充电到 500 伏的 10 微法电容器, 连接到容量为 40 微法的未充电的电容器两端。

在连接到 40 微法电容器两端之前, 10 微法电容器中贮存的能量为 [ ]

- A . 0.25 焦 ;                      B . 0.50 焦 ;  
C . 1.00 焦                      D . 1.25 焦 ;  
E . 2.50 焦。

答 D

在已知和 40 微法电容器连接后, 两个电容器中贮存的总能量为 [ ]

- A . 0.25 焦 ;                      B . 0.50 焦 ;  
C . 1.00 焦 ;                      D . 1.25 焦 ;  
E . 2.50 焦。

答 A

2945 . 有两只电容器, 它们电容之比  $C_1/C_2=2$ , 电压之比  $U_1/U_2=1/2$ , 则它们储存的能量之比等于 [ ]

- A . 1 ;                      B . 2 ;  
C .  $1/2$  ;                      D .  $\sqrt{2}$ 。

答 C

2946 . 对带有恒定电量的空气介质平行板电容器, 要使它储能增加可以 [ ]

- A . 增加两极间的距离 ;

- B. 减小两板的相对面积；
- C. 插入介质材料；
- D. 插入厚度小于板距的金属片。

答 A、D

2947. 如图所示，电容器 A 和 B 串接在电池两端，在电池保持连接时，把介质插入电容器 B 内，B 电容器的储能将 [ ]

- A. 保持不变；
- B. 变大；
- C. 变小；
- D. 以上答案都有可能。

答 D

[提示] 电容 A、B 原来的电容分别为  $C_A$ 、 $C_B$ ，而

$$\epsilon_B = \frac{q^2}{2C_B} = \left( \frac{C_A C_B}{C_A + C_B} \right)^2 \frac{U^2}{2C_B},$$

$$\epsilon_B' = \left( \frac{\epsilon C_A C_B}{C_A + \epsilon C_B} \right)^2 \times \frac{U^2}{2\epsilon C_B}.$$

则  $\frac{C_A}{C_B} = \frac{\epsilon - \sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon} - 1}$  时储能不变；

$\frac{C_A}{C_B} > \frac{\epsilon - \sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon} - 1}$  时储能增加；

$\frac{C_A}{C_B} < \frac{\epsilon - \sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon} - 1}$  时储能减小。

### 计算题

2948. 试计算一升水中有多少库的正电荷？

[解答] 一升水的质量为 1 千克，含水分子数

$$N = 6.0 \times 10^{23} \times \frac{1000}{18} = 3.33 \times 10^{25};$$

每个分子中具有正电荷数

$$q_0 = (2+8) \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 库} = 1.6 \times 10^{-18} \text{ 库};$$

一升水中有正电荷

$$q = 3.33 \times 10^{25} \times 1.6 \times 10^{-18} \text{ 库} = 5.33 \times 10^7 \text{ 库}.$$

2949. 在早期 (1911 年) 的一连串实验中，密立根在不同时刻观察在单个油滴上呈现的电荷，其测量结果 (绝对值) 如下

$6.568 \times 10^{-19}$  库； $13.13 \times 10^{-19}$  库； $19.71 \times 10^{-19}$  库；

$8.204 \times 10^{-19}$  库； $16.48 \times 10^{-19}$  库； $22.89 \times 10^{-19}$  库；

$11.50 \times 10^{-19}$  库； $18.08 \times 10^{-19}$  库； $26.13 \times 10^{-19}$  库。

根据这些数据，可以推得基本电荷的数值为多少？

[解答] 将相邻数据依次相减

$$(8.204 \times 10^{-19} - 6.568 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 1.636 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(11.50 \times 10^{-19} - 8.204 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 3.296 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(13.13 \times 10^{-19} - 11.50 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 1.63 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(16.48 \times 10^{-19} - 13.13 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 3.35 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(18.08 \times 10^{-19} - 16.48 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(19.71 \times 10^{-19} - 18.08 \times 10^{-19}) \text{ 库} = 1.63 \times 10^{-19} \text{ 库};$$

$$(22.89 \times 10^{-19} - 19.71 \times 10^{-19}) \text{库} = 3.18 \times 10^{-19} \text{库};$$

$$(26.13 \times 10^{-19} - 22.89 \times 10^{-19}) \text{库} = 3.24 \times 10^{-19} \text{库}.$$

在这些差值中，有数值彼此相近的两组，一组的数约为另一组的两倍。设较小的一组差值为  $e$ ，较大的一组差值为  $2e$ 。

$$4e + 8e = (1.636 + 3.296 + \dots + 3.24) \times 10^{-19} \text{库};$$

从而得到  $e$  的平均值为  $\bar{e} = 1.630 \times 10^{-19}$  库。

2950. 要使地球和月球带多少等量的正电荷，才能和它们之间的万有引力相平衡？（地球质量为  $6.0 \times 10^{24}$  千克，月球质量为地球质量的  $1/81$ ）

[解答]

$$\frac{kQ^2}{r^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$$Q = \sqrt{\frac{Gm_1 m_2}{k}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24} \times 6.0 \times 10^{24}}{81 \times 9 \times 10^9}} \text{库}$$

$$= 5.7 \times 10^{13} \text{库}.$$

2951. 氢原子由一个质子（即氢原子核）和一个电子组成。在正常状态下，电子绕核作圆周运动，轨道半径是  $5.29 \times 10^{-11}$  米。已知电子带负电，质子带正电，它们的电量都是  $1.60 \times 10^{-19}$  库，电子质量为  $9.11 \times 10^{-31}$  千克，质子质量为  $1.67 \times 10^{-27}$  千克，万有引力恒量  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  牛顿·米<sup>2</sup>/千克<sup>2</sup>，试求：

- (1) 电子所受的库仑力；
- (2) 库仑力是万有引力的多少倍？
- (3) 电子的速度。

[解答] (1)  $F = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (1.60 \times 10^{-19})^2}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$  牛 =  $8.23 \times 10^{-8}$  牛。

(2) 因为  $F_{\text{万}} = G \frac{mM}{r^2}$ ，

所以  $\frac{F}{F_{\text{万}}} = \frac{ke^2}{GmM} = \frac{9 \times 10^9 \times (1.60 \times 10^{-19})^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}$

$$= 2.27 \times 10^{39} \text{倍}.$$

(3) 电子绕核运动的向心力是库仑力。

$$F = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r},$$

$$v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 \times (1.60 \times 10^{-19})^2}{9.11 \times 10^{-31} \times 5.29 \times 10^{-11}}} \text{米/秒} = 2.19 \times 10^6 \text{米/秒}.$$

2952. 在真空中有两个点电荷，设其中一个所带电量是另一个的四倍，它们相距  $5 \times 10^{-2}$  米时相互斥力为 1.6 牛，问它们相距 0.1 米时相互斥力是多少？两个点电荷的电量各为多少？

[分析] 根据库仑定律，当两点电荷的电量不变时，库仑力和点电荷间距离的平方成反比的关系，就能求出它们相距 0.1 米时的相互作用力  $F_2$ 。根据题中所给两点电荷所带电量的关系，应用库仑定律可求出电量。

[解答] 
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot r_1^2}{r_2^2} = \frac{1.6 \times (5 \times 10^{-2})^2}{0.1^2} \text{牛} = 0.4 \text{牛}.$$

$$q_1 = 4q_2, F_2 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r_2^2}, q_2^2 = \frac{r_2^2 \cdot F_2}{4k},$$

$$q_2 = \frac{r_2}{2} \sqrt{\frac{F_2}{k}} = \frac{0.1}{2} \sqrt{\frac{0.4}{9 \times 10^9}} \text{库} = 3.3 \times 10^{-7} \text{库};$$

$$q_1 = 4q_2 = 4 \times 3.3 \times 10^{-7} \text{库} = 1.3 \times 10^{-6} \text{库}.$$

2953. 两个小球都带正电，它们的电量之和为  $5.0 \times 10^{-5}$  库，如果当两小球相距 2.0 米时，相互斥力为 1.0 牛，求两球的带电量。

[解答] 设两个小球的带电量各为  $q_1$ 、 $q_2$ ，电量之和为  $Q$ 。

$$Q = q_1 + q_2,$$

$$F = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{kq_1(Q - q_1)}{r^2}.$$

从上式可得  $q_1^2 - Qq_1 + \frac{Fr^2}{k} = 0,$

$$q_1 = \frac{Q \pm \sqrt{Q^2 - \frac{4Fr^2}{k}}}{2} = \frac{5.0 \times 10^{-5} \pm \sqrt{(5.0 \times 10^{-5})^2 - \frac{4 \times 1 \times 2^2}{9 \times 10^9}}}{2} \text{库}.$$

$$q_1 = 1.2 \times 10^{-5} \text{库} \quad \text{或} \quad q_1 = 3.8 \times 10^{-5} \text{库},$$

$$q_2 = Q - q_1,$$

$$q_2 = 3.8 \times 10^{-5} \text{库}, \quad \text{或} \quad q_2 = 1.2 \times 10^{-5} \text{库}.$$

2954. 两个小球带有同种电荷，它们的总电量为  $Q$ ，在两小球间距离保持恒定的情况下，使它们间的库仑斥力最大，每个小球的带电量应各为多少？

[分析] 根据库仑定律，两个点电荷间的距离不变时，库仑力和这两个点电荷电量的乘积成正比。在两点电荷带有同种电荷且总电量一定时，它们电量的乘积就存在某一极大值，此时库仑力相应地达到最大。

[解答]  $Q = q_1 + q_2, F = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2},$

可得  $F = \frac{kq_1(Q - q_1)}{r^2} = \frac{k[(\frac{Q}{2})^2 - (q_1 - \frac{Q}{2})^2]}{r^2}.$

从上式可知，当  $Q$ 、 $r$  不变时， $(q_1 - \frac{Q}{2}) = 0$  时， $F$  最大。因而每个小球的带电量应为

$$q_1 = q_2 = \frac{Q}{2}.$$

2955. 两个完全相同的微小球形导体，分别带有不等量的异种电荷  $q_1$  和  $q_2$ 。当它们相距 2 厘米时，测得相互间的引力为  $4.0 \times 10^{-5}$  牛，把它

们接触一下然后再放回原处，此时测得相互间的斥力为  $2.25 \times 10^{-5}$  牛，求两小球原来所带电量  $q_1$  和  $q_2$  各为多少？

[分析] 根据电荷守恒定律，两个导体球在相互接触前后它们的净电荷  $Q$  相等， $Q=q_1+q_2$ ，对于半径相同的导体球，分开后每个球带电量  $Q/2$ 。这样就可用库仑定律对两个导体接触前、后的两种情况列出对应方程，再解出电量  $q_1$  和  $q_2$ 。

$$[\text{解答}] \quad \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2} = -F_1,$$

$$\frac{k(\frac{q_1 + q_2}{2})^2}{r^2} = F_2。$$

$$\text{从以上两式可得} \quad q_1 \cdot q_2 = -F_1 \frac{r^2}{k} \quad (1)$$

$$q_1 + q_2 = \pm 2r \sqrt{\frac{F_2}{k}} \quad (2)$$

$$\text{从(1)、(2)式得出：} q_2^2 \pm 2r \sqrt{\frac{F_2}{k}} q_2 - F_1 \frac{r^2}{k} = 0,$$

$$\begin{aligned} q_2 &= \frac{\pm 2r \sqrt{\frac{F_2}{k}} \pm \sqrt{4r^2 \frac{F_2}{k} + 4r^2 \frac{F_1}{k}}}{2} \\ &= r \left( \pm \sqrt{\frac{F_2}{k}} \pm \sqrt{\frac{F_1 + F_2}{k}} \right) \\ &= 0.02 \left( \pm \frac{1}{3} \times 1.5 \times 10^{-7} \pm \frac{1}{3} \times 2.5 \times 10^{-7} \right) \text{库} \\ &= \left( \pm 1 \pm \frac{5}{3} \right) \times 10^{-9} \text{库。} \end{aligned}$$

$$q_2 = \pm \frac{8}{3} \times 10^{-9} \text{库和} \pm \frac{3}{2} \times 10^{-9} \text{库。}$$

把  $q_2$  的各值代入(1)式得到相应的

$$q_1 = \pm \frac{2}{3} \times 10^{-9} \text{库，和} \pm \frac{8}{3} \times 10^{-9} \text{库。}$$

2956. 在相距为  $a$  的 A、B 两点上，分别固定放置电量为  $+Q$  和  $-2Q$  的两个点电荷，在何处放上第三个点电荷才能使该电荷平衡？该点电荷的电量多大？它是哪种电荷？

[分析] 第三个点电荷  $q$  受到  $+Q$  和  $-2Q$  的库仑力而平衡，这两个力一定大小相等，方向相反，所以  $q$  所在的位置，一定在  $+Q$  和  $-2Q$  的连线或连线的延长线上，如图所示。如果  $q$  在 A、B 之间的连线上，不论  $q$  是正或负，它所受两力是同方向库仑力，不可能平衡；如果  $q$  在 B 点右方的延长线上，它离电量大的电荷近，离电量小的电荷远，这两个库仑力方向虽相反，但大小不可能相等，它受力同样不可能平衡。因此它只有在 A 点左方的延长线上某一点 C 处，才能平衡。

[解答]  $F_1 = \frac{kQq}{r^2}$  ,  $F_2 = \frac{k2Qq}{(r+a)^2}$  。

q 平衡时,  $F_1$ 、 $F_2$  大小相等, 方向相反。

所以 
$$\frac{kQq}{r^2} = \frac{k2Qq}{(r+a)^2}$$

$$\frac{(r+a)^2}{r^2} = 2,$$

$$r+a = \sqrt{2}r,$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}-1} = (q+\sqrt{2})a,$$

C 点的位置和 q 的大小和电性无关。

2957. 上题中, 放在 A、B 两点处的电荷为自由电荷, 在引入第三个点电荷后, 这三个电荷都处于平衡, 第三个电荷应放在何处? 它带哪种电荷? 它的电量 q 是多少?

[分析] 在 A、B 两点处的点电荷, 它们的电量、电性及相对距离和上题相同。第三个点电荷放在 A 点的左侧, 距 A 点  $(1+\sqrt{2})a$  的 C 点。本题中 +Q、-2Q 为自由电荷, 为了使它们平衡, 它必须带负电。对于 A 点的 +Q, 受到 -2Q 和 -q 的两个库仑力  $F_1$ 、 $F_2$  而平衡。对于 B 点的 -2Q, 受到 -q 和 +Q 的两个库仑力  $F_3$ 、 $F_4$  而平衡。

[解答] 
$$F_2 = \frac{kQq}{r^2}, F_1 = \frac{k2QQ}{a^2},$$

$$F_3 = \frac{k2Qq}{(r+a)^2}, F_4 = \frac{k2QQ}{a^2}。$$

根据平衡条件:  $F_2=F_1, F_3=F_4$ 。

可得到以下两个方程:

$$\frac{kQq}{r^2} = \frac{k2Q^2}{a^2}, \frac{k2Qq}{(r+a)^2} = \frac{k2Q^2}{a^2}。$$

这两方程中只有一个是独立的, 只需求解其中一个即可。把第一个方程化简后可得到:

$$q = \frac{2Q}{a^2} r^2 = \frac{2Q}{a^2} (1+\sqrt{2})^2 a^2 = 2(3+2\sqrt{2})Q。$$

2958. 两个质量都为  $1.0 \times 10^{-2}$  千克, 带电量都为  $2.4 \times 10^{-8}$  库的同样电荷的小球, 分别用长度为 1.2 米的细丝线悬挂在同一点上。如果两球在平衡时, 丝线和竖直方向偏转角很小, 求平衡时, 两小球间的距离。

[分析] 对每一个带电小球, 受到竖直向下的重力, 沿着细线方向的拉力和沿着两小球连线的库仑斥力。右图中画出了其中一个带电小球的受力图。当带电小球平衡时, 以上三个力的合力为零。

[解答] 把重力分解为沿着两小球连线和沿着细线的分力  $F_1$ 、 $F_2$ 。

$$F_1 = mgtg\theta, F = \frac{kq^2}{r^2}。$$

小球平衡时  $F_1=F,$

$$mgtg\theta = \frac{kq^2}{r^2}。$$

在 $\theta$ 很小时  $tg\theta \approx \sin\theta = \frac{r}{l}$  ,

$$\frac{kq^2}{r^2} = mg \frac{r}{l} ,$$

$$r = \left( \frac{2kql^2}{mg} \right)^{1/3} = \left[ \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times (2.4 \times 10^{-8})^2 \times 1.2}{1.0 \times 10^{-2} \times 10} \right]^{1/3} \text{米}$$

$$= 5.0 \times 10^{-2} \text{米}。$$

2959. 如图所示, 两个同样的气球充满氦气, 气球带有等量同种电荷, 两根等长的细线下端系上  $5.0 \times 10^{-3}$  千克的重物后, 就如图表示的那样平衡地飘浮着。求每个气球的带电量为多少?

[分析] 对于每一个气球和重物都处于平衡状态。如图所示左边的带电气球受到竖直向上的浮力  $f_{\text{浮}}$ , 竖直向下的重力  $G_1$ , 和水平向左的库仑斥力  $F$  以及绳子的拉力  $T$ 。重物分别受到两根线的拉力  $T_1, T_2$ , 及重力  $G$ 。把气球所受拉力  $T$  分解成水平和竖直分力  $T_1, T_2$ , 气球在平衡时  $T_1 = F$ , 根据重物的平衡可求出  $T$ , 忽略细线的重力  $T = T_1$ , 从而可求出气球所带电量  $q$ 。

[解答]  $T_1 = T \sin \theta$  ,

$$2T \cos \theta = mg, T = T_1。$$

$$T = \frac{mg}{2 \cos \theta}, T_1 = \frac{mg \sin \theta}{2 \cos \theta} = \frac{1}{2} mgtg\theta。$$

因为  $T_1 = F = \frac{kq^2}{r^2}$  ,

所以  $q = r \sqrt{\frac{T_1}{k}} = r \sqrt{\frac{mgtg\theta}{2k}}$

$$= 0.6 \sqrt{\frac{5.0 \times 10^{-3} \times 10 \times \frac{0.3}{(1-0.3^2)^{1/2}}}{2 \times 9 \times 10^9}} \text{库}$$

$$= 5.6 \times 10^{-7} \text{库}。$$

2960. 有两根光滑绝缘杆, 它们可在同一竖直平面内绕  $O$  点转动, 在两杆上各穿着一质量为  $m$ 、带电量为  $q$  的小球, 两杆和水平面夹角相等都为  $\theta$  时, 两球在同一水平面上而处于静止状态, 如图(a)所示。现使两杆同时绕  $O$  点缓慢转动, 此时小球在杆上的位置随之改变, 问取何值时小球到  $O$  点的距离  $l$  为最小?

[分析] 对于每个带电小球受到库仑力  $F$ , 重力  $mg$  和弹力  $N$  的作用而处于静止状态, 如图(b)所示。根据力的平衡列出方程, 可得出  $l$  和  $q, m, \theta$  的关系式, 讨论该式可得出结果。

[解答] 小球在图中平衡位置时:

$$F = mgtg\theta, F = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{kq^2}{(2l \cos\theta)^2}。$$

所以  $\frac{kq^2}{4l^2 \cos^2 \theta} = mgtg\theta, l^2 = \frac{kq^2}{4mg \cos^2 \theta tg\theta} = \frac{kq^2}{2mg \sin 2\theta},$

$$l = \sqrt{\frac{kq^2}{2mg \sin 2\theta}}, \text{ 当 } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ 时, } \sin 2\theta = 1。$$

$$l \text{ 取得最小值 } l_{\min} = \sqrt{\frac{kq^2}{2mg}}。$$

2961. 三个同种点电荷, 相互间距离都为 10 厘米, 相互间的作用力分别为  $5.0 \times 10^{-2}$  牛、 $8.0 \times 10^{-2}$  牛和  $1.2 \times 10^{-1}$  牛。求每个电荷的电量。

[分析] 设三个同种点电荷分别为  $q_1$ 、 $q_2$  和  $q_3$ ,  $q_1$  和  $q_2$ 、 $q_2$  和  $q_3$ 、 $q_3$  和  $q_1$  之间的相互作用力分别为  $F_{12}$ 、 $F_{23}$ 、 $F_{31}$ 。对它们分别应用库仑定律立式、求解。

[解答]  $\frac{kq_1 q_2}{r^2} = F_{12} \quad (1)$

$$\frac{kq_2 q_3}{r^2} = F_{23} \quad (2)$$

$$\frac{kq_3 q_1}{r^2} = F_{31} \quad (3)$$

(1)式除以(2)式得  $\frac{q_1}{q_3} = \frac{F_{12}}{F_{23}} \quad (4)$

(3)式乘(4)式得  $\frac{kq_1^2}{r^2} = \frac{F_{12}}{F_{23}} F_{31},$

$$q_1 = r \sqrt{\frac{F_{12} F_{31}}{k F_{23}}} = 0.1 \times \sqrt{\frac{5.0 \times 10^{-2} \times 1.2 \times 10^{-1}}{9 \times 10^9 \times 8.0 \times 10^{-2}}} \text{ 库} = 2.9 \times 10^{-7} \text{ 库}。$$

将  $q_1$  值代入(1)式和(3)式可得  $q_2 = 1.9 \times 10^{-7}$  库,  $q_3 = 4.6 \times 10^{-7}$  库。

2962. 边长为  $a$  的等边三角形的三个顶点上, 各放一个等量同种点电荷  $q$ , 求 A 点的电荷所受库仑力的合力。

[分析] B、C 点上的点电荷对 A 点上的点电荷的库仑力分别为  $F_B$  和  $F_C$ , 其合力  $F = F_B + F_C$ , 如图所示。

[解答]  $F_B = F_C = \frac{kq^2}{a^2},$

$$F = 2F_B \cos 30^\circ = \sqrt{3}F_B$$

$$= \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}。$$

力矢量  $F$ , 沿着通过 A 点且垂直于 BC 的直线。

2963. 上题中, 如果三个顶点上的电荷都是自由的, 而在引入第四个点电荷  $Q$  后, 使这四个电荷都处于平衡状态。问第四个点电荷应带何种电荷? 电量为多少? 应放在何处?

[分析] 由于等边三角形三个顶点上的任一点电荷, 所受其他两个

点电荷的合力，都沿着等边三角形的垂直平分线向外，因而第四个点电荷必须放在三条垂直平分线的交点O处，并且和顶点的电荷异号，才能使三个顶点上的电荷都处于平衡。对于交点上第四个点电荷，受到三个大小相等、互成 $120^\circ$ 的三个力的作用也能处于平衡状态。

[解答] 根据上题  $F_a = \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}$  ,

-Q和q的引力  $F_{Oa} = \frac{kqQ}{OA^2}$  .  
 $OA = \frac{2}{3}a \cos 30^\circ$  ,

当q平衡时,  $F_{Oa} = F_a$  ,

$$\frac{kqQ}{\left(\frac{2}{3}a \cos 30^\circ\right)^2} = \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2} ,$$

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{3} q_0$$

2964. 有三个质量都是 $1.0 \times 10^{-2}$ 千克的小球，各以1.0米长的细丝线悬挂在同一点上，此三个小球带等量的同种电荷，当它们平衡时，恰处于边长为0.1米的等边三角形的三个顶点上。问每个小球的带电量为多少？(g取10米/秒<sup>2</sup>)

[分析]图中F表示带电小球B、C对带电小球A的库仑斥力的合力，T和G分别表示细线对A球的拉力和小球所受重力。当小球平衡时，以上三个力一定在通过BC边的垂直平分线的竖直平面内。把重力分解成沿着细线延长线方向的分力 $F_2$ ，和沿着BC边的垂直平分线方向上的分力

$F_1$ 。根据平衡条件 $F_1 = F$ ，利用前题中的解答 $F = \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}$ ，可求出 $q_0$ 。

[解答]  $F = \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}$  ,

$$F_1 = mgtg \quad mg \frac{AO'}{l} ,$$

$$AO' = \frac{2}{3}a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}a ,$$

$$F = F_1 ,$$

从以上各式可得  $\frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{a}{l} mg$  ,

$$q = \sqrt{\frac{mga^3}{3kl}} = \sqrt{\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 10 \times 0.1^3}{3 \times 9 \times 10^9 \times 1.0}} \text{库} = 6.1 \times 10^{-8} \text{库} .$$

2965. 在正方形的顶点上各放一个电量相等的同性点电荷q，如果在中心放一个点电荷Q，使顶点上每个电荷的合力恰为零。求Q和q的关系。

[分析]对于正方形顶点上的任一个点电荷，受到其他三个顶点上的三个相同点电荷的斥力，这三个力的合力大小相等，且都沿着所对应的对角线的延长线，因而必须在对角线的交点处，放一与顶点上电荷异性的点电荷Q。

[解答] 
$$F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{2a^2},$$

$$F_3 = \frac{kq^2}{CA^2} = \frac{kq^2}{2a^2},$$

$$F_4 = \frac{kqQ}{\left(\frac{1}{2}CA\right)^2} = \frac{kqQ}{\frac{1}{2}a^2}.$$

电荷 q 平衡时  $F_1 + F_2 + F_3 = -F_4,$

$F_1、F_2、F_3$  的合力 
$$F = \sqrt{2}F_1 + F_3$$

$$= \frac{\sqrt{2}kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$= \frac{kq^2(1+2\sqrt{2})}{2a^2}.$$

$$\frac{kq^2(1+2\sqrt{2})}{2a^2} = -\frac{kqQ}{\frac{1}{2}a^2},$$

$$Q = \frac{-1}{4}(1+2\sqrt{2})q_0.$$

2966. 有两个带有 +Q 和 -4Q 电量的点电荷, 分别放在 A、B 两点上, AB 间的距离为 r. 求 B 点电荷在 A 点产生的场强以及 A、B 二点电荷在连线中点产生的场强。

[解答] 
$$E_A = \frac{k4Q}{r^2},$$

$E_A$  的方向沿着两点电荷的连线, 指向 B 点。

$E_1 = \frac{kQ}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$   $E_1$  的方向沿着连线指向 B,

$E_2 = \frac{k4Q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$   $E_2$  和  $E_1$  同向。

A、B 连线中点的场强

$$E = E_1 + E_2 = \frac{4kQ}{r^2} + \frac{16kQ}{r^2} = \frac{20kQ}{r^2},$$

E 的方向和  $E_1、E_2$  相同。

2967. 如图所示, 在 x 轴的原点 O 和轴上的 P 点, 分别放置电量为 q 和 -q' 的点电荷,  $q = n q'$ , 且  $n > 1$ , OP 之间的距离为 d. 求场强为零的点的坐标。

[分析] q 和 -q' 是带异种电荷的点电荷, 场强为零的点必在 OP 连线的延长线上, 且在靠近电量绝对值小的一方, 由已知条件  $q > q'$ , 可知场强为零的点在 P 点的右方, 其坐标 x 的取值范围是  $x > d$ 。

[解答] 
$$\frac{knq'}{x^2} = \frac{kq'}{(x-d)^2},$$

$$\frac{x^2}{(x-d)^2} = n,$$

解得 
$$x = \frac{\sqrt{nd}}{\sqrt{n}-1}。$$

2968. 如图所示, 在直角坐标系中, 电量为  $+2.5 \times 10^{-8}$  库的点电荷置于坐标原点, 电量为  $-2.5 \times 10^{-8}$  库的点电荷, 置于  $x=6$  米,  $y=0$  处。分别求在(1) $x=3$  米,  $y=0$ ; (2) $x=3$  米,  $y=4$  米。a、b 两点处的场强。

[分析] 这是求两个带等量异种电荷的点电荷电场中, 两点电荷连线中点 a 处, 及连线的垂直平分线上的 b 点处的场强。首先求出每一个点电荷在 a、b 点处产生的场强, 然后根据场的叠加原理求出 a、b 点处的场强  $E_a$  和  $E_b$ 。

[解答] (1) 
$$E_{A1} = E_{B1} = \frac{kq_A}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{2.5 \times 10^{-8}}{3^2} \text{ 牛/库}$$
  

$$= 25 \text{ 牛/库,}$$

$E_{A1}$ 、 $E_{B1}$  和 x 轴同向。

所以  $E_a = E_{A1} + E_{B1} = (25+25) \text{ 牛/库} = 50 \text{ 牛/库,}$

$E_a$  和 x 轴同向。

(2) 
$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ 米} = 5 \text{ 米,}$$

$$E_{A2} + E_{B2} = \frac{kq_A}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{2.5 \times 10^{-8}}{5^2} \text{ 牛/库} = 9 \text{ 牛/库,}$$

$E_{A2}$ 、 $E_{B2}$  的方向如图所示。又  $\cos = \frac{3}{5}$ ,

$$E_b = 2E_{A2} \cos = 2 \times 9 \times \frac{3}{5} \text{ 牛/库} = 10.8 \text{ 牛/库。}$$

$E_b$  矢量平行于 x 轴指向和 x 轴方向一致。

2969. 已经证明, 地球表面以上的电场不为零。假定在地球表面附近的场强平均值为 30 牛/库, 方向竖直向下。试求地球表面每平方米所带的负电荷。

[分析] 把地球看作表面均匀带电的球体, 地球表面以上的场强可看作电荷全部集中在球心的点电荷产生的场强, 设表面附近一点到球心的距离为 r。

[解答] 
$$E = \frac{kQ}{r^2}, Q = \frac{Er^2}{k},$$
  

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Er^2}{k} / 4 R_{地}^2。$$

对地球表面附近  $r \approx R_{地}$ ,

所以 
$$\sigma = \frac{E}{4k} = \frac{30}{4 \times 9 \times 10^9} \text{ 库/米}^2 = 2.7 \times 10^{-10} \text{ 库/米}^2。$$

2970. 一个半径为  $1.64 \times 10^{-4}$  厘米带有负电的油滴, 在电场强度等于  $1.92 \times 10^5$  牛/库的匀强电场中, 作用在油滴上的电场力和油滴的重力相平衡, 求油滴上的电量。(已知油的密度为  $0.851 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>)

[解答] 油滴是宏观微粒。一般它在电场中受的电场力和受的重力大小是可以相比的, 不能忽略重力。油滴平衡, 则  $mg=qE$ , 其中的  $m = \rho V =$

$$\frac{4}{3} \rho r^3。$$

所以 
$$\frac{4}{3} \rho r^3 \cdot g = qE,$$

$$q = \frac{4 r^3 \cdot g}{3E} = \frac{4 \times 3.14 \times (1.64 \times 10^{-6})^3 \times 0.851 \times 10^3 \times 9.8}{3 \times 1.92 \times 10^5} \text{库}$$

$$8 \times 10^{-19} \text{库。}$$

[1911年美国物理学家密立根用上述方法，测定油滴所带的电量，证明油滴所带电量总是电量  $e$  的整数倍，提出  $e$  是基本电荷， $e=1.6 \times 10^{-19}$  库。显然上题中油滴带的电量等于基本电荷的 5 倍。]

2971. 如图所示，细线悬挂着一根绝缘均匀细棒。棒的质量为  $m$ ，它的两端带有等量异种电荷  $+q$  和  $-q$ 。如果加一个水平匀强电场，场强为  $E$ 。当细棒平衡时悬线受到的拉力多大？悬线和竖直方向的夹角多大？它和竖直方向的夹角又多大？

[分析]假设细棒在平衡时，悬线和竖直方向成  $\alpha$  角，细棒和竖直方向成  $\beta$  角。细棒所受各力如图所示。它们是一组在竖直平面内的平面力，可以根据平面力的平衡条件： $\sum F_x=0$ ， $\sum F_y=0$  求解。

[解答]设细棒长为  $l$ ，并以通过细线和棒的结点  $O$  且和纸面( $xOy$  平面)垂直的轴线为转轴，建立力矩平衡方程。

$$F_2 l \cos \beta = mg \frac{l}{2} \sin \alpha, F_2 = qE,$$

$$\text{即可解得 } \tan \alpha = \frac{2qE}{mg}, \quad \alpha = \arctan \frac{2qE}{mg}.$$

以  $Ox$ 、 $Oy$  轴的方向为力的正方向，建立力的平衡方程。

$$\begin{cases} F_2 + T \sin \alpha - F_1 = 0 & (1) \\ T \cos \alpha - mg = 0 & (2) \end{cases}$$

由于  $F_1=F_2=qE$ ，所以从(1)式可得

$$T \sin \alpha = qE, T > 0, \text{ 所以 } \sin \alpha = \frac{qE}{T}, \alpha > 0.$$

代入(2)式即得： $T=mg$ 。

2972. 一根质量为 5 克的均匀绝缘细杆，上端用轴支住，杆可绕轴自由转动，细杆下端带有电量  $q$ ，在场强为  $5 \times 10^3$  牛/库的水平匀强电场中，细杆和竖直方向成  $20^\circ$  角而平衡，求细杆下端的带电量  $q$ 。

[分析]如图所示，对于转轴  $O$ ，细杆受到重力矩和电场力的力矩作用，杆平衡时这两力矩的合力矩为零。

$$\text{[解答]} \quad mg \frac{l}{2} \sin 20^\circ = Eq l \cos 20^\circ,$$

$$q = \frac{mg}{2E} \tan 20^\circ = \frac{5 \times 10^{-3} \times 10}{2 \times 5 \times 10^3} \tan 20^\circ \text{ 库} = 1.82 \times 10^{-6} \text{ 库。}$$

2973. 有两条长度为  $l$  的细线，每条线的一端都系有质量为  $m$  的小球，并用同样长度的细线把两球连接起来，悬于  $O$  点，如图所示。当两小球带上等量异种电荷  $q$ ，并置于场强为  $E$  的水平匀强电场中，两小球连线张紧且小球处于静止。问此时场强  $E$  至少为多大？

[分析]图所示，左边的带电小球在悬线、连线的拉力  $T$ 、 $T'$ ，右边带电小球的库仑力  $F_2$ ，电场力  $F$ ，和重力  $mg$  的作用下处于平衡。

[解答]就左边小球建立平衡方程：

$$T \sin 60^\circ = mg,$$

$$T \cos 60^\circ + T' + \frac{kq^2}{l^2} = Eq,$$

$$T' = qE - \frac{mg}{\sqrt{3}} - \frac{kq^2}{l^2}.$$

使两小球同连线张紧的条件是  $T' \geq 0$ ,

$$qE \geq \frac{mg}{\sqrt{3}} + \frac{kq^2}{l^2},$$

$$E \geq \frac{mg}{\sqrt{3}q} + \frac{kq}{l^2}.$$

2974. 图示质量为  $m$  的均匀直杆, 它的两端各带电量  $+q$  和  $-q$ , 两根和杆等长的绝缘细线把杆悬起, 现沿着细杆加一匀强电场, 如果使杆所受压力恰为零, 此时所加电场的场强为多大? (忽略杆两端电荷间的引力)

[分析] 图中  $f$  为细线对杆的拉力  $T$  沿着杆的分力, 在没有外加电场时  $f$  就等于杆所受的压力。在水平电场中, 细杆两端电荷受到方向相反的电场力, 这是对杆作用的一对张力, 当  $f=F$  时压力恰好为零。

[解答] 根据杆的平衡可知  $2T \cos 30^\circ = mg$ ,

$$f = T \sin 30^\circ, \text{ 所以 } f = \frac{1}{2} mgtg30^\circ.$$

$$F = f,$$

$$qE = \frac{1}{2} mgtg30^\circ,$$

所以 
$$E = \frac{mg}{2q} tg30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{mg}{q}.$$

2975. 有两块互相靠近的平行金属板, 面积都为  $2 \times 10^{-2}$  米<sup>2</sup>, 两板带等量异种电荷。它们之间的电场可看做匀强电场, 场强大小为  $5.0 \times 10^4$  牛/库, 求每块板上所带的电量。

[分析] 带等量异种电荷的平行板之间场强大小的表达式为  $E = \frac{4kQ}{S}$ ,

式中  $Q$  为一块板上的带电量,  $S$  为一块板的面积,  $k$  为静电力恒量。上

式通常也表示为  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ,  $\sigma = \frac{Q}{S}$  为一块板上单位面积所带的电量, 也称为

电荷面密度,  $\epsilon_0 = \frac{1}{4k} = 8.85 \times 10^{-12}$  库<sup>2</sup>/牛·米<sup>2</sup>。

[解答] 
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot S}$$

$$Q = \epsilon_0 \cdot SE = (8.85 \times 10^{-12} \times 2 \times 10^{-2} \times 5.0 \times 10^4) \text{ 库} = 8.85 \times 10^{-9} \text{ 库}.$$

2976. 有一个半径为  $a$  的环形导体, 带电量为  $Q$ 。在过环心并垂直于环圈平面的直线上, 距环心距离为  $x$  的一点上, 场强为多大?

[解答] 如图所示,  $P$  点的场强是环的各小段上电荷  $Q$  在该点产生场

强的矢量和。在环上取一小段  $s$ , 带电量  $Q = \frac{Q}{2\pi a} s$ 。在  $P$  点, 产生的

场强 
$$E = k \frac{Q}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{kQ}{2a(x^2 + a^2)^{3/2}}.$$

$E$  沿  $x$  方向的分量

$$E_x = E \cos \theta = \frac{kQ \cdot s \cos \theta}{2 a(x^2 + a^2)} = \frac{kQ \cdot s}{2 a(x^2 + a^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}。$$

环的各小段上 Q 在 P 点产生的场强在 x 方向的合成：

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{kQx}{2 a(x^2 + a^2)\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot s \\ &= \frac{kQx \cdot 2 a}{2 a(x^2 + a^2)\sqrt{x^2 + a^2}} , \\ E_x &= \frac{kQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}。 \end{aligned}$$

环的各小段上 Q 在 P 点产生的合场强在 y、z 方向  $E_y=E_z=0$ 。因此 P 点的场强大小：

$$E_P = \frac{kQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} , \text{ 它的方向和 } x \text{ 轴同向。 (当 } Q \text{ 为正电荷时)}$$

可以看出当  $x = 0$  时，即在环心的场强为零，当  $x \gg a$ ， $E = \frac{kQ}{x^2}$ ，这

时环相当于一个点电荷。

2977. 有一个带电量  $q = -3 \times 10^{-6}$  库的点电荷，从电场中的 A 点移到 B 点时，电场力做  $6 \times 10^{-4}$  焦的负功，从 B 点移到 C 点时，电场力做  $9 \times 10^{-4}$  焦的正功。问：(1) A、B、B、C、C、A 之间的电势差各为多少？(2) 如果以 B 点为零电势点，A、C 点的电势各为多少？电荷在 A、C 点的电势能又各为多少？

[解答] (1)  $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{-6 \times 10^{-4}}{-3 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 200 \text{ 伏} ,$   
 $U_{BC} = \frac{W_{BC}}{q} = \frac{-6 \times 10^{-4}}{-3 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = -300 \text{ 伏} ,$   
 $U_{CA} = \frac{W_{CA}}{q} = \frac{-(W_{AB} + W_{BC})}{q} = \frac{-(-6 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-4})}{-3 \times 10^{-6}} \text{ 伏}$   
 $= 100 \text{ 伏}。$

(2)  $U_B = 0$   
 $U_A = U_{AB} + U_B = 200 \text{ 伏} ,$   
 $U_C = U_B - U_{BC} = 0 - (-300) \text{ 伏} = 300 \text{ 伏} ,$   
 $A = qU_A = -3 \times 10^{-6} \times 200 \text{ 焦} = -6 \times 10^{-4} \text{ 焦} ,$   
 $C = qU_C = -3 \times 10^{-6} \times 300 \text{ 焦} = -9 \times 10^{-4} \text{ 焦} ,$

2978. 一个带电质点带电量为  $+3 \times 10^{-9}$  库，逆电场方向从 A 点移至 B 点，外力做功为  $6 \times 10^{-5}$  焦，在此过程中带电质点的动能增加了  $4.5 \times 10^{-5}$  焦，问 A、B 间的电势差为多少？

[分析] 外力所做的功  $W_{外}$  等于带电质点增加的动能  $E_K$  和静电势能 的和。

[解答]  $W_{外} = E_K + \dots$   
 $= W_{外} - E_K。$

带电质点从 A 点移到 B 点，电场力所做的功为  $W_{AB}$ 。

$$W_{AB} = - \dots ,$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{-(W_{外} - E_K)}{q}$$

$$= \frac{-(6 \times 10^{-5} - 4.5 \times 10^{-5})}{3 \times 10^{-9}} \text{伏} = -5 \times 10^3 \text{伏}。$$

2979. 在一典型的闪电中, 两个放电点间的电势差为  $10^9$  伏, 被迁移的电量约为 30 库, 如果放出的能量都用来使 0 的冰融解为 0 的水, 则可融解多少冰? (融解 1 千克冰所需能量为  $3.34 \times 10^5$  焦)

[分析] 在闪电中放出的能量, 等于迁移的电荷所减少的静电势能, 这些能量提供冰的熔解热。

[解答]  $W_{放} = qU, Q_{吸} = m \cdot \lambda, W_{放} = Q_{吸},$

$$m = \frac{Q_{吸}}{\lambda} = \frac{W_{放}}{\lambda} = \frac{qU}{\lambda} = \frac{30 \times 10^9}{3.34 \times 10^5} \text{千克} = 9.0 \times 10^4 \text{千克}。$$

2980. 在玻尔的氢原子模型中, 一个电子绕一个质子作匀速圆周运动, 如果电子某一轨道半径为  $5.28 \times 10^{-9}$  厘米, 问这个电子具有的静电势能为多少?

[分析] 质子带电量为  $+e$ , 在原子的范围内它可作为点电荷, 在以质子为圆心, 半径为  $r$  的圆周上, 各点的电势都为  $U = \frac{ke}{r}$ , 根据电势能  $E_p = qU$ , 即可求出电子的电势能。

[解答]  $U = \frac{ke}{r}, E_p = -eU,$

$$= -e \frac{ke}{r} = -\frac{ke^2}{r} = -\frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{5.28 \times 10^{-11}} \text{焦}$$

$$= -4.36 \times 10^{-18} \text{焦}。$$

2981. 静电加速器可将质子加速到 2 兆电子伏的能量。

求: (1) 加速电势差是多少?

(2) 被加速的质子流射向一质量为 10 克的铜片, 每秒内射到铜片的质子数为  $2.8 \times 10^{14}$  个, 假定质子动能完全用来加热铜片, 5 秒内铜片的温度升高多少? (铜的比热容为 376.2 焦/千克·开)

(3) 质子的质量为  $1.67 \times 10^{-27}$  千克, 问极板受到质子流的平均冲力是多少?

[解答] (1) 质子的动能  $E_K = eU, U = \frac{E_K}{e} = \frac{2 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{伏}$

$$= 2 \times 10^6 \text{伏}。$$

(2)  $c_{铜} m \Delta t = E_K \cdot n \cdot t,$

$$\Delta t = \frac{E_K n t}{c_{铜} m} = \frac{2 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.8 \times 10^{14} \times 5}{376.2 \times 0.01} \text{开} = 120 \text{开}。$$

(3) 如果质子和铜片的碰撞是完全非弹性的, 每一个质子对铜片的冲量为  $m_H v$ , 单位时间内铜片所受的总冲量即为平均冲力。

$$m_H v = m_H \sqrt{\frac{2E_K}{m_H}} = \sqrt{2m_H E_K},$$

$$\bar{F} = n m_H v = n \sqrt{2m_H E_K}$$

$$= 2.8 \times 10^{14} \sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 2 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{牛}$$

$$= 9.15 \times 10^{-6} \text{牛}。$$

2982. 如图所示, 在匀强电场中有 a、b、c 三点, 这三点的连线是一个直角三角形, ab 边和电力线平行, ab 边长 3 厘米, a 点离 A 板 1 厘米, 电源电压为 2 伏, B

板接地。问：

- (1) ab、bc、ac 间的电势差各为多少？
- (2) 一个电子在 a 点具有的电势能为多少？
- (3) 使一个电子从 a 点沿斜边移到 c 点时，电场力作功多少？

[分析] B 板接地表示 B 板的电势为零，但因 B 板和电源正极相连，它的电势仍比 A 板高，电场方向从 B 板指向 A 板。

$$\begin{aligned} \text{[解答]} (1) E &= \frac{U_{BA}}{d} = \frac{2}{0.05} \text{ 伏/米} = 40 \text{ 伏/米}, \\ U_{ab} &= E \cdot \overline{ad} \cos 180^\circ = -40 \times 0.03 \text{ 伏} = -1.2 \text{ 伏}, \\ U_{bc} &= E \cdot \overline{bc} \cos 90^\circ = 0, \\ U_{ac} &= U_{ab} = -1.2 \text{ 伏}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) U_a &= U_{ab} = \frac{U_{AB}}{d} d_a = \frac{-2}{0.05} \times 0.04 \text{ 伏} = -1.6 \text{ 伏}, \\ \epsilon_a &= -eU_a = -e \cdot (-1.6) \text{ 电子伏} = 1.6 \text{ 电子伏} = 2.56 \times 10^{-19} \text{ 焦}. \end{aligned}$$

$$(3) W_{ac} = -eU_{ac} = -e \cdot (-1.2) \text{ 电子伏} = 1.2 \text{ 电子伏} = 1.92 \times 10^{-19} \text{ 焦}.$$

2983. 有一个匀强电场，电力线和坐标 xOy 平面平行，以原点为圆心，半径 r 为 5 厘米的圆周上任意一点 P 的电势  $U = (40 \sin \theta + 25)$  伏， $\theta$  为 O、P 两点连线和 x 轴的夹角，如图所示。求该匀强电场场强的大小和方向。

[分析] 匀强电场的电力线和 xOy 平面平行，其等势面一定和 xOy 平面垂直，因为  $U = 40 \sin \theta + 25 = 40 \sin(180^\circ - \theta) + 25$ ，所以等势面和 xOy 平面的交线跟 x 轴平行，由此可知电力线应跟 y 轴平行。在圆周上分别取  $P_1$ 、 $P_2$  两点，如图所示，这两点的电势差为  $U_{12}$ ，它们相应的等势面之

间的距离为 d，则  $E = \frac{U_{12}}{d}$ ，场强的方向应垂直于等势面指向电势减小的方向，所以跟 y 轴方向相反。

$$\begin{aligned} \text{[解答]} E &= \frac{U_{12}}{d} = \frac{(40 \sin \theta_1 + 25) - (40 \sin \theta_2 + 25)}{r \sin \theta_1 - r \sin \theta_2} \\ &= \frac{40(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)}{r(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)} = \frac{40}{0.05} \text{ 伏/米} = 800 \text{ 伏/米}. \end{aligned}$$

场强 E 的方向跟 y 轴反向。

2984. 有两块面积相同的金属板，一块板挂在天平秤的一端，另一块用支架固定，当天平平衡时，两板间的距离 d 为 5 毫米。在两板间加 400 伏的电压后，在天平的右端要增加 4 克砝码，天平才能重新平衡，求每块板上的带电量。

[分析] 天平重新平衡时，两板间的静电力等于右端增加砝码的重力。要注意 A 板所受电场力 F，等于 A 板所带电量 Q 和 B 板电荷所产生的场强  $E_B$  的乘积。因为 AB 两板间电场 E 是由 A、B 两板上的正负电荷分别产生的电场叠加的， $E = E_A + E_B$ ， $E_A$ 、 $E_B$  大小相等，方向相同，所以

$$E_B = \frac{E}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{[解答]} E &= \frac{U}{d}, E_B = \frac{E}{2} = \frac{U}{2d}, \\ F &= QE_B = \frac{QU}{2d}, F = mg, \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \frac{QU}{2d} = mg, Q = \frac{2mgd}{U} = \frac{2 \times 4 \times 10^{-3} \times 10 \times 5 \times 10^{-3}}{400} \text{ 库} = 10^{-6} \text{ 库}.$$

2985. 在匀强电场中有 a、b、c 三点，且 ab，bc，ac 相等，都为 5 厘米，如

图所示，电力线和 abc 平面平行，如果电量为  $-3 \times 10^{-8}$  库的检验电荷，从 b 点移到 a 点时，电场力不作功，而把这个电荷从 c 点移到 a 点时，电场力作  $1.5 \times 10^{-7}$  焦的功，试求 c 点的场强。

[分析]把检验电荷从 b 点移到 a 点，电场力不作功，说明 a、b 两点在同一个等势面上，根据题中给出的该电场是匀强电场，且电力线和 abc 平面平行的条件可知，通过 c 点的电力线必和 a、b 两点的连线垂直，c 点到 ab 两点连线的垂直距离，即为两等势面之间的距离 d。

$$[\text{解答}] \quad E = \frac{|U_{ca}|}{d} = \frac{\left| \frac{W_{ca}}{q} \right|}{d},$$

$$d = ac \sin 60^\circ,$$

$$\text{所以 } E = \frac{W_{ca}}{|q|ac \sin 60^\circ} = \frac{1.5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-8} \times 5 \times 10^{-2} \times 0.866} \text{ 伏 / 米} = 115.5 \text{ 伏 / 米}.$$

又因为  $W_{ca} - qU_{ca} > 0$ ，且已知  $q < 0$ ，

所以  $U_{ca} < 0$  即  $U_1 < U_2$ ，场强方向应沿着电力线指向电势降低的方向，c 点的场强方向如图所示。

2986. 在场强 E 为  $10^4$  牛/库的水平匀强电场中，有一根长 l 为 5 厘米的细线，一端固定在 O 点，另一端系一个质量 m 为 3 克、带电量 q 为  $2 \times 10^{-6}$  库的小球，当细线处于水平位置，小球在 A 点从静止开始释放，求小球到达最低点 B 时的速率。

[分析]带电小球以 l 为半径作圆周运动，从 A 点向 B 点运动的过程中，小球所减少的重力势能转化为动能和电势能。

[解答]设带电小球在 B 点的重力势能为零，在 A 点的电势能为零。

$$mgl = Eq l + \frac{1}{2} mv_B^2,$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2(mgl - Eq l)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.05(0.003 \times 10 - 2 \times 10^{-6} \times 10^4)}{0.003}} \text{ 米 / 秒}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ 米 / 秒} \quad 0.58 \text{ 米 / 秒}.$$

2987. 如图所示，一条长为 l 的细线，上端固定，下端拴一个质量为 m 的带电小球，将它置于一个匀强电场中，电场强度大小为 E，方向是水平的。已知当细线离开竖直位置的偏角为  $\theta$  时，小球处于平衡。

(1) 小球带何种电荷？求出小球所带电量。

(2) 如果使细线的偏角由  $\theta$  增大到  $2\theta$ ，然后将小球由静止开始释放，则  $\theta$  应为多大，才能使细线到达竖直位置时小球的速度刚好为零？

[分析]第(1)小题是讨论带电小球在细线拉力 T，电场力 F 及重力 G 的作用下而处于平衡的问题，其受力图见图( )。

第(2)小题讨论小球从静止开始释放后，在偏角大于  $\theta$  时，所受重力、电场力沿着圆周切线方向的合力是指向平衡位置，小球的切向速度增加。见图(b)，当偏角等于  $\theta$ ，切向合力为零，但此时速度最大，小球将通过平衡位置继续向左运动；当偏角小于  $\theta$  时，切向合力和切向速度反向，小球速度逐渐减小，一直到零。由于重力、电场力都是保守力，细线拉力始终不作功，因而小球在运动过程中，它的动能、重力势能、静电势能三者之和保持守恒，由于初末状态动能为零，因而小球初末状态的重力势能和电势能之和相等。

$$[\text{解答}](1) \quad Eq = mg \tan \theta,$$

$$q = \frac{mg}{E} \tan \theta, \quad q \text{ 应带电正电}.$$

(2) 设偏角为  $2\theta$  时小球所在点的电势为零，小球在最低点的重力势能为零。

偏角为  $\theta_1$  时小球的重力势能  $E_{p1} = (l - l\cos\theta_1)mg$ ,

偏角为  $\theta_1$  时小球的电势能  $E_{1} = 0$ 。

偏角为零时小球的重力势能  $E_{p2} = 0$ ,

偏角为零时小球的电势能  $E_{2} = qEl\sin\theta_2$ 。

因为  $E_{p1} + E_{1} = E_{p2} + E_{2}$ ,

所以  $mg(l - l\cos\theta_1) = qEl\sin\theta_2$ 。

把  $q = \frac{mg}{E} \tan\theta_2$  代入上式后得到

$$1 - \cos\theta_1 = \tan\theta_2 \sin\theta_2,$$
$$\frac{1 - \cos\theta_1}{\sin\theta_1} = \tan\theta_2, \quad \frac{1 - \cos\theta_1}{\sin\theta_1} = \tan\frac{\theta_2}{2},$$

所以  $\tan\frac{\theta_2}{2} = \tan\theta_1$ ,  $\theta_2 = 2\theta_1$ 。

2988. 如图(a)所示, 在长度为  $l$  的细绳一端系有一个带电小球, 绳的另一端固定于  $O$  点, 沿水平方向有一个匀强电场, 带电小球所受电场力是重力的  $\frac{1}{3}$ , 现为了使小球在平行于电力线的竖直平面内恰好能作圆周运动, 小球在最低点  $A$  处至少应有多大的水平速度?

[分析] 带电小球在重力、电场力、绳子拉力作用下作圆周运动, 在圆周上某一点  $B$  处电场力  $F$  和重  $mg$  的合力  $R$  指向圆心  $O$ , 而绳子拉力为零, 如图(b)所示, 此时小球恰好能完成一周, 根据向心力公式可求出小球在  $B$  点的速度, 然后用能量守恒定律求出小球在  $A$  点的速度。

[解答] 小球所受电场力、重力的合力为  $R$ ,

$$R = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}mg\right)^2 + (mg)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}mg,$$

根据向心力公式  $R = \frac{mv_B^2}{l}$ ,  $v_B^2 = \frac{lR}{m} = \frac{\sqrt{10}}{3}gl$ ,

设小球在  $A$  点时重力势能  $E_{pB} = mgl(1 + \sin\theta)$ ,

$$\sin\theta = \frac{mg}{\frac{\sqrt{10}}{3}mg} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad E_{pB} = \frac{10 + 3\sqrt{10}}{10}mgl,$$

小球在  $B$  点时的电势能  $E_B = qEl\cos\theta = \frac{1}{3}mgl\cos\theta$ ,

$$\cos\theta = \frac{\frac{1}{3}mg}{\frac{\sqrt{10}}{3}mg} = \frac{1}{\sqrt{10}}, \quad E_B = \frac{\sqrt{10}}{30}mgl,$$

根据能量守恒  $\frac{1}{2}mv_A^2 = E_{pB} + E_B + \frac{1}{2}mv_B^2$ ,

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{10 + 3\sqrt{10}}{10}mgl + \frac{\sqrt{10}}{30}mgl + \frac{1}{2}m \frac{\sqrt{10}}{3}lg,$$
$$v_A^2 = \left(\frac{10 + 3\sqrt{10}}{5} + \frac{\sqrt{10}}{15} + \frac{\sqrt{10}}{3}\right)gl = \left(\frac{30 + 15\sqrt{10}}{15}\right)gl = (2 + \sqrt{10})gl,$$

所以  $v_A = 2.27\sqrt{gl}$ 。

2989. 用一根长为  $l$  的轻质绝缘线拴着一只金属小球  $A$ , 在小球  $A$  的正下方,

固定着另一只金属小球 B。A、B 之间的距离也恰为  $l$ 。已知球 A 的质量为  $m$ ，且两球都带正电荷，电量都为  $q$ （两小球的体积可不计）。试求：

(1) 当小球 A 静止时，丝线的拉力是多大？（设此时丝线被拉紧）

(2) 如把拴小球 A 的丝线剪断，那么，当小球 A 下落的高度为  $h$  时 ( $h < l$ )，小球 A 的速度是多少？

(3) 如不剪断丝线，而是让小球 A 在水平面上作圆锥摆运动，当丝线和铅直线成  $60^\circ$  时，小球 A 的角速度是多少？这时，丝线的拉力又是多大？

[解答] (1) 静止的小球 A，除受重力和丝线的拉力外，还受到小球 B 对它的库仑力。根据小球 A 的平衡条件可得丝线的拉力大小

$$T = mg - k \frac{q^2}{l^2}。$$

(2) 小球 A 在下落过程中，重力势能在逐渐减小，但电势能在逐渐增大，而小球 A 总的势能的减小，就等于它动能的增加。由此可得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \left( \frac{kq^2}{l-h} - \frac{kq^2}{l} \right)，$$

所以，小球 A 下落了  $h$  高度时的速度

$$v = \sqrt{2h \left( g - \frac{kq^2}{ml(l-h)} \right)}。$$

(3) 当小球 A 作圆锥摆运动时，它所需要的向心力由丝线的拉力、重力及小球 B 对它的库仑力的合力所提供。又因为  $\angle BOA = 60^\circ$ ，且  $OB = 2OA$ ，故  $\triangle AOB$  是直角三角形，可知  $\angle A = 30^\circ$ 。

由小球 A 作匀速圆周运动的条件得

$$\begin{aligned} T \sin 30^\circ + F \cos 30^\circ &= mg， \\ T \cos 30^\circ - F \sin 30^\circ &= m^2 r， \end{aligned}$$

$$\text{而 } F = k \frac{q^2}{AB^2}， AB = \sqrt{3}l，$$

$$r = l \cos 30^\circ。$$

由以上各式可解得小球 A 的角速度为

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{mg \cos 30^\circ - k \frac{q^2}{3l^2}}{ml \sin 30^\circ \cos 30^\circ}}。 \end{aligned}$$

丝线的拉力为

$$\begin{aligned} T &= mg(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ) - k \frac{q^2}{3l^2} \operatorname{ctg} 30^\circ \\ &= \frac{mg}{\sin 30^\circ} - \frac{kq^2}{3l^2} \operatorname{ctg} 30^\circ。 \end{aligned}$$

2990. 两只质量分别为  $m_1$  和  $m_2$  的金属小球 I 和 II，相隔距离  $l_1$ ，静止在光滑的水平绝缘板上（小球的直径可忽略不计），使它们分别带等量电荷  $Q$  后，它们就分别向左、右运动。试求两小球间的距离为  $l_2$  时，它们的速度分别是多少？

[分析] 取两个金属带电小球为研究对象，分析这两个金属小球的受力情况可知道，它们之间除相互作用的库仑力以外，重力和支承面弹力相互抵消，因此，两个小球作为一个系统，它们的总动量是守恒的。但是，它们的机械能却不守恒。因为随着两小球的距离增大，系统所具有的电势能逐渐减少，而这部份减少的电势能就转变成小球的动能，因此两个小球的总动能逐渐增大。总能量是守恒的。

[解答] 由以上分析，就可得到下列解法：

$$\text{由动量守恒定律得 } m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (1)$$

$$\text{由能量守恒定律得 } E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

式中  $v_1$ 、 $v_2$  分别表示小球 I、II 速度的大小；

$E$  表示两不球的电势能的减少值。

在计算电势能时，可任意选定一个电荷作为产生电场的电荷，而把另一个电荷作为放在该电场中的电荷来计算它的电势能就可以了。因此，可选小球 I 是产生电场的电荷，则小球 II 在两次所处位置的电势分别为  $U_1 =$

$k \frac{Q}{l_1}$ ， $U_2 = k \frac{Q}{l_2}$ 。则在此运动过程中，系统所减少的电势能

$$E = (U_1 - U_2)Q = \left(k \frac{Q}{l_1} - k \frac{Q}{l_2}\right) \cdot Q,$$

$$E = \frac{kQ^2(l_2 - l_1)}{l_1 \cdot l_2} \quad (3)$$

解以上(1)、(2)、(3)式可得小球 I 的速度为

$$v_1 = \sqrt{\frac{2k(l_2 - l_1)m_2}{l_1 l_2 m_1 (m_1 + m_2)}} \cdot Q;$$

小球 II 的速度为

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k(l_2 - l_1)m_1}{l_1 l_2 m_2 (m_1 + m_2)}} \cdot Q。$$

2991. 将一个穿在光滑的绝缘杆中的弹簧振子，放在无限大的平行金属板间。已知弹簧的倔强系数  $k$  为 100 牛/米，小球的质量  $m$  为 0.1 千克，小球带电量  $q$  为  $2 \times 10^{-3}$  库（小球和弹簧间绝缘，且小球的体积可不计），板间距离  $d$  为 0.2 米，电源的电压  $U$  为 200 伏，不计两金属板的充、放电时间，试求：

(1) 把开关  $K_1$  合上后，小球所受的电场力是多大？

(2) 弹簧的最大形变是多少？

(3) 小球作什么运动？最大速度是多少？如果再把  $K_1$  打开，小球的运动情况会有什么改变？为什么？

(4) 如果打开  $K_1$  后，再合上  $K_2$ ，则小球运动状态又有什么改变？

[解答](1) 接通电源后，两板间就产生了匀强电场，电场强度为

$$E = \frac{U}{d} = \frac{200}{0.2} \text{ 伏/米} = 10^3 \text{ 伏/米},$$

故小球所受的电场力为

$$F = qE = 10^3 \times 2 \times 10^{-3} \text{ 牛} = 2 \text{ 牛}。$$

(2) 小球所受的电场力方向是水平向右，因此，小球将开始向右运动。随着小球的运动，弹簧被拉长。弹簧的最大形变（伸长）为  $l$ 。当弹簧达到最大形变，也就是说小球不再继续向右运动时，小球的动能等于零，而小球在这个运动过程中所减少的电势能就转变成弹簧的弹性势能。由此可得

$$qE \cdot l = \frac{1}{2} kl^2,$$

故得 
$$l = \frac{2qE}{k} = \frac{2 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-3}}{100} \text{ 米} = 0.04 \text{ 米}。$$

(3) 小球所受的电场力为  $qE$ ，而开始时弹簧没有形变，在这个电场力的作用下，小球开始向右运动。设小球向右运动了距离  $l'$  时，弹力恰好等于电场力（此位置即为小球的平衡位置），

则有  $kl' = qE,$

可得 
$$l' = \frac{qE}{k} = \frac{10^3 \times 2 \times 10^{-3}}{100} \text{ 米} = 0.02 \text{ 米}。$$

而这时小球还有动能，将继续向右振动。不难看出，小球将在平衡位置两侧作往复运动——振动。从平衡位置开始，以向右为正方向，则当小球位移为  $x$  时所受的合力为

$$F = qE - k(l' + x) = -kx。$$

由此可知，小球作简谐振动。而振幅即为  $A = l' = 0.02 \text{ 米}$ 。由  $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$  可得小球的最大速度为：
$$v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.02 \times \sqrt{\frac{100}{0.1}} \text{ 米/秒} = 0.63 \text{ 米/秒}。$$

打开  $K_1$  时，平行金属板的电量并不改变，故板间电场强度不变，可知小球的振动情况没有变化。

(4) 打开  $K_1$  后，再合上  $K_2$ ，板 A、B 因为短接而电荷被中和，板间电场就消失。这样，小球只受到弹簧力的作用。因此，小球虽然仍是作简谐振动，但振动的平衡位置却发生了变化，变到弹簧的原长处。此外小球的振幅也要发生变化。

2992. 有三个电量都为  $q$  的点电荷，它们分别位于边长为  $r$  的等边三角形的三个顶点上，如图所示，求该点电荷系统所具有的静电势能。

[分析] 假设这三个点电荷，原来都在无限远处，且它们相互间相隔距离为无限大，它们的势能等于零。先把其中一个电荷，从无限远处移到三角形的一个顶点上，此时没有外电场，电场力作功  $W_1=0$ ，然后把第二个电荷从无限远处移到第二个顶点上，此过程中由于第一个电荷的电场已存在，电场力需作功  $W_2$ ，最后把第三个电荷从无限远处移到第三个顶点上，在这个过程中第三个电荷在前二个电荷的电场中移动，电场力  $W_3$ ，电场力所作总功的负值等于电荷系统增加的势能，即：
$$= -(W_1+W_2+W_3)。$$

[解答] 
$$W_2 = q(U_{\infty} - U_2) = q\left(0 - \frac{kq}{r}\right) = -\frac{kq^2}{r}，$$
  

$$W_3 = q(U_{\infty} - U_3) = q\left[0 - \left(\frac{kq}{r} + \frac{kq}{r}\right)\right] = -\frac{2kq^2}{r}，$$
  

$$= -0 = -(W_1+W_2+W_3)，$$
  

$$= -\left(0 - \frac{kq^2}{r} - \frac{2kq^2}{r}\right) = \frac{3kq^2}{r}。$$

2993. 两块金属板竖直放置，两板间水平距离为  $l$ ，两板间电压为  $U$ ，两板间形成匀强电场。从 A 板上的一点 P，竖直向上抛出一个质量为  $m$ 、电量为  $q$  的带电球，试问，初速度  $v_0$  应为多大时，带电球恰好到达 P 点正对面的 Q 点。如图所示。

[分析] 带电球受水平方向的电场力和竖直方向的重力作用，是竖直方向的竖直上抛运动和水平方向的匀加速运动的合成。它的运动轨迹是一条斜抛曲线。从图中 P、Q 两点位置可看出，竖直方向位移  $h=0$ ，水平方向移动距离是  $l$ ，所以通过匀变速运动规律，即可求出  $v_0$ 。

[解答] 竖直方向 
$$0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

水平方向 
$$l = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

其中 
$$a = \frac{qU}{ml} \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式解得  $v_0 = gl\sqrt{\frac{m}{2qU}}$

2994. 在空气中放置两块金属板, 板间距离  $d$  为 5.0 毫米, 电源电压  $U$  为 150 伏。当  $K$  断开金属板不带电时, 极板中的油滴匀速下落, 速度为  $v_0$ ; 然后闭合  $K$ , 则油滴匀速上升, 其速度大小也是  $v_0$ 。已测得油滴直径为  $1.10 \times 10^{-6}$  米, 密度为  $1.05 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。已知空气阻力  $f$  和速度  $v_0$  成正比, 即  $f = kv_0$ , 空气浮力不计。基本电荷  $e$  为  $1.6 \times 10^{-19}$  库。试求:

(1) 油滴所带的电量  $q$  是多少?

(2) 此油滴缺少或多余多少个电子?

[分析] 油滴匀速下落时, 仅受重力和阻力作用, 且  $f_{\text{阻}} = mg$ 。当  $K$  闭合时, 油滴匀速上升, 阻力方向向下, 它除了受重力和阻力作用外, 还受到向上的电场力作用, 由平衡条件可求油滴所带的电量  $q$ 。

[解答] (1) 匀速下落时  $f_{\text{阻}} = mg$  (1)

匀速上升时  $mg + f_{\text{阻}} = q \cdot \frac{U}{d}$  (2)

已知  $m = \frac{4}{3} R^3$  (3)

由(1)、(2)、(3)式联立可得

$$q = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} R^3 \cdot g \cdot d}{U}$$

$$= \frac{2 \times 1.05 \times 10^3 \times \frac{4}{3} \times 3.14 \times (0.55 \times 10^{-6})^3 \times 10 \times 5 \times 10^{-3}}{150} \text{ 库}$$

$$= 4.8 \times 10^{-19} \text{ 库。}$$

(2)  $\frac{q}{e} = \frac{4.8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3$  (多余3个电子)。

2995. 有一个装置, 如图。K 为阴极, 受热后发射电子;  $C_1$  为中心有孔的两块金属板, 用来加速电子;  $C_2$  为一对平行金属板, 用来使电子偏转,  $C_2$  中的电场可以看作是匀强电场。设电子在加速前的速度可忽略不计, 加在  $C_1$  上的电压  $U_1$  为 28.5 伏, 加在  $C_2$  上的电压  $U_2$  为 10 伏,  $C_2$  长  $l$  为 2 厘米, 两板间距  $d$  为 0.5 厘米, 求电子束从  $C_2$  飞出时的速度方向跟轴线  $OO'$  的夹角。

[分析] 电子从  $C_2$  飞出时的速度  $v$  可分解为  $v_x$  和  $v_y$  两个分量, 其速

度方向跟轴线  $OO'$  的夹角可由  $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$  来求得。

[解答] 电子沿水平方向作匀速运动  $v_x = v_0 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}}$ , 电子沿竖直方向作匀加速运动  $v_y = at = \frac{eU_2}{md} \cdot \frac{l}{v_0}$ 。所以  $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{eU_2}{md} \cdot \frac{l}{v_0}$ 。

$$\frac{1}{v_0} = \frac{eU_2}{md} \cdot l \cdot \frac{m}{2eU_1} = \frac{U_2 l}{2U_1 d} = \frac{2 \times 10^{-2} \times 10}{2 \times 0.5 \times 10^{-2} \times 28.5} = 0.7018。$$

$$\theta = 35^\circ。$$

2996. 平行金属板间的距离  $d$  为 0.02 米, 中间的三条虚线将 A、B 间的距离四等分。在板 A、B 间加一个电压, 并将 A 板接地。现从 A 板的中央小孔 K 处射入一个

电子，如图。电子的速度方向和板 A 垂直。测得电子进入板 A、B 的最大位移是 0.01 米，电子从进入小孔到返回小孔，共历时  $t$  为  $10^{-8}$  秒。试求

- (1) 板 A、B 间的电场强度。
- (2) 电子刚射入小孔 K 时的初动能。
- (3) 图中每条虚线所表示的等势面的电势。

[分析] (1) 电子只能在板 A、B 间运动一定的距离，以后就开始返回板 A，这说明电子是作减速运动，即它所受的电场力方向和它的初速度方向相反。因为电子带负电，可知电场强度的方向是由板 A 指向板 B。这个电子在电场中的运动，相当于在重力场中的物体作竖直上抛运动。

[解答] 电子达到最大位移所需时间为

$$t' = \frac{1}{2} t = 0.5 \times 10^{-8} \text{ 秒。}$$

同样，电子从最大位移处回到板 A 所需时间也为  $t'$ ，由  $l = \frac{1}{2} at'^2$  可得：

$$l = \frac{1}{2} \frac{Ee}{m} t'^2,$$

故得板间场强为

$$E = \frac{2ml}{et'^2} = \frac{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 0.01}{1.6 \times 10^{-19} \times (0.5 \times 10^{-8})^2} \text{ 伏 / 米} = 4.55 \times 10^3 \text{ 伏 / 米。}$$

(2) 电子在电场中运动，反抗电场力做功，从而动能逐渐减小。由动能定理，得电子刚射入小孔 K 时的动能为

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2 = e U = eEl = 1.6 \times 10^{-19} \times 4.55 \times 10^3 \times 0.01 \text{ 焦} \\ = 7.28 \times 10^{-18} \text{ 焦。}$$

(3) 因为板 A 接地，故有  $U_A = 0$ 。

第一个等势面的电势为

$$U_1 = U_A - U_{A1} = 0 \text{ 伏} - 4.55 \times 10^3 \times \frac{1}{4} \times 0.02 \text{ 伏} = -22.75 \text{ 伏；}$$

同理可得第二个等势面的电势为

$$U_2 = -45.5 \text{ 伏；}$$

第三个等势面的电势为

$$U_3 = -68.25 \text{ 伏。}$$

2997. 图中，F 处发射的电子被加速向 B 运动。

- (1) 电子射击 B 板的能量有多大？合多少电子伏？
- (2) A 和 B，B 和 C 之间的电场强度各为多大？
- (3) 一些电子穿过 B 板的孔，它们将到何处？

[解答] (1) 一个电子移过电势差为 100 伏的 A、B 板间距离时获得能量为

$$e U = 1.6 \times 10^{-19} \times 100 \text{ 焦} \\ = 1.6 \times 10^{-17} \text{ 焦} = 100 \text{ 电子伏。}$$

$$(2) \quad E_{AB} = \frac{U_{AB}}{d_{AB}} = \frac{100}{1.0 \times 10^{-2}} \text{ 伏 / 米} = 1.0 \times 10^4 \text{ 伏 / 米，}$$

$$E_{BC} = \frac{U_{BC}}{d_{BC}} = \frac{200}{0.5 \times 10^{-2}} \text{ 伏 / 米} = 4 \times 10^4 \text{ 伏 / 米。}$$

(3) 因为带电平行板之间的电场是均匀的，所以在 B、C 之间中点的电势比 B 板低 100 伏，当电子自 B 板到达 B、C 间距的一半时，将失去它们在 A、B 间所获得的全部动能（100 电子伏），然后加速到 B 板，越过孔减速到 A 板，再重复来回运动。

2998. 有一束 1000 电子伏的电子流在匀强电场中部向斜上方进入匀强电场，电场方向竖直向上。电子的初速度  $v_0$  和水平方向的夹角为  $30^\circ$ 。为了使电子不打到上面的金属板，应该在金属板上加多大的电压  $U_d$ ？

[解法一] 电场强度方向向上，所以电子受电场力方向向下，电场力  $F$  和电子在  $F$  作用下的加速度  $a$  分别为

$$F = qE = q \frac{U_d}{d}, \quad a = \frac{F}{m} = \frac{qU_d}{md}.$$

由初始条件  $v_0$  的方向可看出，电子的运动和重力场中斜向上抛物体的运动性质相同。把初速度  $v_0$  分解为  $v_{0x} = v_0 \cos 30^\circ$  和  $v_{0y} = v_0 \sin 30^\circ$ 。按

题意，要使电子不打到上面的金属板，电子的竖直分位移在  $y = \frac{d}{2}$  时，竖直分速度  $v_{0y}$  已减为零，即

$$v_{0y}^2 = 2ay = 2 \frac{qU_d}{dm} \frac{d}{2}.$$

或  $v_{0y}^2 = \frac{qU_d}{m}$ 。（ $U_d$  值，是满足题意的最小电压，用  $U_{d\min}$  表示。）

$$U_{d\min} = \frac{mv_{0y}^2}{q} = \frac{mv_0^2 \sin^2 30^\circ}{e} = \frac{mv_0^2}{4e}.$$

因为  $\frac{1}{2}mv_0^2 = 1000$  电子伏，

所以  $U_{d\min} = \frac{1000}{2}$  伏 = 500 伏。

[解法二] 根据能量转换和守恒定律，电子从进入电场到达最高点的过程中，电子的势能和动能之和保持不变，即电子势能的增加量等于电子动能的减少量。因为电子在到达最高点时的速度等于  $v_0 \cos 30^\circ$ ，

所以 
$$\begin{aligned} e \cdot \frac{U_d}{2} &= \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m(v_0 \cos 30^\circ)^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_0^2(1 - \cos^2 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 30^\circ = 1000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ 电子伏} = 250 \text{ 电子伏。} \end{aligned}$$

$$U_d = \frac{250 \text{ 电子伏} \times 2}{e} = 500 \text{ 伏。}$$

2999. 两个带等量异种电荷的平行金属板，板长  $l$ ，板间距离  $d$ ，两板间电压  $U$ 。一个电子沿和板面成  $\theta$  角的方向飞入电场，飞出电场时，飞行方向和板面成  $\theta'$  角。试根据  $\theta$  和  $\theta'$  的大小计算出电子飞入电场时的初速度  $v_0$ ，设电子质量为  $m$ ，电量为  $e$ ，电子的重力忽略不计。

[解答] 电子飞入电场后的运动可视为沿水平方向的匀速运动和竖直方向的匀减速运动的合运动，令飞出电场时速度为  $v_t$ ，则可得

$$\begin{aligned} v_0 \cos \theta &= v_t \cdot \cos \theta' \\ v_t \cdot \sin \theta' &= v_0 \cdot \sin \theta - at \end{aligned}$$

因为  $a = \frac{F}{m} = \frac{eU}{md}$ ,  $t = \frac{l}{v_0 \cos}$  (2)

将上述两式代入(2)式中得  $v_t = \frac{v_0 \sin}{\sin} - \frac{eUl}{mdv_0 \cos \cdot \sin}$  (3)

将(3)式代入(1)式整理后得  $v_0 = \sqrt{\frac{eUl}{md \cos^2 (tg - tg)}}$

300. 两块竖直放置的平行金属板, 相距 20 厘米, 两板间加 3000 伏的电压, 在带正电的极板上, 用 10 厘米长的绝缘细线悬挂一个质量为 2 克的带电小球, 小球平衡时细线和竖直方向成  $37^\circ$  角。求(1)小球的带电量。(2)如烧断细线, 小球将怎样运动? 要经过多长时间小球碰到负极板? 小球碰到负极板的速度为多大? ( $g$  取  $10 \text{ 米/秒}^2$ )

[分析] 带电小球在电场力  $F$ , 重力  $G$  和细线拉力  $T$  的作用下处于平衡, 根据平衡条件可求出电量  $q$ 。细线烧断后, 带电小球所受力  $F$ 、 $G$  保持不变, 小球将在  $F$ 、 $G$  的合力  $R$  的作用下作匀加速直线运动。

[解答] (1)  $F = Eq = \frac{U}{d}q$ ,  $F = mgtg37^\circ$ ,

$$q = \frac{mgd}{U}tg37^\circ = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.2}{3000} \times 0.75 \text{ 库} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ 库}.$$

(2)  $s = \frac{d}{\sin 37^\circ} - l = (\frac{0.2}{0.6} - 0.1) \text{ 米} = 0.23 \text{ 米},$

$$R = T = \frac{mg}{\cos 37^\circ},$$

$$a = \frac{R}{m} = \frac{g}{\cos 37^\circ}, \quad s = \frac{1}{2}at^2,$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2s \cos 37^\circ}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.23 \times 0.8}{10}} \text{ 秒} = 0.19 \text{ 秒};$$

$$v = at = \frac{g}{\cos 37^\circ} t = \frac{10}{0.8} \times 0.19 \text{ 米/秒} = 2.4 \text{ 米/秒}.$$

3001. 粒子( ${}^4_2\text{He}$ )经电压  $U$  加速后, 以跟水平面成  $\theta$  角的初速度, 从水平放置的两平行金属板  $C$ 、 $D$  的边缘射入板间的电场(如图)。已知板长为  $l$ 。如果粒子恰好从板  $CD$  的另一端飞出, 试求:

(1) 两板  $AB$ 、 $CD$  间的电场强度;

(2) 粒子刚飞出电场时的速度;

(3) 如将板  $AB$ 、 $CD$  间的电压增加一倍后, 粒子将落在何处?

(4) 增加电压后, 当粒子到达最高点时, 和一个水平、从后面来的作同向飞行的中子作弹性正碰。碰撞后, 粒子又正好从板  $CD$  的  $D$  端飞出电场, 则碰撞前中子的速度是多大? (不考虑碰撞时可能发生的核变化)

设中子质量为  $m_0$ ; 粒子质量为  $4m_0$ , 电量为  $2e$ 。

[解答] (1) 粒子进入电场后, 所作的运动类似于斜抛运动。根据斜抛运动的特点, 有

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{a} \quad (1)$$

式中  $v_0$  表示粒子飞入板  $AB$ 、 $CD$  时的初速度;  $a$  表示粒子由电场作用产生的加速度。

由  $\frac{1}{2} \cdot 4m_0 v_0^2 = 2eU,$

得  $v_0 = \sqrt{\frac{eU}{m_0}} \quad (2)$

又  $= \frac{E \cdot 2e}{4m_0} = \frac{Ee}{2m_0} \quad (3)$

由(1)、(2)、(3)式可解得

$$1 = \frac{(\sqrt{\frac{eU}{m_0}})^2 \sin^2 \theta \cdot 2m_0}{Ee}。$$

两板间的电场强度

$$E = \frac{2U \sin^2 \theta}{l}。$$

(2) 粒子刚飞出D端时速度的大小和刚从C端飞入时速度的大小相等，方向跟水平面成  $\theta$  角向下，即

$$v_D = v_0 = \sqrt{\frac{eU}{m_0}}。$$

(3)板AB、CD间的电压增加一倍，由  $E = \frac{U}{d}$  可得此时的板间场强为

$$E' = 2E,$$

因此，这时 粒子的加速度

$$a' = 2a$$

从而可知此时的水平位移（即 粒子落板处和C点的距离）

$$l' = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{a'} = \frac{1}{2} l。$$

(4)电压增加一倍后， 粒子达到最高点时的水平位移  $\frac{1}{2} l'$ ，即  $\frac{1}{4} l$ 。

且此时速度的方向水平向右。它所受的力竖直向下。在和中子相碰过程中，在水平方向上不受外力作用，故水平方向上 粒子和中子的动量守恒。设 粒子碰撞前的速度为  $v_2$ ， $v_2 = v_0 \cos \theta$ 。 粒子最后从D端飞出电场，

所以，它从最高点到D点的水平位移为  $\frac{3}{4} l$ 。根据平抛运动的特点，无论

物体的初速度大小如何，它们落到同一高度所需时间是相等的。现在，

粒子碰撞后的水平位移  $\frac{3}{4} l$ 是碰撞前 粒子从最高处到板CD时的水平位移

$\frac{1}{4} l$ 的三倍，从而可以知道， 粒子的碰撞后速度为  $v_2' = 3v_2 = 3v_0 \cos \theta$ 。

设中子的碰撞前速度为  $v_1$ ，碰撞后的速度为  $v_1'$ 。根据动量守恒定律，有

$$m_0 v_1 + 4m_0 v_2 = m_0 v_1' + 4m_0 v_2'。$$

根据动能守恒，有

$$\frac{1}{2} m_0 v_1^2 + \frac{1}{2} \times 4m_0 v_2^2 = \frac{1}{2} m_0 v_1'^2 + \frac{1}{2} \times 4m_0 v_2'^2。$$

由以上两式可得

$$v_2' = \frac{(4m_0 - m_0)v_2 + 2m_0v_1}{4m_0 + m_0} = \frac{3m_0v_2 + 2m_0v_1}{5m_0} = \frac{3v_2 + 2v_1}{5},$$

$$v_1 = \frac{5v_2' - 3v_2}{2},$$

再把分析中所得的结果  $v_2' = 3v_2$ ,  $v_2 = v_0 \cos \theta$  和  $v_0 = \sqrt{\frac{eU}{m}}$ , 代入上式,

可得  $v_1 = 6v_2 = 6v_0 \cos \theta = 6\sqrt{\frac{eU}{m}} \cdot \cos \theta$ 。

3002. 水平放置两块足够长的平行金属板 A、B, 两间的距离为 0.02 米, 两板间接入电压为 182 伏的稳压电源。一个电子以  $v_0$  为  $4 \times 10^7$  米/秒的水平初速度, 紧靠着板 A 射入电场。如图所示。试求:

(1) 电子在电场中的最大水平位移。

(2) 如果两板长度各为 0.4 米, 那么, 为了使电子能飞出两板间的电场, 至少需把板 B 向下移动多少距离。

[解答] 电子在两板间的加速度

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU_{BA}}{md};$$

电子达到板 B 所需时间

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = d\sqrt{\frac{2m}{eU_{BA}}};$$

电子在此时间内的水平位移

$$s = v_0 t = v_0 d \sqrt{\frac{2m}{eU_{BA}}} = 4 \times 10^7 \times 0.02 \times \sqrt{\frac{2 \times 9.1 \times 10^{-31}}{182 \times 1.6 \times 10^{-19}}} \text{ 米} = 0.2。$$

(2) 电子飞出电场所需的时间

$$t' = \frac{s'}{v_0}。$$

因为  $s' = v_0 t' = v_0 d' \sqrt{\frac{2m}{eU_{BA}}}$ ,  $s = v_0 d \sqrt{\frac{2m}{eU_{BA}}}$ ,

所以  $d' = \frac{s'}{s} d = \frac{0.4}{0.2} \times 0.02 \text{ 米} = 0.04 \text{ 米}。$

$$d = d' - d = (0.04 - 0.02) \text{ 米} = 0.02 \text{ 米}。$$

3003. 将真空管内相距 6.2 厘米的两块平行金属板, 连接在两个串联的 90 伏电池上, 一个二价的氧离子, 从一块平板表面由静止开始加速到另一块板时, 它以多大的冲量作用在这块板上?

[解答] 二价氧离子因受电场力作用而被加速, 由动能定理可得

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = E_{K2} \quad (1)$$

其中  $E_{K2}$  为到达另一块板时氧离子的动能。

设  $p$  为氧离子到达另一块板时的动量, 则由动能和动量的关系式  $E_{K2} =$

$\frac{p^2}{2m}$ , 可得

$$p = \sqrt{2mE_{K2}} \quad (2)$$

又因为氧离子作用于另一块板的冲量  $I$  等于其动量的增量, 在量值上即等于  $p$ 。

所以 
$$I = p = \sqrt{2mE_{k2}} = \sqrt{2mqU}$$

$$= \sqrt{2 \times 16 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 90 \text{牛} \cdot \text{秒}}$$

$$= 1.75 \times 10^{-21} \text{牛} \cdot \text{秒}。$$

3004. 如图所示, 在两块竖直放置的平行金属板 A、B 上端的中点 Q 的正上方, 有一点 P, 在点 P 处放一个带正电的小球, 已知小球的质量  $m$  为  $5 \times 10^{-6}$  千克, 带电量  $q$  为  $5 \times 10^{-8}$  库, P、Q 间的高度  $h_0$  为 1.25 米。如果金属板 A、B 下端无限长, 板间距离  $d$  为 0.04 米, 板间电压  $U_{AB}$  为 400 伏。(  $g$  取  $10 \text{米/秒}^2$  ) 试求:

(1) 带电小球从 P 点开始由静止落下后, 经多少时间和金属板相碰。

(2) 相碰时, 离金属板上端的距离  $h$  为多少?

[分析] 带电小球在 P、Q 间的运动是自由落体运动, 小球进入电场后, 受到重力和电场力的作用, 它们的合力方向和小球进入电场时的初速度方向成一锐角。因此, 小球在电场中作类似于斜抛物体的运动。

[解答] (1) 小球从点 P 到达点 Q 所需时间

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} \text{秒} = 0.5 \text{秒}。$$

小球在电场中的加速度, 由力作用的独立性原理和运动独立性原理可得:

$$a_x = \frac{qE}{m} = \frac{qU_{AB}}{md} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a_x t_2^2 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式可解得

$$t_2 = \sqrt{\frac{d}{a_x}} = \sqrt{\frac{md^2}{qU_{AB}}} = \sqrt{\frac{0.04^2 \times 5 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-8} \times 400}} \text{秒} = 0.02 \text{秒}。$$

小球从点 P 开始, 到碰板为止, 所需的总时间为:

$$t = t_1 + t_2 = (0.5 + 0.02) \text{秒} = 0.52 \text{秒}。$$

(2) 小球碰板时离金属板上端的距离

$$h = \frac{1}{2}gt^2 - h_0 = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 0.52^2 - 1.25\right) \text{米} = 0.102 \text{米}。$$

3005. 图为一个水平放置的平行板电容器。板长  $L$  为 26.9 厘米。当板间电压为  $U$  时, 有一个带负电的微粒自上板一端, 沿着和水平成  $30^\circ$  的方向, 以  $v_0$  为 78 厘米/秒的速度, 朝下板作匀速直线运动。则:

(1) 当微粒到达距上板 2 厘米的 O 点时, 立即把极板间电压提高到  $1.57U$ , 求微粒到达上板的时间和速度大小是多少?

(2) 如果想控制微粒的运动, 使它最后能沿水平方向射出电场, 需怎么办?

(3) 如果微粒刚从一端射出就改变极板电压大小, 使微粒恰好击中上板另一端, 那么, 这时电压应为  $U$  的多少倍? ( $g$  取  $10 \text{米/秒}^2$ )

[解答] (1) 微粒到达 O 点前作匀速运动。

$$qE_1 = mg \quad (1)$$

从 O 到上极板过程中, 场强变为  $E_2$ , 微粒做类似于斜抛的运动。其运动方程为

$$E_2q - mg = ma \quad (2)$$

$$-h = v_0 t \sin 30^\circ - \frac{1}{2}at^2 \quad (3)$$

按题意  $E_2 = 1.5E_1$  (4)

由(1)、(2)、(4)式可得  $a = 0.5g$ , 代入(3)式后

得 
$$-h = v_0 t \sin 30^\circ - \frac{1}{2} \cdot (0.5g)t^2.$$

$$-0.02 = 0.78 \times t \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10 \times t^2,$$

$$t = 0.2 \text{ 秒}.$$

从 0 到上极板的过程中, 由动能定理可知

$$E_2 q h - mgh = \frac{1}{2} m v_t^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (5)$$

由(2)、(4)、(5)式可解得  $v_t = 0.9$  米/秒。

(2) 让微粒运动到抛物线最低点时, 使极板电压变为  $U$ , 则微粒所受的电场力和重力的合力为零, 微粒将沿该点的切线方向 (即水平方向) 作匀速直线运动, 射出电场。

(3) 微粒刚从一端射出时增大电压, 平衡破坏, 微粒在  $nE_1 q - mg$  的合力作用下作斜抛运动, 其中  $n$  为  $U$  的倍率, 并使其水平距离为  $L$ 。

$$nE_1 q - mg = ma \quad (6)$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2}{a} \quad (7)$$

解得 
$$n = \frac{v_0^2 \sin 2}{gL} + 1$$

$$= \frac{0.78^2 \times \sqrt{\frac{3}{2}}}{10 \times 26.9 \times 10^{-2}} + 1 = 1.2.$$

3006. 图中, A、B、C 是足够大的金属板, B 有一个小孔, 电源为 45 伏, (不计内阻)  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 1 \Omega$ , 一个电子在 A 板附近由静止出发, 穿过 B 板飞向 C 板。求:

(1) 电子经过 B 板时的速度是多大?

(2) 电子到达 C 板时的速度是多大?

[分析] A、B、C 三块金属板上 B 板电势最高, BA 间电势差  $U_{BA} =$  。

$$U_{AB} = U_{R1} = -45 \text{ 伏},$$

$$U_{BC} = U_{R2} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times 45 = 30 \text{ 伏}.$$

[解答] (1) 电子从 A 到 B, 电场力作正功。由动能定理可得  $-eU_{AB} =$

$$\frac{1}{2} m v_B^2.$$

$$v_B = \sqrt{\frac{-2eU_{AB}}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times (-45)}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{ 米/秒} = 4 \times 10^6 \text{ 米/秒}.$$

(2) 电子从 B 到 C, 电场力作负功。同理可得:

$$-eU_{AB} - eU_{BC} = \frac{1}{2} m v_C^2,$$

$$v_C = \sqrt{\frac{-2e(U_{AB} + U_{BC})}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times (-45 + 30)}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{ 米/秒}$$

$$= 2.3 \times 10^6 \text{ 米/秒}.$$

3007. 一对平行金属极板水平放置在真空中。两极板间的距离为 4 厘米, 两极板接在电动势为 100 伏的电源上。有一个原来不带电的质量为 0.1 克的小颗粒从平行金属板两板间的中点处自由下落。设小颗粒和下极板碰撞时没有动能损失, 并从下

极板上获得了电量  $q_0$ 。问：(1)小颗粒至少获得多少电量才能上升到金属板的上极板？(2)小颗粒和下极板碰撞时受到的合冲量多大？(3)小颗粒上升过程中电场力做了多少功？

[分析]小颗粒自中间落下和下极板碰后速度为  $v_0$ ，由于碰撞时能量没

有损失，所以  $mg \cdot \frac{d}{2} = \frac{1}{2}mv_0^2$ 。由能量守恒可知，碰后带电小颗粒的动能和在上升过程中减少的电势能都转化为重力势能。由此可求出带电小颗粒在到达上极板时至少需获得的电量  $q_0$ 。

[解答](1)由分析可知，以下、上两极板处为带电小颗粒的始、末两个状态，由能量守恒定律，当  $\frac{1}{2}mv_0^2 + qU = mgd$  时，小颗粒恰能到达上极板。

因为  $mg \cdot \frac{d}{2} = \frac{1}{2}mv_0^2$ ，将该式代入上式中可求得电量

$$q = \frac{mg \cdot \frac{d}{2}}{U} = \frac{0.1 \times 10^{-3} \times 10 \times 4 \times 10^{-2} / 2}{100} \text{ 库} = 2 \times 10^{-7} \text{ 库。}$$

(2)由动量定理，合冲量

$$\begin{aligned} I &= m \cdot v = m \cdot [v_0 - (-v_0)] \\ &= m \cdot 2v_0 = m \cdot 2 \cdot \sqrt{gd} \\ &= 0.1 \times 10^{-3} \times 2 \times \sqrt{10 \times 4 \times 10^{-2}} \text{ 牛} \cdot \text{秒} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ 牛} \cdot \text{秒。} \end{aligned}$$

(3) $W = qU = 2 \times 10^{-7} \times 100 \text{ 焦} = 2 \times 10^{-5} \text{ 焦。}$

3008. 在真空中速度为  $v = 6.4 \times 10^7$  米/秒的电子束连续射入两平行极板之间，如图。极板长度  $l$  为  $8.0 \times 10^{-2}$  米，间距  $d$  为  $5.0 \times 10^{-3}$  米。两极板不带电时，电子束将沿两极板之间的中线通过。在两极板加一个 50 赫的交变电压  $U = U_0 \sin t$ ，如果所加电压的最大值  $U_0$  超过某一值  $U_c$  时，将开始出现以下现象：电子束有时能通过两极板；有间断，不能通过。求：

(1) $U_c$  的大小。

(2) $U_0$  为何值才能使通过的时间  $t_1$  跟间断的时间  $t_2$  之比为  $t_1 : t_2 = 2 : 1$ 。

[分析]电子通过平行极板所用的时间  $l/v = 10^{-9}$  秒，交变电压周期  $T = 2 \times 10^{-2}$  秒，可见  $l/v \ll T$ 。因此电子通过平行极板时，极板间电压（或场强）可看作是恒定不变的。

[解答](1)电子进入平行极板中间后，在水平方向为匀速运动，沿竖直方向为匀加速运动。设电子速刚好不能通过平行极板的电压为  $U_c$ ，电子

$$\begin{aligned} \text{经过平行极板的时间为 } t, \text{ 所受的电场力为 } f, \text{ 则: } t &= \frac{l}{v}, \quad \frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2, \quad a = \\ \frac{f}{m} &= \frac{eU_c}{md}. \end{aligned}$$

将以上三式联立可解得

$$\begin{aligned} U_c &= \frac{mv^2 d^2}{el^2} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (6.4 \times 10^7)^2 \times (5.0 \times 10^{-3})^2}{1.6 \times 10^{-19} \times (8.0 \times 10^{-2})^2} \text{ 伏} \\ &= 91 \text{ 伏。} \end{aligned}$$

(2)当  $U > 91$  伏时，电子束将打在极板上而间断。

当  $U < 91$  伏时，电子束将通过两极板。

由  $U = U_0 \sin$  图线中可看出，要使  $t_1 = 2t_2$ ，则  $t = \pi/3$  时，电压恰为  $U_c = 91$  伏。

由  $U_c = U_0 \sin \pi/3$ ,

得 
$$U_0 = \frac{U_c}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{91}{\sqrt{3}/2} \text{伏} = 105 \text{伏}。$$

3009. 在真空中有个相距为  $d$  的平行金属板 A、B。加上电压后，它们之间的电场可视为匀强电场。图表示一个周期性的交变电压的波形，横坐标代表时间  $t$ ，纵坐标代表电压  $U$ 。从  $t=0$  开始电压为一个给定值  $U_0$ ，经过半个周期，突然变为  $-U_0$ ；再过半周期，又突然变为  $U_0$ ；……如此周期性地交替变化。

在  $t=0$  时，将上述交变电压  $U$  加在 A、B 两板上，使开始时 A 板电势比 B 板高，这时在紧靠 B 板处有一个初速为零的电子（质量为  $m$ ，电量为  $e$ ），在电场作用下开始运动。要想使这个电子到达 A 板时具有最大的动能，则所加交变电压的频率最大不能超过多少？

[分析] 开始  $t=0$  时，因 A 板电势比 B 板高，而电子又紧靠 B 板处，所以电子将在电场力作用下向 A 板运动，在交变电压的头半个周期内，电压不变，电子做匀加速直线运动，其动能不断增大。如果频率很高，即周期很短，在电子尚未到达 A 板之前交变电压已过了半个周期开始反向，那么电子将沿原来方向开始做匀减速直线运动。再过半个周期后，其动能减小到零；接着又变为匀加速运动，半个周期后，又做匀减速运动……最后到达 A 板。

在匀减速运动过程中，电子动能要减少，因此要想使电子到达 A 板时具有最大的动能，在电压大小给定了的条件下，必须使电子从 B 到 A 的过程中始终做加速运动。这就是说，要使交变电压的半周期不小于电子从 B 板处一直加速运动到 A 板处所需的时间，即频率不能大于某一值。

[解答] 在电场力的作用下，电子的加速度

$$a = \frac{eU_0}{md} \quad (1)$$

其中  $e$  和  $m$  分别为电子的电量和质量，令  $t$  表示电子从 B 一直加速运动到 A 所需的时间，则

$$d = \frac{1}{2}at^2 \text{ 或 } t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \quad (2)$$

令  $T$  表示交变电压的周期， $f$  表示频率，根据以上的分析，它们须满足以下的要求

$$t \leq \frac{T}{2} \quad \text{即} \quad \frac{1}{2t} \leq f \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式可解得 
$$\sqrt{\frac{eU_0}{8md^2}}$$

即频率不能超过 
$$\sqrt{\frac{eU_0}{8md^2}}。$$

3010. 有 A、B 两块金属板，A 板带  $5 \times 10^{-7}$  库的正电荷，B 板带  $2 \times 10^{-7}$  库的负电荷，现将两板平行紧靠在一起，当静电平衡后，每块板的表面上各带多少电量？

[分析] 由于静电感应，两板上的电荷都要重新分布。在静电平衡后，导体内部场强必为零，所以两板的内侧表面必定带等量异种电荷，外侧表面带等量同种电荷。

[解答]  $Q_A = q_1 + q_1'$ ， $Q_B = q_2 + q_2'$ ，

以上两式相加得到： $q_1 + q_1' + q_2 + q_2' = Q_A + Q_B。$

因为  $q_1 = -q_2$ ， $q_1' = q_2'$ ，

所以  $2q_1' = Q_A + Q_B。$

$$q_1' = q_2' = \frac{Q_A + Q_B}{2} = \frac{5 \times 10^{-7} - 2 \times 10^{-7}}{2} \text{库} = 1.5 \times 10^{-7} \text{库}，$$

$$q_1 = Q_A - q_1' = (5 \times 10^{-7} - 1.5 \times 10^{-7}) \text{库} = 3.5 \times 10^{-7} \text{库}，$$

$$q_2 = -q_1 = -3.5 \times 10^{-7} \text{库}。$$

3011. 把半径为  $R_1$  的金属球充电到电势  $U_1$ , 在它的外面放一个和它同心的半径为  $R_2$  的导体球壳。如球壳接地, 金属球的电势是多少?

[解答] 金属球的带电量  $Q = \frac{R_1 U_1}{k}$ 。

金属球壳接地后内表面的感应电荷  $Q' = -Q = \frac{-R_1 U_1}{k}$ , 感应电荷在球壳内贡献的电势  $U_2 = \frac{kQ'}{R_2} = \frac{-R_1}{R_2} U_1$ , 根据电势叠加原理, 金属球的电势

$$U = U_1 + U_2 = U_1 - \frac{R_1}{R_2} U_1 = \frac{R_2 - R_1}{R_2} U_1。$$

3012.  $N$  颗相同的水银滴, 带电后它们具有相同的电势  $U_0$ 。这些小滴合并成一颗大滴后, 大滴的电势  $U$  将是多少? (假定水银滴都是球体, 且原来它们彼此间相隔很远)

[解答] 每一个水银小滴的带电量  $Q_0 = \frac{r}{k} U_0$ ,

$N$  个水银小滴合并成大滴后的半径为  $R$ ,

$$\frac{4}{3} R^3 = N \frac{4}{3} r^3, R = \sqrt[3]{Nr}。$$

大滴的电势  $U = \frac{kNQ_0}{R} = \frac{kN \frac{U_0 r}{k}}{\sqrt[3]{Nr}} = N^{2/3} U_0。$

3013. 带有正电荷  $q_1$  半径为  $r_1$  的金属球外, 有一个同心的球形金属网, 其半径为  $r_2$ , 带有正电荷  $q_2$ 。如果在金属球表面从静止开始释放出一个电量为  $q$ 、质量为  $m$  的正离子, 求该离子穿过金属网趋向无限远时的速度为多大?

[分析] 从金属球表面上释放出的正离子, 先在球和网之间的电场内加速, 穿过网后又在网外的电场内继续加速, 设球和网的电势分别为  $U_1$ 、 $U_2$  (都以无限远为零电势), 则离子趋向无限远时的动能  $E_k = q(U_1 - U_2) + qU_2 = qU_1$ , 因而只要求出金属球的电势就能求出离子的速度。 $U_1$  是  $+q_1$ 、 $q_2$  分别单独存在时在球内所贡献的电势  $U_{10}$ 、 $U_{20}$  的叠加, 即  $U_1 = U_{10} + U_{20}$ 。

[解答]  $U_{10} = \frac{kq_1}{r_1}$ ,  $U_{20} = \frac{kq_2}{r_2}$ ,

$$U_1 = U_{10} + U_{20} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} = \frac{k(q_1 r_2 + q_2 r_1)}{r_1 r_2}。$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = qU_1 = \frac{kq}{r_1 r_2} (q_1 r_2 + q_2 r_1),$$

$$v = \sqrt{\frac{2kq}{mr_1 r_2} (q_1 r_2 + q_2 r_1)}。$$

3014. 静电起电机的高压电极是一个金属球壳, 它的电势可高达  $9 \times 10^6$  伏。

(1) 起电机在空气中发出电击穿的电场强度  $E$  为  $1.0 \times 10^8$  伏/米。为了防止电击穿, 球壳半径  $r$  至少需多大? (2) 由于漏电, 需要不断向球壳传送电荷。当传送电荷的速率为  $3.0 \times 10^{-4}$  库/秒时, 球壳的电势就保持不变, 求传送电荷需要的最小功率为多大?

[解答] (1) 因为  $U = \frac{kQ}{r}$ ,  $E = \frac{kQ}{r^2}$ ,

所以 
$$r = \frac{U}{E} = \frac{9 \times 10^6}{1 \times 10^8} \text{米} = 0.09 \text{米}。$$

$$(2) P_{\min} = \frac{W}{t} = \frac{qU}{t} = 3 \times 10^{-4} \times 9 \times 10^6 \text{瓦} = 2700 \text{瓦}。$$

3015. 半径  $R$  为 10 厘米的金属球用细导线跟地相连接。在和球心相距  $d$  为 20 厘米处有一个点电荷，电量  $q$  为  $+5 \times 10^{-8}$  库，求球上的感应电荷  $q'$ 。（设金属球远离地面及其他物体）

[分析] 金属导体的电势，是球表面的感应负电荷和球外点电荷在球体空间所产生的电势的叠加。对接地导体来说，它的合电势为零，但由于感应电荷在球表面上的分布是不均匀的，它的电场在导体上任意一点的电势和感应电荷的关系是很难表达的，而对球心  $O$  点来说，球面上每一小块电荷到球心的距离都相等，因而感生电荷在  $O$  点产生的电势，可看作全部感生电荷集中在球面上一点后在球心处产生的电势，这样就可利用点电荷电势公式来计算。

[解答] 
$$U_1 = \frac{kq}{d}, U_2 = \frac{kq'}{R},$$

$$U = U_1 + U_2 = 0,$$

$$\frac{kq}{d} + \frac{kq'}{R} = 0,$$

$$q' = -\frac{R}{d}q = -\frac{0.1}{0.2} \times 5 \times 10^{-8} \text{库} = -2.5 \times 10^{-8} \text{库}。$$

3016. 两个相同的带有等量同种电荷的小球，用等长的线悬挂于同一点，当小球的密度为多大时，把小球放在真空中和放在煤油中悬线的张角恰好相等？煤油的密度为  $0.8 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>，介电常数 为 2。

[分析] 如图所示，在真空中小球受到库仑力  $F_1$ ，重力  $G$  和线的拉力  $T_1$  的作用且处于平衡，线跟竖直方向的夹角就是  $F_1$  和  $G$  的合力和  $G$  的夹角。在煤油中小球受到库仑力  $F_2$ ，浮力  $f$ ，重力  $G$  及拉力  $T_2$  作用且处于平衡，线跟竖直的夹角就是  $F_2$ 、 $f$ 、 $G$  的合力方向和  $G$  的夹角。

[解答] 真空中 
$$\tan \alpha_1 = \frac{F_1}{mg} = \frac{\frac{kq^2}{(2l \sin \alpha_1)^2}}{mg} = \frac{kq^2}{mg(2l \sin \alpha_1)^2},$$

煤油中 
$$\tan \alpha_2 = \frac{F_2}{mg - f} = \frac{\frac{kq^2}{(2l \sin \alpha_2)^2}}{mg - f} = \frac{kq^2}{(mg - f)(2l \sin \alpha_2)^2}。$$

从  $\alpha_1 = \alpha_2$  可得，

$$mg = (mg - f)。$$

将  $m = \frac{4}{3} \rho r^3$ ， $f = \frac{4}{3} \rho_0 r^3 g$  代入上式化简后即得到  $\rho_1 =$

$(\rho_1 - \rho_0)$ ，

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{\rho_1 - \rho_0} = \frac{2 \times 0.8}{2 - 1} \times 10^3 \text{千克/米}^3$$

$$= 1.6 \times 10^3 \text{千克/米}^3。$$

3017.  $A$  点距点电荷  $Q$  为 20 厘米， $Q$  周围真空时，电量为  $q$  的检验电荷在  $A$  点受力为  $F$ 。在  $Q$  周围充满一种均匀电介质时，一个电量为  $3q$  的检验电荷，在距  $Q$  10 厘米的  $B$  点受力为  $5F$ 。求这种电介质的介电常数。

[解答]  $F_A = \frac{kQq}{r_A^2}, F_B = \frac{kQq'}{r_B^2}。$

以上两式相除得出  $\frac{F_A}{F_B} = \frac{r_B^2 q}{r_A^2 q'}$ ,

$$F_A = F, F_B = 5F, q' = 3q;$$

$$\begin{aligned} &= \frac{F_A}{F_B} \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{q'}{q} \\ &= \frac{F}{5F} \left(\frac{20}{10}\right)^2 \frac{3q}{q} = \frac{12}{5} = 2.4。 \end{aligned}$$

3018. 一个带电量为+Q的金属小球, 周围充满介电常数为 的均匀介质。求和带电球接触的介质表面上的极化电荷。

[分析] 在和带+Q小球接触的介质表面上, 由于介质极化产生极化负电荷 - Q', 因而场中任意一点的场强 E, 是自由电荷+Q和极化电荷 - Q' 分别在这一点所产生的场强  $E_0$  和  $E'$  的矢量和, 它们的方向如图所示。

[解答]  $E = \frac{kQ}{r^2}, E_0 = \frac{kQ}{r^2}, E' = \frac{kQ'}{r^2},$

$$E = E_0 - E',$$

$$E' = E_0 - E,$$

$$\frac{kQ'}{r^2} = \frac{kQ}{r^2} - \frac{kQ}{r^2},$$

$$Q' = Q\left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)。$$

7019. 两个互相平行相距 1 毫米的金属板, 两板间为真空时, 将两板分别和电源的正负极接通, 然后又把电源移去, 此时两板间的电压为 160 伏。问: (1) 这时两板间的场强是多少?

(2) 在两板间充满 为 4 的油后, 板间的场强是多少? 这时两板间的电压是多少?

(3) 如果一块金属板上带  $4 \times 10^{-7}$  库的电荷, 在每一介质表面上的带电量是多少?

[分析] 和金属板相连接的电源移去后, 两板上的电量就保持恒定。两板间充入介质, 在电场的作用下介质被极化, 跟两板接触的表面上出现等量异种的极化电荷, 极化电荷所产生的电场方向和原电场方向相反, 因而削弱了原来的电场。极板上自由电荷、介质的极化电荷所产生的场强分别

用  $E_0$ 、 $E'$  表示, 合场强用 E 表示, 它们之间的关系为  $E = \frac{E_0}{\epsilon}$ ,  $E = E_0 - E'$ 。

[解答] (1)  $E_0 = \frac{U_0}{d} = \frac{160}{1 \times 10^{-3}} \text{ 伏/米} = 1.6 \times 10^5 \text{ 伏/米}。$

(2)  $E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{1.6 \times 10^5}{4} \text{ 伏/米} = 4 \times 10^4 \text{ 伏/米};$

$$U = E \cdot d = 4 \times 10^4 \times 1 \times 10^{-3} \text{ 伏} = 40 \text{ 伏}。$$

(3)  $E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 S}, E' = \frac{Q'}{\epsilon_0 S}, E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}。$

$$E' = E_0 - E,$$

$$\frac{Q'}{{}_0S} = \frac{Q}{{}_0S} - \frac{Q}{{}_0S},$$

$$Q' = Q\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 4 \times 10^{-7} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \text{库} = 3 \times 10^{-7} \text{库}.$$

3020. 有两块平行金属板, 两板间距离  $d$  为 1.0 厘米, 每板面积  $S$  为  $0.2 \text{米}^2$ , 充电后断开电源, 两板间的电压  $U_0$  为  $3 \times 10^3$  伏, 当两板间充满介质后电压降到  $U$  为  $1.0 \times 10^3$  伏, 试计算

- (1) 两板间原来的场强  $E_0$ 。
- (2) 放入介质后的场强  $E$ 。
- (3) 电介质的介电常数。
- (4) 每一导体板上的电量  $Q$  和介质每一面上的极化电荷  $Q'$ 。

[解答] (1)  $E_0 = \frac{U_0}{d} = \frac{3 \times 10^3}{1.0 \times 10^{-2}} \text{伏/米} = 3 \times 10^5 \text{伏/米}.$

(2)  $E = \frac{U}{d} = \frac{1.0 \times 10^3}{1.0 \times 10^{-2}} \text{伏/米} = 1.0 \times 10^5 \text{伏/米}.$

(3)  $\epsilon = \frac{E_0}{E} = \frac{3 \times 10^5}{1 \times 10^5} = 3.$

(4)  $E_0 = \frac{Q}{{}_0S},$

$$Q = {}_0SE_0 = 8.9 \times 10^{-12} \times 0.2 \times 3 \times 10^5 \text{库} = 5.3 \times 10^{-7} \text{库}.$$

$$Q' = Q\left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = 5.3 \times 10^{-7} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \text{库} = 3.5 \times 10^{-7} \text{库}.$$

3021. 如图所示, 两平行金属板相距为  $d$ , 面积为  $S$ , 其中放有一层厚为  $l$  的电介质, 介电常数为  $\epsilon$ , 介质两边都是空气, 设两板间电压为  $U$ , 试求:

- (1) 极板和介质间隙中的场强  $E_0$ 。
- (2) 介质中的场强  $E$ 。
- (3) 一块极板上的电量  $Q$ 。

[分析] 在极板和介质间隙中的场强即为极板上的自由电荷在真空中

产生的场强  $E_0$ , 介质内的场强为合场强  $E$ , 两者的关系为  $E = \frac{E_0}{\epsilon}$ 。放

入介质后两板间的电压  $U = E_0(d - l) + El$ 。

[解答] (1)  $U = E_0(d - l) + El = E_0(d - l) + \frac{E_0}{\epsilon}l$

$$= E_0 \left[ d - l \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) \right],$$

$$E_0 = \frac{U}{d - l \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right)} = \frac{U}{d - l \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right)}.$$

(2)  $E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{U}{d - l \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right)}.$

(3)  $E_0 = \frac{Q}{{}_0S},$

$$Q = {}_0SE_0 = \frac{{}_0\epsilon US}{d - l \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right)}.$$

3022. 一个孤立的金属球，它的电容是1微法，它的半径是多大？地球的电容是多大？（地球半径约为 $6.4 \times 10^6$ 米）

[解答]孤立球形导体的电势

$$U = k \frac{Q}{R};$$

电容

$$C = \frac{Q}{U} = Q / k \frac{Q}{R} = \frac{R}{k};$$

金属球的半径

$$R_{\text{球}} = kC_{\text{球}} = 9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \text{米} = 9 \times 10^3 \text{米}.$$

地球的电容

$$C_{\text{地}} = \frac{R_{\text{地}}}{k} = \frac{6.4 \times 10^6}{9 \times 10^9} \text{法} = 711 \times 10^{-6} \text{法} = 711 \text{微法}.$$

3023. 有三个电容器电容分别为2微法、20伏，3微法、10伏和6微法、20伏。问将它们串联起来后，(1)总电容是多少？(2)耐压能力是多少？

[解答] (1)根据  $\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$ ，

代入数值后，可得

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1,$$

$C=1$  微法。

(2)因为串联时，电量都相等，

$$U_1 \quad U_2 \quad U_3 = \frac{1}{C_1} \quad \frac{1}{C_2} \quad \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} = 3 \quad 2 \quad 1.$$

当 $U_1 = 20$ 伏时， $U_2 = U_1 \times \frac{2}{3} = 13.3$ 伏，已超过 $C_2$ 的耐压能力10伏，这

是不行的。当 $U_2 = 10$ 伏时， $U_1 = 10 \times \frac{3}{2} = 15$ 伏， $U_3 = 10 \times \frac{1}{2} \text{伏} = 5$ 伏， $C_1$ 、 $C_3$ 上的电压都没超过它们的耐压能力（20伏）是可以的。这时总电压

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = (15 + 10 + 5) \text{伏} = 30 \text{伏}.$$

这就是 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 相串联时的耐压能力。

3024. 如图， $n$ 个面积 $S$ 相同，间隔 $d$ 相同的平行金属板，奇数板接在一起，接点为 $a$ ，偶数板接在一起，接点为 $b$ 。它的电容是多少？（板间是空气）

[解答]将 $a$ 、 $b$ 接电源正负极后，奇数板都带正电，偶数板都带负电，如图所示，这情况下，中间的各板都两面带电，所以 $n$ 个板组成 $(n-1)$ 个电容器。它们都是正极板接在一起，负极板又接在一起的，所以是并联的。

总电容 $C$ 等于一个电容的 $(n-1)$ 倍。

$$\text{即} \quad C = (n-1) \frac{S}{4 \quad kd}.$$

3025. 两个电容器， $C_1=2$ 微法， $C_2=3$ 微法。先把它们串联起来充电，如图(a)。然后，再把它们分开，并联如图(b)。这时 $DF$ 两端电势差等于10伏。求：

- (1)并联后，每个电容器的电量；
- (2)并联前，每个电容器的电量；
- (3)串联充电时 $AB$ 的电势差。

[解答](1)并联时；

$$Q_1 = C_1 U_{DF} = 2 \times 10^{-6} \times 10 \text{库} = 2 \times 10^{-5} \text{库};$$

$$Q_2 = C_2 U_{DF} = 3 \times 10^{-6} \times 10 \text{ 库} = 3 \times 10^{-5} \text{ 库};$$

(2) 串联时,  $C_1$ 、 $C_2$  上电量相等。从串联改为并联, 是带同种电荷的极板相连接的[a 接 c, b 接 d, 见图(b)], 并联时的电量  $Q_1 + Q_2$  等于串联时每个带电量  $Q$  的两倍, 即

$$Q_1 + Q_2 = 2Q,$$

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \left( \frac{20 + 30}{2} \right) \times 10^{-6} \text{ 库} = 25 \times 10^{-6} \text{ 库}。$$

(3) 串联充电时电压

$$U_{AB} = \frac{Q}{C_S},$$

其中  $C_S$  为  $C_1$ 、 $C_2$  串联的总电容

$$C_S = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} \text{ 微法} = 1.2 \text{ 微法};$$

$$U_{AB} = \frac{Q}{C_S} = \frac{2.5 \times 10^{-6}}{1.2 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 20.8 \text{ 伏}。$$

3026. 电容器 A 和 B 的电容分别为 3 微法和 2 微法, 充电后电容器 A 两板的电势差是 300 伏, 电容器 B 两板的电势差是 200 伏。在分别充电后, 把 A、B 两电容器并联起来, 有两种连法:

(1) 两个电容器的同极性板相连, 求这个电容器组两板间的电势差是多少? 迁移的电量是多少?

(2) 两个电容器的异极性板相连, 求这个电容器组两板间的电势差是多少? 迁移的电量等于多少?

[分析] 因为两电容器充电后各自的电势差不同, 所以无论怎样并联, 必然有电荷的迁移, 迁移的结果, 最终达到两电容器两板的电势差相等, 这就是电容器组两极板的电势差。

[解答] (1) 设并联以后的电容、电势差、电量分别为  $C$ 、 $U$ 、 $Q$ , 则并联时,

$$Q = Q_A + Q_B = C_A U_A + C_B U_B。$$

$$Q = (3 \times 10^{-6} \times 300 + 2 \times 10^{-6} \times 200) \text{ 库} = 13 \times 10^{-4} \text{ 库};$$

$$C = C_1 + C_2 = (2 \times 10^{-6} + 3 \times 10^{-6}) \text{ 法} = 5 \times 10^{-6} \text{ 法};$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{13 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 260 \text{ 伏}。$$

并联以后  $C_A$  上带电量为  $Q_A'$ , 有

$$Q_A' = U \times C_A = 260 \times 3 \times 10^{-6} \text{ 库} = 7.8 \times 10^{-4} \text{ 库};$$

未并联时  $C_A$  上带电量为  $Q_A$ , 有

$$Q_A = U_A C_A = 300 \times 3 \times 10^{-6} \text{ 库} = 9 \times 10^{-4} \text{ 库};$$

$$\text{迁移电量 } Q = Q_A - Q_A' = (9 \times 10^{-4} - 7.8 \times 10^{-4}) \text{ 库} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ 库};$$

(2) 异极性极板相连时, 因为并联, 所以

$$Q = Q_A - Q_B = (9 \times 10^{-4} - 4 \times 10^{-4}) \text{ 库} = 5 \times 10^{-4} \text{ 库};$$

$$C = C_A + C_B = 5 \times 10^{-6} \text{ 法};$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 100 \text{ 伏}。$$

并联以后  $C_A$  上的电量为  $Q_A''$ , 有

$$Q_A'' = U C_A = 100 \times 3 \times 10^{-6} \text{ 库} = 3 \times 10^{-4} \text{ 库},$$

$$\text{迁移电量为 } Q = (9 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-4}) \text{ 库} = 6 \times 10^{-4} \text{ 库}。$$

3027. 如图所示,  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  分别串联后再并联在 120 伏的电源上,  $C_1=C_4=6$  微法,  $C_2=C_3=3$  微法。问当电键 K 闭合后流过电键的电量为多少? 电荷从 a 流向 b, 还是从 b 流向 a?

[分析] 在 K 闭合前,  $C_1$  和  $C_2$  串联,  $C_1$  下板和  $C_2$  上板带等量异种电荷, 这两板所带总电量等于零, 同样  $C_3$  下板和  $C_4$  上板的电量之和等于零。根据电荷守恒定律, 在 K 闭合后, 这四块极板上的电量之和仍应等于零, 所以此时如果  $C_1$  下板和  $C_2$  上板电量之和  $q_a$  大于零,  $q_a$  就是从 b 点通过电键 K 流向 a 点的正电荷, 如果  $q_a$  小于零,  $q_a$  就是从 a 点通过电键 K 流向 b 点的正电荷。

[解答] 电键闭合后由于  $C_1+C_3=C_2+C_4$ ,

$$\text{所以 } U_1 = U_2 = \frac{U}{2} = \frac{120}{2} \text{ 伏} = 60 \text{ 伏。}$$

电容  $C_1$  下板的带电量  $q_1 = -C_1 U_1 = -6 \times 10^{-6} \times 60 \text{ 库} = -3.6 \times 10^{-4} \text{ 库}$ ;

电容  $C_2$  上板的带电量  $q_2 = C_2 U_2 = 3 \times 10^{-6} \times 60 \text{ 库} = 1.8 \times 10^{-4} \text{ 库}$ ;

两板的电量之和  $q_a = q_1 + q_2 = (-3.6 + 1.8) \times 10^{-4} \text{ 库} = -1.8 \times 10^{-4} \text{ 库}$ 。

当电键 K 闭合后,  $1.8 \times 10^{-4}$  库的正电荷从 a 流向 b。

3028. 两个电容器, 一个用空气, 另一个用煤油作介质, 其它条件完全相同。把它们并联起来然后充电  $2.1 \times 10^{-7}$  库, 求每个电容器的带电量。(煤油的  $\epsilon = 2$ )

[分析] 此题是解决并联电容器组的电量如何分配问题。题中所给充电量, 为两电容各带电量之和。

[解答] 设空气电容器的电容是  $C_1$ , 煤油电容器的电容是  $C_2$ 。则

$$C_2 = \epsilon C_1 = 2C_1。$$

并联的总电容  $C = C_1 + C_2 = C_1 + 2C_1 = 3C_1$ ;

$$\text{并联时的电势差 } U = \frac{Q}{C} = \frac{2.1 \times 10^{-7}}{3C_1} \text{ 伏} = \frac{0.7 \times 10^{-7}}{C_1} \text{ 伏};$$

$$\text{空气电容器的带电量 } Q_1 = UC_1 = \frac{0.7 \times 10^{-7}}{C_1} \times C_1 \text{ 库} = 0.7 \times 10^{-7}$$

库;

煤油电容器的带电量  $Q_2 = UC_2 = U \cdot 2C_1 = 1.4 \times 10^{-7}$  库。

3029. 一个空气平行板电容器, 电容等于 36 皮法。在它的两板之间有  $1/3$  的空间填满一种电介质后, 它的电容增加为 60 皮法, 如图。求这种电介质的介电常数。

[解答] 设原电容器的面积 S, 两板距离 d,

$$C = \frac{S}{4 \text{ kd}} ;$$

加电介质后，相当两个电容器并联，

$$C_1 = \frac{\frac{2}{3}S}{4 \text{ kd}} , C_2 = \frac{s \times \frac{1}{3}S}{4 \text{ kd}} ,$$

$$\text{总电容 } C' = C_1 + C_2 = \frac{\frac{2}{3}S}{4 \text{ kd}} + \frac{s \times \frac{1}{3}S}{4 \text{ kd}} = \frac{S}{4 \text{ kd}} \left( \frac{2}{3} + \frac{s}{3} \right) ;$$

$$\frac{C}{C_1} = \frac{1}{\left( \frac{2}{3} + \frac{s}{3} \right)} = \frac{3}{2+s} ,$$

$$\frac{36}{30} = \frac{3}{2+s} ,$$

$$s=3。$$

3030 . 如图所示，其中  $P_1$ 、 $P_2$  和  $P_3$ 、 $P_4$  四块金属板分别组成两个平行板电容器  $C_1$  和  $C_2$ 。电池的电动势  $\mathcal{E}_1$  为 10 伏， $\mathcal{E}_2$  为 30 伏，开始时，四块金属板都不带电荷。(1)如果合上开关  $K_1$ ，则流过开关  $K_1$  的总电量为  $3 \times 10^{-11}$  库；如果合上开关  $K_2$ ，则流过开关  $K_2$  的总电量为  $9 \times 10^{-11}$  库。试求由金属板  $P_1$  和  $P_2$  所组成的平行板电容器的电容量为多少？(2)如果先将开关  $K_1$  合上，然后再合上开关  $K_2$ ，那么，流经开关  $K_2$  的总电量是多少？

[分析]开关  $K_1$  合上时，两只电容器是串联的电源上的，当电池对电容器充电达到平衡时，电容器组两端的总电压为  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ 。在充电过程中，流过开关  $K_1$  的总电量，就是金属板  $P_1$  所带的电量。根据串联电容器各板所带的电量相等这一规律，可以知道金属板  $P_3$  也带同样的电量。由串联电容器的总电压等于各电容器的电压之和，可知

$$U_1 + U_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 ,$$

式中  $U_1$ 、 $U_2$  分别表示  $C_1$ 、 $C_2$  间的电压。

当开关  $K_1$  打开而合上开关  $K_2$  时，就只有金属板  $P_3$  和  $P_4$  组成的电容器  $C_2$  接在电池  $\mathcal{E}_2$  上，流过开关  $K_2$  的总电量就等于金属板  $P_3$  所带的电量。

$$[\text{解答}] (1) C_2 = \frac{Q_2}{U_2} = \frac{9 \times 10^{-11}}{30} \text{法} = 3 \times 10^{-12} \text{法}。$$

对于同一个电容器,  $Q \propto U$ , 由此可见, 当开关  $K_2$  打开, 开关  $K_1$  合上时, 金属板  $P_3$ 、 $P_4$  间电压

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{3 \times 10^{-11}}{9 \times 10^{-12}} 30 \text{伏} = 10 \text{伏};$$

金属板  $P_1$ 、 $P_2$  间电压为

$$U_1 = (U_3 + U_2) - U_2 = (10 + 30) \text{伏} - 10 \text{伏} = 30 \text{伏};$$

$$\text{则 } C_1 = \frac{Q}{U_1} = \frac{3 \times 10^{-11}}{30} \text{法} = 1 \times 10^{-12} \text{法}。$$

(2) 合上开关  $K_1$  后, 两个电容器所带的电量都为  $3 \times 10^{-11}$  库, 其中, 板  $P_2$  带负电荷, 板  $P_3$  带正电荷。再合上开关  $K_2$  后, 两个电容器所带的电量分别为

$$Q_1' = C_1 U_1' = 1 \times 10^{-12} \times 10 \text{库} = 1 \times 10^{-11} \text{库},$$

$$Q_2' = C_2 U_2' = 3 \times 10^{-12} \times 30 \text{库} = 9 \times 10^{-11} \text{库},$$

板  $P_2$  所减少的负电荷为

$$Q_1 = Q - Q_1' = (3 \times 10^{-11} - 1 \times 10^{-11}) \text{库} = 2 \times 10^{-11} \text{库};$$

板  $P_3$  增加的正电荷为

$$Q_2 = Q_2' - Q = (9 \times 10^{-11} - 3 \times 10^{-11}) \text{库} = 6 \times 10^{-11} \text{库};$$

流过开关  $K_2$  的总电量为

$$Q = Q_1 + Q_2 = (2 \times 10^{-11} + 6 \times 10^{-11}) = 8 \times 10^{-11} \text{库}。$$

3031. 将 25 微法、15 伏的相同电容器怎样连接起来, 可以接在 40 伏的电压下, 而总电容不小于 40 微法? 共需要几个电容器?

[解答] 每个电容器耐压能力是 15 伏, 三个串联, 耐压能力提高到 45 伏, 就可以接在 40 伏电压。设  $n$  组并联, 按题意, 要求

$$\frac{n}{3} C_1 \geq 40 \text{微法},$$

$$\text{即 } \frac{n}{3} \cdot 25 \text{微法} \geq 40 \text{微法},$$

$$n \geq \frac{4 \times 3}{25} = 4.8。$$

$n$  必须是正整数, 所以, 最少  $n=5$ 。

应将每组 3 个串联, 然后再将 5 组并联, 即可得到耐压能力 45 伏, 42 微法电容。因此共需电容器 15 个。

3032. 将三个 25 微法、15 伏的相同电容器, 按图(a)两个并联后, 再串联一个; (2)按图(b)两个串联, 再并联一个。两图中的总电容哪一个大? 耐压能力哪一个强?

[解答] (1)  $C_1$  和  $C_2$  并联后再跟  $C_3$  串联, 总电容

$$C_a = \frac{C_{\text{并}} \times C_3}{C_{\text{并}} + C_3} = \frac{50 \times 25}{25 + 50} \text{ 微法}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ 微法} \approx 16.7 \text{ 微法。}$$

$$U_{\text{并}} = U_3 = \frac{1}{C_{\text{并}}} = \frac{1}{C_3} = \frac{1}{50} = \frac{1}{25} = 1 \quad 2。$$

$U_3 > U_{\text{并}}$ ，如果发生击穿，首先出现在  $C_3$  上。如果  $U_3 = 15$  伏，就不会发生击穿，而当  $U_3 = 15$  伏时， $U_{\text{并}} = 7.5$  伏。总耐压能力是

$$U = (7.5 + 15) \text{ 伏} = 22.5 \text{ 伏。}$$

(2)  $C_1$  和  $C_2$  串联再跟  $C_3$  并联，总电容

$$C_k = C_{\text{串}} + C_3 = (12.5 + 25) \text{ 微法} = 37.5 \text{ 微法。}$$

$C_{\text{串}}$  耐压  $2 \times 15$  伏 = 30 伏， $C_3$  耐压 15 伏。因为并联，所以总耐压能力只有 15 伏。

因此，(a) 图接法耐压能力强，(b) 图接法总电容大。

3033. 有三只原来都不带电的电容  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ ，它们的电键 K 及电源的连接如图所示。如果先将电键跟 1 闭合，使  $C_1$  充电后再把电键跟 2 闭合，求稳定后每个电容带电量。

[分析] 电键跟 1 闭合后， $C_1$  带电量为  $C_1 U$ ， $C_2$ 、 $C_3$  跟 2 相接的两板净电荷为零。 $C_1$  充电后和  $C_3$  并联，根据电荷守恒定律，接在一起的三块极板上的电量的代数和应等于  $C_1 \cdot U$ ，同时  $C_2$ 、 $C_3$  两端的电压之和应等于电源电压  $U$ 。

$$[\text{解答}] q_1 = C_1 U_1, q_2 = C_2 U_2 = C_2 (U - U_1),$$

$$q_3 = C_3 U_1。$$

$$q_1 - q_2 + q_3 = C_1 U,$$

$$C_1 U_1 - C_2 (U - U_1) + C_3 U_1 = C_1 U,$$

$$U_1 = \frac{(C_1 + C_2)U}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{(1+2) \times 10^{-6} \times 10}{(1+2+3) \times 10^{-6}} \text{ 伏} = 5 \text{ 伏。}$$

$$q_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ 库}, q_2 = 10 \times 10^{-6} \text{ 库}, q_3 = 15 \times 10^{-6} \text{ 库。}$$

3034. 一个空气电容器，电容是 36 皮法，两极板间距离为 4 毫米。试求：

(1) 如果插入一块厚 4 毫米的玻璃板，它的电容变为多少？

(2) 如果平行于金属板插一块厚 2 毫米的玻璃板，它的电容又是多少？(已知玻璃的介电常数等于 5。)

$$[\text{解答}] (1) C = \frac{1S}{4 kd}, \text{ 空气 } \epsilon_1 \cong 1, \text{ 所以原来 } C = \frac{S}{4 kd}, \text{ 现在电}$$

容器的面积  $S$  和板间距离  $d$  都不变，只有两板间充满玻璃，

$$\text{所以 } C' = \frac{2S}{4 kd} = 2C = 5 \times 36 \text{ 皮法} = 180 \text{ 皮法。}$$

(2) [解法一] 如图那样插入 2 毫米的玻璃板后，由于极化作用，玻璃板内的场强  $E'$  变成  $E/5$ ，空气中的场强仍为  $E$ ，所以两极板间的压变成

$$U' = \frac{E}{2} \times \frac{d}{2} + E \times \frac{d}{2} \\ = Ed \left( \frac{1}{5 \times 2} + \frac{1}{2} \right) = Ed \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} U_0$$

这时的电容变为

$$C' = \frac{Q}{U'} = \frac{Q}{\frac{3}{5} U} = \frac{5}{3} \frac{Q}{U} = \frac{5}{3} C \\ = \frac{5}{3} \times 36 \text{皮法} = 60 \text{皮法}。$$

[解法二]把整个电容  $C'$  看成是两个间距分别为 2 毫米的电容器  $C_1'$  和  $C_2'$  的串联,  $C_1'$  板间充满玻璃介质,  $C_2'$  板间仍充着空气。

可按电容串联公式求出

$$C' = \frac{C_1' \cdot C_2'}{C_1' + C_2'} = \frac{\frac{2S}{4kd/2} \times \frac{1S}{4kd/2}}{\frac{1S}{4kd/2} + \frac{2S}{4kd/2}} = \frac{2}{1+2} \cdot \frac{S}{4kd} \\ = \frac{2}{1+2} \cdot C = \frac{2 \times 5}{1+5} C = \frac{5}{3} C \\ = \frac{5}{3} \times 36 \text{皮法} = 60 \text{皮法}。$$

3035. 有一只空气介质的平行板电容器, 充电到 100 伏后和电源断开, 然后缓慢地插入厚度和板距相同的介电常数为 4 的介质片, 如图(a)所示。当两板间的电压为 50 伏, 问此时插入介质部分的面积占平行板面积的多少?

[分析]把电压降为 50 伏时的电容器, 看作面积为  $S_1$  电容为  $C_1$  的介质电容器, 和面积为  $S_2$  电容为  $C_2$  的真空电容器并联, 如图(b)所示。

[解答]

$$C_0 = \frac{S}{4kd}, \\ C = C_1 + C_2 = \frac{S_1}{4kd} + \frac{S_2}{4kd}。 \\ C_0 U_0 = CU, \\ \frac{SU_0}{4kd} = \frac{(S_1 + S_2)U}{4kd}, \\ \frac{U_0}{U} = \frac{S_1 + S_2}{S} = \frac{S_1}{S} + \frac{S - S_1}{S} = \frac{S_1}{S}(-1) + 1, \\ \frac{S_1}{S} = \frac{\left(\frac{U_0}{U} - 1\right)}{-1} = \frac{\left(\frac{100}{50} - 1\right)}{4 - 1} = \frac{1}{3}。$$

3036. 容量为 20 微法的电容器, 被充电到 400 伏后和电源断开, 已充电后的该电容给一个容量为 1 微法的不带电的电容器充电, 然后把这 1 微法的电容器拿

走，用同样的方法依次再给 9 只 1 微法电容器充电，最后把这 10 只电容串联起来，所能得到的最大电压是多少？

[分析]首先求出这 10 只电容器依次充电后的电压，然后把这 10 个电压相加得到最大电压  $U$ ，接法如图所示。

[解答]  $C=20$  微法的电容器在  $U_0=400$  伏时的带电电量

$$q=CU_0。$$

第 1 个 1 微法的电容器充电后的电压为  $U_1$ ，

$$q=CU_1+C_1U_1=(C+C_1)U_1，$$

$$U_1 = \frac{q}{C+C_1} = \frac{CU_0}{C+C_1}。$$

第一次充电后  $C$  上剩余的电量  $q_1 = CU_1 = \frac{C^2U_0}{C+C_1}。$

第 2 个电容充电后的电压

$$U_2 = \frac{q_1}{C+C_1} = \left(\frac{C}{C+C_1}\right)^2 U_0；$$

用同样的方法可求出  $U_3, \dots, U_{10}。$

$$U_{10} = \left(\frac{C}{C+C_1}\right)^{10} U_0。$$

$$U = U_1 + \dots + U_{10} = \frac{CU_0}{C+C_1} \left[ 1 + \frac{C}{C+C_1} + \dots + \left(\frac{C}{C+C_1}\right)^9 \right]$$

$$= \frac{CU_0}{C+C_1} \left[ \frac{1 - \left(\frac{C}{C+C_1}\right)^{10}}{1 - \frac{C}{C+C_1}} \right] = \frac{C}{C_1} U_0 \left[ 1 - \left(\frac{C}{C+C_1}\right)^{10} \right]$$

$$= \frac{20}{1} 400 \left[ 1 - \left(\frac{20}{20+1}\right)^{10} \right] \text{伏} = 8000[1 - 0.61] \text{伏}$$

$$= 3088.7 \text{ 伏。}$$

3037. 三平行板 A、B、C，面积都为 200 厘米<sup>2</sup>，A、B 之间相距 6 毫米，A、C 之间相距 2 毫米，B、C 两板接地，如图所示，如果使 A 板带  $6.0 \times 10^{-8}$  库的正电荷，求：(1) B、C 两板上的感应负电荷的电量是多少？(2) A 板电势是多少？

[分析] A 板是等势体，因而 A 板的两个表面分别和 B、C 板相对的两个表面，组成两个并联的电容器，电容分别为  $C_1$ 、 $C_2$ 。 $C_1$  与  $C_2$  所带电量  $q_1$  之和即为 A 板所带电量  $Q$ 。

[解答](1)  $C_1 = \frac{S}{4 kd_1}$ ,  $C_2 = \frac{S}{4 kd_2}$ ,

$$Q_1 = C_1 U, Q_2 = C_2 U,$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

又  $\frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} = \frac{d_1 + d_2}{d_1}$ ,  $Q_1 + Q_2 = Q$ .

$$Q_2 = \frac{d_1}{d_1 + d_2} Q = \frac{2}{3} \times 6 \times 10^{-8} \text{ 库} = 1.5 \times 10^{-8} \text{ 库};$$

$$Q_1 = Q - Q_2 = 4.5 \times 10^{-8} \text{ 库}.$$

B板带 $1.5 \times 10^{-8}$ 库的负电荷, C板带 $4.5 \times 10^{-8}$ 库的负电荷。

$$(2) U = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{4}{S} \frac{kQ_2 d_2}{S} = \frac{3 \times 3.14 \times 9 \times 10^9 \times 1.5 \times 10^{-8} \times 6 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-4}} \text{ 伏}$$

$$= 5.1 \times 10^2 \text{ 伏}.$$

3038. 把12只电容都为 $C_0$ 的电容器用导线连接成一个立方体, 如图(a)所示,

问两对角 a、b 间的电容是多少?

[解法一] 设 a、b 两点间的电压为  $U_{ab}$ , 在电容都相等的情况下, 根据对称性

可知, c、e、g 三点的电势相等, d、f、h 三点的电势相等, 因而  $U_{ag} = U_{ac} = U_{ae}$ ,

$U_{gh} = U_{gf} = U_{ef} = U_{ed} = U_{cd} = U_{ch}$ ,  $U_{hb} = U_{fb} = U_{db}$ , 所以  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_{10}$ 、 $C_{11}$ 、 $C_{12}$  的带电量都相等, 又根据电荷守恒可得出  $C_4$ 、 $C_5$ 、 $C_6$ 、 $C_7$ 、 $C_8$ 、 $C_9$  的带电量也都相等, 且等

于以上各电容

器带电量的一半, 在掌握各电容器带电量之间的关系后, 再应用定义  $C$

$= \frac{Q}{U_{ab}}$  即可求出  $C$ 。

$$C = \frac{Q}{U_{ab}},$$

$$Q = 3q,$$

$$U_{ab} = U_{ac} + U_{cd} + U_{db}$$

$$= \frac{q}{C_0} + \frac{\frac{1}{2}q}{C_0} + \frac{q}{C_0} = \frac{5}{2} \frac{q}{C_0},$$

$$C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{3q}{\frac{5}{2} \frac{q}{C_0}} = \frac{6}{5} C_0.$$

[解法二] 等效电路如图(c)。

因电容C都相等，

$$U_c = U_e = U_g, U_h = U_d = U_f.$$

电路可简化为图(b)相当于电容为3C、6C、3C的三个电容串联，

$$C_{ab} = \frac{6}{5} C_0.$$

3039. 有一只360皮法的空气介质电容器，接在100伏的电池上，此时电容器的储能是多少？如果将电池移去，把这个电容器浸入介电常数为4的煤油内，此时电容器的储能又为多少？

[解答] 空气中介质电容器的储能

$$W_0 = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \frac{1}{2} \times 360 \times 10^{-12} \times (100)^2 \text{ 焦} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ 焦}.$$

电池移去前，后电容器所带的电量相等，有

$$Q = Q_0 = C_0 U_0.$$

电容器浸入煤油内时，电容  $C = 4 C_0$ 。

电容器的储能

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(C_0 U_0)^2}{4 C_0} = \frac{1}{4} \frac{C_0}{C_0} U_0^2 = \frac{1}{4} W_0$$

$$= \frac{1}{4} \times 1.8 \times 10^{-6} \text{ 焦} = 4.5 \times 10^{-7} \text{ 焦}.$$

### 说理和论证题

3040. 真空中有一个点电荷Q固定不动，另一个质量为m，电量为-q的质点，在它们之间库仑力的作用下，绕Q作匀速圆周运动，作圆

周运动的半径为r，周期为T。试证明： $\frac{r^3}{T^2} = \frac{kqQ}{4\pi^2 m}$ 。

[证明] 带电质点作圆周运动的向心力就是库仑力，根据库仑定律和向心力化式可得

$$F = \frac{kqQ}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ 以因 } v = \frac{2\pi r}{T},$$

所以 
$$\frac{kqQ}{r^2} = \frac{m(2\pi r)^2}{rT^2}, \frac{r^3}{T^2} = \frac{kqQ}{4\pi^2 m}.$$

3041. 假如库仑定律中，两个点电荷之间的作用力不是跟  $r^2$  成反比，而是跟 r 成反比，这时引入电力线的概念是否有意义？为什么？

[解答] 没有意义。因为引入电力线的目的是为了形象地描述电场，把垂直通过单位面积的电力线的条数和面上的场强大小相联系。从库仑

力跟 $r^2$ 成反比，可得到点电荷电场的场强 $E = \frac{kQ}{r^2}$ ，通过以点荷为球心

， $r$ 为半径的球面上的电力线条数 $N = 4\pi r^2 \frac{kQ}{r^2} = 4\pi kQ$ ，这和 $r$ 无关，

这说明电力线起始于电荷，终止于无限远，在场中电力线不会增多，也不会减少。在这样的条件下就能够用电力线的疏密来的描述场强的大小，如果库仑力是跟 $r$ 成反比，相应得到点电荷的场强公式为 $E = \frac{kQ}{r}$

。通过以点电荷以圆心， $r$ 为半径的球面的电力线条数 $N = 4\pi r^2 \frac{kQ}{r} =$

$4\pi kQr$ ，即 $N$ 跟 $r$ 成正比，在空间电力线会随 $r$ 增加而增多，这样当 $Q$ 确定后，无法确定电力线的条数，也无法用电力线的疏密来形象描述场强大小。

3042. 电场强度 $E = \frac{F}{q}$ ， $E = \frac{kQ}{r^2}$ ， $E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ 这三个式子的物理意义有什么区别？

[解答] $E = \frac{F}{q}$ 一般称为场强的定义式，就是电场中某一点的场强，

可通过检验电荷所受的力跟检验电荷电量之比来量度，任何电场都可用这把“尺”来量度。

$E = \frac{kQ}{r^2}$ 可称为真空中电荷电场场强的决定式。在量度电场强度的

“尺子”选定后，场中各点的场强跟这把“尺子”无关，对于点电荷电场，场强完全由场源电荷的电量、电性及场中该点的位置所决定的。

$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ 为真空中两块带等量异种电荷的平行板的决定式。当两

板相对距离很小而能忽略边缘效应时，两板间的电场可以看作匀强电场。这个计算式是从理论上把两平行板上的面分布电荷分割成无限多的小块，每一小块看作一个点电荷，然后根据电场的叠加原理经计算得出的结果。

3043. 如果只给出电场中某一点的场强 $E$ ，你能否计算出该点的电势 $U$ ？为什么？

[解答]不能。

因为知道了某点的场强 $E$ ，只能知道单位正电荷在该点所受电场力，而无法知道它在这一点所具有的电势能。正如重力场中，我们知道1千克质量的物体，受到9.8牛的重力，但无法确定它所具有的重力势能。

3044. 举例说明下列问题

(1) 电场中A点的场强大于B点的场强，而A点的电势可大于B点的电势，亦可小于B点的电势。

(2) 两个场强大小相同的点，电势可能相同，也可不同。

(3) 场强为零的点，电势不一定为零。

(4)电势为零的点，场强不一定为零。

[解答]

$$(1)E_A > E_B \quad U_A > U_B \quad E_A > E_B \quad U_A < U_B$$

$$(2)E_A = E_B \quad U_A > U_B \quad E_A = E_B \quad U_A = U_B$$

$$(3)E_p = 0 \quad U_p = 0 \quad (4)U_p = 0 \quad E_p = 0$$

3045. 试以匀强电场为例，证明带电质点在重力，电场力作用下的运动，其动能、重力势能和电势能之和保持守恒。

[证明]设质量为  $m$ ，电量为  $q$  的带电质点，在图中 A 点时的速度为  $v_A$ ，在重力、电场力的共同作用下，到达 B 点时的速度为  $v_B$ ，在这个过程中，电场力做功为  $W_1$ ，重力做功为  $W_2$ ，根据动能定理

$$W_1 + W_2 = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2。$$

$$\text{因} \quad W_1 = qU_A - qU_B, \quad W_2 = mgh_A - mgh_B,$$

$$\text{所以} \quad (qU_A - qU_B) + (mgh_A - mgh_B) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2。$$

$$\text{移项整理后即得} \quad mgh_A + qU_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + qU_B + \frac{1}{2}mv_B^2。$$

3046. 试证明：两个相隔一定距离的，带不等量异种电荷的点电荷，它们电势为零的等势面是一个球面。

[证明]设两个点电荷的电量分别为  $nq(n>0)$  和  $-q$ ，它们相距为  $a$ ，分别位于图中所示的  $x$  轴上。P 点为  $xOy$  平面上的任意一点，它的坐标为  $(x, y)$ 。P 点的电势

$$U_P = \frac{knq}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{-kq}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}}。$$

$$\text{现使} U_P = 0, \quad \frac{knq}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{kq}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}}$$

$$x^2 + y^2 = n^2[(a-x)^2 + y^2] = n^2a^2 - 2axn^2 + n^2x^2 + n^2y^2,$$

$$(n^2 - 1)x^2 + (n^2 - 1)y^2 - 2an^2x + n^2x^2 = 0,$$

$$x^2 + y^2 - \frac{2an^2}{n^2 - 1}x + \frac{n^2}{n^2 - 1}a^2 = 0,$$

$$\text{上式配方后得} \quad \left(x - \frac{an^2}{n^2 - 1}\right)^2 + y^2 - \left(\frac{an^2}{n^2 - 1}\right)^2 + \frac{n^2}{n^2 - 1}a^2 = 0,$$

$$\left(x - \frac{an^2}{n^2 - 1}\right)^2 + y^2 = \frac{a^2 n^4 - n^2 a^2 (n^2 - 1)}{(n^2 - 1)^2},$$

$$\left(x - \frac{an^2}{n^2 - 1}\right)^2 + y^2 = \frac{n^2 a^2}{(n^2 - 1)^2}.$$

此式表示在xOy平面上，零电势线的方程，这是一个圆方程，圆

心坐标为： $y = 0$ ， $x = \frac{an^2}{n^2 - 1}$ ，圆半径  $R = \frac{na}{n^2 - 1}$ 。

由于两个点电荷的电场对x轴对称，因而  $U=0$  的等势面为一个球面。

3047. 有三个点电荷  $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ ，分别位于等边三角形的三个顶

点上，试证明  $\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \frac{1}{q_3} = 0$ ，该电荷系的电荷电势能为零。

[证明] 设等边三角形的边长为  $r$ 。由于点电荷系的总电势能等于每两个点电荷的电势能之和，对这三个电荷的系数，其电势能为

$$= k \left( \frac{q_1 q_2}{r} + \frac{q_2 q_3}{r} + \frac{q_3 q_1}{r} \right).$$

如果  $= 0$ ，则  $q_1 q_2 + q_2 q_3 + q_3 q_1 = 0$ ，

在等号两边除以  $q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$ ，即得  $\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \frac{1}{q_3} = 0$ 。

3048. 图是直线加速器原理的示意图。它里面有一串共轴金属圆筒，它们的间隙很小，筒一个比一个长。奇数筒和偶数筒分别接交流电源的两极。带电粒子从粒子源发出后，经过第一次加速，然后进入第一个圆筒，再向前运动。问：(1) 带电粒子在圆筒内怎样运动？带电粒子在何处做加速运动？

(2) 为什么这些圆筒要一个比一个长？它们的长度必须满足怎样的关系，才能使带电粒子连续地得到加速？

[解答] (1) 由于静电屏蔽，金属筒内场强为零，带电粒子在筒内不受电场力作用而做匀速直线运动。在前后两筒的间隙存在一个随时间变化的加速电场，所以带电粒子在间隙中做加速运动。

(2) 由于每两个相邻圆筒间隙间的场强在同一时刻都是反向的。如果电子第一次被加速的电压为  $U$ ，忽略电子穿越间隙的时间，电子穿越各个圆筒时间  $t$  等于交变电压周期的一半，即如果  $t=T/2$ ，那就能保证电子在进入并通过各个间隙时获得同样的加速电压  $U$ ，使带电粒子连续加速。由于电子在间隙中每被加速一次，速度都比原来增大了，如果要使电子在各个圆筒内作匀速运动的时间都等于  $T/2$ ，就必需使圆筒的长度  $l$  变长。

按上述情况，电子穿越各个间隙时电场力作的功都是  $qU = E_K$ ，所以电子顺次在各个圆筒中做匀速运动时的动能之比  $E_{K1} : E_{K2} : E_{K3} = 1 : 2 : 3 \dots$ ；

速度之比为  $v_1 : v_2 : v_3 = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} \dots$ 。在  $t = T/2$  不变情况下，相邻圆筒长度之比为

$$l_1 : l_2 : l_3 \dots = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} \dots.$$

3049. 我们讨论电子、质子和离子在电场中的运动时，都忽略了重力的作用，

试举例说明这种忽略是合理的。

[解答]今以作用在带一个基本电荷的电离的铀原子(质量约为氢原子的238倍)的重力和它在两平行带电板间所受的电力之比为例,如果两个平行带电板相距0.5厘米,它们之间的电势差为1.0伏。则作用在单电荷的铀离子的电力为

$$F_E = qE = q \cdot \frac{U}{d} = 1.6 \times 10^{-19} \times \left( \frac{1}{0.5 \times 10^{-2}} \right) \text{牛}$$

$$\approx 3 \times 10^{-17} \text{牛};$$

作用于它的重力为

$$F_g = mg = 238 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 9.8 \text{牛} \approx 4 \times 10^{-24} \text{牛};$$

因此 
$$\frac{F_g}{F_E} = \frac{4 \times 10^{-24}}{3 \times 10^{-17}} \approx 10^{-7}。$$

由于其他离子和电子等的质量一般都小于铀原子质量,可见忽略这些带电粒子的重力是合理的。

3050. 如果放置两个小的水平金属板在真空管内,使电子束通过它们之间的区域;如果 $y_+$ 板接外加输入正电极, $y_-$ 板外加输入的负电极,电子将朝着 $y_+$ 板偏转,输入电压不同,电子束射在荧光屏上的位置也不同。因此这种电子管可以当作伏特计来测量外加输入电压的大小。试说明测试的原理和方法,并想一想,用什么量值来反映这种“伏特计”的灵敏度。

[解答]如果偏转板长 $l$ ,间距 $d$ ,电子枪中的加速电压为 $U_a$ ,加在竖直偏转板的外加输入电压为 $U_d$ ,荧光屏距离偏转板中点的距离为 $R$ ,电子束离开它原来方向的偏转角为 $\theta$ ,打在荧光屏上离屏中心为 $s$ 的地方,

电子束的偏转角由 $\text{tg } \theta = \frac{s}{R}$ 给出,

$$\text{但 } \text{tg } \theta = \frac{v_{\text{竖直}}}{v_{\text{水平}}} = \frac{at}{v_0} = \frac{qU_d}{dm} \cdot \frac{l}{v_0} / v_0 = \frac{qU_d l}{mdv_0^2}。$$

因此 
$$s = \frac{qU_d l R}{mdv_0^2} \quad \left( v_0 = \sqrt{\frac{2qU_a}{m}} \right)$$

$$= \frac{qU_d l R}{md} \times \frac{m}{2qU_a},$$

$$= \frac{lR}{2U_a d} \cdot U_d。$$

由上式可看出,偏转距离跟外加输入电压成正比,当确定了每伏偏转的

距离后,即 $\frac{s}{U_d}$ 的值,那么,任一外加电压 $U_x = \frac{U_d}{s} \cdot h$ 。(h为实际的

偏转距离)在实际应用中是用亮点在荧不屏的坐标上偏离原点的坐标格数来确定的,每一个正方格的长度表示一定的电压值,每单位电压引起的在荧光屏上的偏转距离可反映示波器的灵敏度。

3051. 如图所示,在真空中电子经AK之间加速电场加速后,从孔C处进入DB间隙中,为使电子不和D板发生碰撞,(无论D板有多长)

DB两板间应加的最小电压是U，试证明： $U = \frac{1}{4} U_{AK}$ 。并说明D、B两

板哪块板电势高？

[证明]设电子的电量为e，质量为m，电子经AK电场加速后的速度为 $v_0$ 。

根据动能定理，在AK场中，电场力对电子做的功( $W=eU_{AK}$ )使电子动能增加

$$\text{即} \quad eU_{AK} = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1)$$

电子以速度 $v_0$ 从C孔穿入DB电场，此时电子所受电场力方向应沿DB方向，

电子在DB的电场中做类似于斜抛运动，电子低达D板之前，速度方向和D板平行，其大小为 $v_0 \sin 30^\circ$ ，就不致和D板碰撞。

根据动能定理，电子在DB的电场中，电子反抗电场力做的功，等于电子的动能减少，即

$$\begin{aligned} eU &= \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m(v_0 \cos 30^\circ)^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_0^2(1 - \cos^2 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2}mv_0^2 \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2\right) \end{aligned}$$

$$\text{将(1)式代入上式得} \quad eU = \frac{1}{4}eU_{AK},$$

$$U = \frac{1}{4}U_{AK}.$$

因为电子在DB场中受到的电场力方向自D指向B，即场强方向方向自B指向D，所以B板电势高于D板电势。

3052. 电子经电势差 $U_1$ 加速后，垂直电力线方向从中央进入一个偏转电场。偏转电场的金属板上为l，两板间距离为b，两板间偏转电压为 $U_2$ ，试证明，当 $U_2 = 2b^2U_1/l^2$ 时，电子就不能飞出偏转电场。

[证明]电子进入偏转电场后，在电场力作用下，沿电场方向作匀加速

运动，沿垂直电场方向作匀速运动，其中 $a = \frac{F}{m} = \frac{eU_2}{bm}$  (1)

$$t = \frac{l}{v_0} \quad (2)$$

经 $U_1$ 的加速电压作用后，根据电场力作功等于电子动能的增加，电子获得的速度

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}} \quad (3)$$

当 $\frac{1}{2}at^2 = \frac{b}{2}$ 时，电子就不能飞出偏转电场。

将(1)、(2)、(3)式代入上式可以得到必须满足的条件是

$$U_2 = \frac{2b^2U_1}{l^2}.$$

3053. 两平行金属板 A、B，板间距离为  $d$ ，把它们分别接在电动势为  $\mathcal{E}$  的电源上，一个质量为  $m$ ，带电电量为  $-q$  的油滴 P 恰好静止在两板间，现将一端开口的金属盒插入两板之间，如图(a)和图(b)。那么油滴在盒腔内和在盒腔外的运动状态变化情况以及电流计中电流变化情况如何？

[解答]在图(a)、(b)两种情况中，插入金属盒的过程中，电流计指针都要发生偏转，且偏转方向相同，这是因为平行板 A、B 间插入金属盒后电容量变大，这相当于 A、B 间的距离减少了一个盒的厚度，在两极板间电压不变的条件下 A、B 板的带电量要随之增加，即正电荷从 B 板通过电池移送到 A 板，电流计中的电流都从 b 端进，a 端出。

这两种情况下，带负电的油滴的运动情况是不同的。图(a)中，油滴将竖直向下作加速运动。这是因为金属盒内各点的场强为零，油滴所受电场力消失，它在重力作用下向下作加速直线运动。图(b)中，油滴将竖直向上作加速直线运动，这是因为金属盒的下表面和 B 板所组成的电容器带的电量大于原来 A、B 板上的带电量，因而金属盒上、下两表面和 A、B 板之间的电场场强增大(方向仍竖直向下)，带负电油滴所受向上的电场力随之增大，油滴失去平衡，向上作加速运动。

3054. 试证明：两块互相平等的金属带电板，在静电平衡时，金属板内侧的两个表面上，总是带等量异种电荷；在外侧的两个表面上，总是带等量同种电荷。(忽略边缘效应)

[证明]设 A、B 板内外侧表面的带电量分别为  $q_1$ 、 $q_1'$ 、 $q_2$ 、 $q_2'$ ，且它们都为正电荷。

在静电平衡时，导体内各点的场强都为零，现在 A、B 板内分别任取一点 O 和 P，则  $E_O = 0$ ， $E_P = 0$ 。O、P 点的场强以分别是  $q_1$ 、 $q_1'$ 、 $q_2$ 、 $q_2'$  四个带电平面所贡献的场强的矢量和，如果取向右的方向为场强的正方向，则

$$E_O = E_1' - E_1 - E_2 - E_2' = 0,$$

$$E_P = E_1' + E_1 + E_2 - E_2' = 0.$$

应用无限带电平面场强的计算公式可得出

$$\frac{q_1'}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2'}{2\epsilon_0 S} = 0,$$

$$\frac{q_1'}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2'}{2\epsilon_0 S} = 0.$$

$$q_1' - q_1 - q_2 - q_2' = 0 \quad (1)$$

$$q_1' + q_1 + q_2 - q_2' = 0 \quad (2)$$

(1)和(2)式即得出  $q_1' = q_2'$ ，

代入(1)式以得出  $q_1 = -q_2$ 。

3055. 如图所示，金属球放在两块金属板间，在两板间加以高电压，则可看到球和板间有放电火花出现。如果在金属球旁放一个等高的尖端金属，再在两板间加同样的高电压，放电火花将有什么变化？想一想这现象能用在什么地方？

[解答]如果在金属球放一个等高的尖端金属，则球和上板间不再出现放电火花，但尖端金属和上板间出现放电火花，这是由于导体尖端处电荷面密度较大，附近场强很大，使空气电离在尖端金属和上板之间发生放电现象。

上述现象说明，曲率半径小的尖端比曲率半径大的表面容易放电，利用这种

现象可以做成避雷针，避免建筑物遭受雷击；让高压输电线表面做得光滑，可以避免因尖端放电而损失能量；高压设备的电极做成光滑球面，避免尖端放电漏电，以便维持高电压。

3056. 一个带电导体带有一定的电量  $Q$ ，当另一个不带电的导体移近时，它的电容有没有改变？

[解答] 带电导体单独存在时，其电容  $C=Q/U$ ，当另一个导体移近它时，它处于  $Q$  产生的电场中，因而要引起静电感应，在接近带电导体的一面将出现感应电荷  $-q$ ，而远离  $Q$  的一面将出现  $+q$ 。但由于  $-q$  离带电导体近一些，对带电体的电势影响大一些； $+q$  离带电导体远一些，对带电体的电势影响小一些，因而总效果是使带电体电势  $U$  减小，而  $Q$  不变，所以电容增大。这和孤立导体电容不随带电状态而改变性质并不矛盾，因为当有其他导体移近时，原来的导体不再是孤立导体了，电容就要发生变化。

3057. 有两个金属球，一大一小，带等量同号电荷，问这两个球的电势是否相等？如果用一根导线把这两个球连接起来，有没有电荷流动？

[解答] 根据孤立导体球的电容跟半径成正比，所以半径大的金属球电容大，又两球所带的电量相同，则两球的电势跟电容成反比，因此小球的电势高些。

如果用导线把它们连接起来，由于在导线两端有电势差，导线内有电场存在，因此电荷的电场力作用下就会产生定向运动，直到两球的电势相等，定向运动停止，达到静电平衡。

3058. 两个半径相同的金属球，其中一个是实心的，另一个是空心的，电容是否相同？

[解答] 根据孤立导体球的电容公式： $C=4\pi R/k$ 。可见，电容只跟导体球的半径有关，而和它是否是空心或实心无关。或者根据电容的定义：导体升高单位电势所需的电量称为导体的电容。在导体球带电时，电荷只分布于导体表面，和空心球壳的电荷的分布一样，所以无论导体球是空心还是实心，只要  $R$  相同，升高单位电势所需的电量也相同，故电容也相同。

3059. 电容器带的电量是否可以任意增多，也就是两板间的电压是否可以任意提高？

[解答] 每个电容有一定的电容量。但它的带电量和耐压值是有一定限度的。任意增多电量和升高电压是不行的。原因是前者增大时，电场强度亦增加，当场强超过某一定值时，电介质的绝缘能力将被破坏（击穿），这时两板边通，就不是电容器了。

3060. 根据平行板电容器公式  $C = \frac{S}{4\pi kd}$  可见，只要尽量增大两平板的面积  $S$ ，就可以把电容增到很大。那么，实际上是用怎样的方法来增大极板面积的？

[解答] 增大电容器极板面积一般采用两种方法：(1) 将许多金属片叠合在一起，每层中间用电介质隔开，然后将奇数片连在一起，作为电容的一个极板，再将偶数片连在一起作为为外一个极板，例如常用的可变电容器；(2) 将两条很长的锡箔(金属)叠放在一起，中间用介质(如绝缘纸)隔开，然后裹成小鞭炮形状，分层引出两根接线，就构成了容量很大的电容器。

3061. 电容器 A、B、C 的电容分别是 0.002 微法、0.004 微法、0.006 微法。已知每个电容器的击穿电压都是 5000 伏，如果将它们串联起来，接在 11000 伏的电源上，将会发生什么现象？说明其原因。

[解答]接在 11000 伏的电源上, A 先被击穿, 然后 B 被击穿, 最后 C 也被击穿。三个电容串联时, 由于每个电容上的电量相等  $C_A U_A = C_B U_B = C_C U_C$ ,

$$U_A : U_B : U_C = 6 : 3 : 2。 U_A = \frac{6}{11} \times 11000 \text{伏} = 6000 \text{伏}, U_B = 3000 \text{伏}$$

,  $U_C = 2000 \text{伏}$ 。电容 A 的端电压超过了电容器的耐压值被击穿。此后电路中只有电容 B、C 串联, 其中  $U_B : U_C = C_C : C_B = 3 : 2$ 。  $U_B = \frac{3}{5} \times 11000 \text{伏} = 6600 \text{伏}$ ,  $U_C = \frac{2}{5} \times 11000 \text{伏} = 4400 \text{伏}$ 。电容 B 的端电压超过了它的耐压值又被击穿, 最后电源上的电压 11000 伏全部加在电容 C 的两端, 使 C 最后被击穿。

3062. 三个电容器容量分别为 2 微法、20 伏, 3 微法、10 伏和 6 微法、20 伏。试说明将它们并联起来后 (1) 耐压能力是多少? (2) 接上 15 伏电压时, 这个电容系统将有什么变化?

[解答] (1) 并联时, 电压相同。现在由三个电容器组成的系统中,  $C_2$  耐压能力最低, 是 10 伏, 所以它们并联后的电压不能超过 10 伏, 也就是说耐压能力是 10 伏。

(2) 当接上 15 伏电压时,  $C_2$  被击穿。此时被击穿的电容器两块极板连通出现短接现象。这个系统已不再是电容器。

3063. 两个平行金属板 A、B 板间距离为  $d$ , 把它们分别接在电源的两极上。有一个质量为  $m$ , 电量为  $-q$  的油滴 P 恰好静止在 A、B 两板之间 (板间真空)。试说明

(1) 将两板间的距离缩小一点, 油滴的静止状态是否会被破坏? 电流计中否会有电流通过?

(2) 如果不改变两板间的距离, 而是将两板平行地错开一点, 那么, 油滴的静止状态是否会被破坏? 电流计中是否有电流通过?

[解答] 油滴平衡的条件是  $qE=mg$ , 式中  $m$ 、 $g$ 、 $q$  都是不变的量。因此油滴的静止状态是否会被破坏, 只需要看板间场强  $E$  是否变化就可判断。

(1) 匀强电场的场强  $E=U/d$ 。当  $d$  减小, 而  $U$  不变时,  $E$  要增大。因此油滴将向上作加速运动。在两板移动过程中, 平行金属板组成的电容器的容量在增大 ( $C \propto 1/d$ ), 因而, 电源将向两金属板充电。在这个过程中, 电流计中的电流方向将从 b 流向 a。

(2) 因为两板间的电压、距离都不变, 所以场强  $E$  也不变。油滴仍保持静止状态。当两板错开时, 对应的面积减小, 因此, 容量减小。从而可知, 两板的电量将减少, 电流计中的电流方向是从 a 流向 b。

3064. 两个平行板空气电容器  $C_1$ 、 $C_2$ , 极板面积相同, 板间距离也相同, 将它们串联起来, 接直流电源时,  $C_1$  中的一个带电尘埃恰好平衡。(1) 如果向  $C_2$  中插入一块电介质平板,  $C_1$  中的带电尘埃是否仍平衡? 如不平衡, 它将怎样运动? (2) 如果改成向  $C_2$  中插入一块金属平板 (不接触  $C_2$  两个极板), 带电尘埃以将如何?

[解答] (1) 平衡时,  $qE=mg$ , 插入电介质后,  $C_2$  增大, 其串联总电

$$\text{容}C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{1 + \frac{C_1}{C_2}}, \text{从式中可看出, 总电容}C\text{也随}C_2\text{的增加而增}$$

加, 在总电压不变的情况下, 总电量  $Q$  比未插入电介质时增加了, 由此可知  $C_1$  两板间的电量  $Q_1=Q$  也增加了, 两板间的场强  $E_1$  也随之增强, 带电尘埃的平衡被破坏, 并向上作加速运动。

(2) 插入金属板后,  $C_2$  的间距相对减小,  $C_2$  的值增大, 其后变化情况同(1), 所以带电尘埃的平衡也被破坏, 并向上作加速运动。

3065. 将一个电容器连接在电池上, (1) 为什么两个极板上都得到数值相同的电荷? (2) 即使两极板大小不同, 这个结果也是正确的, 对吗?

[解答](1) 如果作一个封闭包围电容器的两个极板, 接通电源(充电)时, 有电流流进该闭合面, 使一个极板带正电; 同时也有电流流出该闭合面, 使另一板带负电。充电结束后, 电源的端电压不变, 闭合面外并未发生新的电荷堆积。根据电荷守恒定律, 闭合面内的总电量也应当不变, 充电前总电量为零, 充电后总电量也应当为零, 两极板上的电荷正好等量异号。事实上充电过程可以看成是一个板上的正电荷搬运到另一板, 所以一个板上得到的电荷, 正好等于另一板失去的电荷。

(2) 根据以上分析, 即使两个极板的大小不同, 其结果也应当是正确的。

3066. 一块金属板 A 带正电荷  $Q$ 。在它的左右各放一个接地的金属板 B 和 C, 它们分别距 A 板  $d$  和  $2d$ 。试比较

(1) A、B 间的电压  $U_{AB}$  和 A、C 间的电压  $U_{AC}$ ;

(2) AB 间 P 点的电场强度  $E_P$  和 AC 间 R 点的电场强度  $E_R$ 。这时 A 上的电荷将怎样分布? BC 两板是否带电? 带哪一种电荷? 带多少电荷?

[解答](1) 因为在静电平衡时, 导体 A 是等势体, 所以  $U_{AB}=U_{AC}$ 。

(2)  $E_P = \frac{U_{AB}}{d}, E_R = \frac{U_{AB}}{2d}$ , 因为  $U_{AB} = U_{AC}$ , 所以  $E_P = 2E_R$ 。又

因为场强大小决定于 A 板上的电荷分布, 所以 A 板左表面带  $+\frac{2}{3}Q$ , 右表面带  $+\frac{1}{3}Q$ 。由于静电感应, B 板和 C 板两侧分别带上  $\frac{2}{3}Q$  和  $\frac{1}{3}Q$  的等量异号电荷, 接地后, B 板就带上了  $-\frac{2}{3}Q$  电量, C 板带上了  $-\frac{1}{3}Q$  电量。

3067. 右图是电容式压力计的示意图, 电容的一个极板固定, 另一极板连在弹簧上, 试解释利用此装置测量下极板上的压力大小的原理。

[解答] 在压力  $P$  的作用下, 电容器两极之间的距离将发生变化, 压力越大, 板之间的距离越小, 即距离  $d$  将是压力  $P$  的函数, 而电容以是两板间距离  $d$  的函数, 因此, 电容是压力的函数, 只要预先由实验找出这函数曲线, 则可利用此装置, 通过测电容来确定压力的大小。

3068. 使电容为  $C_1$  的电容器充电, 然后移去充电用的电池, 再将电键 K 合上, 使这个电容器和未充电的电容为  $C_2$  的电容器相连接。试证明, 当电容器极板上的电荷达到平衡后, 这个电容组的储能将损失原来的

$\frac{C_2}{C_1 + C_2}$  倍。

[证明] 设合上电键前电容为  $C_1$  的电容器带电量为  $Q_0$ ，电容器组的储能为  $W_0$ ，

$$W_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1}。$$

合上电键后电容器组的总电容  $C = C_1 + C_2$ 。

$$\text{电容器的储能 } W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1 + C_2}。$$

$$\begin{aligned} \text{损失的能量 } \Delta W = W_0 - W &= \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1} - \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1 + C_2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_1} \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} W_0。 \end{aligned}$$

电容器组损失的能量是原来的  $\frac{C_2}{C_1 + C_2}$  倍。

3069. 一个原来不带电的肥皂泡，半径为  $R_0$ 。今把电量  $q$  放到它的表面。由于肥皂泡表面上的电荷相互排斥，半径增大到某一数量  $R$ 。忽

略表面张力的影响。试证  $q = \left[ \frac{32}{3} + 4pR_0R(R^2 + RR_0 + R_0^2) \right]^{\frac{1}{2}}$ 。如

果  $p = 1.01 \times 10^5$  帕， $R_0 = 2.0 \times 10^{-2}$  米， $R = 2.1 \times 10^{-2}$  米，试求出  $q$ 。（提示：根据能量守恒定律，肥皂泡推开大气所作的功，等于膨胀过程中减少的储在电场中的能量）

[证明] 肥皂泡推开大气所做的功为

$$\begin{aligned} p\Delta V &= p \left( \frac{4}{3} R^3 - \frac{4}{3} R_0^3 \right) = \frac{4}{3} p (R^3 - R_0^3) \\ &= \frac{4}{3} p (R - R_0) (R^2 + RR_0 + R_0^2)。 \end{aligned}$$

把肥皂泡当作导体球，膨胀前后其电容分别为  $C_0 = \frac{1}{k} R_0 = 4$

$\frac{1}{k} R_0$  及  $C = \frac{1}{k} R$ 。带电后它的能量分别为  $W_0 = \frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{8 \frac{1}{k} R_0}$

$$, W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8 \pi \epsilon_0 R}.$$

膨胀时能量减少  $\Delta E = \frac{q^2}{8 \pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right) = \frac{q^2 (R - R_0)}{8 \pi \epsilon_0 R_0 R}.$

根据能量守恒定律  $\Delta W = \Delta E,$

即  $\frac{4}{3} \pi p (R - R_0) (R^2 + RR_0 + R_0^2) = \frac{q^2 (R - R_0)}{8 \pi \epsilon_0 R_0 R},$

$$q = \left[ \frac{32}{3} \pi^2 p R_0 (R^2 + RR_0 + R_0^2) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

当  $p = 1.01 \times 10^5$  帕,  $R_0 = 2.0 \times 10^{-2}$  米,  $R = 2.1 \times 10^{-2}$  米时,  $q = \left[ \frac{32}{3} \times 9.9 \times 8.9 \times 10^{-12} \times 1.01 \times 10^5 \times 2 \times 2.1 \times 10^{-4} \times (4.4 \times 10^{-4} + 4.2 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4}) \right]^{\frac{1}{2}}$  库  $= 7.1 \times 10^{-6}$  库。

## 稳恒电流

### 填充题

3070. 设 a 和 b 为长度相同的两段均匀纯铜丝, 它们的截面积的比为  $S_a$   
 $S_b=1:2$ , 铜丝两端都加以相同电压 U, 这时两铜丝中自由电子的定向运动速度比为  
 $v_a:v_b=1:2$ 。

3071. 有一个电阻, 两端加上 50 毫伏电压时, 通有 10 毫安的电流, 两端加上  
10 伏电压时, 通过的电流为 2 安, 该电阻的阻值为 5 欧。

3072. A、B 两个电阻电压—电流图线如右图所示。从图中可求得  $R_A$  的阻值为  
12.5 欧;  $R_B$  的阻值 25 欧。如果将这两个电阻串联, 它们消耗的功率比为 1:2; 如  
果将这两个电阻并联, 通过它们的电流的比为 2:1; 消耗的功率的比为 2:1。

3073. 电阻率的国际单位是欧·米, 它和实用单位欧·毫米<sup>2</sup>/米的关系是 1  
欧·米= $10^6$ 欧·毫米<sup>2</sup>/米。

3074. 有一根粗细均匀的电阻丝, 当加 2 伏电压时, 通过的电流强度为 4 安;  
现将电阻丝均匀拉长, 然后加 1 伏电压, 这时通过的电流强度为 0.5 安。则电阻丝  
拉伸后的长度应是原长的 2 倍。

3075. 质量相同的两条铜线的长度的比为 1:2, 则电阻的比为 1:4。

3076. 滑动变阻器是靠改变电阻丝的长度来改变电阻的。图中, 把滑动变阻  
器的 C、B 接线柱接入电路, 当滑片 p 向右移动时, 连入电路和电阻将变小。

3077. 标有“220V、40W”的灯泡, 它的额定电流是 0.18 安, 灯泡正常发光时  
的电阻是 1210 欧。

3078. 在 30 分钟内, 电流通过 20 欧的电阻用去了 1 度电, 则此电流的数值为  
10 安。

3079. 一只“220V、60W”的灯泡, 正常发光时的功率为 60 瓦; 通过的电流  
强度为 0.27 安。正常发光 10 小时, 耗电 0.6 度。

3080. 日常使用的电功单位是“度”; 以叫千瓦小时。1 度等于  $3.6 \times 10^6$  焦。  
25 瓦的电灯工作 40 小时, 耗电为 1 度。

3081. 有一个 1 千瓦、220 伏的电炉, 正常工作时的电流是 4.55 安。如果不  
考虑温度对电阻的影响, 把它接在 110 伏的电压上, 它的电功率 0.25 千瓦。

3082. 一盏“220V、40W”电灯, 其正常工作电流为 0.18 安。当电压升到 240  
伏时, 灯泡消耗的功率为 47.6 瓦; 当电压降到 180 伏时, 灯泡消耗的功率为 26.8  
瓦。

3083. 一个标有“1k, 10W”的电阻, 允许通过的最大电流为 0.1 安, 加在  
这个电阻两端的最大电压为 100 伏。当这个电阻两端的电压为 40 伏时, 电阻消耗  
的功率为 1.6 瓦。

3084. 有一个白炽灯泡, 如果不考虑电阻随温度的变化, 当电压下降 10% 时,  
电灯泡的实际功率为额定功率的 81%; 当电压升高 10%, 电灯泡的实际功率为额定  
功率的 121%。

3085. 用伏特表和安培表来测定额定电压是 3.8 伏的小电珠的额定功率。

(1) 测量时, 应先观察伏特表, 调节滑动变阻器, 使该电表的读数为 3.8 伏,  
这时小电珠正常发光;

(2) 小电珠正常发光时, 安培表指针指在右图所示的位置, 这时的电流强度为  
0.30 安;

(3)由此计算得小电珠的额定功率为 1.14 瓦。

3086. 将一段电热丝浸入 1 升水中,能以 0.5 安电流,经 5 分钟使水温升高 1.5 。则电阻丝两端的电压为 41.7 伏;电阻丝的阻值为 83.4 欧。

3087. 1.5 千克 100 的水,由于热量的散失,水温每分钟要降低 12 ,现用内阻为 2 欧的电源,对浸没在水中 50 欧的电阻加热保温,使水温保持在 100 ,那么该电源的电动势是 260 伏。

3088. 一根镍铬合金丝和一根铜导线的长短、粗细都相同,镍铬合金丝导线的电阻较大;把它们按一定方式连接后接入电路,测得通过它们的电流强度相等,则它们的连接方式一定是串联的。

3089. 有两个电阻串联,其中  $R_1$  为 10 欧,  $R_2$  为 50 欧,如果  $R_1$  两端的电压  $U_1$  为 20 伏,则  $R_2$  两端的电压  $U_2$  为 100 伏,整个串联电路的电压  $U$  为 120 伏。

3090. 有 A、B 两个电炉,上面分别标有“220V、400W”,“220V、800W”的字样。把它们串联起来后接入 220 伏的电路中,则 A、B 两电炉消耗的功率的比为 2 1。

3091. 要把一只不明规格的电流表改装成量程为  $U$  伏特的电压表,(1)需测定电流表的内电阻  $R_g$  和满偏电流  $I_g$ ;(2)需串联一只电阻,这个

元件值的计算公式为 
$$R = \frac{U}{I_g} - R_g。$$

3092. 电流计的内阻为 100 欧,通入 1 毫安电流时,指针偏转一格。现要改装为伏特表,使指针偏转一格指示 1 伏,应在电流表上串联一个 900 欧的电阻。

3093. 已知伏特表的内电阻是 10 千欧,表面刻度如图所示,给它串联 20 千欧电阻后去测量一个电压,指针指在图中的位置,这个电压是 30 伏。

3094. 有两个电阻并联,其中  $R_1$  为 200 欧,通过  $R_1$  的电流强度  $I_1$  为 0.20 安,通过整个并电路的电流强度  $I$  为 0.80 安,则电阻  $R_2$  的阻值为 66.7 欧,通过电阻  $R_2$  的电流强度  $I_2$  为 0.60 安。

3095. 电阻  $R_1$ 、 $R_2$  并联在电路中,已知  $R_1=12$  欧,  $R_2=6$  欧,流过  $R_1$  的电流  $I_1=0.5$  安。两电阻的总电流为 1.5 安,电路的电压为 6 伏。

3096. 有两并联电阻,其中  $R_1$  为 200 欧,通过其电流为 0.20 安。已知通过并联电路的总电流为 0.70 安,则另一个电阻  $R_2$  的阻值为 80 欧;其电功率为 20 瓦。

3097. 有两个电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。当把它们串联起来并接在电压为  $U$  的

电路上时,电阻两端的电压分别为  $U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$ ;  $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$ 。

当把它们并联起来且通过的总电流为  $I$  时,电阻中流过的电流分别为

$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$ ;  $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$ 。

3098. 右图电路中,如果  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  在同一段时间中放出的热量为  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、 $Q_4$ 。则  $\frac{Q_1 + Q_4}{Q_2 + Q_3} = \frac{2}{3}$ 。

3099. 如图所示,电路两端的电压  $U=9$  伏,通过电阻  $R_1$  的电流  $I_1=2$  安,电阻  $R_2=2$  欧,电阻  $R_3$  消耗的电功率  $P_3=15$  瓦,则  $R_1$  的阻值为 3 欧;  $R_3$  的阻值为 0.6 欧。

3100 . 如右图所示, 电阻  $R_1=10$  欧,  $R_2=20$  欧, 变阻器  $R_3$  的最大阻值 30 欧。A、B 两点间电阻  $R_{AB}$  的取值范围可从 10 欧 到 22 欧。

3101 . 三个电阻的阻值分别为 6 欧、2.6 欧和 4 欧。以

方式连接就可以获得 5 欧的电阻。(请将连接图画在括号内)

3102 . 把 5 欧的电阻  $R_1$  和 10 欧的电阻  $R_2$  串联起来, 然后在这段串联电路的两端加 15 伏的电压, 这时  $R_1$  消耗的电功率是 5 瓦,  $R_2$  消耗的电功率是 10 瓦, 把  $R_1$  和  $R_2$  改为并联, 如果要使  $R_1$  仍消耗和原来大小的电功率, 则应在它们两端加 5 伏 的电压, 这时  $R_2$  消耗的电功率是 2.5 瓦。

3103 . 把两个完全相同的电阻串联后, 接上 9 伏电压。用万用表的 0~5 伏档去测量其中一只电阻两端电压时, 示数为 4.2 伏; 如果用万用表的 0~15 伏档去测量, 则量得该电阻的两端的电压应该是 4.4 伏。

[提示]应考虑万用表内阻。万用表在不同的量程它的内阻有不同的值。

3104 . 一个内阻为 100 欧的电流表, 允许通过的最大电流为 500 微安。如果把它改装成量程为 2.5 伏的伏特表, 应串联一个阻值为 4900 欧 的电阻; 如果把它改装成量程为 2.5 安的安培表, 应并联一个阻值为 0.02 欧 的电阻。

3105 . 利用阻值分别为  $R_1 = 900$  欧,  $R_2 = \frac{100}{999}$  欧的两个电阻, 可将一个内阻  $R_g = 100$  欧, 满偏电流  $I_g = 1$  毫安的电流表改装成能测电压和电流的两用表(如图)。在电键  $K_1$ 、 $K_2$  都闭合时, 它的用途是 安培表, 量程是 1 安; 在电键  $K_1$ 、 $K_2$  都断开时, 它的用途是 伏特表, 量程是 1 伏。

3106 . 已知干电池的电动势为 1.5 伏, 内电阻为 0.2 欧, 把一个阻值为 2.8 欧的电阻接在干电池的两极上, 通过电阻的电流强度为 0.5 安, 电阻两端的电压为 1.4 伏。

3107 . 电源的电动势为 1.5 伏, 内电阻为 0.12 欧, 外电路的电阻为 1.28 欧, 电路中的电流强度为 1.07 安, 路端电压为 1.37 伏。

3108 . 一个标有“4.5V、1.5W”的小灯接在由三个相同的电池串联的电池组上。每个电池的电动势为 1.5 伏, 内电阻为 0.5 欧, 那么通过小灯的电流强度为 0.3 安; 小灯消耗的功率为 1.2 瓦。

3109 . 图中  $R_1=4.0$  欧,  $R_2=12$  欧, 电源内电阻  $r=1.0$  欧, 伏特表的示数为 3.0 伏, 则安培表的示数为 0.75 安; 电源电动势为 4 伏; 电源消耗的功率为 4 瓦。

3110 . 右图中, 每个电阻的阻值相等, 不计电表内阻对电路的影响, 电池的内阻也忽略不计。当电键 K 分别接在图中“1”点和“2”点位置时, 伏特表的两次示数的比为 1 2; 安培表的两次示数的比为 1 1。

3111 . 图中电池组的四个电池都相同, 每个电池的电动势为 1.5 伏, 内电阻是 0.5 欧。电阻  $R_1=5.5$  欧,  $R_2=R_3=8$  欧, 当电键  $K_1$  闭合、 $K_2$  断开时, 安培表的读数为 0.15 安, 伏特表的读数为 1.2 伏, 电阻  $R_3$  消耗电功率 0.18 瓦; 当电键  $K_1$ 、 $K_2$  都闭合时, 伏特表的读数为 零, 安培表的读数为 零。

3112 . 图中,  $R_1=R_2=R_3=30$  欧, 电源内阻不计。当电键 K 断开时, 电阻  $R_3$  的电功率为 30 瓦, 则这时电阻  $R_1$  的电功率为 120 瓦, 电源电动势为 90 伏; 当将电键 K

闭合时，电阻  $R_3$  的电功率为 270 瓦。

3113 . 图示电路中，不计电表内阻对电路的影响，当滑动变阻器  $R$  的滑片向  $b$  端移动时，安培表的示数将减小；伏特表的示数将增大。

3114 . 如图所示，当滑动变阻器的滑片向  $b$  端移动时，伏特表的示数将减小；安培表的示数将减小。

3115 . 如图所示的电路中，当将电键  $K$  闭合，安培表的示数将增大；伏特表  $V_1$  的示数将减小；伏特表  $V_2$  的示数将减小。为使  $K$  闭合后，伏特表  $V_2$  的示数仍保持  $K$  未闭合时的数值，滑动变阻器  $R_3$  的滑片应向  $a$  端作适当移动。

3116 . 如右图所示，当滑动变阻器  $R$  的滑片向上滑动时，小灯泡的亮度将变亮。

3117 . 附图中，可变电阻  $R_2$  的阻值调在  $2$  欧处， $R_1=6$  欧，电源的内电阻是  $1$  欧。当电键  $K$  闭合时，电源消耗的总功率为  $16$  瓦，输出功率为  $12$  瓦，这时小灯正常发光。则小灯的额定电压为 4 伏，额定功率为 4 瓦。当电键  $K$  断开时，小灯的实际消耗功率为 5.2 瓦，为使小灯仍能正常发光， $R_3$  的阻值应调节到 3 欧，（设  $K$  断开时，小灯不会损坏。）

3118 . 如图所示，当变阻器的滑片  $p$  向  $a$  端移动时，灯  $L_1$  两端的电压变大；灯  $L_2$  两端的电压变小；灯  $L_1$  的功率变大；灯  $L_2$  的功率变小。

3119 .  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为三个规格不同的灯泡，按图连接时，恰能正常发光，电源的电动势和内电阻都是定值，现将滑线变阻器的滑片  $p$  稍向上移动，则三个灯泡的亮度变化是： $A$  灯变暗； $B$  灯变暗； $C$  灯变亮。

3120 .  $12$  个相同的电池连接如图所示，每个电池的电动势为  $1.5$  伏，内电阻为  $0.3$  欧，电池组的总电动势为 6 伏，总内电阻为 0.4 欧。

3121 . 有两个相同的电池，每个电池的电动势为  $1.5$  伏，内电阻为  $1.0$  欧。把这两个电池接成并联电池组，这电池组的电动势为 1.5 伏，内电阻为 0.5 欧。如将电池组和一个  $9.5$  欧的电阻连接，电路中的电流强度为 0.15 安，电池组两端的电压为 1.43 伏。

3122 . 有  $10$  个相同的蓄电池，每个蓄电池的电动势为  $2.0$  伏，内电阻为  $0.04$  欧。把这些蓄电池接成串联电池组，这电池组的电动势为 20 伏，内电阻为 0.4 欧。如将电池组和一个  $3.6$  欧的电阻连接，电路中的电流强度为 5 安，每个蓄电池两端的电压为 1.8 伏。

3123 . 如图所示，电源电动势为  $6$  伏，内阻为  $1$  欧， $R_1$  为  $2$  欧。要在变阻器  $R_2$  上放出最大电功率， $R_2$  就调节到 3 欧，这时  $R_2$  的功率为 3 瓦；如果要在  $R_1$  上放出最大电功率，则  $R_2$  应调为 1 欧；这时  $R_1$  的功率为 4.5 欧。

3124 . 图中， $R=5$  欧，电源电动势  $=4$  伏，内电阻  $r=1$  欧。如果电路中的电流方向如图所示，电流强度  $I=2$  安，则  $A$ 、 $B$  间的电压等于 16 伏。

3125 . 图示电路中，在  $AB$  两端加电压  $U_{AB}$  时，电流从  $A$  流入， $B$  流出，这时电阻  $R_1$  消耗的电功率为  $0.5$  瓦。则电路  $AB$  中的电流强度为 0.5 安，当  $C$  点接地时， $D$  点的电势为 -3.5 伏。加  $AB$  两端的电压  $U_{AB}$  为 6 伏。

3126 . 图示电路中， $R_1=R_2=R_3=3$  欧， $U_{AB}$  保持不变，当  $K$  接“ $1$ ”端时，安培表的示数为  $2$  安，可知  $U_{AB}=\underline{9 伏}$ ；当电键  $K$  接“ $2$ ”端给电池 充电时，安培表的示数仍为  $2$  安，那么电池 中的充电的电流为 1 安，如果电池的内电阻为  $1$  欧，则其电

功电动势为 2 伏。

3127 . 在图(a)、(b)的两个电路中, 电池的电动势相同, 内阻不计, 安培表的内阻为 0.03 欧, 伏特表的内阻为 1 千欧。如果待测电阻  $R_x$  的阻值约为 500 欧时, 应采用的实验电路是图(b); 如果  $R_x$  的阻值约为 0.5 欧时, 应采用的实验电路是图(a)。

3128 . 电路的 U-I 图像如图所示; 则电源电动势为 3 伏; 内电阻为 0.75 欧。当外电阻为 2.25 欧时, 电源的输出功率为 2.25 瓦。

3129 . 在用伏特表和安培表测定电池的电动势和内电阻的实验中, 所用的安培表量有 0~0.6 安和 0~3 安两档。

在连接好电路并按下电键之前, 安培表应先接在 0~3 安 档, 滑动变阻器的滑动触片应先处在电阻最大位置上。

如果根据实验数据画出的 U-I 关系图线如图所示。则可求得电池的电动势是 1.5 伏, 内电阻是 0.75 欧。

理由是: 由  $U = \quad - Ir$ , 当  $I = 0$  时,  $U = \quad$ , 即纵坐标 U 轴上的截距等于         。把图线延长, 和纵轴的交点, 其值为          = 1.5 伏; 当  $U = 0$  时,  $I_{\text{短}} = \frac{\quad}{r}$ , 即横坐标 I 轴上的截距是         。把图线延长, 和横轴的交点, 其值为  $I_{\text{短}} = 2.0$  安, 求得  $r = \quad / I_{\text{短}} = 1.5 / 2.0 \text{ 欧} = 0.75 \text{ 欧}$ 。

3130 . 图中 AC 为粗细均匀的电阻丝, 长 1 米。已知  $U_{AC} = 10$  伏,  $R_1 = 3$  欧,  $R_2 = 2$  欧, B 点接地。则 A 点的电势为 6 伏; C 点的电势为 -4 伏; AC 导线上零电势的位置在离 A 点 60 厘米处。

3131 . 用惠斯通电桥测电阻  $R_x$  的值。在滑动片 C 从 A 向 B 移动的过程中, 当  $R_x$  断路时, 电流表 G 的示数增大; 当  $R_0$  断路时, 电流表 G 的示数减小; 当  $R_0$  和  $R_x$  都断路时, 电流表 G 的示数为零。

3132 . 图示电路中,  $\mathcal{E} = 150$  伏,  $\mathcal{E}_1 = 60$  伏,  $R_1 = 60$  欧,  $R_2 = 60$  欧,  $R_3 = 30$  欧,  $C = 0.01$  微法, 不计电池和安培表内阻对电路的影响。

将电键 K 接到“1”端, 使安培表中没有电流时, 可变电阻 R 的值是 20 欧;

电键 K 仍接在“1”端, 要使通过安培表的电流从 p 经安培表流到 q, 那么可变电阻 R 的滑动片 c 应向 b 端移动;

将电键 K 接到“2”端, 要使安培表的示数仍为零, 可变电阻 R 的值应是 30 欧, 此时电容器 C 的带电量是  $7.5 \times 10^{-7}$  库。

3133 . 图示电路中, 电源的电动势  $\mathcal{E} = 12$  伏, 内电阻不计。电阻  $R_1 = 10$  欧,  $R_2 = 20$  欧, 电容  $C = 3$  微法。

在将电键 K 闭合的瞬间, 流过  $R_2$  的电流为 0;

随着通电时间的增加, 通过  $R_2$  的电流最终可达 0.4 安;

当电流完全稳定后, 再打开 K, 通过  $R_2$  的电量为  $24 \times 10^{-6}$  库。

3134 . 图中, 当电键 K 断开时, 电容  $C_1$  两端的电压和电容  $C_2$  两端的电压的比为 2 ; 当电键 K 闭合后, 上述两容器上的电压的比变为 1 / 2。

3135 . 图示电路中,  $C_1 = 6$  微法,  $C_2 = 3$  微法,  $R_1 = 6$  欧,  $R_2 = 3$  欧, 电源电动势

=18 伏，内电阻不计。则电键 K 断开时，电容  $C_1$  的带电量为  $1.08 \times 10^{-4}$  库， $C_2$  的带电量为  $5.4 \times 10^{-5}$  库；K 闭合后， $C_1$  的带电量为  $7.2 \times 10^{-5}$  库， $C_2$  的带电量为  $1.8 \times 10^{-5}$  库。

3136. 图示电路中，电源的内阻可忽略不计，15 微法的电容器所带的电量为  $7.5 \times 10^{-4}$  库；电路中 C、D 两点间电势差  $U_C - U_D = -25$  伏。

3137. 图示电路中，电容  $C=200$  微法，电阻  $R_1=1$  欧， $R_2=1.8$  欧，每只电池的电动势都为 1.5 伏，内电阻都为 0.1 欧。当电键  $K'$  断开时，接通电键 K 并让电路稳定后，电容器 C 所带的电量为  $2 \times 10^{-4}$  微库。如果将  $K'$  闭合，在  $K'$  闭合的瞬间，通过 a、b 间的电流方向是 a b。

### 选择题

3138. 通过一个电阻的电流是 5 安。经过 4 分钟时间通过这电阻的一个截面的电量是

- (a) 20 库； (b) 50 库；  
(c) 1200 库； (d) 2000 库。

答(c)

3139. 从欧姆定律  $I = \frac{U}{R}$ ，导出  $U = IR$ ； $R = \frac{U}{I}$ 。下面的叙述中哪

些是正确的？

- (a) 电阻和电压成正比，和电流成反比；  
(b) 导体的电阻由本身的物理条件决定，和电压、电流无关；  
(c) 对确定的导体，其电压和电流的比值就是它的电阻；  
(d) 一定的电流流过导体，电阻越大，电压降越大；  
(e) 电流和电阻成反比，它们的乘积是一个常量。

答(b)、(c)、(d)

3140. 一根导线的电阻是 R，将它对折起来双股使用，那么它们的电阻是

- (a) 4R； (b) 2R；  
(c)  $\frac{1}{2}R$ ； (d)  $\frac{1}{4}R$ 。

答(d)

3141. 把电阻是 1 欧的一根金属丝截成等长的十段，把这十段金属丝并联起来。这样并联的一组金属丝的总电阻是

- (a) 0.01 欧； (b) 0.10 欧；  
(c) 10 欧； (d) 100 欧。

答(a)

3142. 一段粗细均匀的镍铬丝，横截面的直径是 d，电阻是 R。把

它拉制成直径是 $\frac{1}{10}d$ 的均匀细丝后，它的电阻变成

- (a)  $\frac{1}{10k}R$  ;          (b)  $10kR$  ;  
(c)  $\frac{1}{100}R$  ;          (d)  $100R$ 。

答(b)

3143. 甲乙两根铜导线，质量的比是 2 : 1，长度的比是 1 : 2，那么甲乙两根导线电阻比是

- (a) 1 : 1 ;                          (b) 1 : 4 ;  
(c) 1 : 8 ;          (d) 4 : 1。

答(c)

3144. 两段材料和质量都相同的电阻丝，它们长度的比为 2 : 3，则它们的电阻值的比为

- (a) 2 : 3 ;          (b) 3 : 2 ;  
(c) 4 : 9 ;          (d) 9 : 4。

答(c)

3145. 为了使电炉消耗的功率减小到原来的一半，应

- (a) 使电流减半 ; (b) 使电压减半 ;  
(c) 使电炉的电阻减半 ;  
(d) 使电压和电炉的电阻各减一半。

答(d)

3146. 由于供电电网电压的降低，使用电器的电功率降低了 19%，则这时供电电网上的电压比原来的电压降低了

- (a) 81% ;                  (b)  $\sqrt{19}\%$  ;  
(c) 10% ;                  (d) 19%。

答(c)

3147. 将一导线拉长  $n$  倍后，再接到同一恒压源上，则导线每秒钟产生的热量为原来的

- (a)  $n$  倍 ;                  (b)  $n^2$  倍 ;  
(c)  $1/n$  ;                  (d)  $1/n^2$ 。

答(d)

3148. 图示电路中，如果  $ab$  端输入电压是 6 伏，则  $cd$  端输出空载电压是

- (a) 6 伏 ;          (b) 3 伏 ;  
(c) 2 伏 ;          (d) 1 伏。

答(c)

3149. 如图所示，滑动电阻  $R_0$  的总电阻是  $R$  的两倍，要使  $R$  两端的电压是总电压的一半， $R_0$  上的触头应在

- (a)  $R_0$  中点偏下 ;  
(b)  $R_0$  中点偏上 ;

(c)  $R_0$  中点上；

(d) 无法确定。

答(b)

3150. 图中，滑线变阻器的总电阻  $R=60$  欧，负载电阻  $R_x=60$  欧，AB 间的电压  $U=18$  伏，且保持不变。先将电键 K 断开，移动滑动片 p 使伏特表的示数为 9 伏，然后将 K 闭合，则通过  $R_x$  的电流为

(a) 0.12 安； (b) 0.15 安；

(c) 0.24 安； (d) 0.45 安。

答(a)

3151. 在下面四个电路中，哪个电路图是的滑动变阻器能较好地完成对灯泡 L 的分压作用？

(a) 如图(1)所示； (b) 如图(2)所示；

(c) 如图(3)所示； (d) 如图(4)所示。

答(c)

3152. 一个“10、20W”的电阻和另一个“10、40W”电阻串联起来接上 20 伏的电压，它们的功率的比是

(a) 1 2； (b) 2 1；

(c) 1 4； (d) 1 1。

答(d)

3153. “110V、40W”的电灯和“110V、100W”的电灯串联后接到 220 伏的干路上，

(a) 两灯正常发光； (b) 两灯都不亮；

(c) 标有“110V、100W”的灯较亮；

(d) 标有“110V、40W”的灯较亮。

答(d)

3154. 有人在调试电路时，用一个“100k、 $\frac{1}{8}$ W”的电阻和一个“300k、 $\frac{1}{8}$ W”的电阻串联，作为 400 千欧的电阻使用，此时两

只串联电阻允许耗散的最大功率为

(a)  $\frac{1}{2}$  瓦； (b)  $\frac{1}{4}$  瓦；

(c)  $\frac{1}{6}$  瓦； (d)  $\frac{1}{8}$  瓦。

答(c)

3155. 把四个完全相同的电阻 A、B、C、D 串联后接入某些电路中，消耗的总功率为 P。把它们并联后又接回该电路中，则消耗的总功率为

(a) P； (b) 4P；

(c) 8P； (d) 16P。

答(d)

3156. 右图电路中， $R=2$  欧，

(1) 当  $R_0=0$  时， $R_{AB}$  为

- (a)2欧； (b)4欧；  
 (c)1欧； (d) $\frac{1}{4}$ 欧。

答(a)

(2)当 $R_0 = \infty$ 时， $R_{AB}$ 为

- (a)2欧； (b)4欧；  
 (c)1欧； (d) $\infty$ 。

答(a)

3157. A、B、C、D四个电阻并联，每个电阻的电流—电压图线如图所示。则四个电阻中消耗电功率最大的是

- (a)A； (b)B；  
 (c)C； (d)D。

答(a)

3158. 已知 $R_1=2$ 欧， $R_2=3$ 欧， $R_3=6$ 欧，如果把它们并联后接入电路中，它们消耗的功率的比为

- (a)2 3 6； (b)6 3 2；  
 (c)3 2 1； (d)1 2 3。

答(c)

3159. 两个电阻，并联时的功率的比为4 3，则串联时的功率的比为

- (a)4 3； (b)3 4；  
 (c) $\sqrt{40} \sqrt{3}$ ； (d) $\sqrt{3} \sqrt{4}$ 。

答(b)

3160. 把三个都是12欧的电阻采用串联、并联或混联都不可能获得的阻值是

- (a)36欧； (b)24欧；  
 (c)18欧； (d)8欧。

答(b)

3161. 如图所示， $R_1=10$ 欧， $R_2=20$ 欧， $R_3=30$ 欧，接在电源上时，它们的电功率分别为 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ ，则

- (a) $P_1 > P_2 > P_3$ ； (b) $P_1 = P_2 = P_3$ ；  
 (c) $P_1 < P_2 < P_3$ ； (d) $P_2 < P_1 < P_3$ 。

答(d)

3162. 图中三盏电灯的额定电压都是12伏，额定功率也相同。在电键K合上前，灯A消耗的功率的比为（假定灯丝电阻不变）

- (a)1 1； (b)1 2；  
 (c)2 1； (d)4 9。

答(d)

3163. 两个电灯泡，一个是“220V、50W”，另一个是“220V、100W”，先把它们并联在110伏的电路路上，再把它们串联接在110伏的电路路上，则

- (a)并联时比串联时消耗的总功率大；  
 (b)串联时比并联时消耗的总功率大；

- (c)在串联和并联的两种情况下，串联时“100瓦”灯泡消耗的功率最大；  
(d)在串联和并联的两种情况下，并联时“50瓦”灯泡消耗的功率最小。

答(a)

3164. 图中，两点间电阻最小的是在

- (a)AC间； (b)AB间；  
(c)BC间； (d)CD间。

答(b)

3165. 图中，A、B、C、D是四个相同的小灯泡，在这四个小灯泡里，

- (a)C比D亮； (b)A比C亮；  
(c)A和B一样亮； (d)A和C一样亮。

答(c)

[提示]D直接并联在电源两端；A、B并联后跟C串联再接在电源两端。

3166. 三个完全相同的灯泡如右图接入电路，则灯泡 $L_1$ 和 $L_3$ 的消耗的功率的

比是

- (a)1 : 1； (b)1 : 4；  
(c)2 : 1； (d)4 : 1。

答(d)

3167. 图示的电路中，当电阻 $R_x$ 是何值时，安培表中流过的电流恰好是1安？

- (a)25欧； (b)20欧；  
(c)15欧； (d)10欧；

答(d)

3168. 图中，电灯 $L_1$ 、 $L_2$ 相同，都标有“220V、100W”；电灯 $L_3$ 、 $L_4$ 相同，

都标有“220V、40W”。将A、B两端接入电源，最暗的灯将是

- (a) $L_1$ ； (b) $L_2$ ；  
(c) $L_3$ ； (d) $L_4$ 。

答(c)

[提示]设四个电灯的灯丝电阻不随温度而变化。已知 $R_1=R_2$ ， $R_3=R_4$ ，且 $R_1 < R_3$ 。  
 $R_2$ 和 $R_3$ 并联后的电阻比 $R_1$ 还要小，所以在串联电路中 $L_2$ 、 $L_3$ 的总功率 $P_2+P_3$ 比 $P_4$ 、 $P_1$ 都小。又在并联电路中， $R_3 > R_2$ ，在并联的 $L_2$ 、 $L_3$ 中电灯 $L_3$ 的功率 $P_3$ 要比 $L_2$ 的功率 $P_2$ 小，所以电灯 $L_3$ 最暗。

3169. 有一个恒压源和三根电热丝 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ ，用来加热一桶水。已知 $R_1 > R_2 > R_3$ ，在下面四种连接方式中，哪一种供热最快？

- (a)如图(1)所示；  
(b)如图(2)所示；  
(c)如图(3)所示；  
(d)如图(4)所示。

答(c)

3170. 图示电路中， $R_1=R_2$ ，外加电压 $U$ 保持不变，当双刀双掷开关掷向3、6

位置和掷向1、4位置时，两电阻在单位时间里放出的总热量的比是

- (a)4 : 1； (b)1 : 4；  
(c)2 : 1； (d)1 : 2。

答(a)

3171. 电茶壶的加热器有两个绕组。把第一个绕组接入电路时加热水，需要经过  $t_1$  时间后水才沸腾。只把第二个绕组接入电路时，经  $t_2$  时间后水才沸腾。

(1) 如果将两个绕组串联后接入电路，则需加热时间是

- (a)  $t_1 + t_2$  ;                      (b)  $\sqrt{t_1 t_2}$  ;  
 (c)  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  ;                      (d)  $\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$  。

答(a)

(2) 如果将两个绕组同时并联后，接入电路，需加热时间是

- (a)  $t_1 + t_2$  ;                      (b)  $\sqrt{t_1 t_2}$  ;  
 (c)  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  ;                      (d)  $\frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$  。

答(d)

3172. 有一只毫伏表它的内阻是 100 欧，量程是 0.2 伏。现在要改装成量程为 10 安的安培表，毫伏表上应

- (a) 并联 0.002 欧的电阻；  
 (b) 并联 0.02 欧的电阻；  
 (c) 并联 50 欧的电阻；  
 (d) 串联 4900 欧的电阻。

答(b)

3173. 有两只完全相同的电流表，分别改制成一只安培表和一只伏特表。一位同学在做实验时误将这只表（安培表和伏特表）串联起来连接在电路中，则两只表上的指针可能出现下列哪种现象？

- (a) 两表的指针都不偏转；  
 (b) 两表指针的偏角相同；  
 (c) 安培表的指针有偏转，伏特表的指针几乎不偏转；  
 (d) 伏特表的指针有偏转，安培表的指针几乎不偏转。

答(d)

3174. 电流表的内阻是  $R_g$ ，用它测量电压时，量程是  $U$ ；用它改装成的安培表的内阻是  $R_A$ ；量程是  $I$ 。这几个量的关系是

- (a)  $R_A > R_g$  ,  $\frac{U}{I} > R_g$  ;  
 (b)  $R_A > R_g > \frac{U}{I}$  ;  
 (c)  $R_A < R_g$  ,  $\frac{U}{I} < R_g$  ;  
 (d)  $R_A < R_g = \frac{U}{I}$  。

答(c)

3175. 图中，电压  $U=12$  伏，如伏特表的示数也是 12 伏，这说明

- (a) 灯泡 L，电阻  $R_1$ 、 $R_2$  都发生了断路；  
 (b) 只有灯泡 L 断路；

(c)电阻  $R_1$ 、 $R_2$  中有断路发生；

(d)电阻  $R_1$ 、 $R_2$  中有短路发生。

答(c)

3176. 图示电路中,  $\text{Ⓐ}$  是内阻极小的安培表,  $\text{Ⓜ}$  是内阻极大的伏特表, 是电源,  $L_1$ 、 $L_2$  是两只电灯。

(1)如果伏特表被短路, 那么

(a)安培表将烧毁; (b)两灯特别亮;

(c)两灯都烧坏; (d)两灯都不亮;

(e)伏特表将烧坏。

答(a)、(d)

(2)如果安培表被短路, 那么

(a)安培表将烧坏; (b)伏特表将烧坏;

(c)两灯都不亮; (d)两灯将烧坏;

(e)不发生任何事故。

答(e)

(3)如果安培表烧毁, 那么

(a)伏特表将烧坏; (b)两灯都不亮;

(c)两灯特别亮; (d)两灯将烧坏;

(e)以上情况都不会发生。

答(b)

(4)如果伏特表烧毁, 那么

(a)安培表将烧坏; (b)两灯都不亮;

(c)两灯特别亮; (d)两灯将烧毁;

(e)以上情况都不会发生。

答(e)

3177. 为了检查图中电路的故障, 用伏特表进行测量。结果是  $U_{AE}=2$  伏,  $U_{BC}=2$  伏,  $U_{BC}=0$ ,  $U_{CD}=0$ ,  $U_{DE}=2$  伏。则此电路的故障是

(a)电阻  $R$  断路; (b)电灯  $L$  断路;

(c) $R$ 、 $L$  同时断路; (d)变阻器  $R'$  断路。

答(d)

3178. 楼梯的照明灯  $L$ , 可用楼上、楼下两个电键  $K_1$ 、 $K_2$  控制, 拨动  $K_1$ 、 $K_2$  中的任何一个都能灯  $L$  点亮或熄灭。满足上述要求的电路是下列四个电路中的哪一个?

(a)如图(1)所示; (b)如图(2)所示;

(c)如图(3)所示; (d)如图(4)所示。

答(d)

3179. 一台发电机用 0.5 安的电流向外输电。在 1 分钟内要将 180 焦的机械能转化为电能。这发电机的电动势是

(a)6 伏; (b)48 伏;

(c)24 伏; (d)12 伏。

答(a)

3180. 一个电动势和内电阻保持恒定的电源和外电阻接成闭合电路, 当外电

阻逐渐减小时，

- (a) 电路中的电流增大；
- (b) 单位正电荷在电源内部，从负极移到正极非静电力所做的功也随着增大；
- (c) 内电路中，非静电力的功率也随着增大；
- (d) 单位正电荷在外电路中，从正极移到负极电场力所作的功也一定增大；
- (e) 外电路是，电场力的功率也一定增大。

答(a)、(c)

3181. 电动势为 2 伏的电池在电路上输出 1 安的电流。可以确定

- (a) 内电阻和外电阻相差 2 欧；
- (b) 外电阻是 2 欧；
- (c) 内电阻是 2 欧；
- (d) 内电阻和外电阻的和是 2 欧。

答(d)

3182. 图示的电路中，当 R 由 2 欧改为 6 欧时，电流强度减小为原来的一半，电源的内电阻应为

- (a) 1 欧； (b) 2 欧；
- (c) 3 欧； (d) 4 欧。

答(b)

3183. 用电动势为 6 伏，内电阻为 4 欧的电池组，分别接着四个小灯中的一个，灯上标着

- (a) “6V、12W”；(b) “6V、9W”；(c) “6V、4W”；(d) “6V、3W”。

问：

- (1) 通过哪一个小灯的电流最大？

答(a)

- (2) 哪一个小灯两端的电压最大？

答(d)

- (3) 哪一个小灯发光最亮？

答(b)

3184. 图示的电路里，r 是电源的内阻， $R_1$  和  $R_2$  是外电路中的电阻。如果用  $P_r$ 、 $P_1$  和  $P_2$  分别表示电阻 r、 $R_1$  和  $R_2$  上所消耗的功率，当  $R_1=R_2=r$  时， $P_r$ 、 $P_1$ 、 $P_2$  等于

- (a) 1 : 1 : 1； (b) 2 : 1 : 1；
- (c) 1 : 4 : 4； (d) 4 : 1 : 1。

答(d)

3185. 图中， $\mathcal{E}$  为电源电动势，r 为电源内电阻，R 为变阻器

- (1) 要使 R 获得尽可能大的电压，必须使

(a)  $R \ll r$ ; (b)  $R \gg r$ ; (c)  $R = r$ ; (d)  $R = \frac{1}{r}$ 。

答(b)

(2) 要使  $R$  流过尽可能大的电流，必须使

(a)  $R \ll r$ ; (b)  $R \gg r$ ; (c)  $R = r$ ; (d)  $R = \frac{1}{r}$ 。

答(a)

(3) 要使  $R$  消耗的功率很大，必须使

(a)  $R \ll r$ ; (b)  $R \gg r$ ; (c)  $R = r$ ; (d)  $R = \frac{1}{r}$ 。

答(c)

3186. 一电源在负载电阻分别为 4 欧和 9 欧时，输出功率相等，则电源内电阻为

(a) 4 欧; (b) 6 欧;  
(c) 9 欧; (d) 12 欧。

答(b)

3187. 如图所示，电阻  $R$ 、 $R_1$  和电源内电阻  $r$  的阻值都相同，电源电动势不变，当电键  $K$  接通和断开时，电阻  $R_1$  在单位时间内发出的热量的比为

(a) 2 : 1; (b) 3 : 1;  
(c) 3 : 2; (d) 9 : 4。

答(d)

3188. 四个阻值都为  $R$  的电阻，按图(1)、(2)、(3)、(4)连接，接在电动势为  $\mathcal{E}$ 、内电阻为  $r$  的电源上，下列哪些判断是正确的？

(a) 按图(1)接法，电源输出电流最大；  
(b) 按图(2)接法，电源输出电压最大；  
(c) 按图(3)接法，电源输出功率最大；  
(d) 按图(4)接法，电源内部热损耗最大；  
(e) 上述四种接法，外电路的四个电阻总共消耗的功率都一样。

答(a)、(b)、(c)

3189. 在灯泡旁并联一只电炉后，电灯变暗，这是因为

(a) 电炉从电灯上分出了一部分电流；  
(b) 输电线上电压降增大，电灯上电压下降；  
(c) 电炉的额定电压大于电灯的额定电压；  
(d) 原来电灯上的电压有一部分分给了电炉。

答(b)

3190. 用电池供电，有关电池的输出电压（即路端电压）变化，下面哪几句话是正确的？

(a) 负载变化越大，输出电压变化也越大；  
(b) 负载变化，输出电压不变；  
(c) 电池内阻越小，负载变化时，输出电压变化越小；  
(d) 负载变化时，输出电压变化和电池内阻无关。

答(a)、(c)

3191 . 右图所示的电路是，闭合电键 K 时，安培表和伏特表示数的变化情况是

- (a) A 增大，V 减小；
- (b) A 减小，V 增大；
- (c) 两表示数同时增大；
- (d) 两表示数同时减小。

答(a)

3192 . 如图所示的电路中，两个电池是相同的。当电键 K 闭合后，两只电表的示数将

- (a) 都增大；
- (b) 都减小；
- (c) 都不变；
- (d) 伏特表的示数增大，安培表的示数减小。

答(d)

3193 . 如图所示的电路中，当可变电阻 R 的阻值增大时，

- (a) AB 两点间的电压 U 增大；
- (b) AB 两点间的电压 U 减小；
- (c) 通过 R 的电流 I 增大；
- (d) 通过 R 的电流 I 减小；
- (e) 通过 R 的电流 I 不变。

答(a)、(d)

3194 . 图示电路中，当变阻器 R 的滑动接触点向左移动时，下面说法中哪些是正确的？

- (a) 图(1)中灯泡变亮，安培表读数变大；
- (b) 图(2)中灯泡变亮，伏特表读数变小；
- (c) 图(1)中灯泡变暗，安培表读数变小；
- (d) 图(2)中灯泡变暗，伏特表读数变小。

答(b)

3195 . 右图的电路中，电源电动势 和 内阻  $r$  不变，不计电灯灯丝电阻随温度的变化，当滑动变阻器 R 的滑动片 c 向 a 端移动时，则

- (a) 电灯  $L_1$ 、 $L_2$  的电压都增加，电功率也增加；
- (b) 电灯  $L_1$ 、 $L_2$  的电压都减小，电功率也减小；
- (c)  $L_1$  的电压增大，功率也增大； $L_2$  的电压减小，功率也减小；
- (d)  $L_1$  的电压减小，功率也减小； $L_2$  的电压增大，功率也增大。

答(c)

3196 . 图示的电路中，电源电动势 和 内电阻  $r$  恒定，电灯 L 恰能正常发光。如果变阻器 R 的滑片 p 稍向 b 端移动，则

- (a) 电灯 L 更亮，安培表的读数增大；
- (b) 电灯 L 更亮，安培表的读数减小；
- (c) 电灯 L 变暗，安培表的读数增大；
- (d) 电灯 L 变暗，安培表的读数减小。

答(b)

3197 . 电路的连接如图所示。当可变电阻  $R_2$  的阻值减小时，两电表的示数将

- (a) 同时减小；
- (b) 同时增大；

(c)  $V_1$  增大,  $V_2$  减小; (d)  $V_1$  减小,  $V_2$  增大。

答(c)

3198. 图中的电路, 当变阻器  $R_1$  的滑片向右移动时, 两电表的示数将

- (a) A 增大, V 减小; (b) A 减小, V 增大;  
(c) 同时增大; (d) 同时减小。

答(a)

3199. 在图示电路中, 当滑线变阻器  $R_1$  的滑动片向下移动时,

- (a) A 的示数增大,  $V_1$  的示数增大,  $V_2$  的示数减小;  
(b) A 的示数增大,  $V_1$  的示数减小,  $V_2$  的示数变大;  
(c) A 的示数变小,  $V_1$  的示数变大,  $V_2$  的示数变小;  
(d) A 的示数变大,  $V_1$  的示数变大,  $V_2$  的示数变小。

答(b)

3200. 如图所示的电路中, 当可变电阻  $R_3$  的滑动触片向右移动时, 各电表示数将 [ ]

- A. 同时增大;  
B. 同时减小;  
C.  $A_1$  减小,  $A_2$  增大,  $V_1$  增大,  $V_2$  增大;  
D.  $A_1$  增大,  $A_2$  减小,  $V_1$  减小;  $V_2$  减小。

答 C

3201. 如图所示, 一个内部具有电路结构的盒子上有两个插孔。如把伏特表(内阻很大)正确接上插孔, 读数是 3 伏; 如把安培表(内阻可以忽略)正确接上插孔, 读数是 3 安; 则下列画有内部电路结构的盒子中, 哪几个是可能的? [ ]

- A. 如图(1)所示; B. 如图(2)所示;  
C. 如图(3)所示; D. 如图(4)所示;  
E. 如图(5)所示。

答 A、D、E

3202. 把四个完全相同的电池连成电池组, 向同一外电路供电。要使通过每个电池的电流相同, 并且每种电路的总电流强度都不相同, 电池组的组合方法有 [ ]

- A. 四种; B. 三种;  
C. 两种; D. 只有一种。

答 B

3203. 有几个相同的电池, 电动势都是  $\mathcal{E}$ , 内电阻都是  $r$ 。把它们组合起来给负载电阻  $R$  供电, 欲得到较大的电流, 应采用下列哪几种方式供电? [ ]

- A. 如  $R > r$  时, 采用串联电池组方式供电;  
B. 如  $R > r$  时, 采用并联电池组方式供电;  
C. 如  $R < r$  时, 采用串联电池组方式供电;  
D. 如  $R < r$  时, 采用并联电池组方式供电。

答 A、D

3204. 在图(1)(2)(3)的三个电池组中, 每个电池的电动势和内阻都

相同。当三个电池组对外供电的电流相同时，哪一个电池组的输出功率大？

[ ]

- A. 图(1)的输出功率大；      B. 图(2)的输出功率大；  
C. 图(3)的输出功率大；      D. 一样大。

答 B

3205. 一个电池的电动势为  $\varepsilon$ ，内电阻为  $r$ 。外接的两个并联电阻，阻值分别为  $R$  和  $2R$ 。问  $R$  取何值时，外电路上消耗的电功率为最大？

[ ]

- A.  $\frac{1}{2}r$ ；      B.  $\frac{2}{3}r$ ；      C.  $r$ ；      D.  $\frac{3}{2}r$ 。

答 D

3206. 如图所示，电源内电阻  $r=2.0$  欧，电阻  $R_1=8.0$  欧， $R_2$  为变阻器。要使变阻器消耗的功率为最大， $R_2$  的值应为

[ ]

- A. 2 欧；      B. 8 欧  
C. 10 欧；      D. 6 欧。

答 C

3207. 在右图中，电池电动势是  $\varepsilon$ ，内电阻是  $r$ ，电流  $I$  的方向如图所示。a、b 两点的电势差是

[ ]

- A.  $+I(R+r)$ ；      B.  $-I(R+r)$ ；  
C.  $-I(R-r)$ ；      D.  $-I(R-r)$ 。

答 A

3208. 图中，电流表 G 的读数为零，如果两个电源的内阻都不计，则  $R_x$  的值应为

[ ]

- A. 1 千欧；      B. 500 欧；  
C. 100 欧；      D. 10 欧。

答 C

3209. 一台直流电动机，其线圈的电阻为  $R$ ，当接上电压为  $U$  的电源后，电动机正常运转时通过电动机的电流强度为  $I$ ，则此电动机的输入电功率为

[ ]

- A.  $IU$ ；      B.  $I^2R$ ；  
C.  $IU+I^2R$ ；      D.  $IU-I^2R$ 。

答 A

3210. 右图为直流发电机给蓄电池组充电的电路。设蓄电池组的电动势为  $\varepsilon$ ，内电阻为  $r$ ，伏特表的读数为  $U$ 。则

(1) 充电电流强度为

[ ]

- A.  $\frac{U}{r}$ ；      B.  $\frac{\varepsilon}{r}$ ；      C.  $\frac{U-\varepsilon}{r}$ ；      D.  $\frac{\varepsilon-U}{r}$ 。

答 C

(2) 发电机的输出功率为

[ ]

- A.  $(\frac{U}{r})^2 r$ ;                      B.  $\frac{U^2}{r}$  ;  
 C.  $(\frac{U-\varepsilon}{r})^2 r$ ;                      D.  $\frac{U-\varepsilon}{r} \cdot U$ 。

答 D

(3) 在 t 秒内电路转化为化学能的值为

[     ]

- A.  $(\frac{U}{r})^2 r t$ ;                      B.  $\frac{U^2}{r} \cdot t$  ;  
 C.  $(\frac{U-\varepsilon}{r})^2 r t$ ;                      D.  $\frac{U-\varepsilon}{r} \cdot U t$ 。

答 C

3211. 用伏安法测小灯在正常发光时的电阻，如果错把伏特表和安培表的位置交换了，这时

[     ]

- A. 安培表将烧坏；  
 B. 伏特表将烧坏；  
 C. 安培表、伏特表都将烧坏；  
 D. 小灯将点不亮。

答 D

3212. 用伏安法测量一只 10 欧左右的电阻，电路如图所示。所用电源电压是 6 伏，可变电阻的最大值为 10 欧，选用下面哪一组安培表和伏特表最合适？

[     ]

- A. 0~0.6V, 0~3V;                      B. 0~0.6A, 0~15V;  
 C. 0~3A, 0~3V;                      D. 0~3A, 0~15V。

答 B

3213. 在测定直流电源的电动势和内电阻的实验中，可采用下列电器元件中的：

[     ]

- A. 安培表和电阻箱；  
 B. 伏特表和电阻箱；  
 C. 安培表和滑线变阻器；  
 D. 伏特表和滑线变阻器；  
 E. 安培表、伏特表和滑线变阻器。

答 A、B、E

3214. 如图(1)所示的电路，当改变 R 时，测得电压和电流的关系如图(2)所示，则该电路中电源的电动势和内电阻分别是

[     ]

- A. =5 伏, r=1.2 欧;                      B. =5 伏, r=0.83 欧;  
 C. =6 伏, r=1.2 欧;                      D. =6 伏, r=0.83 欧。

答 B

3215. 如图所示的电路中,  $R_2=2R_1$ , AC 是一根粗细均匀的电阻丝。当滑动头 D 在 AC 的中点附近向右滑动时，

[     ]

- A. 伏特表的示数越来越大，电流方向是从 B 经伏特表到 D；  
 B. 伏特表的示数越来越大，电流方向是从 D 经伏特表到 B；  
 C. 伏特表的示数越来越小，电流方向是从 B 经伏特表到 D；  
 D. 伏特表的示数越来越小，电流方向是从 D 经伏特表到 B。

答 B

### 计算题

3216. 导线中的电流强度为 10 安, 20 秒钟内有多少电子通过导线的横截面?

[解答] 20 秒内通过导线横截面的电量

$$q = It = 10 \times 20 \text{ 库} = 200 \text{ 库。}$$

每个电子的电量  $e = -1.6 \times 10^{-19}$  库,

20 秒内通过导线横截面的电子数

$$n = \frac{q}{e} = \frac{200}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ 个} = 1.25 \times 10^{21} \text{ 个。}$$

3217. 有一条康铜丝, 横截面积为 0.10 毫米<sup>2</sup>, 长度为 1.22 米, 在它的两端加 0.60 伏电压时, 通过它的电流强度正好是 0.10 安, 求这种康铜丝的电阻率。

[解答] 根据欧姆定律  $I = \frac{U}{R}$  得该康铜丝的电阻

$$R = \frac{U}{I} = \frac{0.60}{0.10} \text{ 欧} = 6 \text{ 欧。}$$

根据电阻定律  $R = \rho \frac{l}{S}$  得该康铜丝的

$$\begin{aligned} \text{电阻率} \quad \rho &= \frac{RS}{l} = \frac{6 \times 0.10 \times 10^{-6}}{1.22} \text{ 欧} \cdot \text{米} \\ &= 0.49 \times 10^{-6} \text{ 欧} \cdot \text{米。} \end{aligned}$$

3218. 用横截面积为 0.63 毫米<sup>2</sup>、长 200 米的铜丝绕制一个线圈。这个线圈容许通过的最大电流是 8.0 安, 这个线圈两端至多能加多高的电压? 铜的电阻率取  $1.7 \times 10^{-8}$  欧·米。

[解答] 这个线圈的电阻

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1.7 \times 10^{-8} \times 200}{0.63 \times 10^{-6}} \text{ 欧} = 5.4 \text{ 欧。}$$

容许加的最高电压

$$U = IR = 8.0 \times 5.4 \text{ 伏} = 43.2 \text{ 伏。取 } 43 \text{ 伏。}$$

3219. 相距 40 千米的 A、B 两地架两条导线, 电阻共为 800 欧, 如果在 AB 间的某处发生短路, 这时接在 A 处的伏特表的示数为 10 伏, 安培表的示数为 40 毫安, 求发生短路处和 A 地的距离。

[解答] A 处到发生短路点的两条输电线的总电阻  $R' = \frac{U}{I} = \frac{10}{0.04}$

欧 = 250 欧。

设 A 处距短路点的距离为  $l'$ , 由电阻定律

$$\frac{l'}{l} = \frac{R'/2}{R/2},$$

得  $l' = \frac{R'}{R} \times l = \frac{250}{800} \times 40 \text{ 千米} = 12.5 \text{ 千米。}$

3220. 输电线的电阻共计 1.0 欧, 输送的电功率是 100 千瓦。用 400 伏的低压送电, 输电线上发热损失的功率是多少千瓦? 改用 1 万伏的高压送电呢?

[解答] 用 400 伏低压送电时通过输电线的电流

$$I_1 = \frac{P}{U_1} = \frac{100 \times 10^3}{400} \text{ 安} = 250 \text{ 安}。$$

输电线发热损失的功率

$$P_1 = I_1^2 R = 250^2 \times 1.0 \text{ 瓦} = 62.5 \times 10^3 \text{ 瓦} = 62.5 \text{ 千瓦}。$$

用 1 万伏高压送电时，

$$I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{100 \times 10^3}{10^4} \text{ 安} = 10 \text{ 安}，$$

$$P_2 = I_2^2 R = 10^2 \times 1.0 \text{ 瓦} = 100 \text{ 瓦} = 0.1 \text{ 千瓦}。$$

从本题可知，远距离输电必须采用高压送电。

3221. 有两个电炉，其电阻分别为 200 欧和 500 欧，将它们分别接入同一电源上，两电炉可获得数值为 200 瓦的相同功率。试求当该电源短路时，有多大短路电流？

[解答] 设电源电动势为  $\varepsilon$ ，电源内阻和输电线电阻的和为  $r$ ，接入第一个电炉  $R_1$  时，它的功率

$$P_1 = \left( \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 R_1 \quad (1)$$

接入第二个电炉  $R_2$  时，它的功率

$$P_2 = \left( \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2 R_2。$$

$$\text{已知 } P_1 = P_2, \left( \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 R_1 = \left( \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2 R_2。$$

解得  $r = \sqrt{R_1 R_2}$ ，代入(1)，得

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} (R_1 + r) = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} (R_1 + \sqrt{R_1 R_2})，$$

$$\begin{aligned} \text{短路电流 } I_{\text{知}} &= \frac{\varepsilon}{r} = \frac{\sqrt{\frac{P_1}{R_1}} (R_1 + \sqrt{R_1 R_2})}{\sqrt{R_1 R_2}} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} \right) \sqrt{P_1} \\ &= \left( \frac{1}{\sqrt{200}} + \frac{1}{\sqrt{500}} \right) \sqrt{200} \text{ 安} \cong 1.63 \text{ 安}。 \end{aligned}$$

3222. 某电池和一电阻相连时，电池的效率为 60%。试问，当电阻值增大到原来的 6 倍时，电池的效率是多少？

[解答] 电池的效率  $\eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\text{总}}} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}$  ,

已知  $\eta_1 = \frac{R_1}{R_1+r}$  , 得  $r = (\frac{1}{\eta_1} - 1)R_1$  ,

又  $\eta_2 = \frac{R_2}{R_2+r} = \frac{6R_1}{6R_1 + (\frac{1}{\eta_1} - 1)R_1} = \frac{6}{6 + (\frac{1}{\eta_1} - 1)}$   
 $= \frac{6}{6 + (\frac{1}{0.6} - 1)} = 0.90 = 90\%$  。

3223 . 用 2 千瓦的电炉把 2 千克的水从 20 加热到 100 , 设电炉的效率为 30% , 需要多少时间 ?

[解答] 水需要吸收的热量

$$Q_{\text{吸}} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta t}{0.24} \text{ 焦。}$$

电炉放热

$$Q_{\text{放}} = Pt \text{ 焦。}$$

考虑到电炉的效率 ,

将上述两式排出下面等式

$$\eta Pt = \frac{cm\Delta t}{0.24} ,$$

加热的时间  $t = \frac{cm\Delta t}{0.24\eta P} = \frac{1 \times 2000 \times (100 - 20)}{0.24 \times 0.3 \times 2000}$  秒  
 $= 1111 \text{ 秒} = 18 \text{ 分} 31 \text{ 秒。}$

3224 . 用电阻是 1 欧的导线将一个电阻是 54 欧的电热器接在电压是 220 伏的电路路上。设电热器的效率为 60% , 问该电热器半小时内能将多少 20 的水加热到 100 ? 共需耗电几度 ?

[解答] 电热器放热  $Q_{\text{放}} = \eta \frac{U^2}{R} t$  焦 , 水升温吸热  $Q_{\text{吸}} = c \cdot m \Delta t$

焦 , 热平衡方程 ( 注意热量的单位要统一 )

$$\eta \frac{U^2}{R} t = c \cdot m \cdot \Delta t ,$$

水的质量  $m = \frac{\eta U^2 t}{R \cdot c \cdot \Delta t} = \frac{0.6 \times (\frac{54}{54+1} \times 220)^2 \times 1800}{54 \times 4.18 \times 10^3 \times (100 - 20)}$  千克  
 $2.8 \text{ 千克。}$

电热器耗电  $W = \frac{U^2}{R} t = \frac{216^2}{54} \times \frac{1}{1000} \times 0.5$  度  
 $= 0.432 \text{ 度。}$

[提示] 电热器两端的电压不等于 220 伏 , 而为  $U = \frac{54}{54+1} \times 220 \text{ 伏} = 216 \text{ 伏。}$

3225. 有一电源，其电动势为 60 伏，内阻为 5 欧。如果把 20 欧的电热器和 5 欧的电阻串联后接在该电源两极间，电热器 1 分钟将产生多少焦的热量？如果要使电热器在单位时间内产生的热量达到最大，电热器的电阻应取多少欧？

[解答] 电热器中流过的电流

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{60}{20 + 5 + 5} \text{安} = 2 \text{安}。$$

电热器一分钟内产生的热量

$$Q = I_1^2 R_1 t = 2^2 \times 20 \times 60 \text{焦} = 4800 \text{焦}。$$

当电热器电阻  $R_1' = R_2 + r = (5+5) \text{欧} = 10 \text{欧}$  时，电热器的功率达最大，单位时间内产生的热量也达到最大值。

3226. 有两根导线，第一根电阻是 2 欧，第二根的电阻是 6 欧，先把这两根导线串联入电路中，然后再改为并联，在这两种情况下，当第一根导线产生 6.25 焦热量时，第二根导线产生的热量分别为多少？

[解答] 两个电阻串联，热量和电阻成正比，

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}。$$

第二根导线产生的热量

$$Q_2 = \frac{R_2}{R_1} Q_1 = \frac{6}{2} \times 6.25 \text{焦} = 18.75 \text{焦}；$$

两个电阻并联，热量和电阻成反比，

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}。$$

第二根导线产生的热量

$$Q_2 = \frac{R_1}{R_2} Q_1 = \frac{2}{6} \times 6.25 \text{焦} = 2.08 \text{焦}。$$

3227. 有一个电池组，第一次用它跟电阻为 4 欧的导体连接，第二次用它跟电阻为 9 欧的导体连接。在这两种情况下，测出外电路在相等时间里放出的热量相等。求电池组的内电阻。

[解答] 设电池组的电动势为  $\varepsilon$  伏，内电阻为  $r$  欧；通电时间为  $t$  秒。

当  $R_1 = 4$  欧时，在  $R_1$  上放出的热量

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t = \left( \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 \cdot R_1 t = \frac{\varepsilon^2}{(4 + r)^2} \times 4t \text{焦}。$$

当  $R_2 = 9$  欧时，在  $R_2$  上放出的热量

$$Q_2 = I_2^2 R_2 t = \left( \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2 R_2 t = \frac{\varepsilon^2}{(9 + r)^2} \times 9t \text{焦}。$$

$$\text{因 } Q_1 = Q_2, \frac{\varepsilon^2}{(4 + r)^2} 4t = \frac{\varepsilon^2}{(9 + r)^2} 9t,$$

解得  $r = 6 \text{欧}$ 。

3228. 有一个 180 欧的电热器，当加在它两端的电压为 110 伏时，经

10 分钟可以使质量为 250 克的水温度升高 30 。如果加在电热器上的电压减少到 90 伏，要得到同样的效果需要多长的时间？为简单起见，设水向周围散失的热量和加热时间成正比。

[解答] 设水每秒钟向周围散失的热量为 K 焦。

工作电压为 110 伏时，热平衡方程为

$$\frac{U_1^2}{R} t_1 - K t_1 = 4.2 \text{cm} \Delta t,$$

$$\frac{110^2}{180} \times 10 \times 60 - K \times 10 \times 60 = 4.2 \times 1 \times 250 \times 30,$$

解得  $K=14.7$  焦/秒。

工作电压为 90 伏时，热平衡方程为

$$\frac{U_2^2}{R} t_2 - K t_2 = 4.2 \text{cm} \Delta t,$$

$$\frac{90^2}{180} t_2 - 14.7 t_2 = 4.2 \times 1 \times 250 \times 30,$$

解得  $t_2=1040$  秒=17 分 20 秒。

3229. 用下面的电路测定电阻  $R_1$  和  $R_2$ ，

(1) 当  $K_1$  闭合， $K_2$  断开，伏特表的示数为 3 伏，安培表的示数为 1.5 安，求  $R_1$ ；

(2) 再断开  $K_1$ ，接通  $K_2$ ，这时伏特表的示数为 4.5 伏，安培表的示数为多少？ $R_2$  是多少？

(3)  $R_1$  和  $R_2$  消耗的电功率共多少？

[解答] (1)  $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1}{I} = \frac{3}{1.5}$  欧 = 2 欧。

(2) 这时安培表的示数仍为 1.5 安，而  $U = IR_1 + IR_2$ ，

得 
$$R_2 = \frac{U}{I} - R_1 = \frac{4.5}{1.5}$$
 欧 - 2 欧 = 1 欧。

$$(3) P = P_1 + P_2 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = I^2 (R_1 + R_2)$$

$$= 1.5^2 \times (2+1) \text{瓦} = 6.75 \text{瓦}。$$

3230. 如图所示的电路中，已知  $R_1=30$  欧， $U=9$  伏。当滑动变阻器  $R_2$  的滑片 p 恰好在变阻器的中点时，安培表的读数为 0.2 安。求：(1) 每分钟通过  $R_1$  的电量；(2) 整个滑动变阻器  $R_2$  的最大阻值。(3) 滑动变阻器可调节的电路电流范围。

[解答] (1) 每分钟通过  $R_1$  的电量

$$Q_1 = I t = 0.2 \times 60 \text{库} = 12 \text{库}。$$

$$(2) \quad U = I(R_1 + \frac{1}{2}R_2)$$

解得

$$\begin{aligned} R_2 &= 2(\frac{U}{I} - R_1) \\ &= 2(\frac{9}{0.2} - 30)\text{欧} \\ &= 30\text{欧}。 \end{aligned}$$

(3)当 p 移到 A 端时, 电路电流最大,

$$I_{\text{最大}} = \frac{U}{R_1} = \frac{9}{30}\text{安} = 0.3\text{安}。$$

当 p 移到 B 端时, 电路电流最小,

$$I_{\text{最小}} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{9}{30 + 30}\text{安} = 0.15\text{安}。$$

滑动变阻器可以调节的电路电流范围从 0.15 安到 0.3 安。

3231 .图示电路中, 负载电阻  $R=50$  欧, 要求通过负载的电流在 50~500 毫安范围内可调, 输入电压  $U$  应选用多少伏? 变阻器  $R_0$  应选用怎样的规格 ( $R_0$  的总电阻值和额定电流) ?

[解答] 当  $R_0$  调到零时, 负载电流最大, 为 500 毫安。输入电压应为

$$U = I_{\text{max}} \cdot R = 0.5 \times 50 \text{ 伏} = 25 \text{ 伏}。$$

当  $R_0$  调到最大值时, 负载电流最小, 为 50 毫安。变阻器的最大阻值

$$R_0 = \frac{U}{I_{\text{min}}} - R = \frac{25}{0.05}\text{欧} - 50\text{欧} = 450\text{欧}。$$

所以应选用的变阻器规格为

总阻值 450 欧, 额定电流 500 毫安。

3232 .在图示电路中, A、B 两点间的电压保持 120 伏, 仪器电阻  $R_0=30$  欧。当变阻器转柄 K 从一个接触点转到相邻的另一个触点时, 通过伏器的电流强度改变 1 安, 求  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。

[解答] 当 K 接 d 时,

$$I_0 = \frac{U_{AB}}{R_0} = \frac{120}{30} \text{安} = 4 \text{安}。$$

K转接C时， $I_1 = I_0 - 1 = (4 - 1) \text{安} = 3 \text{安}$ ，

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_0 + R_1}，3 = \frac{120}{30 + R_1}，R_1 = 10 \text{欧}。$$

K转接b时， $I_2 = I_1 - 1 = (3 - 1) \text{安} = 2 \text{安}$ ， $I_2 = \frac{U_{AB}}{R_0 + R_1 + R_2}$ ，

$$2 = \frac{120}{30 + 10 + R_2}，R_2 = 20 \text{欧}。$$

K转接a时， $I_3 = I_2 - 1 = (2 - 1) \text{安} = 1 \text{安}$ ， $I_3 = \frac{U_{AB}}{R_0 + R_1 + R_2 + R_3}$ ，

$$1 = \frac{120}{30 + 20 + 10 + R_3}，R_3 = 60 \text{欧}。$$

3233. 在图示的电路中，转柄变阻器的电阻  $R_1=R_2=R_3=2$  欧。当转柄 K 在 A 点时，伏特表的读数为 8 伏；当转柄转在 B 点时，伏特表的读数为 6 伏。求：(1) 当转柄转到 C 点时，伏特表的读数是多少？(2) 转柄转到 E 点时，伏特表的读数是多少？

[解答] K 接 A 点时，外电路断路，电源两端所接伏特表的读数即为电源电动势  $\varepsilon = 8$  伏，

$$\begin{aligned} \text{K接B点时，} \quad U_B &= \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + r} \varepsilon， \\ 6 &= \frac{2 + 2 + 2}{2 + 2 + 2 + r} \times 8， \end{aligned}$$

解得电源内电阻  $r=2$  欧。

(1) K 接 C 点时，伏特表的读数

$$\begin{aligned} U_C &= \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3 + r} \varepsilon \\ &= \frac{2 + 2}{2 + 2 + 2} \times 8 \text{伏} \approx 5.33 \text{伏}。 \end{aligned}$$

(2) K 接 E 点时，外电路短路，路端电压即伏特表的读数  $U_E=0$  (这种短路接法不允许)。

3234. 图示的电路中  $R_2$  是 500 欧的变阻器，它的两端分别跟  $R_1=300$  欧和  $R_3=200$  欧的电阻串联组成一个分压电路。该电路输入电压是 20 伏，试求输出电压的变化范围。

[解答] 当滑片 p 移到 A 处时，

$$\begin{aligned} U_{\text{出}} &= \frac{(R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)} \times U_{\text{出}} \\ &= \frac{500 + 200}{300 + 500 + 200} \times 20 \text{伏} = 14 \text{伏}， \end{aligned}$$

当滑片 p 移到 B 处时，

$$U_{\text{出}} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \times U_{\text{入}}$$

$$= \frac{200}{300 + 500 + 200} \times 20 \text{伏} = 4 \text{伏},$$

所以输出电压的变化范围从 4 伏到 14 伏。

3235. 已知伏特表  $V_1$  的内阻  $R_1=6$  千欧, 伏特表  $V_2$  的内阻  $R_2=4$  千欧, 电位器的电阻  $R=10$  千欧, 如图连接在  $U=100$  伏的恒定电压上。问:

(1) 当电键 K 断开时, 两个伏特表的示数各为多大?

(2) 当 K 闭合时, 移动滑动触片 p 使两伏特表的示数相等, 滑动触片两边的电阻各为多大?

[解答] (1) K 断开时,  $R_1$  和  $R_2$  串联, 伏特表  $V_1$  的示数

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$= \frac{6}{6+4} \times 100 \text{伏} = 60 \text{伏}。$$

伏特表  $V_2$  的示数

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U = \frac{4}{6+4} \times 100 \text{伏} = 40 \text{伏}。$$

[或  $U_2=U-U_1=(100-60)$  伏  $=40$  伏]

(2) 当 K 闭合后, 要使  $V_1$ 、 $V_2$  示数相等, 必须使  $R_1$  和电位器左端电阻  $R_{\text{左}}$  的并联电阻以及  $R_2$  和电位器右端电阻  $R_{\text{右}}$  的并联电阻相等, 即

$$\frac{R_1 R_{\text{左}}}{R_1 + R_{\text{左}}} = \frac{R_2 R_{\text{右}}}{R_2 + R_{\text{右}}},$$

$$\frac{6R_{\text{左}}}{6 + R_{\text{左}}} = \frac{4R_{\text{右}}}{4 + R_{\text{右}}},$$

又  $R_{\text{右}}=10-R_{\text{左}}$ ,

代入上式

解得  $R_{\text{左}}=4$  千欧, (另有一解 30 不合题意)

$R_{\text{右}}=6$  千欧。

3236. 有两个额定电压为 220 伏的电炉, 它们的额定功率分别为 800 瓦和 500 瓦。把它们串联起来接在 220 伏线路上, 每个电炉消耗的功率各是多少?

[解答] “220V、800W”电炉的电阻

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{220^2}{800} \text{欧} = 60.5 \text{欧},$$

“220V、500W”电炉的电阻

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{220^2}{500} \text{欧} = 96.8 \text{欧}。$$

两电炉串联后接在 220 伏电压上, 每一电炉实际分配的电压

$$U_1' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U = \frac{60.5}{60.5 + 96.8} \times 220 \text{伏} = 84.6 \text{伏}$$

$$U_2' = U - U_1' = 220 \text{伏} - 84.6 \text{伏} = 135.4 \text{伏}。$$

每一电炉实际消耗的功率

$$P_1' = \frac{U_1'^2}{R_1} = \frac{84.6^2}{60.5} \text{瓦} = 118.3 \text{瓦}，$$

$$P_2' = \frac{U_2'^2}{R_2} = \frac{135.4^2}{96.8} \text{瓦} = 189.4 \text{瓦}。$$

根据串联电路各电阻消耗的功率和电阻成正比的性质，本题也可用下法求解：

先求电路的总功率  $P'$

$$P' = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{220^2}{60.5 + 96.8} \text{瓦} = 307.7 \text{瓦}，$$

因为 
$$\frac{P_1'}{R_1} = \frac{P_2'}{R_2}，$$

所以 
$$P_1' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} P = \frac{60.5}{60.5 + 96.8} \times 307.7 \text{瓦} = 118.3 \text{瓦}，$$

$$P_2' = P - P_1' = 307.7 \text{瓦} - 118.3 \text{瓦} = 189.4 \text{瓦}。$$

3237. 电阻是 4 欧的煮水器跟一个电灯变阻器（由 10 个电灯并联而成，每个灯的电阻是 200 欧）串联后接到 120 伏的电路中。如果煮水器的效率是 75% 要经过多长时间才能使 200 厘米<sup>3</sup>的水从 0 升到 100 ？

[解答] 煮水器两端的电压

$$U_R = \frac{R}{R + \frac{R_{\text{灯}}}{n}} \times U = \frac{4}{4 + \frac{200}{10}} \times 120 \text{伏} = 20 \text{伏}。$$

设经过  $t$  秒时间后可使这些水升温到 100 ，由下列热平衡方程可求出  $t$ 。

$$\eta \cdot 0.24 \frac{U_R^2}{R} \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta t，$$

$$t = \frac{c \cdot m \cdot \Delta t}{\eta \cdot 0.24 \cdot \frac{U_R^2}{R}}$$

$$= \frac{1 \times 200 \times (100 - 0)}{0.75 \times 0.24 \times \frac{20^2}{4}} \text{秒}$$

$$= 1111.1 \text{秒}$$

$$= 18 \text{分} 31.1 \text{秒}。$$

3238. 有一个伏特表，把它改装成量程是 3 伏的伏特表时，需要附加电阻 1000 欧；如果把它改装成量程是 8 伏的伏特表时，需要加 3500 欧的附加电阻。求伏特表原来的电阻和满偏电流。

[解答] 设伏特表原来的电阻为  $R_g$ ，满偏电流为  $I_g$ 。伏特表不论改装成多少量程，在满偏时，流过伏特表的电流都是  $I_g$ 。对本题有下式：

$$\frac{U_1}{R_g + R_1} = \frac{U_2}{R_g + R_2} = I_g ,$$

$$\frac{3}{R_g + 1000} = \frac{8}{R_g + 3500} ,$$

得  $R_g = 500$  欧，

$$\text{又 } I_g = \frac{U_1}{R_g + R_1} = \frac{3}{500 + 1000} \text{ 安} = 0.002 \text{ 安} = 2 \text{ 毫安}。$$

3239. 如图所示为有两个量程的伏特表，当使用 a、b 两端点时，量程为 10 伏，当使用 a、c 两端点时，量程为 100 伏。已知电流表的内阻  $R_g$  为 500 欧，满偏电流  $I_g$  为 1 毫安，求电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。

[解答]

$$R_1 + R_g = \frac{U_{ab}}{I_g} ,$$

$$\text{得 } R_1 = \frac{U_{ab}}{I_g} - R_g = \frac{10}{10^{-3}} \text{ 欧} - 500 \text{ 欧} = 9.5 \times 10^3 \text{ 欧}。$$

$$R_1 + R_2 + R_g = \frac{U_{ac}}{I_g} ,$$

$$R_2 = \frac{U_{ca}}{I_g} - R_g - R_1$$

$$= \frac{100}{10^{-3}} \text{ 欧} - 500 \text{ 欧} - 9500 \text{ 欧} = 9 \times 10^4 \text{ 欧}。$$

3240. 有一电池，电动势为 1.5 伏，内阻不计。有人想测它是不是 1.5 伏，但手中只有一只量程为 5 毫安，内阻为 20 欧的毫安表，还有 100 欧的电阻两个，230 欧的电阻一个，导线若干根。问能否测出电池的电动势？如能，怎样做比较合适？

[解答] 要使  $I_g=5$  毫安， $R_g=20$  欧的毫安表改装成一个能测量 1.5 伏电压的伏特表，必须串联分压电阻。由于现有的电阻限制，不能改装成量程较大的伏特表。考虑到量度的方便，拟改装成一个量程刚好为 1.5 伏的伏特表，这时应串联的分压电阻  $R$  可由下式求得

$$U = I_g(R_g + R)。$$

$$R = \frac{U}{I_g} - R_g = \frac{1.5}{0.005} \text{ 欧} - 20 \text{ 欧} = 280 \text{ 欧}。$$

$R$  可用现有的两个 100 欧电阻并联起来（阻值为 50 欧）后，再和一个 230 欧的电阻串联而成。

3241. 必须拿多大的电阻  $r$  跟已知的电阻  $R$  并联，才能使总电阻是  $R$  的  $n$  分之一？

[解答]  $r$  和  $R$  并联后的总电阻

$$R_{\text{总}} = \frac{rR}{r+R},$$

要使

$$R_{\text{总}} = \frac{R}{n},$$

则

$$\frac{R}{n} = \frac{rR}{r+R},$$

解得

$$r = \frac{R}{n-1}.$$

3242. 有一金属丝，长 1 米，电阻为 15 欧。现将金属丝两端连接成一闭合线圈，在线圈上取 P、Q 两点，使电流从 P 点流入，Q 点流出（见附图）。已知 P、Q 间的短弧线长 20 厘米，长弧线长 80 厘米，P、Q 间加的电压为 6 伏，求流过长弧线的电流  $I_1$ ，流过短弧线的电流  $I_2$  和 P、Q 间的总电阻。

[解答] 设长弧线的长度为  $l_1=80$  厘米，短弧线的长度为  $l_2=20$  厘米，

$$\text{则它们的电阻的比为 } \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{80}{20} = 4,$$

$$\text{又 } R_1 + R_2 = 15 \text{ 欧},$$

$$\text{解得 } R_1 = 12 \text{ 欧}, R_2 = 3 \text{ 欧}.$$

$$\text{流过长弧线的电流 } I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{12} \text{ 安} = 0.5 \text{ 安},$$

$$\text{流过短弧线的电流 } I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{6}{3} \text{ 安} = 2 \text{ 安}.$$

$$\text{总电阻 } R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2} = \frac{6}{0.5 + 2} = 2.4 \text{ 欧}.$$

3243. 材料相同的两根金属丝，其长度的比为 4 : 1，直径的比为 1 : 4。把它们串联在电路上产生热量的比是多少？把它们并联在电路上产生热量的比是多少？

[解答] 由电阻定律  $R = \rho \frac{l}{S}$  可知，对相同材料（ $\rho$  相同）的金属丝，其电阻的比为

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{S_2}{S_1} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{D_2^2}{D_1^2} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4}.$$

当它们串联时，热量的比为

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4}.$$

并联时，

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{1}.$$

3244. 分别标有“1A, 4”和“2A, 1”的两个定值电阻串联后接入电路时，要使它们不超载，干路电流不得超过多少？这两电阻如果是并联，干路电流不得超过多少？

[解答] 第一个电阻  $R_1$  的额定电流为 1 安, 额定电压为  $1 \times 4$  伏=4 伏; 第二个电阻  $R_2$  的额定电流为 2 安, 额定电压为  $2 \times 1$  伏=2 伏。

当它们串联时, 电流相等, 为使  $R_1$  不超载, 干路电流不得超过  $R_1$  的额定电流即 1 安; 当它们并联时, 电压相等, 为使所加电压不超过  $R_2$

的额定电压 2 伏, 干路电流不得超过  $I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{2}{4}$  安 +  $\frac{2}{1}$  安 = 2.5 安。

3245. 分别标有“36V、40W”和“36V、60W”的两个定值电阻串联后接入电路, 要使它们不超载, 干路电流不得超过多少? 这两个电阻如果是并联, 干路电流不得超过多少?

[解答] 标有“36V、40W”的电阻为  $R_1$ , 其额定电流为  $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{40}{36}$  安 = 1.11 安; 标有“36V、60W”的电阻为  $R_2$ , 其额定电流为  $I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{60}{36}$  安 = 1.67 安。

当它们串联时, 因电流相等, 为使  $R_1$  不超载, 干路电流不得超过 1.11 安; 当它们并联时, 因两电阻的额定电压相等, 都可工作在额定电流下, 这时干路电流可限制在  $I = I_1 + I_2 = 1.11$  安 + 1.67 安 = 2.78 安以内。

3246. 两个线绕电阻分别标有“100、10W”和“20、40W”字样。将这两电阻: (1) 串联时, 允许通过的最大电流是多少? (2) 并联时, 电阻两端允许的最大电压是多少?

[解答] 设标有“100、10W”字样的电阻为  $R_1$ ; 标有“20、40W”字样的电阻为  $R_2$ 。

$R_1$  的额定电压  $U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = \sqrt{10 \times 100}$  伏 = 31.62 伏,

额定电流  $I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{10}{100}}$  安 = 0.316 安。

$R_2$  的额定电压  $U_2 = \sqrt{P_2 R_2} = \sqrt{40 \times 20}$  伏 = 28.28 伏,

额定电流  $I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = \sqrt{\frac{40}{20}}$  安 = 1.41 安。

(1)  $R_1$ 、 $R_2$  串联时, 电流相等, 允许通过的最大电流为 0.316 安;

(2)  $R_1$ 、 $R_2$  并联时, 电压相等, 两端允许的最大电压为 28.28 伏。

3247. 电阻  $R_1=200$  欧,  $R_2=300$  欧。把它们并联后接到 24 伏的电压上, 求通过两个电阻的电流各为多少? 每一个电阻上消耗功率多少? 如果把它们串联后接到 24 伏的电压上, 则每个电阻上的电压是多少? 每个电阻上消耗的功率是多少?

[分析] 解本题要抓住串、并联电路的特点和性质, 并运用比例法以使解法简捷。

[解答] (1)  $R_1$ 、 $R_2$  并联时

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U}{R_1} = \frac{24}{200} \text{安} = 0.12 \text{安},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_2} = \frac{24}{300} \text{安} = 0.08 \text{安};$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 0.12^2 \times 200 \text{瓦} = 2.88 \text{瓦},$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 0.08^2 \times 300 \text{瓦} = 1.92 \text{瓦}。$$

(2)  $R_1$ 、 $R_2$  串联时

[解法一]

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{24}{200 + 300} \text{安} = 0.048 \text{安};$$

$$U_1 = I_1 R_1 = IR_1 = 0.048 \times 200 \text{伏} = 9.6 \text{伏};$$

$$U_2 = I_2 R_2 = IR_2 = 0.048 \times 300 \text{伏} = 14.4 \text{伏}; \quad (\text{或 } U_2 = U - U_1 = 14.4 \text{伏})$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 0.048^2 \times 200 \text{瓦} = 0.46 \text{瓦};$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 0.048^2 \times 300 \text{瓦} = 0.69 \text{瓦}。$$

[解法二]

串联电路的电压分配

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2},$$

$$\text{又 } U_1 + U_2 = U,$$

$$\text{得 } U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{200}{200 + 300} \times 24 \text{伏} = 9.6 \text{伏},$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U = \frac{300}{200 + 300} \times 24 \text{伏} = 14.4 \text{伏}。$$

(或  $U_2 = U - U_1 = 14.4 \text{伏}$ )

串联电路的功率分配

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2},$$

$$\text{又 } P_1 + P_2 = P,$$

$$\text{得 } P_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot P = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{U^2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{200}{200 + 300} \times \frac{24^2}{200 + 300} \text{瓦} = 0.46 \text{瓦},$$

$$P_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot P = \frac{300}{200 + 300} \times 1.152 \text{瓦} = 0.69 \text{瓦}。$$

(或  $P_2 = P - P_1 = 0.69 \text{瓦}$ )

3248. 附图电路中, 滑动变阻器的最大值为  $R$ , 负载电阻  $R_L$  的阻值和  $R$  相同, 电源的电动势为 , 内阻不计。

(1)当电键 K 断开、滑线变阻器滑动片 p 移动时, 负载电阻  $R_L$  上获得的电压范围有多大?

(2)当 K 接通、移动 p 时,  $R_L$  上获得的电压范围又为多大?

(3)设 R 的长度为  $ab=s$ , R 上各部分的每单位长度的阻值都相同, p、b 间的长度为 x, 求当 K 接通后, 移动 p,  $R_L$  上的电压  $U_L$  和 x 的关系式。

[解答] (1)K 断开时, R 和  $R_L$  串联, 当 p 滑到 a 端时,  $R_L$  的电压最大为  $\varepsilon$ ; 当 p 滑到 b 端时,  $R_L$  的电压最小, 为  $\frac{1}{2}\varepsilon$  (因  $R_L = R$ )。所以在 p 移动时,  $R_L$  上获得的电压范围为  $\frac{1}{2}\varepsilon \sim U_L \sim \varepsilon$ 。

(2)K 接通时, p 滑动到 a 处,  $R_L$  的电压为  $\varepsilon$ ; p 滑到 b 处,  $R_L$  的电压为零。所以在 p 移动时,  $R_L$  获得的电压范围为  $0 \sim U_L \sim \varepsilon$ 。

(3)变阻器每单位长度的电阻为  $\frac{R}{s}$ , 当 bp 长度为 x 时, 其电阻为  $x \cdot \frac{R}{s}$ , ap 的电阻为  $(R - x \frac{R}{s})$ 。这时  $R_L$  的电压

$$U_L = \frac{\frac{x \cdot \frac{R}{s} \cdot R_L}{x \frac{R}{s} + R_L}}{(R - x \frac{R}{s}) + \frac{x \frac{R}{s} \cdot R_L}{x \frac{R}{s} + R_L}} \cdot \varepsilon,$$

由于  $R_L=R$ , 上式化简得

$$U_L = \frac{xs}{s^2 + x(s-x)} \cdot \varepsilon。$$

3249. 附图电路中, 滑线变阻器的电阻  $R=60$  欧, 负载电阻  $R_x=60$  欧, A、B 间的电压  $U=18$  伏, 恒定不变。先断开 K, 移动滑动触头 p, 使电压表的读数为 9 伏。闭合 K, 求  $R_x$  上通过的电流。

[解答] K 断开时, 伏特表的读数为  $U/2=9$  伏, 说明 p 的位置在滑线变阻器 R 的中点; K 闭合后,  $R_x$  和  $R_{Ap}$  并联,  $R_x$  两端的电压

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{\frac{R_{Ap} \cdot R_x}{R_{Ap} + R_x}}{\frac{R_{Ap} \cdot R_x}{R_{Ap} + R_x} + R_{pB}} \cdot U \\ &= \frac{\frac{30 \times 60}{30 + 60}}{\frac{30 \times 60}{30 + 60} + 30} \times 18 \text{伏} \\ &= 7.2 \text{伏。} \end{aligned}$$

流过  $R_x$  的电流

$$I_x = \frac{U_x}{R_x} = \frac{7.2}{60} \text{安} = 0.12 \text{安}。$$

3250. 在图示电路中,  $U=12$  伏, 变阻器 AB 的总电阻为 42 欧, 现在要使标着“6V、1.8W”的灯泡 L 正常发光, 那么 A、p 间的电阻应为多大?

[解答] 灯泡的电阻  $R_L = \frac{U^2}{P} = \frac{6^2}{1.8}$  欧 = 20 欧。要使灯泡正常发光, 需  $U_L=U_{Bp}=6$  伏,  $U_{Ap}=U-U_{Bp}=12$  伏-6 伏=6 伏。由于  $R_{Ap}$  和  $R_{Bp}$ 、 $R_L$  的

并联电路相串联, 则  $R_{Ap} = \frac{R_{Bp} \cdot R_L}{R_{Bp} + R_L}$ 。

$$R_{Ap} = \frac{(42 - R_{Ap}) \times 20}{(42 - R_{Ap}) + 20} ,$$

$$R_{Ap}^2 - 82R_{Ap} + 840 = 0 ,$$

$$(R_{Ap} - 12)(R_{Ap} - 70) = 0 ,$$

得  $R_{Ap}=12$  欧。(另一解  $R_{Ap}=70$  欧大于总电阻显然不合理, 应舍去。)

3251. 有一只电灯, 当流过 0.3 安电流时, 达到其额定功率 1.8 瓦。电位器 R 的总电阻是 30 欧, 电路电压为 12 伏。当电位器滑动端滑到 p 点时, 该电灯正常发光。求: (1) 滑动端在 p 点时, pB 段的位置; (2) 电位器消耗的功率。

[解答] 电灯 L 的额定电压

$$U_L = \frac{P_L}{I_L} = \frac{1.8}{0.3} \text{伏} = 6 \text{伏}。$$

灯丝电阻

$$R_L = \frac{P_L}{I_L^2} = \frac{1.8}{0.3^2} \text{欧} = 20 \text{欧}。$$

(1) 要使电灯正常发光,  $U_{pB}=U_L=6$  伏, 电位器  $R_{Ap}$  和  $R_{pB}$ 、 $R_L$  的并联电路串联, 所以

$$U_{pB} = \frac{\frac{R_{pB} \cdot R_L}{R_{pB} + R_L}}{R_{Ap} + \frac{R_{pB} \cdot R_L}{R_{pB} + R_L}} \cdot U ,$$

$$6 = \frac{\frac{R_{pB} \cdot 20}{R_{pB} + 20}}{(30 - R_{pB}) + \frac{R_{pB} \cdot 20}{R_{pB} + 20}} \cdot 12 ,$$

$$R_{pB}^2 + 10R_{pB} - 600 = 0 ,$$

解得  $R_{pB}=20$  欧。(  $R_{pB}=-30$ , 应舍去 )

即 p 点位置在离 B 点 20 欧处。

(2) 电位器消耗功率

$$P_{AB}=P_{Ap}+P_{pB}=I_{Ap}U_{Ap}+I_{pB}U_{pB}$$

其中  $I_{pB} = \frac{U_{pB}}{R_{pB}} = \frac{6}{20} \text{安} = 0.3 \text{安},$

$I_{Ap} = I_{pB} + I_L = 0.3 \text{安} + 0.3 \text{安} = 0.6 \text{安},$

所以  $P_{AB} = 0.6(12-6) \text{瓦} + 0.3 \times 6 \text{瓦} = 5.4 \text{瓦}.$

[这里要注意:(1)电位器 Ap 段和 pB 段中流过的电流是不相等的, Ap 段中的电流要包括负载的电流;(2)虽然电位器输出的电压(6 伏)是输入电压(12 伏)的一半,但 p 点的位置不在中点,只有在空载时,其位置处在中点,带上负载时要根据计算确定。如果负载电阻  $R_L \gg R$ , p 点位置可以认为在中点处。]

3252. 在附图的电路中, R 是 12 欧的滑动变阻器, L 是“6V、3W”的灯泡, 电路两端电压保持 6 伏。求:(1)滑动片 C 的位置分别在 A、B 和 AB 的中点三处时, 灯泡两端的电压各是多少? 灯泡消耗的功率各是多少?(2)如果将滑动片 C 从 A 逐渐向 B 移动, 灯泡的亮度将如何变化? 试作简要分析。

[解答] 灯泡的电阻  $R_L = \frac{U_L^2}{P_L} = \frac{6^2}{3} \text{欧} = 12 \text{欧}.$

(1) C 在 A 处时:

$$U_L = 0, P_L = 0.$$

C 在 B 处时:

$$U_L' = 6 \text{伏}, P_L' = \frac{U^2}{R_L} = \frac{6^2}{12} \text{瓦} = 3 \text{瓦}.$$

C 在中点时:  $R_{AC} = \frac{R}{2} = \frac{12}{2} \text{欧} = 6 \text{欧},$

$$U_L'' = \frac{\frac{R_L R_{AC}}{R_L + R_{AC}}}{\frac{R_L R_{AC}}{R_L + R_{AC}} + R_{BC}} \times U = \frac{\frac{12 \times 6}{12 + 6}}{\frac{12 \times 6}{12 + 6} + 6} \times 6 \text{伏} = 2.4 \text{伏},$$

$$P_L'' = \frac{U_L''^2}{R_L} = \frac{2.4^2}{12} \text{瓦} = 0.48 \text{瓦}.$$

(2) 当 C 从 A 逐渐向 B 移动时, 由于灯泡 L 两端从分压器 R 上获得的电压越来越大, 使灯越来越亮。

3253. 在附图电路中,  $R_f$  为负载电阻, ab 为一滑线电阻, 滑动触头 p 将 ab 分为两段, 它们的电阻分别为  $R_1$  和  $R_2$  ( $R_1 + R_2$  为定值)。外电压 U 一定。(1) 求  $R_f$  两端电压  $U_f$  的表示式 (即  $U_f$  跟  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_f$  及 U 的关系); (2) 如果  $R_1 + R_2 \ll R_f$ , 根据 (1) 中求出的表示式说明电压  $U_f$  近似地跟  $R_2$  成正比。

[解答] (1) 分压器和负载电阻  $R_f$  组成一混联电路:  $R_1$  和  $R_2$ 、 $R_f$  的并联电路串联而成。  $R_f$  两端的电压为

$$U_f = \frac{\frac{R_2 R_f}{R_2 + R_f}}{R_1 + \frac{R_2 R_f}{R_2 + R_f}} \cdot U$$

$$= \frac{R_2 R_f}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_f} \cdot U。$$

(2) 因为  $R_1 + R_2 \ll R_f$  ,  
所以  $R_2$  和  $R_f$  的并联阻值可近似等于  $R_2$

$$U_f = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U。$$

式中  $R_1 + R_2$  为定值, 可知电压  $U_f$  近似地跟  $R_2$  成正比。

3254. 附图电路中,  $R_A=4$  欧,  $R_B=6$  欧,  $I_x=2$  安, C、D 两点间的电压  $U_{CD}=18$  伏, 求  $R_x$ 。

[解答] 设总电流为  $I$ , 则

$$I_B = I - I_x = I - 2,$$

$$U_{CD} = U_A + U_B = I R_A + (I - 2) R_B,$$

$$18 = 4I + (I - 2) \times 6,$$

$$I = 3 \text{ 安。}$$

得

因  $R_x$  和  $R_B$  并联,

得

$$\frac{R_x}{R_B} = \frac{I_B}{I_x},$$

$$R_x = \frac{I_B}{I_x} \cdot R_B = \frac{I - I_x}{I_x} \cdot R_B$$

$$= \frac{3 - 2}{2} \times 6 \text{ 欧} = 3 \text{ 欧。}$$

3255. 在附图所示的电路中,  $R_1=10$  欧,  $R_2=20$  欧,  $R_3=5$  欧。(1)

设  $R_1$ 、 $R_2$  上的电压分别为  $U_1$ 、 $U_2$ , 求  $\frac{U_1}{U_2} = ?$  (2)  $\frac{I_2}{I_3} = ?$  (3)  $R_1$ 、 $R_2$  上

消耗的电功率的比是多少?

[解答]

$$(1) \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{10}{\frac{20 \times 5}{20 + 5}} = \frac{5}{2}。$$

$$(2) \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}。$$

$$(3) \frac{P_1}{P_2} = \frac{U_1^2 / R_1}{U_2^2 / R_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} \times \frac{R_2}{R_1} = \frac{5^2}{2^2} \times \frac{20}{10} = \frac{25}{2}。$$

3256. 在附图的电路中,  $R_1=110$  欧,  $R_2=100$  欧,  $R_3=900$  欧, 当 A、B 间有 12 伏电压时, C、D 间的电压是多少? 这时  $R_2$  上的电流是  $R_3$  上电流的几倍? 通过  $R_1$  的电流是多少?  $R_1$  上的电压是多少?

[分析] 这是一个分压器,应用串联电路的分压性质可以求出各部分电压。

[解答] (1)C、D间的电压

$$U_{CD} = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot U_{AB}$$

$$= \frac{\frac{100 \times 900}{100 + 900}}{110 + \frac{100 \times 900}{100 + 900}} \times 12 \text{伏} = 5.4 \text{伏},$$

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2},$$

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2} \cdot I_3 = \frac{900}{100} \cdot I_3 = 9I_3。$$

$R_2$ 上的电流是 $R_3$ 上电流的9倍。

(2) $R_1$ 的电压

$$U_1 = U_{AC} = U_{AB} - U_{CD} = 12 \text{伏} - 5.4 \text{伏} = 6.6 \text{伏},$$

通过 $R_1$ 的电流

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6.6}{110} \text{安} = 0.06 \text{安}。$$

3257. 如附图所示,  $R_1 = R_2 = 15$  欧,  $R_3 = 7$  欧,  $R_4 = 8$  欧,  $U_{AB} = 15$  伏。求通过各个电阻的电流强度和各电阻两端的电压。

[解答] 由图可见, 电阻 $R_1$ 、 $R_2$ 并接在A、B两端, $R_3$ 和 $R_4$ 串联后接在A、B两端。

各电阻两端的电压分别为

$$U_1 = U_2 = U_{AB} = 15 \text{伏},$$

$$U_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} U_{AB} = \frac{7}{7 + 8} \times 15 \text{伏} = 7 \text{伏},$$

$$U_4 = U_{AB} - U_3 = 15 \text{伏} - 7 \text{伏} = 8 \text{伏}。$$

各电阻的电流分别为

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{15}{15} \text{安} = 1 \text{安},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{15}{15} \text{安} = 1 \text{安},$$

$$I_3 = I_4 = \frac{U_{AB}}{R_3 + R_4} = \frac{15}{7 + 8} \text{安} = 1 \text{安}。$$

3258. 电路中, $R_0$ 为已知。求:

(1) $R_1$ 等于多少时,ab间的等效电阻才等于 $R_0$ ;

(2)当通以电流时,ab两端的电压等于cd两点间电压的多少倍?

[解答] (1)ab间等效电阻

$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_1(R_1 + R_0)}{R_1 + R_1 + R_0},$$

要使  $R_{ab} = R_0$  , 则

$$R_0 = R_1 + \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0},$$

解得  $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} R_0$ 。

(2) 设总电流为  $I$  , 则  $I = I_1 + I_2$  ,

又 
$$\begin{cases} I_1 R_1 = I_2 (R_1 + R_0) \\ R_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} R_0 \end{cases}$$

得  $I_1 = (1 + \sqrt{3}) I_2$ 。

$$I = I_1 + I_2 = (2 + \sqrt{3}) I_2$$

因为  $U_{ab} = IR$  ,

$$U_{cd} = I_2 R_0 ,$$

$$\frac{U_{ab}}{U_{cd}} = \frac{IR}{I_2 R_0} = \frac{(2 + \sqrt{3}) I_2 \cdot R_0}{I_2 R_0} = 2 + \sqrt{3} \approx 3.73 ,$$

即  $ab$  两端电压等于  $cd$  间电压的 3.73 倍。

3259 . 电路中的各电阻都等于  $R$  , 在  $C$ 、 $D$  两点接上适当电阻  $R_x$  后 ,  $A$ 、 $B$  两点间的电阻也是  $R_x$  , 求  $R_x$ 。

[解答] 当  $CD$  接上  $R_x$  后 ,

$$R_{AB} = \frac{(2R + R_x)R}{(2R + R_x) + R} + 2R_0$$

又  $R_{AB} = R_x$  ,

所以 
$$R_x = \frac{(2R + R_x)R}{(2R + R_x) + R} + 2R ,$$

解得  $R_x = 2\sqrt{2}R_0$ 。

3260 . 附图所示的网络中 , 每个电阻的阻值为  $R$  , 试求在  $C$ 、 $D$  间接入多大阻值的电阻 , 方能使网络的总电阻 ( 即  $A$ 、 $B$  间的电阻 ) 和 “ 格子 ” 的数目无关 ?

[解答] 设  $C$ 、 $D$  间接一个电阻  $R_x$  , 则  $E$ 、 $F$  间可用一个等值电阻  $R_y$  来代替。

当  $R_y = R_x$  时 ,  $A$ 、 $B$  间总电阻与 “ 格子 ” 数无关 , 于是

$$R_y = \frac{R(R_x + 2R)}{R + R_x + 2R} = R_x ,$$

$$R_x^2 + 2RR_x - 2R^2 = 0 ,$$

解得  $R_x = (\sqrt{3} - 1)R = 0.732R$ 。

3261 . 将图(a)电路画成常见的串、并联电路 , 并求  $K$  断开及闭合时的  $A$ 、 $B$  间的总电阻。

[解答] 将图(a)改画成图(b)。

K 闭合时；

$$R_{AB} = \frac{\left(4 + \frac{6 \times 10}{6 + 10}\right) \times 6}{\left(4 + \frac{6 \times 10}{6 + 10}\right) + 6} \text{ 欧} = 3.4 \text{ 欧}。$$

K 断开时：

$$R_{AB} = \frac{4(6 + 10)}{4 + (6 + 10)} \text{ 欧} + 6 \text{ 欧} = 9.2 \text{ 欧}。$$

3262 .图(a)电路中的箭头标出了各支路电流的方向,  $I=10$  毫安,  $I_1=6$  毫安,  $R_1=3$  千欧,  $R_2=1$  千欧,  $R_3=2$  千欧, 求电流表 A 的读数。

[解答] 从图(a)可知, 电流  $I$  流经 M 点后分成两路,  $I_2=I-I_1=10$  毫安-6 毫安=4 毫安, 其方向如图(b)。  $R_1$  的电压  $U_1=I_1R_1=6$  毫安  $\times$  3 千欧=18 伏,  $R_2$  的电压  $U_2=I_2R_2=4$  毫安  $\times$  1 千欧=4 伏, T、N 间的电势差  $U_{TN}=U_{MN}-U_{MT}$ , 即  $R_3$  的电压  $U_3=U_1-U_2=18$  伏-4 伏=14 伏, 电流

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{14 \text{ 伏}}{2 \text{ 千欧}} = 7 \text{ 毫安}, \text{ 方向如图(b)所示。}$$

流经安培表的电流方向已知, 流经 T 点的三个电流  $I_2$ 、 $I_A$ 、 $I_3$  的关系从图(b)的电流方向可确定为  $I_2+I_A=I_3$ 。

所以  $I_A=I_3-I_2=7$  毫安-4 毫安=3 毫安。

3263 . 图示电路中的各个电阻的阻值都等于  $R$ , 设通过电阻  $R_6$  的电流为 1 毫安, 求干路电流。

[解答] 因  $R_4 = \frac{1}{2}(R_5 + R_6)$ , 所以

$$I_4=2I_5=2I_6=2 \text{ 毫安}。$$

又  $I_3=I_4+I_6=2$  毫安+1 毫安=3 毫安,

$$R_{EF} = \frac{R_4(R_5 + R_6)}{R_4 + (R_5 + R_6)} = \frac{2}{3} R,$$

$$R_{ED} = R_3 + R_{EF} = \frac{5}{3} R,$$

$$I_2 = \frac{R_{ED}}{R_2} \cdot I_3 = \frac{\frac{5}{3} R}{R} \times 3 \text{ 毫安} = 5 \text{ 毫安},$$

干路电流  $I=I_2+I_3=5$  毫安+3 毫安=8 毫安。

3264 . 图示电路中, 电灯 L 标有“110V、60W”, A、B 间电压保持 220 伏不变, 当变阻器  $R_1$  为 100 欧时, 把电键 K 闭合, 这时电灯正常发光。问 K 断开时:(1)电灯两端电压变化了多少?(假定电灯并不因电压增大而烧毁)(2)电灯实际消耗的功率改变了多少?(3)为使电灯仍能正常发光, 变阻器  $R_1$  的阻值应改变多少?

[解答] 电灯电阻

$$R_L = \frac{U_L^2}{P_L} = \frac{110^2}{60} \text{ 欧} = 202 \text{ 欧}。$$

(1) K 断开时，电灯电流

$$I_L' = I' = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_L} = \frac{220}{100 + 202} \text{ 安} = 0.73 \text{ 安}。$$

电灯电压

$$U_L' = I_L' R_L = 0.73 \times 202 \text{ 伏} = 147 \text{ 伏}。$$

电灯两端的电压增大了

$$U_L = U_L' - U_L = 147 \text{ 伏} - 110 \text{ 伏} = 37 \text{ 伏}。$$

(2) 电灯的实际功率增大了

$$P_L = P_L' - P_L = I_L' U_L' - P_L = 0.73 \times 147 \text{ 瓦} - 60 \text{ 瓦} = 47 \text{ 瓦}。$$

(3) 当 K 断开时，为使电灯仍能正常发光，应增大  $R_1$  的阻值，以使

电灯工作在额定电压下。由于  $U_L = \frac{1}{2} U_{AB}$ ，故  $R_1' = R_L = 202 \text{ 欧}$ ，即变阻器  $R_1$  的电阻应增大为 202 欧，跟原来相比，增大了

$$R_1 = R_1' - R_1 = 202 \text{ 欧} - 100 \text{ 欧} = 102 \text{ 欧}。$$

3265. 附图电路中， $U=6 \text{ 伏}$ ， $R_1=6 \text{ 欧}$ ， $R_2=3 \text{ 欧}$ ， $R_3=4 \text{ 欧}$ 。求：

(1) 当电键 K 拨到 a 位置时， $R_1$  中的电流强度是多少？ $R_2$  中消耗的电功率是多少？

(2) 当 K 拨到 b 位置时， $R_1$  中的电流又为多少？ $R_2$  消耗功率为多少？

[解答] (1) K 和 a 相通时， $R_1$ 、 $R_2$  并联， $R_1$  中电流  $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{6} \text{ 安} =$

1 安； $R_2$  消耗的功率为  $P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{6^2}{3} \text{ 瓦} = 12 \text{ 瓦}。$

(2) K 和 b 相通时， $R_3$  被短接， $R_1$  中电流仍为  $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{6} \text{ 安} = 1 \text{ 安}$ ，

$R_2$  的功率为零。

3266. 图示电路中，三个灯泡分别标有： $L_1$  “12V，4W”； $L_2$  “12V，8W”； $L_3$  “12V，4W”，接在电动势为 12 伏的电源上，如果不计电源的内阻，灯丝的电阻不变，求：

(1) 当电键  $K_1$  和  $K_2$  都打开时，通过计算比较  $L_1$ 、 $L_2$  两灯哪个较亮？

(2) 当电键  $K_1$  和  $K_2$  都闭合时， $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  三灯的实际功率各是多少？

[解答] 三个灯的灯丝电阻分别为

$$R_1 = R_3 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{12^2}{4} \text{ 欧} = 36 \text{ 欧}，$$

$$R_2 = \frac{U_2^2}{P_2} = \frac{12^2}{8} \text{ 欧} = 18 \text{ 欧}。$$

(1)  $K_1$ 、 $K_2$  都打开时， $L_1$  和  $L_2$  串联，两灯功率的比为  $P_1' : P_2' = R_1 : R_2 = 36 : 18 = 2 : 1$ ， $L_1$  灯比  $L_2$  灯亮；

(2)  $K_1$ 、 $K_2$  都闭合时， $L_1$  被短路， $L_1$  的实际功率为零。而  $L_2$ 、 $L_3$  相并

联，由于不计电源内阻，两灯电压刚好等于它们的额定电压，所以两灯的实际功率和各自额定功率相等，分别为  $P_2=8$  瓦， $P_3=4$  瓦。

3267. 照明电路的电压  $U=220$  伏，并联了 20 盏电阻  $R$  都是 807 欧(发光时的电阻)的电灯，两条输电线的电阻  $r$  都是 1.0 欧(如图所示)。只开 10 盏灯时，整个电路消耗的电功率、输电线上的电势降落和损失的电功率各是多少？20 盏灯都接通时，情况又怎样？

[解答] 设电灯数为  $n$  盏，  
整个电路消耗的电功率

$$P_{\text{总}} = \frac{U^2}{2r + \frac{R}{n}}$$

输电线上的电势降落

$$U_r = \frac{2r}{2r + \frac{R}{n}} \cdot U。$$

输电线上损失的电功率

$$P_r = \frac{U_r^2}{2r} = 2r \left( \frac{U}{2r + \frac{R}{n}} \right)^2。$$

将  $n=10$  及  $r=1.0$  欧、 $R=807$  欧、 $U=220$  伏代入上面式子得  $P_{\text{总}10}=585.2$  瓦， $U_{r10}=5.32$  伏、 $P_{r10}=14.2$  瓦。

将  $n=20$  代入，得  $P_{\text{总}20}=1142.9$  瓦， $U_{r20}=10.4$  伏， $P_{r20}=54$  瓦。

3268. 某电源的额定输出功率为 360 瓦，额定输出电流为 5.0 安。有额定电压为 36 伏，额定功率为 30 瓦的灯泡若干只，要使灯泡能正常发光，应该怎样把它们接入电路？并画出电路图。

[分析] 按题意可求得电源的额定输出电压为  $U = \frac{P}{I} = \frac{360}{5}$  伏 = 72

伏，灯泡的额定电流为  $I_L = \frac{P_L}{U_L} = \frac{30}{36}$  安 =  $\frac{5}{6}$  安，可见灯泡可 2 只串联成

一组，再把 6 组 ( $5 / \frac{5}{6} = 6$ ) 并联后接入电路。

[解答] 电路图如附图所示。因为电源额定输出电压

$$U = \frac{P}{I} = \frac{360}{5} \text{ 伏} = 72 \text{ 伏，}$$

每只灯泡的额定电压

$$U_L = 36 \text{ 伏，}$$

所以灯泡应两只串联成一组；因为电源额定输出电流

$$I = 5.0 \text{ 安，}$$

每只灯泡的额定电流

$$I_L = \frac{P_L}{U_L} = \frac{30}{36} \text{ 安} = \frac{5}{6} \text{ 安，}$$

所以灯泡应由两只串联成一组的共 6 组 ( $5 / \frac{5}{6} = 6$  组) 并联后接入电路。

3269. 在附图的电路中, 电压  $U$  为 10 伏, 电阻  $R$  为 5.0 欧, (1) 当  $c$ 、 $d$  连接起来时, 电路中的电流强度有多大? (2) 当将内阻  $R_A$  为 0.10 欧的安培表两端分别接在  $c$ 、 $d$  上时, 电路中的电流强度有多大? (3) 当将内阻  $R_A$  为 1.0 欧的安培表两端分别接在  $c$ 、 $d$  上时, 电路中电流强度又为多大? (4) 将安培表串接在电路中测量电流, 对测量结果有什么影响? 哪一个安培表的影响小些?

[解答] (1) 当  $c$ 、 $d$  直通 (可看作  $R_{A1}=0$ ) 时

$$I_1 = \frac{U}{R + R_{A1}} = \frac{10}{5.0 + 0} \text{ 安} = 2 \text{ 安}。$$

(2) 当  $R_{A2}=0.10$  欧时

$$I_2 = \frac{U}{R + R_{A2}} = \frac{10}{5.0 + 0.10} \text{ 安} = 1.96 \text{ 安}。$$

(3) 当  $R_{A3}=1.0$  欧时

$$I_3 = \frac{U}{R + R_{A3}} = \frac{10}{5.0 + 1.0} \text{ 安} = 1.67 \text{ 安}。$$

(4) 由上可知, 安培表的内阻使被测电路的电阻增大, 电流减小。安培表的内阻  $R_A$  越大, 造成的误差就越大, 电流的测量值低于电流的实际值就越大。为了尽量减小测量误差, 要求安培表的内阻和被测电路电阻相比越小越好。在本题中  $R_A=0.10$  欧的安培表对测量的影响较小。

3270. 在附图的电路中, 电压  $U$  为 10 伏, 电阻  $R_1=500$  欧,  $R_2=500$  欧。(1) 电阻  $R_2$  两端的电压有多大? (2) 当将内阻  $R_V$  为 10 千欧的伏特表并联在  $R_2$  两端时,  $R_2$  的电压有多大? (3) 当将内阻  $R_V$  为 1 千欧的伏特表并联在  $R_2$  两端时,  $R_2$  的电压有多大? (4) 将伏特表并联在电路中测量电压, 对测量结果有什么影响? 哪一个伏特表的影响小一些。

[解答] (1)  $R_2$  不接伏特表 (可认为接有一个内阻  $R_{V1}=\infty$  的伏特表) 时

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{500}{500 + 500} \times 10 \text{ 伏} = 5 \text{ 伏}。$$

(2) 当  $R_{V2} = 10 \times 10^3$  欧时

$$U_2' = \frac{\frac{R_2 R_{V2}}{R_2 + R_{V2}}}{R_1 + \frac{R_2 R_{V2}}{R_2 + R_{V2}}} \cdot U = \frac{\frac{500 \times 10^4}{500 + 10^4}}{500 + \frac{500 \times 10^4}{500 + 10^4}} \times 10 \text{ 伏}$$

$$= 4.88 \text{ 伏}。$$

(3) 当  $R_{V3}=1000$  欧时

$$U_2'' = \frac{\frac{R_2 R_{V3}}{R_2 + R_{V3}}}{R_1 + \frac{R_2 R_{V3}}{R_2 + R_{V3}}} \cdot U = \frac{\frac{500 \times 1000}{500 + 1000}}{500 + \frac{500 \times 1000}{500 + 1000}} \times 10 \text{ 伏}$$

$$= 4 \text{ 伏}。$$

(4)由上可知,由于伏特表的并联使被测电路的电阻减小,分配的电压也减小。伏特表的内阻  $R_V$  越小,造成的误差就越大,电压的测量值低于电压的实际值就越大。为了尽量减小测量误差,要求伏特表的内阻和被测电路电阻相比越大越好。在本题中  $R_V=10$  千欧的伏特表对测量的影响较小。

3271. 伏特表串联 1000 欧电阻后,并联接入某电路中,读数为 2 伏;如果再串联 1000 欧电阻后,并联接入同一电路时,读数为 1.5 伏。求伏特表的电阻。

[解答] 由于伏特表的表面刻度是线性(刻度数和流过电表的电流成正比)的,所以两次通过伏特表的电流的比为

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3},$$

$$\text{又} \quad I_1 = \frac{U}{R_V + R},$$

$$I_2 = \frac{U}{R_V + 2R}.$$

$$\begin{aligned} \text{两式相除,得} \quad \frac{I_1}{I_2} &= \frac{R_V + 2R}{R_V + R}, \\ \frac{4}{3} &= \frac{R_V + 2 \times 1000}{R_V + 1000}, \end{aligned}$$

伏特表的内阻  $R_V=2000$  欧。

3272. 电流表的内阻是 400 欧,量程是 200 微安。当改装成 10 伏的伏特表时,应串联多大的分压电阻?当改装成 1 安的安培表时,应并联多大的分流电阻?

[解答] 设改装成伏特表时,应串联的电阻为  $R_n$ ;改装成安培表时,应并联的电阻为  $R_s$ 。则

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{U_n}{I_n} = \frac{U - U_g}{I_g} = \frac{U}{I_g} - R_g \\ &= \frac{10}{200 \times 10^{-6}} \text{ 欧} - 400 \text{ 欧} = 49600 \text{ 欧} \\ &= 49.6 \text{ 千欧}, \end{aligned}$$

$$R_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{U_g}{I - I_g} = \frac{200 \times 10^{-6} \times 400}{1 - 200 \times 10^{-6}} \text{ 欧} = 0.08 \text{ 欧}.$$

3273. 有一安培表,把它改装成量程为 3 安的安培表,需要加一个 0.2 欧的分路电阻;如果要把它改装成量程是 6 安的安培表,需要加一个 0.08 欧的分路电阻,求安培表原来的电阻和量程。

[解答] 设安培表原来的电阻为  $R_g$ ,量程为  $I_g$ ,则安培表两端在满偏时的电压为  $U_g = I_g R_g$ 。

安培表并联  $R_1=0.2$  欧分路电阻时,其量程为  $I_1=3$  安,这时

$$I_1 \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_g} = U_g \quad (1)$$

安培表并联  $R_2=0.08$  欧分路电阻时，其量程为  $I_2=6$  安，这时

$$I_2 \frac{R_2 R_g}{R_2 + R_g} = U_g \quad (2)$$

(1)、(2)两式相等

$$I_1 \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_g} = I_2 \frac{R_2 R_g}{R_2 + R_g} ,$$

$$3 \times \frac{0.2 R_g}{0.2 + R_g} = 6 \times \frac{0.08 R_g}{0.08 + R_g} ,$$

解得安培表原来的电阻  $R_g=0.4$  欧。

由于 
$$I_1 \frac{R_1 R_g}{R_1 + R_g} = U_g = I_g R_g ,$$

得安培表原来的量程

$$I_g = \frac{R_1}{R_1 + R_g} I_1 = \frac{0.2}{0.2 + 0.4} \times 3 \text{安} = 1 \text{安}。$$

3274. 如附图所示，电流表  $G_1$  和  $r_1$  组成伏特表，电流表  $G_2$  和  $r_2$  组成安培表。已知  $r_1 = 5900$  欧， $r_2 = \frac{1}{9.99}$  欧， $R_{g1} = R_{g2} = 100$  欧。当通过  $G_1$  和  $G_2$  的电流都是 1 毫安时，问：(1)  $R$  的电阻值多大？(2) 如果电源内电阻  $r=0.5$  欧，电源的电动势是多大？

[分析] (1)  $R$  可用公式  $R = \frac{U_R}{I_R}$  求得。其中  $I_R$  可由安培表求得； $U_R$

可由伏特表量得的电压减去安培表两端的电压得到。

(2) 伏特表量得的是路端电压，而总电流  $I = I_{g1} + I_R$ ，利用全电路欧姆定律  $\mathcal{E} = U + U_r$  就可求得电源电动势。

[解答] (1) 在安培表中， $\frac{I_{r2}}{I_{g2}} = \frac{R_{g2}}{r_2}$ ，当  $I_{g2} = 1$  毫安时，

$$I_{r2} = \frac{R_{g2}}{r_2} \cdot I_{g2} = \frac{100}{\frac{1}{9.99}} \times 1 \text{毫安} = 999 \text{毫安}；$$

$$I_R = I_{r2} + I_{g2} = (999 + 1) \text{毫安} = 1000 \text{毫安} = 1 \text{安}。$$

在伏特表中， $U = I_{g1}(r_1 + R_{g1})$ ，当  $I_{g1} = 1$  毫安时，

$$U = 1 \times 10^{-3} (5900 + 100) \text{伏} = 6 \text{伏}，$$

又安培表两端的电压

$$U_{g2} = I_{g2} \times R_{g2} = 1 \times 10^{-3} \times 100 \text{伏} = 0.1 \text{伏}，$$

$$U_R = U - U_{g2} = (6 - 0.1) \text{伏} = 5.9 \text{伏}，$$

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{5.9}{1} \text{欧} = 5.9 \text{欧}。$$

(2)总电流  $I = I_{g1} + I_R = 1 \times 10^{-3} \text{安} + 1 \text{安} = 1.001 \text{安}$  ,

电源电动势  $= U + Ir$

$$= 6 \text{伏} + 1.001 \times 0.5 \text{伏} = 6.5 \text{伏}.$$

3275 . 附图所示的是有两个量程的安培表, 当使用 a、b 两端点时, 量程为 1 安, 当使用 a、c 两端点时, 量程为 0.1 安。已知电流表的内阻  $R_g$  为 200 欧, 满偏电流  $I_g$  为 2 毫安, 求电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。

[分析] 当安培表量程为 0.1 安时, 分流电阻为  $R_1 + R_2$ , 电流表的内阻为  $R_g$ ; 当安培表量程为 1 安时, 分流电阻为  $R_1$ , 电流表的内阻可以看作是  $R_g + R_2$ 。

[解答] 
$$\frac{R_1 + R_2}{R_g} = \frac{I_g}{I_a - I_g} ,$$

$$R_1 + R_2 = \frac{I_g R_g}{I_a - I_g} = \frac{0.002 \times 200}{0.1 - 0.002} \text{欧} = 4.08 \text{欧} \quad (1)$$

$$\frac{R_1}{R_2 + R_g} = \frac{I_g}{I_b - I_g} ,$$

$$R_1 = (R_2 + R_g) \times \frac{I_g}{I_b - I_g} = (R_2 + 200) \times \frac{0.002}{1 - 0.002} \text{欧}$$

$$= 0.002R_2 + 0.4 \text{欧} \quad (2)$$

由(1)、(2)式解得  $R_1 = 0.41 \text{欧}$ ,  $R_2 = 3.67 \text{欧}$ 。

3276 . 一个电流计的内阻为 12 欧, 当通过的电流为 2 毫安时, 其指针偏转 1 度。(1)用它做安培表, 要使它偏转 1 度为 1 安, 应接上多大的电阻? 如何连接? (2)用它做伏特表, 要使它偏转 1 度为 1 伏, 应接上多大电阻? 如何连接?

[解答] 设电流计每偏转 1 度, 流过的电流为  $I_g'$ , 其两端的电压为  $U_g'$ , 电流表的内阻为  $R_g$ 。

(1)用它做安培表, 应并联电阻

$$R_s = \frac{U_g'}{I' - I_g'} = \frac{I_g' R_g}{I' - I_g'} = \frac{0.002 \times 12}{1 - 0.002} \text{欧}$$
$$= 0.024 \text{欧}.$$

(2)用它做伏特表, 应串联电阻

$$R_n = \frac{U_n}{I_n} = \frac{U' - I_g' R_g}{I_g'}$$
$$= \frac{1 - 0.002 \times 12}{0.002} \text{欧} = 488 \text{欧}.$$

3277 . 一个电流表的内阻  $R_g = 10 \text{欧}$ , 电流表偏转满度时的电流是 0.02 安。现将这电流表改装成安培表, 满刻度读数为 10 安。如果仅有一个 0.03 欧的分路电阻可用, 那么必须给电流表串联多大的电阻  $R$ ?

[解答] 该电流表改装成  $I = 10 \text{安}$  的安培表的电路如附图所示。

$$\frac{I_g}{I_1} = \frac{I_g}{I - I_g} = \frac{R_1}{R_g + R},$$

$$\frac{0.02}{10 - 0.02} = \frac{0.03}{10 + R_1},$$

解得  $R = 4.97$  欧。

3278. 电池的内电阻是 0.2 欧，外电路上的电压是 1.8 伏，电路里的电流强度是 0.2 安。求：(1) 电池的电动势；(2) 外电路的电阻。

[解答] (1) 电路的电动势 (由全电路欧姆定律求)

$$= U + Ir = 1.8 \text{ 伏} + 0.2 \times 0.2 \text{ 伏} = 1.84 \text{ 伏}.$$

(2) 外电路的电阻 (由部分电路欧姆定律求)

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1.8}{0.2} \text{ 欧} = 9 \text{ 欧}.$$

3279. 电动势为 2.0 伏的电源和 9.0 欧的电阻接成闭合电路，电源两极间的电压为 1.8 伏，求电源的内电阻。

[解法一] 电源的内电阻  $r$  和外电路电阻  $R$  串接，

$$\frac{U_r}{r} = \frac{U_R}{R}, \quad \frac{\varepsilon - U_R}{r} = \frac{U_R}{R},$$

$$\frac{2.0 - 1.8}{r} = \frac{1.8}{9.0},$$

得电源内电阻  $r = 1$  欧。

[解法二] 闭合电路中的电流强度可由部分电路欧姆定律求得：

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{1.8}{9.0} \text{ 安} = 0.2 \text{ 安}.$$

由全电路欧姆定律  $= U + Ir$  可得电源内电阻

$$r = \frac{\varepsilon - U}{I} = \frac{2.0 - 1.8}{0.2} \text{ 欧} = 1 \text{ 欧}.$$

3280. 蓄电池的电动势  $= 10$  伏，内阻  $r = 1$  欧，跟外电阻相连时，外电阻功率为 9 瓦。试求路端电压，为什么有两解？

[解答] 由公式  $\begin{cases} U = \varepsilon - Ir, \\ P = IU. \end{cases}$

$$\text{得} \quad U = \varepsilon - \frac{P}{U} r,$$

$$U^2 - U + Pr = 0.$$

路端电压有两解：

$$U_1 = \frac{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - 4Pr}}{2} = \frac{10 + \sqrt{10^2 - 4 \times 9 \times 1}}{2} \text{ 伏} = \frac{10 + 8}{2} \text{ 伏}$$

$$= 9 \text{ 伏}.$$

$$U_2 = \frac{\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - 4Pr}}{2} = \frac{10 - 8}{2} \text{ 伏} = 1 \text{ 伏}.$$

路端电压有两解的原因：由于输出功率  $P = \frac{\varepsilon^2}{(R + r)^2} \cdot R$ ，当  $R = r$

时,  $P$  有最大值, 且只对应一个路端电压 (数值为  $\frac{\varepsilon}{2}$ ); 而如果  $P < P_{\max}$  时, 其电阻值定在  $R > r$  或  $R < r$  的两种范围内。  $R$  既然有两种不同的值, 对应的路端电压也有两个不同的值。

3281. 由一个电池和一个电阻  $R$  组成的简单电路, 当外电阻  $R$  的值增为原来的 3 倍时, 电流变为原来的一半。求内外电阻阻值的比。

[解答]

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{3R + r}$$

$$\frac{I}{I'} = \frac{3R + r}{R + r},$$

$$\frac{2}{1} = \frac{3R + r}{R + r}.$$

解得  $R = r$ , 即  
内外电阻阻值的比

$$r : R = 1 : 1.$$

3282. 有一个电阻  $R$ , 将它接到内电阻是 1 欧的蓄电池组两极间, 这时蓄电池两端的电压为 3 伏。如果在  $R$  上串联一个 6 欧的电阻, 再接到蓄电池组两极间, 则蓄电池组两端的电压为 4 伏。求电阻  $R$  的值。

[解答] 设蓄电池组的电动势为  $\varepsilon$ , 则

$$U_1 = \frac{R}{R + r} \varepsilon, \quad 3 = \frac{R}{R + 1} \varepsilon \quad (1)$$

$$U_2 = \frac{(R + 6)}{(R + 6) + r} \varepsilon, \quad 4 = \frac{R + 6}{R + 6 + 1} \varepsilon \quad (2)$$

(1) 式除以 (2) 式得

$$\frac{3}{4} = \frac{R}{R + 1} \times \frac{R + 6}{R + 7},$$

$$R^2 + 7R - 18 = 0,$$

$$(R - 2)(R + 9) = 0,$$

电阻  $R$  的值为 2 欧。(  $R$  的另一解为  $-9$ , 应舍去。 )

3283. 有一段电阻为 12 欧的导线直接连在一电池的两极, 当加一分路 (即并联一个电阻) 时, 导线中的电流减为原来电流的二分之一, 而通过电池的电流变为原来的两倍。问: 后加的那个分路的电阻是多少? 电池的内电阻是多少?

[解答] 题中的两种情况图 (a) 和图 (b)。

设电池的电动势为  $\varepsilon$ , 内电阻为  $r$ 。

对图 (a): 通过导线  $R_1$  中的电流  $I_1$  和通过电池的电流  $I$  相同,

$$I_1 = I = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}.$$

对图 (b): 通过导线  $R_1$  中的电流  $I_1' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I'$ 。

通过电池的电流

$$I' = \varepsilon / \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r \right).$$

$$\text{由于 } I_1' = \frac{1}{2} I, \text{ 于是 } \frac{R_2}{R_2 + R_2} \times \frac{\varepsilon}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} = \frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \quad (1)$$

$$\text{由于 } I' = 2I, \text{ 于是 } \frac{\varepsilon}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} = 2 \times \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \quad (2)$$

$$(1)\text{式除以}(2)\text{式得 } \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{4},$$

$$\frac{R_2}{12 + R_2} = \frac{1}{4},$$

$$R_2 = 4 \text{ 欧}.$$

将  $R_2$  代入(2)式, 得

电池内电阻  $r=6$  欧。

3284. 用电动势为 120 伏、内电阻为 4 欧的蓄电池组给电灯供电, 每盏电灯都标有“100V、25W”字样。要使电灯正常发光, 应将多少盏这样的电灯并联到电池组上?

[解答] 每盏电灯的电阻  $R = \frac{U^2}{P} = \frac{100^2}{25}$  欧 = 400 欧。

要使电灯正常发光, 电灯电压应等于额定电压。设并联电灯的盏数为  $n$ , 则

$$U = \frac{R/n}{\frac{R}{n} + r} \varepsilon,$$

$$100 = \frac{400/n}{\frac{400}{n} + 4} \times 120,$$

解得  $n=20$  盏。

3285. 发电机的电动势为 240 伏, 内电阻为 0.40 欧, 输电线的电阻共计 1.6 欧, 给 55 盏电阻都是 1210 欧的电灯供电。求:

(1) 加在电灯上的电压;

(2) 每盏电灯消耗的功率, 发电机输出的功率, 输电线上损失的功率;

(3) 如果再加接 55 盏同样的电灯, (1)、(2) 的结果又等于多少?

[解答] 设发电机电动势为  $\varepsilon$ , 内电阻为  $r$ ; 输电线电阻为  $r_{\text{线}}$ , 每

盏灯的电阻为  $R$ , 盏数为  $n$ 。

(1) 加在电灯上的电压

$$U_R = \frac{R/n}{\frac{R}{n} + r + r_{\text{线}}} \cdot \varepsilon$$

$$= \frac{1210/55}{\frac{1210}{55} + 0.40 + 1.6} \times 240 \text{伏} = 220 \text{伏}。$$

(2) 每盏灯消耗功率  $P_R = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2}{1210} \text{瓦} = 40 \text{瓦}。$

发电机输出功率

$$P_{\text{出}} = P_{\text{线}} + P_{\text{灯}} = \left( \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + r + r_{\text{线}}} \right)^2 \cdot r_{\text{线}} + nP_R$$

$$= \left( \frac{240}{\frac{1210}{55} + 0.40 + 1.6} \right)^2 \times 1.6 \text{瓦} + 55 \times 40 \text{瓦}$$

$$= 2360 \text{瓦}。$$

输电线上损失的功率

$$P_{\text{线}} = I^2 r_{\text{线}} = 10^2 \times 1.6 \text{瓦} = 160 \text{瓦}。$$

(3) 当  $n' = (55+55)$  盏 = 110 盏，

$$U'_R = \frac{R/n'}{\frac{R}{n'} + r + r_{\text{线}}} \cdot \varepsilon = \frac{\frac{1210}{110}}{\frac{1210}{110} + 0.40 + 1.6} \times 240 \text{伏}$$

$$= 203 \text{伏}；$$

$$P'_R = \frac{U'^2_R}{R} = \frac{203^2}{1210} \text{瓦} = 34.1 \text{瓦}；$$

$$P'_{\text{出}} = P'_{\text{线}} + P'_{\text{灯}} = \left( \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n'} + r + r_{\text{线}}} \right)^2 r_{\text{线}} + n' P'_R$$

$$= \left( \frac{240}{\frac{1210}{110} + 0.40 + 1.6} \right)^2 \times 1.6 \text{瓦} + 110 \times 34.1 \text{瓦}$$

$$= 4296.3 \text{瓦}；$$

$$P'_{\text{线}} = I^2 r_{\text{线}} = 545.3 \text{瓦}。$$

3286. 发电机的内电阻是 0.5 欧。要想使距离发电机 100 米远的工厂获得 110 伏的电压，电路上的电流强度是 100 安，那么发电机的电动势应该是多少？输电线上的电势降落是多少？（已知输电铜导线的横截面积是 50 毫米<sup>2</sup>。铜的电阻率是 0.0175 欧· $\frac{\text{毫米}^2}{\text{米}}$ 。）

[解答] 铜导线的电阻

$$R_{\text{线}} = \rho \frac{l}{S} = 0.0175 \times \frac{2 \times 100}{50} \text{ 欧} = 0.07 \text{ 欧}。$$

输电线上的电势降落

$$U_{\text{线}} = IR_{\text{线}} = 100 \times 0.07 \text{ 伏} = 7 \text{ 伏}。$$

发电机的电动势

$$\begin{aligned} &= U + U_{\text{线}} + U_{\text{内}} \\ &= U + U_{\text{线}} + Ir \\ &= 110 \text{ 伏} + 7 \text{ 伏} + 100 \times 0.5 \text{ 伏} \\ &= 167 \text{ 伏}。 \end{aligned}$$

3287. 发电机的内电阻是 0.22 欧，它所发出的电流要输向 400 米远的工厂。如果工厂使用的电压是 220 伏，工厂里所用电灯的电阻都是 110 欧，电路上的电流强度是 100 安，输电铜导线的横截面积是 50 毫米<sup>2</sup>。已知铜的电阻率为 0.0175 欧·毫米<sup>2</sup>/米。求：(1) 输电线上的电势降落；(2) 发电机的电动势；(3) 工厂里所装电灯盏数；(4) 如果因生产需要，工厂里又加接 5 盏电灯，则电灯两端的电压又是多少？

[分析] 在本题的闭合电路中，要求发电机的电动势就应先求输电线的电势降落  $U_{\text{线}}$  和发电机内电阻上的电势降落  $U_r$ 。当发电机的电动势确定后，负载的增加将导致用户电压的跌落。其原因是负载增加后，输电电流增加， $U_{\text{线}}$ 、 $U_r$  都要增大。

[解答] (1) 输电线电阻 (注意要算两根电线)

$$R_{\text{线}} = \rho \cdot \frac{2l}{S} = 0.0175 \times \frac{2 \times 400}{50} \text{ 欧} = 0.28 \text{ 欧}，$$

输电线上的电势降落

$$U_{\text{线}} = IR_{\text{线}} = 100 \times 0.28 \text{ 伏} = 28 \text{ 伏}。$$

(2) 发电机的电动势

$$\begin{aligned} &= U_{\text{灯}} + U_{\text{线}} + U_r = 220 \text{ 伏} + 28 \text{ 伏} + 100 \times 0.22 \text{ 伏} \\ &= 270 \text{ 伏}。 \end{aligned}$$

(3) 工厂里所装电灯的盏数

$$\begin{aligned} n &= \frac{I}{I_{\text{灯}}} = \frac{I}{U_{\text{灯}} / R_{\text{灯}}} = \frac{100}{220 / 110} \text{ 盏} \\ &= 50 \text{ 盏}。 \end{aligned}$$

(4) 增加 5 盏灯后输电线电流

$$I' = 55 \frac{U'_{\text{灯}}}{R_{\text{灯}}}, \text{ (注意这时 } U'_{\text{灯}} \neq 220 \text{ 伏)}$$

电灯两端电压

$$\begin{aligned} U'_{\text{灯}} &= \varepsilon - U'_{\text{线}} - U_r = \varepsilon - I'(R_{\text{线}} + r) \\ &= \varepsilon - 55 \cdot \frac{U'_{\text{灯}}}{R_{\text{灯}}} (R_{\text{线}} + r), \end{aligned}$$

$$U'_{\text{灯}} = \frac{R_{\text{灯}}}{[R_{\text{灯}} + 55(R_{\text{线}} + r)]} \cdot \varepsilon$$

$$= \frac{110}{[110 + 55(0.28 + 0.22)]} \times 270 \text{伏} = 216 \text{伏}。$$

3288. 一个小电珠的额定功率是 0.6 瓦，额定电压是 6 伏，将它和一个电阻串联后，再和电动势为 9 伏，内电阻为 1 欧的电池组相连接。问 R 取何值时小电珠正常发光？

[分析] 由小电珠的额定功率、额定电压可求出其额定电流和小电珠在正常发光时的电阻；由全电路欧姆定律可求出所串联的电阻 R。

[解答] 小电珠的额定电流

$$I_{\text{灯}} = \frac{P_{\text{灯}}}{U_{\text{灯}}} = \frac{0.6}{6} \text{安} = 0.1 \text{安}。$$

小电珠正常发光时的电阻

$$R_{\text{灯}} = \frac{U_{\text{灯}}^2}{P_{\text{灯}}} = \frac{6^2}{0.6} \text{欧} = 60 \text{欧}。$$

设所串联的电阻为 R，则

$$\begin{aligned} &= U_{\text{灯}} + U_R + U_r = U_{\text{灯}} + IR + Ir \\ &= U_{\text{灯}} + I_{\text{灯}}R + I_{\text{灯}}r, \\ R &= \frac{\varepsilon - U_{\text{灯}} - I_{\text{灯}}r}{I_{\text{灯}}} \\ &= \frac{9 - 6 - 0.1 \times 1}{0.1} \text{欧} = 29 \text{欧}。 \end{aligned}$$

3289. 附图所示的电路中，电源的电动势为 8 伏，内电阻为 1 欧，安培表的读数为 2 安，伏特表的读数为 4 伏，求  $R_1$ 、 $R_2$  各是多少？电源的电动势为多少？

[解答]  $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_2}{I} = \frac{4}{2} \text{欧} = 2 \text{欧}，$

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{U_1}{I_1} = \frac{\varepsilon - U_2 - Ir}{I} \\ &= \frac{8 - 4 - 2 \times 1}{2} \text{欧} = 1 \text{欧}。 \end{aligned}$$

3290. 图中每个电池的电动势为 2 伏，内电阻为 0.1 欧，电阻  $R_2=2$  欧， $R_3=3$  欧，流过电池的电流为 2 安。求：(1) $R_1$  的阻值；(2)电池组的路端电压；(3)电路 AB 部分的消耗功率；(4)如果  $R_3$  断开，电池组的路端电压有何变化？为什么？

[解答] (1)总电阻 
$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = R_1 + \frac{2 \times 3}{2 + 3}$$

$$= (R_1 + 1.2) \text{ 欧}。$$

总电流 
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} ,$$

$$2 = \frac{2 \times 2}{(R_1 + 1.2) + 2 \times 0.1} ,$$

得  $R_1 = 0.6 \text{ 欧}。$

(2)电池组路端电压

$$U = \varepsilon - Ir = 4 \text{ 伏} - 2 \times 0.2 \text{ 伏} = 3.6 \text{ 伏}。$$

(3)电路 AB 部分消耗的功率

$$P_{AB} = I^2 \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2^2 \times \frac{2 \times 3}{2 + 3} \text{ 瓦} = 4.8 \text{ 瓦}。$$

(4) $R_3$  断开后, 外电路总电阻增大, 总电流减小, 电源内压降减小, 电池组路端电压增大。

3291. 电源的电动势为 8.0 伏, 内电阻为 1.0 欧, 外电路有三个电阻,  $R_1$  为 4.5 欧,  $R_2$  为 2.0 欧,  $R_3$  为 3.0 欧, 连接如附图所示。求:

- (1)干路中的电流, 支路中的电流;
- (2)外电路中各个电阻上的电势降落, 电源内部的电势降落;
- (3)电源的功率, 各个电阻消耗的功率, 电源内部损耗的功率。

[解答] (1)干路中的电流可由闭合电路欧姆定律求得

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r}$$

$$= \frac{8.0}{4.5 + \frac{2.0 \times 3.0}{2.0 + 3.0} + 1.0} \text{ 安} = 1.2 \text{ 安}。$$

$R_2$  与  $R_3$  并联,  $R_2$  中电流

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I = \frac{3.0}{2.0 + 3.0} \times 1.2 \text{ 安} = 0.72 \text{ 安} ,$$

$R_3$  中电流  $I_3 = I - I_2 = 1.2 \text{ 安} - 0.72 \text{ 安} = 0.48 \text{ 安}。$

(2) $R_1$  上的电势降落  $U_1 = I_1 R_1 = IR_1 = 1.2 \times 4.5 \text{ 伏} = 5.4 \text{ 伏} ,$

$R_2$ 、 $R_3$  上的电势降落相等

$$U_2 = U_3 = I \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1.2 \times \frac{2.0 \times 3.0}{2.0 + 3.0} \text{ 伏} = 1.4 \text{ 伏} ,$$

电源内部的电势降落

$$U_r = Ir = 1.2 \times 1.0 \text{ 伏} = 1.2 \text{ 伏} ,$$

可见  $= U_1 + U_2 + U_r = U_{\text{外}} + U_{\text{内}}。$

(3)电源的功率  $P = I \varepsilon = 1.2 \times 8.0 \text{ 瓦} = 9.6 \text{ 瓦} ,$

$$R_1 \text{ 消耗的功率 } P_1 = I_1^2 R_1 = I^2 R_1 = 1.2^2 \times 45 \text{ 瓦} = 6.5 \text{ 瓦},$$

$$R_2 \text{ 消耗的功率 } P_2 = I_2^2 R_2 = 0.72^2 \times 2.0 \text{ 瓦} = 1.0 \text{ 瓦},$$

$$R_3 \text{ 消耗的功率 } P_3 = I_3^2 R_3 = 0.48^2 \times 3.0 \text{ 瓦} = 0.69 \text{ 瓦},$$

$$\text{电源内部损耗功率 } P_r = I^2 r = 1.2^2 \times 1 \text{ 瓦} = 1.4 \text{ 瓦},$$

$$\text{可见 } P = P_1 + P_2 + P_3 + P_r = P_{\text{外}} + P_{\text{内}}.$$

3292. 如附图所示, 已知电源电动势为 12 伏, 内电阻为 1 欧,  $R_1=3$  欧,  $R_2=4$  欧,  $R_3=6$  欧,  $R_4=40$  欧, 当转换开关 K 分别接通 1、2、3 位置时, 求: (1) 电路中总电流分别是多大? (2)  $R_2$  消耗的电功率分别是多大?

[解答] K 接“1”时,  $R_3$  被短接, 外电路由  $R_1$ 、 $R_2$  串联组成。这时电路中总电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{12}{3 + 4 + 1} \text{ 安} = 1.5 \text{ 安},$$

$R_2$  消耗的功率

$$P_2 = I_2^2 R_2 = I^2 R_2 = 1.5^2 \times 4 \text{ 瓦} = 9 \text{ 瓦};$$

K 接“2”时,  $R_4$  与  $R_2$ 、 $R_3$  的串联电路并联, 再与  $R_1$  串联, 组成了外电路。这时

$$\begin{aligned} \text{总电流 } I' &= \varepsilon / \left[ R_1 + \frac{R_4(R_2 + R_3)}{R_4 + R_2 + R_3} + r \right] = 12 / \left[ 3 + \frac{40(4 + 6)}{40 + 4 + 6} + 1 \right] \text{ 安} \\ &= 1 \text{ 安}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 \text{ 消耗的功率 } P_2' &= I_2'^2 R_2 = \left[ \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4} I' \right]^2 R_2 \\ &= \left[ \frac{40}{4 + 6 + 40} \times 1 \right]^2 \times 4 \text{ 瓦} = 2.56 \text{ 瓦}; \end{aligned}$$

K 接“3”时,  $R_2$  和  $R_3$  组成的串联电路被短接, 外电路仅由  $R_1$  组成。这时总电流  $I'' = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{12}{3 + 1} \text{ 安} = 3 \text{ 安}$ ,  $R_2$  消耗的功率  $P_2'' = 0$ 。

3293. 在图示电路中, 每个电池的电动势为 1.5 伏, 内电阻为 0.5 欧。三个电阻的阻值分别为  $R_1=2.5$  欧,  $R_2=12$  欧,  $R_3=4$  欧。开始时, 开关  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  都未合上。求:

- (1) 合上开关  $K_1$ , 通过  $R_1$  的电流和 A、B 间的电压各为多少?
- (2)  $K_1$ 、 $K_2$  都合上时, 通过  $R_1$  的电流和 A、B 间的电压又为多少?
- (3)  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  都合上时, 再求通过  $R_1$  的电流和 A、B 间的电压。

[解答] 电池组的电动势  $\varepsilon = 2 \times 1.5 \text{ 伏} = 3 \text{ 伏}$ , 内电阻

$$r = \frac{2 \times 0.5}{2} \text{ 欧} = 0.5 \text{ 欧}.$$

$$(1) \quad I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{3}{2.5 + 12 + 0.5} \text{ 安} = 0.2 \text{ 安},$$

$$U_{AB} = \varepsilon - Ir = 3 \text{ 伏} - 0.2 \times 0.5 \text{ 伏} = 2.9 \text{ 伏}.$$

$$(2) \quad I' = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r} = \frac{3}{2.5 + \frac{12 \times 4}{12 + 4} + 0.5} \text{安} = 0.5 \text{安},$$

$$U'_{AB} = \varepsilon - I'r = 3 \text{伏} - 0.5 \times 0.5 \text{伏} = 2.75 \text{伏}.$$

$$(3) K_1、K_2、K_3 \text{都合上后, } R_1、R_2 \text{被短接, 这时 } I'' = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$$

$$= \frac{3}{2.5 + 0.5} \text{安} = 1 \text{安},$$

$$U''_{AB} = -I''r = 3 \text{伏} - 1 \times 0.5 \text{伏} = 2.5 \text{伏}.$$

3294. 图示的电路中, 三个电阻阻值为:  $R_1=2$  欧,  $R_2=4$  欧,  $R_3=4$  欧, 电池电动势  $\varepsilon=4.2$  伏, 内电阻  $r=0.2$  欧。求:

(1) 接通电键 K、断开  $K'$  时,  $R_1$  和  $R_2$  两端电压的比  $U_1 : U_2$ ;

(2) K、 $K'$  都接通时,  $R_1$  和  $R_2$  两端的电压的比  $U'_1 : U'_2$ ;

(3) K、 $K'$  都接通时, 通过  $R_2$  的电流强度  $I_2$ 。

[分析] 第(1)、(2)小题可由串联电路的分压性质直接求出。如用全电路欧姆定律求  $I$ , 再求  $U_1$ 、 $U_2$  及它们的比则十分烦琐。第(3)小题可先求出  $I$  再由并联分流性质求出  $I_2$ 。

[解答] (1) K 通、 $K'$  断时,  $R_1$  和  $R_2$  串联,

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

(2) K、 $K'$  都通时,  $R_1$  和  $R_2$ 、 $R_3$  的并联电路相串联,

$$\frac{U'_1}{U'_2} = \frac{R_1}{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{2}{\frac{4}{2}} = 1:1.$$

(3) K、 $K'$  都通时, 总电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r}$$

$$= \frac{4.2}{2 + \frac{4}{2} + 0.2} \text{安} = 1 \text{安}.$$

通过  $R_2$  的电流强度

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I$$

$$= \frac{4}{4 + 4} \times 1 \text{安} = 0.5 \text{安}.$$

3295. 附图电路中, 每个电池电动势为 1.5 伏, 内阻为 0.1 欧, 电阻  $R_1=3$  欧,  $R_2=2$  欧,  $R_3=1.4$  欧。试求:

(1) 电键 K 闭合后的电池组输出功率、 $R_2$  消耗功率;

(2) 电键 K 断开后的  $R_2$  的电流、电池组的路端电压。

[解答] (1) K 闭合时, 外电路总电阻

$$R = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= 1.4 \text{ 欧} + \frac{3 \times 2}{3 + 2} \text{ 欧} = 2.6 \text{ 欧}。$$

$$\text{总电流 } I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{4 \times 15}{2.6 + 4 \times 0.1} \text{ 安} = 2 \text{ 安}。$$

$$\text{电池组输出功率 } P_{\text{出}} = I^2 R = 2^2 \times 2.6 \text{ 瓦} = 10.4 \text{ 瓦}。$$

$$R_2 \text{ 的电流 } I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I = \frac{3}{3 + 2} \times 2 \text{ 安} = 1.2 \text{ 安}。$$

$$R_2 \text{ 的功率 } P_2 = I_2^2 R_2 = 1.2^2 \times 2 \text{ 瓦} = 2.88 \text{ 瓦}。$$

(2) K 断开后

$$\text{通过 } R_2 \text{ 的电流 } I_2' = I' = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_3 + r} = \frac{6}{2 + 1.4 + 0.4} \text{ 安} = 1.6 \text{ 安}。$$

电池组的路端电压

$$U' = I'(R_2 + R_3) = 1.6 \times (2 + 1.4) \text{ 伏} = 5.4 \text{ 伏}。$$

3296. 图示电路中,  $R_1 = R_2 = R_3 = 30 \text{ 欧}$ , 电源内阻不计, 当电键 K 断开时, 电阻  $R_3$  的电功率为 30 瓦。求

- (1) A、B 两点间的电阻  $R_{AB}$ ;
- (2) 电阻  $R_1$  消耗的功率;
- (3) 电源的电动势;
- (4) 闭合电键 K 时, 电阻  $R_3$  消耗的功率。

$$[\text{解答}] (1) R_{AB} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 30 \text{ 欧} + \frac{30 \times 30}{30 + 30} \text{ 欧} = 45 \text{ 欧}。$$

$$(2) R_2 = R_3, I_2 = I_3, I_1 = 2I_3,$$

$$\text{又 } R_1 = R_3, \text{ 所以 } P_1 = 4P_3 = 4 \times 30 \text{ 瓦} = 120 \text{ 瓦}。$$

$$(3) \text{ 电路中总电流 } I = I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{120}{30}} \text{ 安} = 2 \text{ 安},$$

$$\text{电源电动势 } \varepsilon = IR_{AB} + Ir = (2 \times 45 + 2 \times 0) \text{ 伏} = 90 \text{ 伏}。$$

$$(4) \text{ 当 K 闭合, } R_1 \text{ 短接, } U_3' = \varepsilon = 90 \text{ 伏},$$

$$\text{电阻 } R_3 \text{ 消耗的功率 } P_3' = \frac{U_3'^2}{R_3} = \frac{90^2}{30} \text{ 瓦} = 270 \text{ 瓦}。$$

3297. 如图所示电路, 电源内阻  $r = 1 \text{ 欧}$ , 电阻  $R_1 = 2 \text{ 欧}$ ,  $R_2 = 4 \text{ 欧}$ ,  $R_3 = 12 \text{ 欧}$ , 当  $K_1$  断开、 $K_2$  闭合时, 伏特表的示数是 12 伏, 求: (1)  $K_1$  闭合、 $K_2$  断开时, 安培表、伏特表的示数和  $R_3$  的功率;

(2)  $K_1$ 、 $K_2$  都闭合时, 安培表、伏特表的示数和  $R_3$  的功率。

[解答] 外电路断路时, 电源路端电压等于电动势  $\varepsilon = 12 \text{ 伏}$ 。

(1)  $K_1$  闭合、 $K_2$  断开时, 外电路由  $R_1$ 、 $R_3$  串联组成。安培表的示数

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3 + r} = \frac{12}{2 + 12 + 1} \text{安} = 0.8 \text{安},$$

伏特表的示数

$$U = \varepsilon - Ir = 12 \text{伏} - 0.8 \times 1 \text{伏} = 11.2 \text{伏},$$

$R_3$  的功率

$$P_3 = I_3^2 R_3 = I^2 R_3 = 0.8^2 \times 12 \text{瓦} = 7.68 \text{瓦}.$$

(2)  $K_1$ 、 $K_2$  都闭合时，外电路由  $R_1$  和  $R_2$ 、 $R_3$  的并联电路串联组成。安培表的示数

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r} = \frac{12}{2 + \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 1} \text{安} = 2 \text{安},$$

伏特表的示数

$$U' = \varepsilon - I'r = 12 \text{伏} - 2 \times 1 \text{伏} = 10 \text{伏},$$

流过  $R_3$  的电流

$$I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I' = \frac{4}{4 + 12} \times 2 \text{安} = 0.5 \text{安},$$

$R_3$  的功率

$$P'_3 = I'^2_3 R_3 = 0.5^2 \times 12 \text{瓦} = 3 \text{瓦}.$$

3298. 附图电路中，电源电动势  $\varepsilon = 8$  伏，内电阻  $r = 1$  欧，电阻  $R_3 = 3$  欧。

(1) 当电键  $K$  断开时，安培表的示数为 2 安，伏特表的示数为 4 伏，求  $R_1$ 、 $R_2$  的阻值；

(2)  $K$  闭合后，安培表、伏特表的示数各为多少？

[解答] (1)  $K$  断开时

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{4}{2} \text{欧} = 2 \text{欧};$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{\varepsilon - U_2 - Ir}{I} = \frac{8 - 4 - 2 \times 1}{2} \text{欧} = 1 \text{欧}.$$

(2)  $K$  闭合后

安培表的示数

$$\begin{aligned} I'_2 &= \frac{R_3}{R_2 + R_3} I' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \times \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r} \\ &= \frac{3}{2 + 3} \times \frac{8}{1 + \frac{2 \times 3}{2 + 3} + 1} \text{安} = 1.5 \text{安}; \end{aligned}$$

伏特表的示数

$$U'_2 = I'_2 R_2 = 1.5 \times 2 \text{伏} = 3 \text{伏}.$$

3299. 有电路如图所示， $R_1 = 3000$  欧， $V_A$  是内阻为 6000 欧的伏特表，

$V_B$  是内阻为 3000 欧的伏特表。已知：

$K_1$  断开， $K_2$  接到 A 时，伏特表的读数是 4 伏；

$K_1$  接通， $K_2$  接到 A 时，伏特表的读数是 8 伏；

$K_1$  接通， $K_2$  接到 B 时，伏特表的读数是 7.5 伏。

求  $R_2$  的值。

[解答] 设电源电动势为  $\varepsilon$ 、内电阻为  $r$ ；伏特表  $V_A$ 、 $V_B$  的内阻分别为  $R_A$ 、 $R_B$ 。

$K_1$  断开， $K_2$  接到 A 时

$$U_{A1} = \frac{\frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A}}{R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A} + r} \varepsilon,$$
$$4 = \frac{\frac{3000 \times 6000}{3000 + 6000}}{R_2 + R_3 + \frac{3000 \times 6000}{3000 + 6000} + r} \varepsilon,$$
$$\varepsilon = \frac{1}{500} [2000 + R_2 + (R_3 + r)] \quad (1)$$

$K_1$  接通， $K_2$  接到 A 时

$$U_{A2} = \frac{\frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A}}{R_3 + \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A} + r} \varepsilon,$$
$$8 = \frac{2000}{R_3 + 2000 + r} \varepsilon$$
$$\varepsilon = \frac{1}{250} [2000 + (R_3 + r)] \quad (2)$$

$K_1$  接通， $K_2$  接到 B 时

$$U_B = \frac{\frac{R_1 R_B}{R_1 + R_B}}{R_3 + \frac{R_1 R_B}{R_1 + R_B} + r} \varepsilon,$$
$$7.5 = \frac{1500}{R_3 + 1500 + r} \varepsilon,$$
$$\varepsilon = \frac{1}{200} [1500 + (R_3 + r)] \quad (3)$$

由(2)、(3)式解得  $R_3 + r = 500$  欧，

由(1)式等于(2)式，

得 
$$\frac{1}{500} [2000 + R_2 + (R_3 + r)] = \frac{1}{250} [2000 + (R_3 + r)],$$
$$R_2 = 2000 + (R_3 + r) = 2000 \text{ 欧} + 500 \text{ 欧} = 2500 \text{ 欧}。$$

3330. 为了降低负载电阻  $R_0$  上的电压, 常在电路上加一个“T”型网络如附图(a)所示。现要求加上“T”型网络后, 负载  $R_0$  上的电压降为原来的一半, 而电源的输出功率不变。已知  $R_0=300$  欧, 求  $R_1$ 、 $R_2$  的阻值。

[解答] 设电源在未加“T”型网络时, 输出电流为  $I_0$ [图(b)], 加“T”型网络后输出电流为  $I$ [图(c)], 而输出功率都等于  $P$ 。则

$$I_0^2 r = I^2 r = P,$$

得  $I=I_0$  为一可能的解;

未加“T”型网络前, 外电路所得功率为  $I_0^2 R_0$ , 加入“T”型网络

后, 外电路所得功率为  $I^2 [R_2 + \frac{R_1(R_2 + R_0)}{R_1 + R_2 + R_0}]$ ,

所以  $I^2 [R_2 + \frac{R_1(R_2 + R_0)}{R_1 + R_2 + R_0}] = I_0^2 R_0$ 。

$$R_2 + \frac{R_1(R_2 + R_0)}{R_1 + R_2 + R_0} = R_0 \quad (1)$$

加入“T”型网络后,  $R_0$  上电压只有原来一半,

所以  $I_2 R_0 = \frac{1}{2} I_0 R_0$ ,

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 = \frac{1}{2} I,$$

又  $I_1 = I - I_2 = \frac{1}{2} I$ ,

得  $I_1 = I_2$ ,

所以  $R_1 = R_2 + R_0$  (2)

将(2)式代入(1)式得  $R_2 = \frac{1}{3} R_0 = \frac{1}{3} \times 300 \text{ 欧} = 100 \text{ 欧}$ ,

代入(2)式得  $R_1 = \frac{4}{3} R_0 = \frac{4}{3} \times 300 \text{ 欧} = 400 \text{ 欧}$ 。

3301. 如图电路中, 当电键  $K$  断开时, 伏特表  $V_1$  的示数为 182 伏, 当  $K$  闭合且滑线变阻器  $R_2$  的滑动片  $P$  正好放在  $ab$  的中点时,  $V_1$  的示数为 180 伏, 这时电阻  $R_2$  消耗的功率为 100 瓦。已知电源内阻  $r=1$  欧, 电阻  $R_1=40$  欧, 电表内阻对电路的影响不计。求: (1)  $R_3$  的阻值; (2) 当滑片  $p$  处于  $a$  端时,  $V_1$ 、 $V_2$  的示数各为多少?

[解答] 电键  $K$  断开时,  $V_1$  的示数就是电源电动势, 即  $\varepsilon=182$  伏。

(1)  $K$  闭合、 $p$  处于  $ab$  中点时, 电源路端电压  $U=180$  伏, 总电流

$$I = \frac{\varepsilon - U}{r} = \frac{182 - 180}{1} \text{ 安} = 2 \text{ 安},$$

$R_2$ 、 $R_3$  的电压

$$U_2 = U_3 = U - U_1 = U - IR_1 = 180 \text{ 伏} - 2 \times 40 \text{ 伏} = 100 \text{ 伏},$$

$$R_2 \text{ 的电流 } I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{100}{100} \text{ 安} = 1 \text{ 安},$$

$$R_3 \text{ 的阻值 } R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{U_3}{I - I_2} = \frac{100}{2 - 1} \text{ 欧} = 100 \text{ 欧}.$$

(2) p 处于 a 端时,  $R_2$  为零, 伏特表  $V_2$  被短接,  $V_2$  示数为零; 伏特表  $V_1$  的示数

$$U' = \frac{R_1}{R_1 + r} \varepsilon = \frac{40}{40 + 1} \times 182 \text{ 伏} = 177.6 \text{ 伏}.$$

3302. 如图所示的电路中, 电源电动势  $\varepsilon = 6$  伏, 内电阻  $r = 1$  欧, 灯  $L_1$  是“6V、4W”, 灯  $L_2$  是“6V、3W”. 求: (1) 当电键 K 接在 a 点时, 安培表和伏特表的读数是多少? (2) 当电键 K 接在 C 点时, 安培表和伏特表的读数是多少? (3) 当电键 K 接在 b 点时, 哪盏灯消耗的功率大?

[解答] 灯  $L_1$  的电阻  $R_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{6^2}{4} \text{ 欧} = 9 \text{ 欧},$

灯  $L_2$  的电阻  $R_2 = \frac{U_2^2}{P_2} = \frac{6^2}{3} \text{ 欧} = 12 \text{ 欧}.$

(1) K 接 a 点时, 灯  $L_1$  被短路, 安培表的读数即  $L_2$  中的电流

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} = \frac{6}{12 + 1} \text{ 安} = 0.46 \text{ 安},$$

伏特表的读数即  $L_2$  两端的电压

$$U_2 = I_2 R_2 = 0.46 \times 12 \text{ 伏} = 5.52 \text{ 伏}.$$

(2) K 接 c 点时, 灯  $L_2$  被短路, 安培表的读数即  $L_1$  中的电流

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{6}{9 + 1} \text{ 安} = 0.6 \text{ 安},$$

伏特表的读数即  $L_1$  两端的电压

$$U_1 = I_1 R_1 = 0.6 \times 9 \text{ 伏} = 5.4 \text{ 伏}.$$

(3) 当 K 接在 b 点时,  $L_1$ 、 $L_2$  串联, 在串联电路中, 电功率和电阻成正比, 因为  $R_2 > R_1$ , 所以灯  $L_2$  消耗的功率大。

3303. 图(a)中, 变阻器的总阻值  $R_1 = 12$  欧,  $R_2 = 12$  欧,  $R_3 = 2.5$  欧。变阻器的滑动触头和中心点接触。当开关 K 接通时, 伏特表示数为 3 伏, 这时电源消耗总功率为 9 瓦。求 K 断开时, 变阻器  $R_1$  消耗的电功率。

[分析] 为解题方便, K 接通时电路画成如图(b)所示; K 断开时电路如图(c)所示。在图(b)中伏特表的示数为路端电压  $U$ , 由部分电路欧姆定律可求出总电流。由功率关系  $P_{\text{总}} = P_{\text{外}} + P_{\text{内}}$ , 可求出  $P_{\text{内}}$ , 从而求出电源内电阻  $r$  和电动势  $\varepsilon$ 。在图(c)中要注意流过变阻器左、右两部分的电流  $I_1$  和  $I'$  是不相等的, 因而两部分的电功率不等。变阻器  $R_1$  的电功率是左、右两部分功率的和。

[解答] K 接通时[图(b)]:

外电路总电阻

$$R = \frac{\left( \frac{1}{2}R_1 + \frac{\frac{1}{2}R_1 \times R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2} \right) R_3}{\left( \frac{1}{2}R_1 + \frac{\frac{1}{2}R_1 \times R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2} \right) + R_3}$$

$$= \frac{\left( 6 + \frac{6 \times 12}{6 + 12} \right) \times 2.5}{\left( 6 + \frac{6 \times 12}{6 + 12} \right) + 2.5}$$

$$= 2 \text{ 欧},$$

总电流  $I = \frac{U}{R} = \frac{3}{2} \text{ 安} = 1.5 \text{ 安},$

外电路消耗功率  $P_{\text{外}} = I^2 R = 1.5^2 \times 2 \text{ 瓦} = 4.5 \text{ 瓦},$

内电路消耗功率  $P_{\text{内}} = P_{\text{总}} - P_{\text{外}} = 9 \text{ 瓦} - 4.5 \text{ 瓦} = 4.5 \text{ 瓦},$

电源内电阻  $r = \frac{P_{\text{内}}}{I^2} = \frac{4.5}{1.5^2} \text{ 欧} = 2 \text{ 欧},$

电源电动势  $= U + Ir = 3 \text{ 伏} + 1.5 \times 2 \text{ 伏} = 6 \text{ 伏}.$

[也可这样解：求出  $R = 2 \text{ 欧}$  后， $P_{\text{外}} = \frac{U^2}{R} = \frac{3^2}{2} \text{ 瓦} = 4.5 \text{ 瓦}$ ， $P_{\text{内}} = P_{\text{总}}$

$-P_{\text{外}} = 9 \text{ 瓦} - 4.5 \text{ 瓦} = 4.5 \text{ 瓦}$ ，由  $\frac{P_{\text{外}}}{P_{\text{内}}} = \frac{R}{r}$  得  $r = 2 \text{ 欧}$ 。由  $P_{\text{总}} = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$  得

$\varepsilon = \sqrt{(R+r)P} = \sqrt{(2+2) \times 9 \text{ 瓦}} = 6 \text{ 伏}$ ]

K 断开时 [图(c)]：

外电路总电阻

$$R' = \frac{\frac{1}{2}R_1 \times R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2} + \frac{1}{2}R_1 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} \text{ 欧} + 6 \text{ 欧} = 10 \text{ 欧},$$

总电流  $I' = \frac{\varepsilon}{R'+r} = \frac{6}{10+2} \text{ 安} = \frac{1}{2} \text{ 安},$

变阻器左半部分中流过的电流

$$I_1' = \frac{R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2} I' = \frac{12}{6+12} \times \frac{1}{2} \text{安} = \frac{1}{3} \text{安},$$

变阻器左半部分消耗的功率

$$P_{1左}' = I_1'^2 \times \frac{1}{2}R_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 6 \text{瓦} = \frac{2}{3} \text{瓦},$$

变阻器右半部分消耗的功率

$$P_{1右}' = I_1'^2 \times \frac{1}{2}R_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 6 \text{瓦} = \frac{3}{2} \text{瓦},$$

变阻器 $R_1$ 消耗的电功率

$$P_1' = P_{1左}' + P_{1右}' = \frac{2}{3} \text{瓦} + \frac{3}{2} \text{瓦} = 2\frac{1}{6} \text{瓦}。$$

3304. 如图所示, 电源由四个相同电池串联组成, 每个电池的电动势为 1.5 伏, 内阻为 0.5 欧, 已知  $R_1=2$  欧,  $R_2=6$  欧, 滑动变阻器  $R_3$  的最大值为 12 欧。求

(1) 滑动变阻器的滑片  $p$  分别在什么位置时, 伏特表有最大读数和最小读数? 各为多少?

(2) 移动滑片  $p$ , 使伏特表的读数为 1 伏, 这时滑动变阻器消耗的功率有多大?

[解答] (1) 由图可见, 伏特表和  $R_3$  并联。当  $R_3=0$  时, 伏特表的读数最小, 等于零; 当  $R_3=12$  欧时, 伏特表的读数最大, 其值

$$\begin{aligned} U_3 = U_2 &= \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + r} \cdot \varepsilon \\ &= \frac{\frac{6 \times 12}{6+12}}{2 + \frac{6 \times 12}{6+12} + 0.5 \times 4} \times 4 \times 1.5 \text{伏} \\ &= 3 \text{伏}。 \end{aligned}$$

(2) 设这时  $R_3$  的阻值为  $R_3'$ , 则

$$U_3' = \frac{\frac{R_2 R_3'}{R_2 + R_3'}}{R_1 + \frac{R_2 R_3'}{R_2 + R_3'} + r} \cdot \varepsilon,$$

$$1 = \frac{\frac{6R_3'}{6+R_3'}}{2 + \frac{6R_3'}{6+R_3'} + 0.5 \times 4} \times 1.5 \times 4,$$

解得  $R_3' = \frac{12}{13}$  欧，

这时滑动变阻器消耗的功率

$$P_3' = \frac{U_3'^2}{R_3'} = \frac{1}{13} \text{瓦} = 1.08 \text{瓦}。$$

3305. 如图所示电路中,  $R_2=2$  欧,  $R_3=8$  欧, 电源内阻  $r=0.4$  欧。当  $R_1$  的阻值调到 6 欧时, 电源的功率  $P=30$  瓦, 电源的输出功率  $P_{\text{出}}=28.4$  瓦。试求:

- (1) 干路的电流强度;
- (2) A、B 间的电压  $U_{AB}$ ;
- (3) 电源的电动势 和电阻  $R_4$  的值。

[解答] (1) 因电源的总功率  $P = P_{\text{出}} + P_r$  而  $P_r = I^2 r$ , 得干路电流  $I =$

$$\sqrt{\frac{P - P_{\text{出}}}{r}} = \sqrt{\frac{30 - 28.4}{0.4}} \text{安} = 2 \text{安}。$$

(2) 外电路 A、B 间等效电阻

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(6+2) \times 8}{6+2+8} \text{欧} = 4 \text{欧},$$

A、B 间电压

$$U_{AB} = I \cdot R_{AB} = 2 \times 4 \text{伏} = 8 \text{伏}。$$

(3) 电源电动势  $\varepsilon = \frac{P}{I} = \frac{30}{2} \text{伏} = 15 \text{伏},$

$$\text{外电路总电阻 } R = \frac{P_{\text{出}}}{I^2} = \frac{28.4}{2^2} \text{欧} = 7.1 \text{欧},$$

$$R_4 \text{ 的值 } R_4 = R - R_{AB} = 7.1 \text{欧} - 4 \text{欧} = 3.1 \text{欧}。$$

3306. 在图(a)所示的电路中, 电源电动势为 12 伏, 内阻为 0.5 欧。 $R_1=2$  欧,  $R_2=3$  欧,  $R_3$  为 5 欧的滑动变阻器。问: (1) 当滑动触头接在 a 点时, 干路中电流多大? 各电阻消耗的功率是多少? (2) 如滑动触头调到 b 点, 干路中电流改变了多少? (3) 要使干路中得到最小电流, 滑动触头应调到什么位置? 这时干路中电流是多少?

[分析] 当滑动触头接在 a 点时, 电路如图(b), 接在 b 点时, 电路如图(c)。应用欧姆定律及电功率公式可很方便地求出题目(1)、(2)中需

求的各量。要使干路中的电流最小，应使外电路的电阻值为最大。设该时滑动触头的位置在 c 点[图(d)]，c 点离 a 点的电阻为 x 欧，离 b 点为  $R_3 - x$  欧。当  $R_1 + x = R_2 + (R_3 - x)$  时，该并联电路的电阻值为最大。否则，如果  $R_1 + x < R_2 + (R_3 - x)$  或  $R_2 + (R_3 - x) < R_1 + x$ ，所得的电阻并联值都比  $R_1 + x = R_2 + (R_3 - x)$  时的并联值来得小，这显然不符合题意。

[解答] (1)滑动触头接在 a 点时[图(b)]：

干路中电流

$$\begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{\frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + r} \\ &= \frac{12}{\frac{2 \times (3+5)}{2+3+5} + 0.5} \text{ 安} \\ &= 5.71 \text{ 安,} \end{aligned}$$

支路中电流

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I = \frac{3+5}{2+3+5} \times 5.71 \text{ 安} = 4.57 \text{ 安,} \\ I_2 &= I_3 = I - I_1 = 5.71 \text{ 安} - 4.57 \text{ 安} = 1.14 \text{ 安,} \end{aligned}$$

各电阻消耗功率

$$\begin{aligned} P_1 &= I_1^2 R_1 = 4.57^2 \times 2 \text{ 瓦} = 41.8 \text{ 瓦,} \\ P_2 &= I_2^2 R_2 = 1.14^2 \times 3 \text{ 瓦} = 3.9 \text{ 瓦,} \\ P_3 &= I_3^2 R_3 = 1.14^2 \times 5 \text{ 瓦} = 6.5 \text{ 瓦.} \end{aligned}$$

(2)滑动触头接在 b 点时[图(c)]：

干路中电流  $I'$

$$\begin{aligned} I' &= \frac{\varepsilon}{\frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_3 + R_2} + r} \\ &= \frac{12}{\frac{(2+5) \times 3}{2+5+3} + 0.5} \text{ 安} \\ &= 4.62 \text{ 安,} \end{aligned}$$

干路中电流改变了

$$I = I' - I = 4.62 \text{ 安} - 5.71 \text{ 安} = -1.09 \text{ 安. (负号说明减小)}$$

(3)设滑动触头接在 c 点[图(d)]时，外电路的电阻最大，干路电流最小。这时  $R_{ac} = x$  欧， $R_{cb} = R_3 - R_{ac} = (5 - x)$  欧；图(d)电路中满足式子

$R_1 + x = R_2 + (R_3 - x)$  时，并联电阻（即外电路电阻）值为最大。代入数值有  $2 + x = 3 + (5 - x)$ 。

得  $x = 3$  欧，即 c 点离 a 点 3 欧处，离 b 点 2 欧处。

这时干路电流（最小值）

$$\begin{aligned}
 I_{\min} &= \frac{\varepsilon}{\frac{1}{2}(R_1 + x) + r} \\
 &= \frac{12}{\frac{1}{2}(2 + 3) + 0.5} \text{ 安} \\
 &= 4 \text{ 安}。
 \end{aligned}$$

3307. 在图(a)的电路中, 电路消耗的总功率为 40 瓦, 电阻  $R_1$  为 4 欧,  $R_2$  为 6 欧, 电源内电阻  $r$  为 0.6 欧, 电源输出功率为 37.6 瓦。求: (1) a、b 两点间的电压; (2) 电源电动势。

[分析] 首先把图(a)电路改画成如图(c)的常见形式。利用电路各部分的功率关系, 可求出电源内电阻上消耗的功率, 从而求出电路的总电流  $I$ 。利用部分电路欧姆定律求出并联电路  $R_1$ 、 $R_2$  两端的电压  $U_{ab}$ 。由  $I$  可求出  $P_1 + P_2$ , 由  $P_3 = P_{\text{出}} - (P_1 + P_2)$  及  $P_3 = I^2 R_3$ 、 $U_3 = IR_3$  可求出  $R_3$ 、 $U_3$ 。最后应用全电路欧姆定律就可求出电源电动势。

[解答] (1) 电源内电阻消耗功率

$$P_r = P_{\text{总}} - P_{\text{出}} = 40 \text{ 瓦} - 37.6 \text{ 瓦} = 2.4 \text{ 瓦},$$

由  $P_r = I^2 r$  得电路总电流

$$I = \sqrt{\frac{P_r}{r}} = \sqrt{\frac{2.4}{0.6}} \text{ 安} = 2 \text{ 安},$$

a、b 间电压

$$U_{ab} = I \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2 \times \frac{4 \times 6}{4 + 6} \text{ 伏} = 4.8 \text{ 伏}。$$

$$(2) P_3 = P_{\text{出}} - (P_1 + P_2) = P_{\text{出}} - I^2 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= 37.6 \text{ 瓦} - 2^2 \times \frac{4 \times 6}{4 + 6} \text{ 瓦} = 37.6 \text{ 瓦} - 9.6 \text{ 瓦} = 28 \text{ 瓦},$$

$$R_3 = \frac{P_3}{I^2} = \frac{28}{2^2} \text{ 欧} = 7 \text{ 欧},$$

$$U_3 = IR_3 = 2 \times 7 \text{ 伏} = 14 \text{ 伏},$$

电源电动势

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= U_{ab} + U_3 + U_r = U_{ab} + U_3 + Ir \\
 &= 4.8 \text{ 伏} + 14 \text{ 伏} + 2 \times 0.6 \text{ 伏} \\
 &= 20 \text{ 伏}。
 \end{aligned}$$

3308. 如图所示, 滑动变阻器  $R_1$  的阻值范围是 0 ~ 10 欧, 电阻  $R_2 = 5$  欧, 电源电动势  $\varepsilon = 8$  伏, 内电阻  $r = 0.5$  欧。问:

(1) 变阻器的滑片在  $R_1$  的最右端 B 时, 伏特表的读数是多大?

(2) 变阻器的滑片在  $R_1$  的中点 p 时, 伏特表的读数多大?  $R_2$  上消耗的电功率为多大?

[解答] (1) 变阻器的滑片在  $R_1$  的最右端 B 点,  $R_2$  被导线短路, 伏特

表的读数为零。

(2)当变阻器滑片在 $R_1$ 的中点时,  $R' = \frac{1}{2}R_1 = 5$ 欧, 伏特表的读数

$$U_2 = \frac{\frac{\frac{1}{2}R_1R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2}}{\frac{1}{2}R_1 + \frac{\frac{1}{2}R_1R_2}{\frac{1}{2}R_1 + R_2} + r} \cdot \varepsilon$$

$$= \frac{\frac{5 \times 5}{5+5}}{5 + \frac{5 \times 5}{5+5} + 0.5} \times 8 \text{伏} = 2.5 \text{伏},$$

$$R_2 \text{消耗的电功率为 } P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{2.5^2}{5} \text{瓦} = 1.25 \text{瓦}.$$

3309. 图(a)所示电路中, 已知每个电池的电动势为 2 伏, 内电阻为 0.25 欧,  $R_2=18$  欧, 安培表  $A_1$  的示数是 0.5 安,  $A_2$  的示数为 0.3 安, 伏特表  $V$  的示数为 3 伏。求 (1) $R_1$ 、 $R_3$  和  $R_4$  的阻值; (2) 电池组的输出功率。

[解答] 为便于分析, 将电路改画成图(b)的形式。

$$(1) \quad R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{3}{0.3} \text{欧} = 10 \text{欧},$$

$$I_2 = 0.5 - I_3 = 0.5 \text{安} - 0.3 \text{安} = 0.2 \text{安},$$

$$R_4 = \frac{U_4}{I_4} = \frac{I_2 R_2 - U_3}{I_4} = \frac{0.2 \times 18 - 3}{0.3} \text{欧} = 2 \text{欧},$$

$$I = \frac{\varepsilon - U}{r} = \frac{\varepsilon - I_2 R_2}{r} = \frac{2 \times 2 - 0.2 \times 18}{2 \times 0.25} \text{安}$$

$$= 0.8 \text{安},$$

$$I_1 = I - 0.5 \text{安} = 0.8 \text{安} - 0.5 \text{安} = 0.3 \text{安},$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{0.2 \times 18}{0.3} \text{欧} = 12 \text{欧}.$$

(2) 电池组输出功率

$$P = I^2 r = 0.8^2 \times 2 \text{瓦} - 0.8^2 \times 2 \times 0.25 \text{瓦} = 2.88 \text{瓦}.$$

3310. 图(a)电路中,  $R_1=R_3=10$  欧,  $R_2=4$  欧,  $R_4=9$  欧, 电源内阻  $r=0.5$  欧, 通过  $R_2$  的电流为 1 安。求: 通过  $R_1$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  的电流,  $R_1$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  的电压及电源电动势。

[分析] 图(a)电路的画法较难看清各电阻的连接方式, 给解题带来困难, 有必要将电路改画成较明显的串、并联方式。这里用“结点等势法”进行化简: 在原图电势不等的各结点标上不同的字母符号, 如在图(a)中以电势的高低分别标上 A、B 和 C 三点符号, 之后在图(b)中从电源开始, 将各电阻画在各自对应的电压间(即两不同电势的结点间), 画

时尽可能按习惯画成常见的串、并联方式。图(b)就是改画后的电路，这样各电阻的连接方式明显可见，各量的求解也就十分方便。

[解答] 将图(a)电路改画成图(b)。R<sub>1</sub>和R<sub>3</sub>并联，因为R<sub>1</sub>=R<sub>3</sub>，所以I<sub>1</sub>=I<sub>3</sub>= $\frac{I_2}{2} = \frac{1}{2}$ 安。

$$\text{又} \quad U_1 = I_1 R_1 = \frac{1}{2} \times 10 \text{伏} = 5 \text{伏},$$

$$U_3 = U_1 = 5 \text{伏},$$

$$U_4 = U_2 + U_1 = I_2 R_2 + U_1 \\ = 1 \times 4 \text{伏} + 5 \text{伏} = 9 \text{伏},$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{9}{9} \text{安} = 1 \text{安},$$

$$\text{电源电动势} = U + I r = U_4 + (I_2 + I_4) r \\ = 9 \text{伏} + (1 + 1) \times 0.5 \text{伏} = 10 \text{伏}.$$

3311. 图(a)中每节电池的电动势为1.5伏，内阻为0.3欧，R<sub>1</sub>=R<sub>2</sub>=R<sub>3</sub>=R<sub>4</sub>=4欧。求安培表和伏特表的示数。(不计电表内阻对电路的影响)

[解答] 为便于分析，将电路改画成图(b)，由于不计安培表的内阻，图中a、c两点可看作短路，R<sub>1</sub>和R<sub>2</sub>并联后的电阻

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2 \text{欧},$$

外电路总电阻

$$R = \frac{(R_{1,2} + R_4) R_3}{R_{1,2} + R_4 + R_3} = \frac{(2 + 4) \times 4}{2 + 4 + 4} \text{欧} = 2.4 \text{欧},$$

总电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{2 \times 1.5}{2.4 + 2 \times 0.3} \text{安} = 1 \text{安},$$

伏特表的示数

$$U = IR = 1 \times 2.4 \text{伏} = 2.4 \text{伏}.$$

$$(\text{或} U = \varepsilon - I r = 2 \times 1.5 \text{伏} - 1 \times 2 \times 0.3 \text{伏} = 2.4 \text{伏})$$

$$\text{因} \quad R_2 = R_1,$$

$$\text{得} \quad I_2 = I_1 = \frac{1}{2} \times \frac{U}{R_{1,2} + R_4} = \frac{1}{2} \times \frac{2.4}{2 + 4} \text{安} = 0.2 \text{安},$$

$$\text{又} \quad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{2.4}{4} \text{安} = 0.6 \text{安},$$

安培表的示数  $I' = I_2 + I_3 = 0.2 \text{安} + 0.6 \text{安} = 0.8 \text{安}.$

$$(\text{或} I' = I - I_1 = 1 \text{安} - 0.2 \text{安} = 0.8 \text{安})$$

3312. 如图所示，当ab两端断路时，U<sub>ab</sub>=120伏，当ab两端接入一个“110伏、100瓦”的灯泡时，ab两点电压降为110伏；如果再在ab

间并联一个电炉, ab 间电压又降为 90 伏。设灯泡和电炉的额定电压相同并且它们的电阻不随电压而改变, 试求电炉的额定功率。

[解答] 设  $r$  为电源及线路电阻的总和,  $R_1$  为灯泡电阻。  $R_2$  为电炉电阻。因为断路时的路端电压等于电动势, 所以  $\varepsilon = U_{ab} = 120$  伏。

$$\text{当只接灯泡时 } \frac{r}{R_1} = \frac{\varepsilon - U'_{ab}}{U'_{ab}} = \frac{120 - 110}{110} = \frac{1}{11} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{当再接一个电炉时 } \frac{r}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} &= \frac{\varepsilon - U''_{ab}}{U''_{ab}} = \frac{120 - 90}{90} = \frac{1}{3}, \\ \frac{r}{R_1} \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{将(1)式代入(2)式, 得 } \frac{R_1}{R_2} = \frac{8}{3},$$

又因在额定电压相同时, 用电器功率和电阻成反比, 得  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1}$ ,

$$\text{电炉额定功率 } P_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot P_1 = \frac{8}{3} \times 100 \text{瓦} = 267 \text{瓦}。$$

3313. 电源的电动势为 4.5 伏, 内电阻为 0.50 欧, 把它接在 4.0 欧的外电路中, 路端电压是多少? 如果在外电路上并联一个 6.0 欧的电阻, 路端电压又是多少? 如果 6.0 欧的电阻不是并联而是串联在外电路中, 路端电压又是多少?

[解答] 当  $R_{\text{外}} = 4.0$  欧时,

$$\text{路端电压 } U = \frac{R_{\text{外}}}{R_{\text{外}} + r} \varepsilon = \frac{4.0}{4.0 + 0.50} \times 4.5 \text{伏} = 4 \text{伏};$$

$$\text{当 } R'_{\text{外}} = \frac{4.0 \times 6.0}{4.0 + 6.0} \text{欧} = 2.4 \text{欧时},$$

$$\text{路端电压 } U' = \frac{R'_{\text{外}}}{R'_{\text{外}} + r} \varepsilon = \frac{2.4}{2.4 + 0.5} \times 4.5 \text{伏} = 3.72 \text{伏};$$

$$\text{当 } R''_{\text{外}} = 4.0 \text{欧} + 6.0 \text{欧} = 10.0 \text{欧时},$$

$$\text{路端电压 } U'' = \frac{R''_{\text{外}}}{R''_{\text{外}} + r} \varepsilon = \frac{10}{10 + 0.5} \times 4.5 \text{伏} = 4.29 \text{伏}。$$

由上可知, 路端电压随外电路的电阻而改变, 外电路电阻  $R$  减小时, 路端电压  $U$  也减小,  $R$  增大时,  $U$  也增大。

3314. 如图所示, 每个电池电动势为 1.5 伏, 内阻为 0.5 欧, 小灯的额定电压是 3 伏, 电路接通时, 伏特表的示数为 2.5 伏, 求小灯的额定功率和实际功率。

[解答] 电池组的电动势  $\varepsilon = 2 \times 1.5 \text{伏} = 3 \text{伏}$ ,

$$\text{内阻 } r = \frac{1}{2} \times 2 \times 0.5 \text{欧} = 0.5 \text{欧}。$$

K 接通后, 流过小灯的电流

$$I = \frac{\varepsilon - U}{r} = \frac{3 - 2.5}{0.5} \text{安} = 1 \text{安},$$

小灯的实际功率

$$P_{\text{实}} = IU = 1 \times 2.5 \text{瓦} = 2.5 \text{瓦},$$

小灯的电阻

$$R_L = \frac{U}{I} = \frac{2.5}{1} \text{欧} = 2.5 \text{欧},$$

小灯的额定功率

$$P_{\text{额}} = \frac{U_{\text{额}}^2}{R_L} = \frac{3^2}{2.5} \text{瓦} = 3.6 \text{瓦}.$$

3315. 把电动势都是 1.5 伏, 内电阻都是 0.2 欧的电池 20 只, 分成两组, 每组 10 只串联, 然后两组并联, 组成电池组。外电路上用电器的电阻是 24 欧。求:

- (1) 通过每只电池的电流强度;
- (2) 电池组两端的电压;
- (3) 外电路消耗的功率;
- (4) 电源的总功率。

[解答] 电池组的电动势  $\varepsilon = 10 \times 1.5 \text{伏} = 15 \text{伏}$ , 内电阻  $r = \frac{10 \times 0.2}{2} \text{欧} = 1 \text{欧}$ , 外电阻  $R = 24 \text{欧}$ 。

- (1) 通过每只电池的电流强度

$$I_1 = \frac{1}{2} I = \frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{24 + 1} \text{安} = 0.3 \text{安}.$$

- (2) 电池组的路端电压

$$U = \varepsilon - Ir = 15 \text{伏} - 0.6 \times 1 \text{伏} = 14.4 \text{伏}.$$

- (3) 外电路消耗的功率

$$P_R = I^2 R = 0.6^2 \times 24 \text{瓦} = 8.64 \text{瓦}.$$

- (4) 电源总功率

$$P = I^2 (R + r) = 0.6^2 (24 + 1) \text{瓦} = 9 \text{瓦}.$$

3316. 现有电动势为 1.5 伏, 内电阻为 1.0 欧的电池若干, 每个电池允许输出的电流为 0.05 安, 又有不同阻值的电阻可作为分压电阻。试设计一种电路, 使额定电压为 6.0 伏、额定电流为 0.10 安的用电器正常工作。画出电路图, 并标以分压电阻的阻值。

[分析] 用电器的额定电压是 6.0 伏, 考虑到电池内电阻上的电势降落和每个电池的电动势为 1.5 伏, 电池组的电动势可取 7.5 伏; 用电器的额定电流是 0.10 安, 而每个电池允许输出的电流为 0.05 安, 只有用电器额定电流的一半, 这可用两组电动势为 7.5 伏的电池组并联起来组成电源供电。也就是说电源可用 5 只电池串联成一组, 再把这样的两组并联起

来组成。这样的电源的内阻为  $r = \frac{1}{2} \times 5 \times 1.0 \text{欧} = 2.5 \text{欧}$ , 内阻上的电势降落为  $U_r = Ir = 0.1 \times 2.5 \text{伏} = 0.25 \text{伏}$ , 路端电压  $U = \varepsilon - U_r = 7.5 \text{伏} - 0.25 \text{伏} = 7.25 \text{伏}$

伏 > 6.0 伏，可在电路中串联合合适的分压电阻使用电器正常工作。

[解答] 电路图如附图所示。电源系由 5 只电池串联成一组、再由这样的两组并联而成。电源的电动势为  $\varepsilon = n_1 \varepsilon_1 = 5 \times 1.5 \text{ 伏} = 7.5 \text{ 伏}$ ，内电

阻为  $r = \frac{1}{2} nr_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 1.0 \text{ 欧} = 2.5 \text{ 欧}$ 。

串联的分压电阻

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_R}{I} = \frac{\varepsilon - U_{RL} - U_r}{I} = \frac{\varepsilon - U_{RL} - Ir}{I} \\ &= \frac{7.5 - 6.0 - 0.1 \times 2.5}{0.1} \text{ 欧} \\ &= 12.5 \text{ 欧}。 \end{aligned}$$

由于两组并联供电，每组电流  $I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I = \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ 安} = 0.05 \text{ 安}$ ，正好和题设每个电池允许输出的电流相等，故该电源的设计符合题意。

3317. 有相同的干电池 4 只，电动势都是 1.5 伏，内电阻都是 0.10 欧。在下列三种连法的情况下，2 欧的外电路中的电流和消耗的功率各是多少？并说明哪种连接方法外电路中发热消耗的功率最大？(1) 全部串联；(2) 全部并联；(3) 每两只串联成一组，再把这两组并联起来。

[解答] 设每只电池的电动势为  $\varepsilon'$ ，内电阻为  $r'$ ；外电阻为  $R$ 。

(1) 4 只电池全部串联 [图(a)]

电池组电动势  $\varepsilon_1 = 4 \varepsilon' = 4 \times 1.5 \text{ 伏} = 6 \text{ 伏}$ ，

内电阻  $r_1 = 4r' = 4 \times 0.10 \text{ 欧} = 0.40 \text{ 欧}$ ，

外电路电流  $I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R + r_1} = \frac{6}{2 + 0.40} \text{ 安} = 2.5 \text{ 安}$ ，

功率  $P_1 = I_1^2 R = 2.5^2 \times 2 \text{ 瓦} = 12.5 \text{ 瓦}$ 。

(2) 4 只电池全部并联 [图(b)]

$\varepsilon_2 = \varepsilon' = 1.5 \text{ 伏}$ ，

$r_2 = \frac{r'}{4} = \frac{0.10}{4} \text{ 欧} = 0.025 \text{ 欧}$ ，

$I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R + r_2} = \frac{1.5}{2 + 0.025} \text{ 安} = 0.74 \text{ 安}$ ，

$P_2 = I_2^2 R = 0.74^2 \times 2 \text{ 瓦} = 1.1 \text{ 瓦}$ 。

(3) 2 只串联，再把这两组并联 [图(c)]

$\varepsilon_3 = 2\varepsilon' = 2 \times 1.5 \text{ 伏} = 3 \text{ 伏}$ ，

$r_3 = \frac{1}{2} \times 2r' = r' = 0.10 \text{ 欧}$ ，

$I_3 = \frac{\varepsilon_3}{R + r_3} = \frac{3}{2 + 0.1} \text{ 安} = 1.43 \text{ 安}$ ，

$P_3 = I_3^2 R = 1.43^2 \times 2 = 4.08 \text{ 瓦}$ 。

在这三种连法的情况下，第一种连法外电路中发热消耗的功率最大。

3318. 有六个相同电池，每个电池的电动势都是  $\varepsilon$ ，内阻都是  $r$ 。将

它们按图(a)、(b)、(c)的三种方式连接并分别对电阻 R 供电，要想使 R 所得的功率在按图(a)方式连接时比按另两种方式连接时都大，问电阻 R 的阻值应在什么范围内？

[解答] 按图(a)连接时，

$$\text{通过电阻R的电流 } I_1 = \frac{2\varepsilon}{R + \frac{2}{3}r},$$

R上所得功率

$$P_1 = I_1^2 R = \frac{4\varepsilon^2 R}{\left(R + \frac{2}{3}r\right)^2} = \frac{\varepsilon^2 R}{\left[\frac{R + \frac{2}{3}r}{\frac{2}{3}}\right]^2},$$

按图(b)连接时，

$$I_2 = \frac{3\varepsilon}{R + \frac{3}{2}r},$$

$$P_2 = I_2^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{\left[\frac{R + \frac{3}{2}r}{\frac{2}{3}}\right]^2};$$

按图(c)连接时，

$$I_3 = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{6}},$$

$$P_3 = I_3^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(R + \frac{r}{6}\right)^2}.$$

由于  $P_1 > P_2$ ，得  $\frac{R + \frac{2}{3}r}{\frac{2}{3}} < \frac{R + \frac{3}{2}r}{\frac{2}{3}}$ ，所以  $R < r$ ，

由于  $P_1 > P_3$ ，得  $\frac{R + \frac{2}{3}r}{\frac{2}{3}} < R + \frac{r}{6}$ ，所以  $R > \frac{r}{3}$ ，

可见电阻 R 的阻值应满足

$$r > R > \frac{r}{3}.$$

3319. 有电池 10 只，每只电池的电动势为 1.5 伏，内电阻为 1.5 欧。要将电池如何组合才能使和电池组相连的 5 欧电阻通过的电流最大？

[分析] 通过电阻的电流  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ ，I 的值由电池组的电动势  $\varepsilon$  和内电阻 r 决定。电池组的  $\varepsilon$  和 r 取决于电池的接法，因此有必要对电池的

接法进行讨论，找出电流最大的条件。

[解答] 设电池有  $n$  只，每只电池的电动势为  $\varepsilon_1$ ，内电阻为  $r_1$ 。现将  $n$  只电池分成  $S$  只串联， $P$  组并联，则  $n = S \cdot P$ ，如图所示。流过电阻  $R$  的电流

$$I = \frac{S\varepsilon_1}{R + \frac{1}{P} \cdot Sr_1} = \frac{SP\varepsilon_1}{PR + Sr_1}$$

$$= \frac{n\varepsilon_1}{PR + Sr_1}。$$

如求  $I$  的极大值，将分母配方

$$I = n\varepsilon_1 / (PR + Sr_1)$$

$$= n\varepsilon_1 / \sqrt{(PR - Sr_1)^2 + 4PR Sr_1}$$

$$= n\varepsilon_1 / \sqrt{(PR - Sr_1)^2 + 4nRr_1}，$$

当  $PR - Sr_1 = 0$  时，上式  $I$  有极大值，

得  $5P = 1.5S$ ，又  $PS = 10$ ，

解得  $P = \sqrt{3}$ ，

但  $P$  必为整数，现取  $P=2$ ，则  $S=5$ 。也就是说将 5 只电池串联成一组，10 只电池可串联成两组，再将这两组电池并联起来组成电池组。这样的组合对 5 欧电阻供电时流过的电流最大。这电流的最大值

$$I_{\max} = \frac{n\varepsilon_1}{PR + Sr_1} = \frac{10 \times 1.5}{2 \times 5 + 5 \times 1.5} \text{ 安}$$

$$= 0.86 \text{ 安。}$$

3320. 有电池 6 个，每个电池的电动势  $\varepsilon_1=2$  伏，内电阻  $r_1=0.3$  欧。连成一个电池组。

- (1) 怎样连接可得最大电动势？
- (2) 怎样连接可得最小内电阻？
- (3) 怎样连接可使流经  $R=0.2$  欧外电阻的电流为最大？

[解答] (1) 6 只电池全部串联，电池组的电动势最大，

$$\varepsilon_{\max} = 6\varepsilon_1 = 6 \times 2 \text{ 伏} = 12 \text{ 伏。}$$

(此时的内电阻也最大，

$$r_{\max} = 6r_1 = 6 \times 0.3 \text{ 欧} = 1.8 \text{ 欧})$$

(2) 6 只电池全部并联，电池组的内电阻最小，

$$r_{\min} = \frac{r_1}{6} = \frac{0.3}{6} \text{ 欧} = 0.05 \text{ 欧。}$$

(此时的电动势也最小， $\varepsilon_{\min} = \varepsilon_1 = 2$  伏)

(3) 设  $S$  只串联， $P$  组并联 (总只数为  $n, n=PS$ )，

则

$$I = \frac{S\varepsilon_1}{R + \frac{1}{P} \cdot Sr_1} = \frac{n\varepsilon_1}{PR + Sr_1}$$

$$= n\varepsilon_1 / \sqrt{(PR - Sr_1)^2 + 4nRr_1}。$$

当  $PR = Sr_1$  时,  $I$  有最大值

即  $0.2P = 0.3S$ , 又  $6 = P \cdot S$ ,

解得  $S = 2$ ,  $P = 3$ , 即每两只电池串联, 共 3 组, 再将 3 组并联成电池组。

这时电阻  $R$  中的电流最大,

$$I_{\max} = \frac{n \cdot I_1}{PR + Sr_1} = \frac{6 \times 2}{3 \times 0.2 + 2 \times 0.3} \text{ 安} = 10 \text{ 安}。$$

3321. 有四个阻值都等于  $R$  的电阻, 连接成附图所示的电路。设电源电动势为 2 伏, 内阻为 1 欧。问  $R$  为何值时, 每个电阻消耗的电功率最大? 其最大功率为多少?

[解答] 当  $R_{AB} = r$  时, 外电路获得最大电功率。因 A、B 间的等效电

阻  $R_{AB} = \frac{1}{2}(R + R) = R$ ,  $R = r = 1$  欧时, 每个电阻消耗的电功率最大。

此时  $R_{AB}$  的最大功率

$$P_{AB} = \frac{\varepsilon^2}{4R_{AB}} = \frac{2^2}{4 \times 1} \text{ 瓦} = 1 \text{ 瓦},$$

由于该电路中四个电阻都等于  $R$ , 所以每个电阻的最大功率

$$P_R = \frac{1}{4} P_{AB} = \frac{1}{4} \text{ 瓦} = 0.25 \text{ 瓦}。$$

3322. 在附图所示的电路中, 电源的电动势  $\varepsilon = 10$  伏, 内阻不计,  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$  欧。(1) 根据计算填写图旁附表; (2) 为使  $R_1$  的电功率最大, 需将电键接到哪一点? 这时  $R_1$  的电功率多大?

电键	V 表读数	A 表读数
接 a		
接 b		
接 c		

[解答] (1) K 接 a 时,  $R_1$ 、 $R_2$  串联。A 表读数即  $R_2$  中的电流值, 为

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{10}{10 + 10} \text{ 安} = 0.5 \text{ 安}; \text{ V 表读数即 } R_2 \text{ 的电压值, 为 } U_2 = I_2 R_2 = 0.5 \times 10 \text{ 伏} = 5 \text{ 伏};$$

K 接 b 时,  $R_2$  被短路。A、V 表读数都等于零;

K 接 c 时,  $R_2$ 、 $R_3$  并联, 再和  $R_1$  串联后接入电源。V 表读数即该时  $R_2$  的电压值

$$U_2' = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \varepsilon = \frac{5}{10 + 5} \times 10 \text{伏} = 3.33 \text{伏},$$

A表读数即该时 $R_2$ 的电流值

$$I_2' = \frac{U_2'}{R_2} = \frac{3.33}{10} \text{安} = 0.33 \text{安}.$$

(2)当K接在b点时， $R_1$ 的电功率最大，

$$P_{1\text{最大}} = \frac{\varepsilon^2}{R_1} = \frac{10^2}{10} \text{瓦} = 10 \text{瓦}.$$

3323. 在附图所示的电路中， $R_1=5$  欧， $R_2=2$  欧，电源电动势  $\varepsilon=12$  伏，内电阻  $r=1$  欧，C点接地。求：

- (1)电源内电流方向；外电路的电流方向；
- (2)A、B、C、D各点的电势；
- (3)路端电压。

[解答] (1)电源内电流的方向：C  $\rightarrow$  r  $\rightarrow$  B；  
外电路的电流方向：B  $\rightarrow$   $R_2$   $\rightarrow$   $R_1$   $\rightarrow$  C。

$$(2)\text{电路中电流 } I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{12}{5 + 2 + 1} \text{安} = 1.5 \text{安},$$

由于C点接地，故C点电势  $U_C=0$ ，

$$B\text{点电势 } U_B = U_C + \varepsilon - Ir = 0 + 12 \text{伏} - 1.5 \times 1 \text{伏} = 10.5 \text{伏},$$

$$A\text{点电势 } U_A = U_B = 10.5 \text{伏},$$

$$D\text{点电势 } U_D = U_A - IR_2 = 10.5 \text{伏} - 1.5 \times 2 \text{伏} = 7.5 \text{伏}.$$

$$(3)\text{路端电压 } U_{BC} = U_B - U_C = 10.5 \text{伏} - 0 \text{伏} = 10.5 \text{伏}.$$

3324. 如图所示电路中，电池组的电动势为8伏，内电阻为0.8欧， $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=2.4$  欧。求A、B两点间的电压。

[解答] 在  $R_1$   $R_2$   $R_3$  回路中，电流强度

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3 + r} \\ = \frac{8}{2.4 + 2.4 + 2.4 + 0.8} \text{安} = 1 \text{安},$$

C、D间电压

$$U_{CD} = IR_2 = 1 \times 2.4 \text{伏} = 2.4 \text{伏},$$

由于 $R_4$ 、 $R_5$ 中无电流，A、C两点电势相等；B、D两点电势相等。A、B两点的电压  $U_{AB} = U_{CD} = 2.4$  伏。

3325. 图示电路中， $\varepsilon_1=10$  伏， $r_1=1$  欧， $\varepsilon_2=4$  伏， $r_2=1$  欧， $R_1=4$  欧， $R_2=6$  欧。求：(1)电路中电流强度；(2)两电池的路端电压。

[解答] (1)因  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ ，电流I的方向自A  $\rightarrow$  D  $\rightarrow$  C  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  A。

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{10 - 4}{4 + 6 + 1 + 1} \text{安} = 0.5 \text{安}.$$

$$(2) \text{ 因 } U_A = U_B + \mathcal{E}_1 - I r_1,$$

电池  $\mathcal{E}_1$  的路端电压

$$U_{AB} = \mathcal{E}_1 - I r_1 = 10 \text{ 伏} - 0.5 \times 1 \text{ 伏} = 9.5 \text{ 伏},$$

$$\text{因为 } U_C = U_D - \mathcal{E}_2 - I r_2,$$

$$\text{电池 } \mathcal{E}_2 \text{ 的路端电压 } U_{CD} = -\mathcal{E}_2 - I r_2 = -4 \text{ 伏} - 0.5 \times 1 \text{ 伏} = -4.5 \text{ 伏}.$$

3326. 如图所示,  $\mathcal{E}_1 = 24 \text{ 伏}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ 伏}$ ,  $r_1 = 2 \text{ 欧}$ ,  $r_2 = 1 \text{ 欧}$ ,  $R_1 = 2 \text{ 欧}$ ,  $R_2 = 1 \text{ 欧}$ ,  $R_3 = 3 \text{ 欧}$ . 求: (1) 电路中电流强度; (2) a、b、c、d 四点电势; (3) 两个电池的端电压  $U_{ab}$ 、 $U_{cd}$ .

[解答] (1) 因  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ , 故电流  $I$  的方向为 a  $\rightarrow$   $R_2$   $\rightarrow$   $R_3$   $\rightarrow$  d  $\rightarrow$  c  $\rightarrow$  b  $\rightarrow$  a,

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2} = \frac{24 - 6}{2 + 1 + 3 + 2 + 1} \text{ 安} = 2 \text{ 安}.$$

(2) 0 点接地, 电势为零。

$$U_a = U_{a0} = I R_2 = 2 \times 1 \text{ 伏} = 2 \text{ 伏};$$

$$\text{因 } U_a = U_b + \mathcal{E}_1 - I r_1,$$

$$\text{所以 } U_b = U_a - \mathcal{E}_1 + I r_1 = 2 \text{ 伏} - 24 \text{ 伏} + 2 \times 2 \text{ 伏} = -18 \text{ 伏};$$

$$\text{因 } U_c = U_0 - \mathcal{E}_2 - I r_2 - I R_3,$$

$$\text{所以 } U_c = 0 - 6 \text{ 伏} - 2 \times 1 \text{ 伏} - 2 \times 3 \text{ 伏} = -14 \text{ 伏};$$

$$\text{因 } U_{od} = I R_3,$$

$$\text{所以 } U_d = U_0 - I R_3 = 0 - 2 \times 3 \text{ 伏} = -6 \text{ 伏}.$$

(3) 电池  $\mathcal{E}_1$  两端电压

$$U_{ab} = U_a - U_b = 2 \text{ 伏} - (-18) \text{ 伏} = 20 \text{ 伏},$$

电池  $\mathcal{E}_2$  两端电压

$$U_{cd} = U_c - U_d = -14 \text{ 伏} - (-6) \text{ 伏} = -8 \text{ 伏}.$$

3327. 如图所示,  $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ 伏}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 10 \text{ 伏}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 8 \text{ 伏}$ ,  $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \text{ 欧}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2 \text{ 欧}$ ,  $R_5 = 3 \text{ 欧}$ , 求: (1) a、b 两点间的电势差; (2) c、d 两点间的电势差。

[解答] 由于 c、d 未接通,  $\mathcal{E}_2$  中无电流通过; 因为  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_3$ , 所以电路中的电流方向为  $\mathcal{E}_1$  a  $\rightarrow$   $R_3$  b  $\rightarrow$   $\mathcal{E}_1$ , 大小为

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + r_1 + r_3} = \frac{12 - 8}{2 \times 4 + 2 \times 1} \text{ 安} \\ = 0.4 \text{ 安}.$$

(1) 在 b  $\rightarrow$   $R_4$   $\rightarrow$   $\mathcal{E}_1$   $\rightarrow$   $R_1$   $\rightarrow$  a 支路中,

$$U_a = U_b + \mathcal{E}_1 - I(R_1 + R_4 + r_1),$$

$$U_{ab} = \mathcal{E}_1 - I(R_1 + R_4 + r_1)$$

$$= 12 \text{ 伏} - 0.4(2 + 2 + 1) \text{ 伏} = 10 \text{ 伏}.$$

(2) 在 d  $\rightarrow$   $\mathcal{E}_2$   $\rightarrow$   $R_5$   $\rightarrow$  b 支路中, 电流为零,

$$U_d = U_b + \mathcal{E}_2 - 0(R_5 + r_2) = U_b + \mathcal{E}_2 = U_b + 10,$$

$$U_{cd} = U_{ad} = U_a - U_d = U_a - (U_b + 10) = U_{ab} - 10 = 10 \text{ 伏} - 10 \text{ 伏} = 0.$$

3328. 图示电路中,  $R_1=2$  欧,  $R_2=4$  欧,  $R_3=4$  欧,  $\varepsilon_1=2$  伏,  $\varepsilon_2=\varepsilon_3=4$  伏。c 点接地, 不计电源内阻, 试分别求出当单刀双掷开关 K 分别接在 A 端、B 端时的 A 点电势、B 点电势 A、B 间电势差。

[解答] (1) 当 K 接 A 端时,  $\varepsilon_1, R_1, R_3$  回路中电流  $I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_3}$   
 $= \frac{2+4}{2+4}$  安 = 1 安, 方向如图所示。

在  $AR_3\varepsilon_2C$  支路中,  $U_C = U_A - IR_3 + \varepsilon_2$ ,

A 点电势  $U_A = U_C + IR_3 - \varepsilon_2 = 0 + 1 \times 4 \text{ 伏} - 4 \text{ 伏} = 0$ ;

在  $BR_2\varepsilon_3C$  支路中, 电流为零,  $U_C = U_B + \varepsilon_3$ ,

B 点电势  $U_B = U_C - \varepsilon_3 = 0 - 4 \text{ 伏} = -4 \text{ 伏}$ ;

A、B 间电势差  $U_{AB} = U_A - U_B = 0 - (-4) \text{ 伏} = 4 \text{ 伏}$ 。

(2) 当 K 接 B 端时,

A 点电势  $U_A = U_C + \varepsilon_1 = 0 + 2 \text{ 伏} = 2 \text{ 伏}$ 。

在  $BR_2\varepsilon_3C\varepsilon_2R_3$  回路中, 电流

$$I = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{R_2 + R_3} = \frac{4 - 4}{4 + 4} \text{ 安} = 0;$$

在  $BR_2\varepsilon_3C$  支路中,  $U_C = U_B + \varepsilon_3$ ,

B 点电势  $U_B = U_C - \varepsilon_3 = 0 - 4 \text{ 伏} = -4 \text{ 伏}$ ;

A、B 间电势差  $U_{AB} = U_A - U_B = 2 \text{ 伏} - (-4) \text{ 伏} = 6 \text{ 伏}$ 。

3329. 如图所示电路中, 电阻 R 等于什么数值时, 含有电动势  $\varepsilon_2$  的电池的分路中电流等于零? 设  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ , 它们的内阻分别为  $r_1, r_2$ 。

[解答] 当  $U_{AB} = \varepsilon_2$  时,  $\varepsilon_2$  中电流为零。

在  $\varepsilon_1 - A - R - B - \varepsilon_1$  回路中,

$$U_{AB} = \frac{R}{R + r_1} \varepsilon_1,$$

使 
$$\frac{R}{R + r_1} \varepsilon_1 = \varepsilon_2,$$

解得 
$$R = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \cdot r_1.$$

3330. 如图所示,  $\varepsilon_1=4$  伏,  $\varepsilon_2=12$  伏,  $R_1=1500$  欧,  $R_2=200$  欧, 电源内阻忽略不计。求: (1) 变阻器  $R_1$  滑动触头 c 移至何处时, 安培表的示数为零?

(2) 安培表的示数为零时,  $R_1, R_2$  的消耗功率各为多少?

[解答] (1) 要使安培表的示数为零, 必须  $U_{ab} = \varepsilon_1 = 4$  伏。由于  $I_{ac} = I_A = 0$ , 所以  $U_{ac} = 0$ ,  $U_{cb} = U_{ab} - U_{ac} = U_{ab} = 4$  伏。

在  $\varepsilon_2 - R_2 - R_{cb} - \varepsilon_2$  回路中, 因  $\varepsilon_2 > U_{cb}$ , 所以电流方向为  $\varepsilon_2$

$R_2, R_{cb}$  中, 大小为  $I_2 = \frac{\varepsilon_2 - U_{cb}}{R_2} = \frac{12 - 4}{200}$  安 = 0.04 安。

$$R_{cb} = \frac{U_{cb}}{I_{cb}} = \frac{U_{cb}}{I_2} = \frac{4}{0.04} \text{ 欧} = 100 \text{ 欧}, \text{ 即滑动端 } c \text{ 位置在离 } b \text{ 端的电}$$

阻为100欧处。

(2)  $I_A=0$  时,

$$P_1 = P_{ac} + P_{cb} = 0 + P_{cb} = I_c^2 b R_{cb} = I_2^2 R_{cb} \\ = 0.04^2 \times 100 \text{ 瓦} = 0.16 \text{ 瓦},$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 0.04^2 \times 200 \text{ 瓦} = 0.32 \text{ 瓦}。$$

3331. 图(a)电路中, 两个电池的电动势  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 2$  伏, 内电阻  $r_1 = r_2 = 0.5$  欧, 外电阻  $R_1 = 0.5$  欧,  $R_2 = 1.5$  欧。求: 流经  $R_1$ 、 $R_2$  和  $\epsilon_1$  的电流分别是多少?

[解答] 各支路的电流假设方向如图(b)所示。由电荷守恒定律, 对结点 B 有

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

在 A  $\epsilon_1$  B 支路中  $U_B = U_A + \epsilon_1 - I_3 r_1$ ,

得  $U_{BA} = \epsilon_1 - I_3 r_1$ ,

又  $U_{BA} = I_1 R_1$ ,

所以  $I_1 R_1 = \epsilon_1 - I_3 r_1$ ,

$$(I_2 + I_3) R_1 = \epsilon_1 - I_3 r_1,$$

$$I_2 R_1 + I_3 (R_1 + r_1) = \epsilon_1 \quad (2)$$

$$\text{又 } I_2 = \frac{U_{AC}}{R_2} = \frac{U_{AB} + U_{BC}}{R_2} = \frac{-U_{BA} + U_{BC}}{R_2},$$

在 C  $\epsilon_2$  B 支路中,  $U_B = U_C + \epsilon_2 - I_2 r_2$ ,

得  $U_{BC} = \epsilon_2 - I_2 r_2$ ,

所以  $I_2 = \frac{-I_1 R_1 + \epsilon_2 - I_2 r_2}{R_2}$ ,

$$I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_2 r_2 = \epsilon_2,$$

$$I_2 (R_2 + r_2) + (I_2 + I_3) R_1 = \epsilon_2,$$

$$I_2 (R_1 + R_2 + r_2) + I_3 R_1 = \epsilon_2, \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式消去  $I_2$  得

$$I_3 = \frac{(R_1 + R_2 + r_2)\epsilon_1 - R_1 \epsilon_2}{(R_1 + r_2)(R_1 + R_2 + r_2) - R_1^2} \\ = \frac{(0.5 + 1.5 + 0.5) \times 2 - 0.5 \times 2}{(0.5 + 0.5)(0.5 + 1.5 + 0.5) - 0.5^2} \text{ 安}$$

1.78安。

$$\text{将数值代入(3)式得 } I_2 = \frac{\epsilon_2 - I_3 R_1}{R_1 + R_2 + r_2} \\ = \frac{2 - 1.78 \times 0.5}{0.5 + 1.5 + 0.5} \text{ 安} \\ 0.44 \text{ 安}。$$

代入(1)式得  $I_1=I_2+I_3=0.44$  安 $+1.78$  安 $=2.22$  安。

3332. 用一个电源对串联的电池组充电, 每个蓄电池的内阻为  $0.05$  欧。电源的输出功率为  $225$  瓦, 充电电流为  $5$  安。已知输入到每个电池的功率为  $11.25$  瓦, 问电池组是由几只电池串联而成?  $24$  小时内有多少电能转化为化学能?

[解答] 设电池组由  $n$  只电池串联而成, 则

$$n = \frac{P_{\text{出}}}{P_1} = \frac{225}{11.25} \text{ 只} = 20 \text{ 只},$$

输入到每个电池的功率  $P_1$ , 包括电能转化为电池的化学能的功率和电池内阻发热的功率。 $24$  小时内电池组中电能转化为化学能的值为

$$\begin{aligned} E &= n(P_1 - I^2 r) t \\ &= 20(11.25 - 5^2 \times 0.05) \times 24 \times 3600 \text{ 焦} \\ &= 1.73 \times 10^7 \text{ 焦}. \end{aligned}$$

3333. 一个蓄电池组, 充电时, 流过蓄电池组的电流为  $3$  安, 此时蓄电池组两端的电势差为  $4.25$  伏。当这个蓄电池组放电时, 流出的电流为  $4$  安, 此时路端电压为  $3.9$  伏。求这个蓄电池组的电动势和内电阻。

[分析] 充电时蓄电池组的电动势是反电动势, 充电电流为  $I_{\text{充}} =$

$\frac{U_1 - \varepsilon}{r}$ ; 放电时, 放电流  $I_{\text{放}} = \frac{\varepsilon - U_2}{r}$ 。上面的式子中  $U_1$  为充电时加在蓄电池组两端的电压;  $U_2$  为放电时的路端电压。

[解答] 充电时, 充电电流

$$\begin{aligned} I_{\text{充}} &= \frac{U_1 - \varepsilon}{r}, \\ 3 &= \frac{4.25 - \varepsilon}{r}, \\ \varepsilon &= 4.25 - 3r \end{aligned} \quad (1)$$

放电时, 放电电流

$$\begin{aligned} I_{\text{放}} &= \frac{\varepsilon - U_2}{r}, \\ 4 &= \frac{\varepsilon - 3.9}{r}, \\ \varepsilon &= 3.9 + 4r \end{aligned} \quad (2)$$

由(1)、(2)两式解得

蓄电池组内阻  $r=0.05$  欧,

电动势  $\varepsilon=4.1$  伏。

3334 加在一个电解池两极上的电压是  $50$  伏, 通过的电流强度是  $1.0$  安, 已知电解过程中电解池内产生  $49$  伏的反电动势。求电解池的内阻是多少? 电解池内每秒钟有多少电能转化为化学能? 每秒钟产生的热量是多少?

[解答] 设电解池的内阻为  $r$ , 则

$$r = \frac{U - U_{\text{反}}}{I} = \frac{50 - 49}{1.0} \text{ 欧} = 1 \text{ 欧}。$$

电解池每秒钟电能转化为化学能

$$E_{\text{化}} = I_{\text{反}} t = 1 \times 49 \times 1 \text{ 焦} = 49 \text{ 焦},$$

每秒钟产生的热量

$$Q = I^2 r t = 1^2 \times 1 \times 1 \text{ 焦} = 1 \text{ 焦}。$$

3335. 加在一个电解池两极上的电压为 50 伏, 电解池的内阻为 1.0 欧, 通过的电流强度为 1.0 安。1 小时内有多少电能转化为化学能?

[分析] 电流通过电解池时, 电解池里有反电动势。在含有反电动势的电路中, 电功的关系为

$$U I t = I_{\text{反}} I t + I^2 R t + I^2 r t,$$

式中  $U I t$  为整个电路消耗的电功,  $I^2 R t$  和  $I^2 r t$  为电路中发热消耗的电功,  $I_{\text{反}} I t$  是用电器 (这里是电解池) 吸收的电功, 就是电能转化为其他能 (这里转化为化学能) 的数值。

[解答] 电流通过电解池, 1 小时内电能转化为化学能的数值为

$$\begin{aligned} E &= I_{\text{反}} I t = U I t - I^2 r t \\ &= 50 \times 1.0 \times 3600 \text{ 焦} - 1.0^2 \times 1.0 \times 3600 \text{ 焦} \\ &= 176400 \text{ 焦}。 \end{aligned}$$

3336. 在电解水的实验装置里, 伏特表的读数是 3.0 伏, 毫安表的读数是 10 毫安。已知电解过程中电解池内产生 1.7 伏的反电动势。求电解液的电阻是多少欧? 电解池内每秒钟有多少电能转化为化学能来使水电解? 每秒钟产生的热量是多少焦?

[解答] 在含有反电动势的电路中

$$I = \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{R + r}。$$

这里  $R=0$ , 所以电解液的电阻

$$r = \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{I} = \frac{3.0 - 1.7}{10 \times 10^{-3}} \text{ 欧} = 130 \text{ 欧}。$$

电解池内每秒钟电能转化为化学能的数值

$$E_1 = I_{\text{反}} I t = 10 \times 10^{-3} \times 1.7 \times 1 \text{ 焦} = 1.7 \times 10^{-2} \text{ 焦}。$$

每秒钟产生的热量为

$$E_2 = I^2 r t = (10 \times 10^{-3})^2 \times 130 \times 1 \text{ 焦} = 1.3 \times 10^{-2} \text{ 焦}。$$

3337. 一直流电动机电枢电阻为 4 欧, 外加电压为 110 伏, 通入的电流是 5 安。求: (1) 电机转动时产生的反电动势; (2) 电网输入电动机的功率; (3) 电动机的输出功率; (4) 电枢发热损耗功率; (5) 电动机的效率; (6) 起动电流 (假定不接起动电阻); (7) 起动时的输入功率; (8) 在最大功率输出时的电流、反电动势、电枢绕组发热损耗功率; (9) 最大输出功率; (10) 在效率为 80% 时的输出功率。

[解答] (1) 流入电动机的电流  $I = \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{R}。$

反电动势  $\varepsilon_{\text{反}} = U - I R = 110 \text{ 伏} - 5 \times 4 \text{ 伏} = 90 \text{ 伏}。$

(2) 电网输入电动机的功率  $P_{\text{入}} = I U = 5 \times 110 \text{ 瓦} = 550 \text{ 瓦}。$

(3) 电动机的输出功率  $P_{\text{出}} = I_{\text{反}} I = 5 \times 90 \text{ 瓦} = 450 \text{ 瓦}。$

(4) 电枢发热损耗功率  $P_r = I^2 R = 5^2 \times 4 \text{ 瓦} = 100 \text{ 瓦}。$

(也可根据  $P_{\lambda} = P_{\text{出}} + P_r$  求上述有关量)

$$(5) \text{ 电动机的效率 } \eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\lambda}} \times 100\% = \frac{450}{550} \times 100\% = 81.8\%。$$

(6) 起动时, 转速为零, 电枢不切割磁力线, 不产生反电动势, 故

$$\text{起动电流 } I_{\text{起}} = \frac{U}{R} = \frac{110}{4} \text{ 安} = 27.5 \text{ 安。}$$

$$(7) \text{ 起动时的输入功率 } P'_{\lambda} = I_{\text{起}} \times U = 27.5 \times 110 \text{ 瓦} = 3025 \text{ 瓦。}$$

(8) 电动机的输出功率

$$\begin{aligned} P_{\text{出}} &= P_{\lambda} - P_r = IU - I^2 R \\ &= -R \left[ I^2 - I \frac{U}{R} + \left( \frac{U}{2R} \right)^2 - \left( \frac{U}{2R} \right)^2 \right] \\ &= -R \left( I - \frac{U}{2R} \right)^2 + \frac{U^2}{4R} \end{aligned}$$

$$\text{当 } I = \frac{U}{2R} \text{ 时, 电动机有最大输出功率, 这时电流 } I' = \frac{U}{2R} = \frac{110}{2 \times 4}$$

安 = 13.75 安,

$$\text{反电动势 } \varepsilon'_{\text{反}} = U - I'R = 110 \text{ 伏} - 13.75 \times 4 \text{ 伏} = 55 \text{ 伏,}$$

$$\text{电枢发热功率 } P'_{\text{反}} = I'^2 R = 13.75^2 \times 4 \text{ 瓦} = 756.25 \text{ 瓦。}$$

$$(9) \text{ 最大输出功率 } P_{\text{出最大}} = I' \varepsilon'_{\text{反}} = 13.75 \times 55 \text{ 瓦} = 756.25 \text{ 瓦。}$$

$$(10) \text{ 因为 } \eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\lambda}} = \frac{I \varepsilon_{\text{反}}}{IU} = \frac{\varepsilon_{\text{反}}}{U}, \text{ 当 } \eta' = 80\% \text{ 时,}$$

$$\text{反电动势 } \varepsilon''_{\text{反}} = \eta' U = 0.8 \times 110 \text{ 伏} = 88 \text{ 伏,}$$

$$\begin{aligned} \text{输出功率 } P''_{\text{出}} &= I \varepsilon''_{\text{反}} = \frac{U - \varepsilon''_{\text{反}}}{R} \cdot \varepsilon''_{\text{反}} \\ &= \frac{110 - 88}{4} \times 88 \text{ 瓦} = 484 \text{ 瓦。} \end{aligned}$$

3338. 一小型直流电动机, 电枢电阻为 20 欧, 接在电压为 120 伏的电源上。问当输入电动机的电流为多大时, 电动机可得到最大的输出功率? 此最大输出功率有多大?

[解答] 设输入直流电动机的电流为  $I$ , 则电源输出功率为  $IU$ 。其中电动机电枢电阻损耗的热功率为  $I^2 R$ , 转变为电动机的机械功率为  $N$ , 则

$$N = IU - I^2 R,$$

为求极值, 对上式配方

$$N = -R \left[ I^2 - I \frac{U}{R} + \left( \frac{U}{2R} \right)^2 - \left( \frac{U}{2R} \right)^2 \right]$$

$$= -R \left( I - \frac{U}{2R} \right)^2 + \frac{U^2}{4R},$$

当  $I = \frac{U}{2R}$  时,  $N$  最大,

即  $I = \frac{U}{2R} = \frac{120}{2 \times 20}$  安 = 3安时电动机, 有最大输出功率

$$N = \frac{U^2}{4R} = \frac{120^2}{4 \times 20} \text{瓦} = 180 \text{瓦}。$$

3339. 图中  $M$  为直流电动机, 它的电枢电阻  $r=1.5$  欧, 跟电动机串联的电阻  $R=8.5$  欧, 外加电压  $U=41$  伏。当电动机转动稳定后, 伏特表的示数为  $U'=24$  伏 (通过伏特表的电流忽略不计)。求: (1)通过电动机的电流强度; (2)电动机转动稳定时, 产生的反电动势; (3)输入电动机的电功率; (4)转化成机械能的电功率; (5)电源的电功率。

[解答] (1)电动机中电流和电阻  $R$  中电流相同

$$I_M = I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U - U'}{R}$$

$$= \frac{41 - 24}{8.5} \text{安} = 2 \text{安}。$$

(由于电动机在转动时产生反电动势, 绝对不能用  $I = \frac{U'}{r}$  求电流,

而要用  $I = \frac{U' - \epsilon_{\text{反}}}{r}$  来求电流。)

(2)由  $I = \frac{U' - \epsilon_{\text{反}}}{r}$ , 求得电动机转动稳定时所产生的反电动势  $\epsilon_{\text{反}}$   
 $= U' - Ir = 24 \text{伏} - 2 \times 1.5 \text{伏} = 21 \text{伏}。$

(3)电动机的输入功率

$$P_{\lambda} = IU' = 2 \times 24 \text{瓦} = 48 \text{瓦}。$$

(4)转化成机械能的电功率

$$P_{\text{机}} = I \epsilon_{\text{反}} = 2 \times 21 \text{瓦} = 42 \text{瓦}。$$

(5)电源的功率

$$P_{\text{电源}} = IU = 2 \times 41 \text{瓦} = 82 \text{瓦}。$$

3340. 一台电风扇, 内阻为 20 欧, 接上 220 伏的电压后, 正常运转, 这时电风扇消耗的功率是 66 瓦。求: (1) 通过电动机的电流是多少? (2) 转化为机械能和内能的电功率各是多少? (3) 电机的效率是多少? (4) 如果接上电源后, 转子被卡住, 不会转动, 这时通过电动机的电流多大? 电动机消耗的功率和发热消耗的功率又是多大? 会发生什么事故?

[解答] (1) 通过电动机的电流

$$I = \frac{P}{U} = \frac{66}{220} \text{ 安} = 0.3 \text{ 安。}$$

(2) 转化为内能的功率

$$P_{\text{内}} = I^2 r = 0.3^2 \times 20 \text{ 瓦} = 1.8 \text{ 瓦},$$

转化为机械能的功率

$$P_{\text{机}} = P - P_{\text{内}} = 66 \text{ 瓦} - 1.8 \text{ 瓦} = 64.2 \text{ 瓦。}$$

(3) 电机的效率

$$\eta = \frac{P_{\text{机}}}{P} \times 100\% = \frac{64.2}{66} \times 100\% = 97.3\%。$$

(4) 当转速为零时, 电动机的反电动势  $E_{\text{反}} = 0$ , 这时电动机的电流

$$I' = \frac{U}{r} = \frac{220}{20} \text{ 安} = 11 \text{ 安。}$$

这时电动机消耗的功率

$$P' = I' U = 11 \times 220 \text{ 瓦} = 2420 \text{ 瓦},$$

电动机的发热功率

$$P'_r = I'^2 \cdot r = 11^2 \times 20 \text{ 瓦} = 2420 \text{ 瓦。}$$

电动机消耗功率完全消耗在电枢线圈的发热上, 会使电枢烧毁。

3341. 有一提升重物的电动机, 所用电压为 200 伏, 电流为 4.5 安, 电动机内阻为 2.0 欧。求: (1) 电流做功结果, 电能转化成什么形式的能? (2) 电流的功率; (3) 电动机内阻发热消耗的功率; (4) 电动机的效率。

[解答] (1) 电流做功的结果, 使电能转化成机械能和热能;

(2) 电流的功率

$$P = IU = 4.5 \times 220 \text{ 瓦} = 990 \text{ 瓦。}$$

(3) 电动机内阻发热消耗的功率

$$P_r = I^2 r = 4.5^2 \times 2.0 \text{ 瓦} = 40.5 \text{ 瓦。}$$

(4) 电动机的效率

$$\eta = \frac{P_{\text{机}}}{P} \times 100\% = \frac{990 - 40.5}{990} \times 100\% = 96\%。$$

3342. 有一提升重物用的直流电动机, 其内阻  $r = 0.5$  欧, 已知线路电阻  $R = 10$  欧, 电源电压  $U = 160$  伏, 如图所示, 和直流电动机并联的伏特表, 它的读数为  $V = 110$  伏。求: (1) 通过电动机的电流强度; (2) 输入到电动机的电功率; (3) 电动机中的发热功率、电动机的机械功率。

[分析] 电动机不是纯电阻电路, 工作时有反电动势产生, 不能用式

子  $I = \frac{V}{r}$  来求电动机中流过的电流。本题中电阻  $R$  的一段电路是纯电阻电路，可用式子  $I_R = \frac{U_R}{R}$  来求出  $R$  中的电流，而这也是电动机中的电流。

[解答] (1) 电阻  $R$  中的电流

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U - V}{R} = \frac{160 - 110}{10} \text{ 安} = 5 \text{ 安},$$

电动机和  $R$  串联，电动机中的电流

$$I = I_R = 5 \text{ 安}.$$

(2) 输入到电动机的功率

$$P_{\lambda} = IV = 5 \times 110 \text{ 瓦} = 550 \text{ 瓦}.$$

(3) 电动机中的发热功率

$$P_r = I^2 r = 5^2 \times 0.5 \text{ 瓦} = 12.5 \text{ 瓦},$$

电动机的机械功率

[解法一]

$$P_{\text{机}} = P_{\lambda} - P_r = 550 \text{ 瓦} - 12.5 \text{ 瓦} = 537.5 \text{ 瓦},$$

[解法二]

$$\begin{aligned} P_{\text{机}} &= I_{\text{反}} = I(V - Ir) \\ &= 5(110 - 5 \times 0.5) \text{ 瓦} = 537.5 \text{ 瓦}. \end{aligned}$$

3343. 一台直流发电机，电动势  $\varepsilon = 64.5$  伏，内阻  $r = 0.25$  欧，外面串接一个电阻  $R = 0.2$  欧之后，再接 30 个互相串联的蓄电池，对蓄电池充电。如果每个蓄电池的内电阻为  $0.005$  欧，加在蓄电池组上的电压  $U$  测得为  $60$  伏，那么充电  $24$  小时，有多少电能转化为化学能？

[分析] 由  $I = \frac{\varepsilon - U}{R + r}$  可求出充电电流  $I$ ；再由  $IUt - I^2 r_{\text{蓄}}$  就可求得电能转化为化学能的值。

$$\begin{aligned} \text{[解答] 充电电流 } I &= \frac{\varepsilon - U}{R + r} \\ &= \frac{64.5 - 60}{0.2 + 0.25} \text{ 安} = 10 \text{ 安}. \end{aligned}$$

充电  $24$  小时，电能转化为化学能的数值

$$\begin{aligned} E &= IUt - I^2 r_{\text{蓄}} t = (IU - I^2 r_{\text{蓄}}) t \\ &= (10 \times 60 - 10^2 \times 30 \times 0.005) \times 24 \times 3600 \text{ 焦} \\ &= 5.05 \times 10^7 \text{ 焦}. \end{aligned}$$

3344. 图中的安培表示数  $I = 0.25$  安，伏特表示数  $U_V = 100$  伏，伏特表内  $R_V = 2000$  欧。求  $R$ 。

[解答] 因  $I = I_A = I_R + I_V$ ,

$$\text{而 } I_V = \frac{U_V}{R_V},$$

$$\text{得 } R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{100}{0.25 - \frac{100}{2000}} \text{ 欧} = 500 \text{ 欧}。$$

3345. 用伏安法测量电阻, 如果已知安培表或伏特表的电阻, 则可以用串并联电路的知识来更好地计算出所测的阻值。(1)在图(a)的电路中, 如果安培表的读数为 0.20 安, 伏特表的读数为 30 伏, 伏特表的电阻为 3 千欧, 求待测电阻的阻值。(2)在图(b)的电路中, 如果伏特表的读数为 10 伏, 安培表的读数为 0.10 安, 安培表的电阻为 0.20 欧, 求待测电阻的阻值。

[分析] 导体的电阻可由其两端的电压和流过的电流的比来求得, 即  $R = \frac{U_R}{I_R}$ 。

在图(a)中考虑到伏特表的分流(设为  $I_V$ ), 流过电阻 R 的电流比安培表测量到的值要小(设安培表测得值为 I, 则  $I_R = I - I_V$ ), 所以用图(a)的接法测电阻, 要精确地计算电阻 R 的值, 必须考虑伏特表分流所造成的系统误差, R 的计算式应为  $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U}{I - I_V}$  (伏特表的测量值为 U, 它和  $U_R$  相等);

在图(b)中考虑到安培表的分压(设为  $U_A$ ), 电阻 R 两端的电压比伏特表测量到的值要小(设伏特表测得值为 U, 则  $U_R = U - U_A$ ), 所以用图(b)的接法测电阻, 要精确地计算电阻 R 的值, 必须考虑安培表分压所造成的系统误差, R 的计算式应为  $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U - U_A}{I}$  (安培表的测量值为 I, 它和  $I_R$  相等)。

[解答](1)按图(a)的接法

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_R}{I_R} = \frac{U}{I - I_V} = \frac{30}{0.20 - \frac{30}{3000}} \text{ 欧} \\ &= 157.89 \text{ 欧}。 \end{aligned}$$

(2)按图(b)的接法

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_R}{I_R} = \frac{U - U_A}{I} = \frac{U}{I} - \frac{U_A}{I} \\ &= \frac{U}{I} - R_A = \frac{10}{0.10} \text{ 欧} - 0.20 \text{ 欧} \\ &= 99.80 \text{ 欧}。 \end{aligned}$$

3346. 如图所示的电路中,  $R_1 = R_2 = 60$  欧,  $U_{AB} = 120$  伏, (1)伏特表未接入时, B、C 两点间电压是多少? (2)当内阻  $R_V$  为 120 欧和 1200 欧的伏特表分别接入 B、C 间时, B、C 间的电压各是多少?

[解答] (1)伏特表未接入时,因 $R_1 = R_2$ ,所以B、C两点间的电压

$$U_{BC} = U_2 = \frac{1}{2} U_{AB} = \frac{1}{2} \times 120 \text{伏} = 60 \text{伏}。$$

(2)当 $R'_V = 120$ 欧并联在B、C间即和 $R_2$ 并联时,

$$U'_{BC} = U'_2 = \frac{\frac{R_2 R'_V}{R_2 + R'_V}}{R_1 + \frac{R_2 R'_V}{R_2 + R'_V}} U_{AB}$$

$$= \frac{60 \times 120}{60 + 120} \times 120 \text{伏} = 48 \text{伏}，$$

当 $R''_V = 1200$ 欧并联在B、C间时,

$$U''_{BC} = U''_2 = \frac{\frac{R_2 R''_V}{R_2 + R''_V}}{R_1 + \frac{R_2 R''_V}{R_2 + R''_V}} U_{AB}$$

$$= \frac{60 \times 1200}{60 + 1200} \times 120 \text{伏} = 58.5 \text{伏}。$$

可见  $R_V$  愈大,测量得愈准确。

3347. 附图的电路可以用来测出电源的电动势和内电阻。当变阻器 R 的滑动片在某一位置时,安培表和伏特表的读数分别是 0.20 安和 1.98 伏,改变滑动片的位置后,两表的读数分别为 0.40 安和 1.96 伏,求电池的电动势和内电阻。(不计 A、V 表内阻对电路的影响)

[解答] 根据闭合电路的欧姆定律,可列出联立方程

$$= U_1 + I_1 r,$$

$$= U_2 + I_2 r。$$

消去 , 可得  $U_1 + I_1 r = U_2 + I_2 r$ ,

所以,电源的内电阻

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = \frac{1.98 - 1.96}{0.40 - 0.20} \text{欧} = 0.1 \text{欧}，$$

把 r 值代入  $= U_1 + I_1 r$  中,可得电源电动势

$$= 1.98 \text{伏} + 0.20 \times 0.1 \text{伏} = 2 \text{伏}。$$

3348. 图示电路中:

(1) 闭合电键 K, 当  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$  满足什么条件时, 电流计 G 中无电流?

(2) 如果  $R_1 = R_4 = 2$  欧,  $R_2 = R_3 = 8$  欧,  $= 6$  伏,  $r = 1$  欧, 打开 K, C、D 间的电压有多大?

(3) 按第(2)小题的条件, 闭合 K, 电流计中有无电流? 如有电流, 则

有多大？（电流表 G 的内阻不计）

[解答] (1) 这是一个电桥，当满足

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \text{ 时电桥平衡，G 中无电流。}$$

(2) K 断开时，因  $R_1 + R_3 = R_2 + R_4$ ，

所以 
$$R_{AB} = \frac{1}{2}(R_1 + R_3) = \frac{1}{2}(2 + 8) \text{ 欧} = 5 \text{ 欧}，$$

$$\text{总电流 } I = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r} = \frac{6}{5 + 1} \text{ 安} = 1 \text{ 安}，$$

$$I_1 = I_3 = I_2 = I_4 = \frac{1}{2}I = 0.5 \text{ 安}，$$

$$U_{AC} = I_1 R_1 = 0.5 \times 2 \text{ 伏} = 1 \text{ 伏}，$$

$$U_{AD} = I_2 R_2 = 0.5 \times 8 \text{ 伏} = 4 \text{ 伏}，$$

$$\begin{aligned} \text{C、D 间电压 } U_{CD} &= U_C - U_D = (U_A - U_{AC}) - (U_A - U_{AD}) \\ &= -U_{AC} + U_{AD} = -1 \text{ 伏} + 4 \text{ 伏} = 3 \text{ 伏。} \end{aligned}$$

(3) 闭合 K，在忽略电流计内阻的条件下，

$U_{CD} = 0$ ，则  $U_{AC} = U_{AD}$ ， $I_1 R_1 = I_2 R_2$ ， $2I_1 = 8I_2$ ，

$$I_1 = 4I_2 \quad (1)$$

$$U_{CB} = U_{DB}，I_3 R_3 = I_4 R_4，8I_3 = 2I_4$$

$$4I_3 = I_4 \quad (2)$$

又  $I = I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \quad (3)$

$$\begin{aligned} R_{AB} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \times 8}{2 + 8} \text{ 欧} + \frac{8 \times 2}{8 + 2} \text{ 欧} \\ &= 3.2 \text{ 欧}， \end{aligned}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r} = \frac{6}{3.2 + 1} \text{ 安} = 1.43 \text{ 安} \quad (4)$$

由(1)、(3)、(4)式解得  $I_1 = 1.14 \text{ 安}$ ， $I_2 = 0.29 \text{ 安}$ ，

由(2)、(3)、(4)式解得  $I_3 = 0.29 \text{ 安}$ ， $I_4 = 1.14 \text{ 安}$ ，

流过电流表 G 的电流

$$I_g = I_1 - I_3 = 1.14 \text{ 安} - 0.29 \text{ 安} = 0.85 \text{ 安}。$$

电流方向由 C 经 G 到 D。

3349. 附图所示的电路中，已知  $R_1 = R_4 = 4 \text{ 欧}$ ， $R_2 = R_3 = 3 \text{ 欧}$ 。问：(1) B、D 间有没有电势差？如果用导线把 BD 连接起来，有否电流？方向如何？(2) 如果  $R_1 = R_2 = 4 \text{ 欧}$ ， $R_3 = R_4 = 3 \text{ 欧}$  呢？

[解答] (1) 图示的电路可看成电桥电路， $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  和  $R_4$  分别为

电桥的四条臂。但  $\frac{R_1}{R_3} = \frac{4}{3}$ ， $\frac{R_2}{R_4} = \frac{3}{4}$ ，

$\frac{R_1}{R_3} \neq \frac{R_2}{R_4}$ ，电桥不平衡， $U_{BD} \neq 0$ ，所以当用导线连接BD时，导

线中有电流流过。

取C点电势为零电势( $U_C = 0$ )，则

$$U_B = U_{BC} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U_{AC} = \frac{3}{4+3} U_{AC} = \frac{3}{7} U_{AC} ;$$

$$U_D = U_{DC} = \frac{R_4}{R_2 + R_4} U_{AC} = \frac{4}{3+4} U_{AC} = \frac{4}{7} U_{AC} \circ$$

由于 $U_D > U_B$ 故电流从D流向B。

(2)  $\frac{R_1}{R_3} = \frac{4}{3}$ ， $\frac{R_2}{R_4} = \frac{4}{3}$ ， $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$  电桥平衡， $U_{BD} = 0$ ，如用导线连

接BD，导线中没有电流通过。

3350. 图示的电路中，设 $R_1$ 为2欧， $R_2$ 为3欧， $R_3$ 为4欧， $R_4$ 为5欧，那么当我们把电流表接在B、D间时，有无电流通过电流表？如果有，电流的方向是什么？

[解答] 因为 $\frac{R_1}{R_2} \neq \frac{R_3}{R_4}$ ，所以电桥不平衡，也就是说电流表中的

电流 $I_g \neq 0$ ，电流表G中有电流通过。

要确定B、D间的电流方向，可先判断B、D两点的电势哪点高。设B、D间暂不接电流表G，且设C点电势 $U_C=0$ ，则

$$U_B = U_{BC} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{AC} = \frac{5}{4+5} U_{AC} = \frac{5}{9} U_{AC} ,$$

$$U_D = U_{DC} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AC} = \frac{3}{2+3} U_{AC} = \frac{3}{5} U_{AC} \circ$$

可见 $U_D > U_B$ ，当B、D间接有电流表时，电流的方向自D到B。

3351. 附图是测量灵敏电流表G的内电阻 $R_g$ 的一个实验电路。P、R、S为阻值已知的电阻，Q为电阻箱。调节Q使电键K不论接通或断开，G表的指示都不发生变化，试求：(1) $R_g$ ；(2)已知电源电动势、内阻不计，试求流过G的电流。

[解答] (1)这是一个电桥电路，不论K接通或断开，流过G的电流不变化，说明G两端的电压不变化，也即 $U_{ab}$ 必然为零，电桥平衡。因此

$$\frac{P}{Q} = \frac{S}{\frac{RR_g}{R+R_g}},$$

解得  $R_g = \frac{PSQ}{PR - SQ}$  (1)

(2) 由于电源内阻不计，G两端的电压

$$\begin{aligned} U_g &= \frac{\frac{RR_g}{R+R_g}}{S + \frac{RR_g}{R+R_g}} \varepsilon \\ &= \frac{RR_g}{S(R+R_g) + RR_g} \varepsilon_0 \end{aligned}$$

流过G的电流

$$\begin{aligned} I_g &= \frac{U_g}{R_g} = \frac{R}{S(R+R_g) + RR_g} \varepsilon \\ &= \frac{R}{RS + (S+R)R_g} \varepsilon_0 \end{aligned}$$

将(1)式代入上式，得

$$\begin{aligned} I_g &= \frac{R}{RS + (S+R) \cdot \frac{PSQ}{PR - SQ}} \varepsilon \\ &= \frac{PR - SQ}{RS(P+Q)} \varepsilon_0 \end{aligned}$$

(做这个实验时，要适当选择各电阻的阻值和电源电动势的大小，务必使实验时流过G的电流小于G的满度电流。)

3352. 在附图的电路中， $R=15$  欧，电桥平衡时  $l_1$  为 0.45 米， $l_2$  为 0.55 米，求待测电阻  $R_x$ 。

[分析] 附图是滑线式电桥，电桥平衡时  $\frac{R}{R_x} = \frac{R_{AD}}{R_{DC}}$ ，因电阻丝是

均匀的，所以  $\frac{R_{AD}}{R_{DC}} = \frac{l_1}{l_2}$ ，即  $\frac{R}{R_x} = \frac{l_1}{l_2}$ ，就可求得  $R_x$ 。

[解答] 滑线式电桥，在平衡时  $\frac{R}{R_x} = \frac{l_1}{l_2}$ ，

得  $R_x = \frac{l_2}{l_1} \cdot R = \frac{0.55}{0.45} \times 15 \text{ 欧} = 18.3 \text{ 欧}。$

3353. 为了检查电缆中的一根导线由于绝缘皮损坏而通地的地方，可以使用如图所示的电路。AB 为一粗细均匀的长  $l=100$  厘米的电阻丝，接触器 H 可以在 AB 上滑动。如果当接触器 H 和 B 端距离  $l_1=41$  厘米时，电流表 G 中没有电流通过，试求电缆损坏处离检查地点的距离（即图中 DP 的长度  $x$ ）。电缆长  $L=7.8$  千米，AC、BD 和 EF 段的电阻略去不计。

[分析] 这种短路检测器应用了电桥原理。电桥的四条臂分别为  $R_{AH}$ 、 $R_{HB}$ 、 $R_{AP}$ 、和  $R_{PB}$ 。电桥平衡时  $\frac{R_{AH}}{R_{HB}} = \frac{R_{AP}}{R_{PB}}$ 。由于各段导线均匀，根据电阻定律，电阻的比等于导线长度的比，由此就可求得  $x$  的长度。

[解答] 当  $I_g = 0$  时，电桥平衡， $\frac{R_{AH}}{R_{HB}} = \frac{R_{AP}}{R_{PB}}$ ，

式中 
$$\frac{R_{AH}}{R_{HB}} = \frac{l - l_1}{l_1}，$$

$$R_{AP} = R_{CE} + R_{FP}，（AC、EF段电阻不计）$$

$$R_{PB} = R_{PD}，（BD段电阻不计）$$

$$\frac{R_{AP}}{R_{PB}} = \frac{R_{CE} + R_{FP}}{R_{PD}} = \frac{L + (L - x)}{x}；$$

$$\frac{l - l_1}{l_1} = \frac{L + (L - x)}{x}，$$

$$\begin{aligned} \text{整理后得 } x &= \frac{2l_1}{1} L = \frac{2 \times 41}{100} \times 7.8 \text{ 千米} \\ &= 6.4 \text{ 千米。} \end{aligned}$$

3354. 如图所示，已知  $U_1 = 8$  伏； $U_2 = 3$  伏。内阻均不计， $R_1 = 15$  欧， $R_3 = 40$  欧， $R_4 = 30$  欧， $R_5 = 10$  欧，当合上  $K$  时，电流表  $G$  的读数为零，求  $R_2$  的值。

[分析] 本题的关键是要找出使  $I_g = 0$  的条件，即  $U_{EF} = U_2$ 。

[解答] 要使  $I_g$  为零，必须满足  $U_{EF} = U_2$ 。

设  $N$  点电势为零，则

$$U_E = U_{EN} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1，$$

$$U_F = U_{FN} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_1，$$

$$U_E - U_F = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_1，$$

因 
$$U_E - U_F = U_{EF} = U_2，$$

得 
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 - \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_1，$$

$$3 = \frac{R_2}{15 + R_2} \times 8 - \frac{10}{30 + 10} \times 8，$$

解得  $R_2 = 25$  欧。

3355. 如图所示，调节变阻器  $R$ ，当它的阻值为  $4.5$  欧时， $B$  灯（“ $3V$ 、 $2W$ ”）和  $A$  灯（“ $6V$ 、 $4W$ ”）都能正常发光，而且电流表  $G$  正好没有电流流过。已知电源电动势  $E = 9.3$  伏。求电池内电阻  $r$ 、电阻  $R_0$  以及  $M$ 、 $E$ 、

N 各点的电势是多少？

[分析] 由电桥平衡条件可求出电阻  $R_0$  的值；由 A、B 两灯的额定电流可求出干路电流强度；由欧姆定律可求出电压  $U_{MN}$  和电源内电阻  $r$ ；由电势差概念可求出 M、E、N 各点的电势。

$$[\text{解答}] \quad A \text{ 灯的电阻 } R_A = \frac{U_A^2}{P_A} = \frac{6^2}{4} \text{ 欧} = 9 \text{ 欧},$$

$$\text{额定电流 } I_A = \frac{P_A}{U_A} = \frac{4}{6} \text{ 安} = \frac{2}{3} \text{ 安},$$

$$B \text{ 灯的电阻 } R_B = \frac{U_B^2}{P_B} = \frac{3^2}{2} \text{ 欧} = 4.5 \text{ 欧},$$

$$\text{额定电流 } I_B = \frac{P_B}{U_B} = \frac{2}{3} \text{ 安},$$

当  $I_g = 0$  时，电桥平衡，

$$\frac{R_0}{R_B} = \frac{R_A}{R},$$

$$\text{得} \quad R_0 = \frac{R_A}{R} \cdot R_B = \frac{9}{4.5} \times 4.5 \text{ 欧} = 9 \text{ 欧},$$

$$\text{因} \quad R_0 + R_B = R_A + R,$$

$$R_{\text{总}} = \frac{1}{2}(R_0 + R_B) = \frac{1}{2}(9 + 4.5) \text{ 欧} = 6.75 \text{ 欧},$$

$$\text{又} \quad I = I_1 + I_2 = I_B + I_A = \frac{2}{3} \text{ 安} + \frac{2}{3} \text{ 安} = \frac{4}{3} \text{ 安},$$

$$\text{得} \quad U_{MN} = IR_{\text{总}} = \frac{4}{3} \times 6.75 \text{ 伏} = 9 \text{ 伏}.$$

由于 M 点接地，M 点电势为零。

$$N \text{ 点电势 } U_N = U_M - U_{MN} = 0 - 9 \text{ 伏} = -9 \text{ 伏},$$

$$E \text{ 点电势 } U_E = U_{EN} + U_N = U_B + U_N \\ = 3 \text{ 伏} + (-9) \text{ 伏} = -6 \text{ 伏}.$$

$$\text{又} \quad \varepsilon = U_{MN} + Ir,$$

得电池内电阻

$$r = \frac{\varepsilon - U_{MN}}{I} = \frac{9.3 - 9}{4/3} \text{ 欧} = 0.225 \text{ 欧}.$$

3356. 如图所示的电路中，电动势  $\varepsilon = 1.5$  伏，内电阻  $r = 0.2$  欧。当电流达到稳定后，电容器 C 上的电量是多少库？已知电容器 C 的电容是  $2 \times 10^{-2}$  微法， $R_1 = 0.3$  欧， $R_2 = 2$  欧。

[解答] 电容器 C 的电压和电阻  $R_2$  的电压相等， $U_C = U_2 =$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} \cdot \varepsilon = \frac{2}{0.3 + 2 + 0.2} \times 1.5 \text{ 伏} = 1.2 \text{ 伏}.$$

电容 C 上的电量

$$Q_C = CU_C = 2 \times 10^{-2} \times 10^{-6} \times 1.2 = 2.4 \times 10^{-8} \text{ 库}.$$

3357. 图示的电路中，电源电动势  $\mathcal{E}$ ，它的内电阻  $r=2$  欧，电阻  $R_1=28$  欧， $R_2=30$  欧， $R_3=60$  欧，求电键 K 断开和闭合时电容 C 所带电量的比。

[解答] 设电容器的电容量为 C。

K 断开时，待电路稳定后， $R_1$ 、 $R_3$  中无电流通过， $R_1$ 、 $R_3$  无电压降，电容 C 两端的电压等于  $\mathcal{E}$ ，这时电容所带电量

$$Q_1 = C \cdot \mathcal{E}。$$

K 闭合后， $R_3$  中同样没有电流，电容 C 两端的电压和  $R_2$  的电压相等，

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} \mathcal{E} = \frac{30}{28 + 30 + 2} \mathcal{E} = \frac{1}{2} \mathcal{E}。$$

这时电容所带电量

$$Q_2 = C \cdot \frac{1}{2} \mathcal{E}。$$

K 断开和闭合，电容所带电量的比为

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C \cdot \mathcal{E}}{C \cdot \frac{1}{2} \mathcal{E}} = 2 : 1。$$

3358. 在图示的电路中， $C_1=6$  微法， $C_2=3$  微法， $R_1=6$  欧， $R_2=3$  欧。

(1) 当开关 K 断开时，a、b 间的电势差是多大？a 和 b 哪一点电势较高？

(2) 开关 K 闭合后，b 点的电势是多高？

[解答] 因 N 点接地，N 点电势  $U_N=0$ 。

$$\begin{aligned} (1) \text{ 当 K 断开时，} C_1、C_2 \text{ 串联支路中 } U_{aN} &= U_{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U \\ &= \frac{6}{6 + 3} \times 18 \text{ 伏} = 12 \text{ 伏，在 } R_1、R_2 \text{ 串联支路中} \end{aligned}$$

$$U_{bN} = U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{3}{6 + 3} \times 18 \text{ 伏} = 6 \text{ 伏。}$$

a、b 间电势差

$$U_{ab} = U_{aN} - U_{bN} = 12 \text{ 伏} - 6 \text{ 伏} = 6 \text{ 伏。}$$

a 点电势比 b 点高。

(2) 当 K 闭合后，a、b 两点等势，其值

$$U_b = U_a = U_{R_2} = 6 \text{ 伏。}$$

3359. 图示的电路中， $\mathcal{E}=10$  伏， $r=2$  欧， $R_1=10$  欧， $R_2=8$  欧， $C_1=40$  微法， $C_2=20$  微法，求：(1) 电键 K 断开时，在电路稳定后，要使  $R_3$  上获得最大功率， $R_3$  应为多大？这时 K 两端的电势差  $U_{ab}$  为多少？

(2) K 闭合且电路稳定后，电容  $C_1$ 、 $C_2$  所带电量各为多少？

[解答] (1) K 断开时，当  $R_3=R_2+r=8$  欧+2 欧=10 欧， $R_3$  上获得的功率

最大。电路中电流  $I = \frac{10}{8+10+2} = 0.5$  安。

取N点为零电势，则在  $C_1$ 、 $C_2$  串联电路中

$$U_A = U_{AN} = U_{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (\varepsilon - Ir) = \frac{40}{40+20} \times 9 \text{ 伏} \\ = 6 \text{ 伏,}$$

在  $R_2$ 、 $R_3$  串联电路中

$$U_{R_3} = \frac{R_3}{R_2 + R_3 + r} \varepsilon = \frac{10}{8+10+2} \times 10 \text{ 伏} = 5 \text{ 伏,}$$

由于  $R_1$  中无电流， $R_1$  两端无电压降，所以

$$U_B = U_M = U_{R_3} = 5 \text{ 伏。}$$

这时K两端的电势差

$$U_{AB} = 6 \text{ 伏} - 5 \text{ 伏} = 1 \text{ 伏。}$$

(2) K 闭合且电路稳定后，由于  $R_1$  中无电流， $R_1$  两端等势，即 A、M 两点电势相等，电容  $C_1$  和电阻  $R_2$  的电压相等，电容  $C_2$  和电阻  $R_3$  的电压相等。所以  $C_1$ 、 $C_2$  的带电量分别为

$$Q_1 = C_1 U_{R_2} = C_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_3 + r} \times \varepsilon \\ = 40 \times 10^{-6} \times \frac{8}{8+10+2} \times 10 \text{ 库} \\ = 1.6 \times 10^{-4} \text{ 库。}$$

$$Q_2 = C_2 U_{R_3} = 20 \times 10^{-6} \times 5 \text{ 库} = 1 \times 10^{-4} \text{ 库。}$$

3360. 如图所示，将一电动势  $\varepsilon = 1.4$  伏，内阻  $r = 0.5$  欧的电源和粗细均匀的电阻丝相连，电阻丝长度  $L = 0.3$  米，电阻  $R = 100$  欧，当滑动触头以  $4 \times 10^{-3}$  米/秒的速度向右滑动时，电流表 G 的读数为多少？哪一端为 G 的“+”接线柱，哪一端为“-”接线柱？已知电容器 C 的每一极板面积为  $S = 0.2 \times 0.2$  米<sup>2</sup>，两极板间的距离为  $d = 2.0 \times 10^{-6}$  米，真空中介电常数  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$  法/米。

[解答] 电阻丝两端电压

$$U = \frac{R}{R+r} \cdot \varepsilon。$$

电阻丝每单位长度的电压

$$U = \frac{1}{L} \times \frac{R}{R+r} \times \quad .$$

单位时间内电容器两极板的电压减少量

$$U_C = U \cdot v = \frac{Rv}{L(R+r)} .$$

单位时间内电容器电荷的减少量

$$Q = C U_C = \frac{Rv}{L(R+r)} \cdot \frac{C}{d} .$$

电容器（通过G）的放电电流在数值上等于单位时间内电容器电荷的减少量

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{Q}{t} = \frac{Q}{1} = \frac{Rv}{L(R+r)} \cdot \frac{C}{d} \\ &= \frac{100 \times 4 \times 10^{-3} \times 1.4}{0.3(100+0.5)} \times \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 0.2 \times 0.2}{2.0 \times 10^{-6}} \text{安} \\ &\approx 3.3 \times 10^{-9} \text{安} = 3.3 \times 10^{-3} \text{微安} . \end{aligned}$$

电容器左极板带正电荷，右极板带负电荷，由于滑动端向右移动时，电容器的电荷是减少的，故电容器放电流的方向向左，电流计 b 端应是“+”接线柱，a 端应是“-”接线柱。

### 说理和论证题

3361. 在电路里形成电流的条件是什么？一段导体通电，它的内部电场强度是否为零？整段导体是不是等势体？

[解答] 在电路里要形成电流首先要有自由电荷（如金属导体中的自由电子，酸、碱、盐溶液中的正、负离子），还要使电路两端保持一定电压。自由电荷是形成电流的先决条件，电压则是形成持续电流的必要条件。一段导体通电，即在导体两端加有电压，导体内部建立起电场，自由电荷就在电场力的作用下定向移动，形成电流。显然导体内部电场强度不为零，整段导体也不是等势体。

3362. 将电压 U 加在一根导线的两端，设导线的横截面的直径为 d，长度为 l。试分别讨论下列情况对自由电子定向运动速率的影响：

(1) U 增大到两倍；(2) l 增长到两倍；(3) d 增大到两倍。

[解答] 导线中的电流强度和自由电子定向移动速率的关系式为

$$I = neSv .$$

式中 S 为金属导体的横截面积，n 为金属导体单位体积内的自由电子数，e 为电子的电量，v 为自由电子定向移动的速率。

(1) 如果加在导线两端的电压 U 增大到两倍，则导线的电流强度 I 也增大到两倍，由上式可知导线中自由电子定向运动速率也增大到两倍；

(2) 由电阻定律可知，l 增长到两倍，电阻 R 也增大到两倍。电压不变时，电流和电阻成反比，因此电流减小到原来的二分之一，于是自由电子的定向运动速率也减小到原来的二分之一。

(3) 导线直径增大到两倍，其横截面积就增大到四倍，导线的电阻减小到原来的四分之一，在电压不变时，电流和电阻成反比，导线中的电流就增大到原来的四倍。由公式  $I = neSv$  可得自由电子的定向移动速率

$v = \frac{I}{S} \cdot \frac{1}{ne}$ ，由于I和S都增大到四倍，因此v不变。

3363. 想把 220 伏的电炉用在 110 伏的电压上，但又不改变电炉的瓦数，应该怎么办？

[解答] 电炉的功率  $P = \frac{U^2}{R}$ ，当电压U减小一半，功率P就减到  $\frac{P}{4}$ 。

为使P不变，相应要将电阻减小到原来的1/4，但通过的电流仍应等于

额定电流，据  $I = \frac{U}{R} = \frac{U/2}{R/2}$ ，可将电炉的电阻丝的正中间抽一个头作

为一端，电阻丝的头、尾接在一起作为另一端，将这两个新的线端接入 110 伏的电路即可，如图所示。

这时通过每段电阻丝的电流和原来接在 220 伏电压上时相同，为

$I = \frac{U/2}{R/2} = \frac{U}{R}$ ，并联总电阻为  $1/4R$ ，所以改装后电炉的功率

$$P = \frac{(U/2)^2}{R/4} = \frac{U^2}{R}$$

和原先接在 220 伏电压上时相同。

3364. 有一个电源，第一次外电路的电阻为  $R_1$ ，第二次外电路的电阻为  $R_2$ ，如果这两次外电阻在相等的时间内发出的热量相等。证明电源的内电阻  $r = \sqrt{R_1 R_2}$ 。

[证明] 设电源的电动势为  $\epsilon$ ，内电阻为  $r$ 。两电阻在  $t$  时间内发出的热量分别为

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t = \left( \frac{\epsilon}{R_1 + r} \right)^2 R_1 t,$$

$$Q_2 = I_2^2 R_2 t = \left( \frac{\epsilon}{R_2 + r} \right)^2 R_2 t,$$

$$Q_1 = Q_2,$$

$$\left( \frac{\epsilon}{R_1 + r} \right)^2 R_1 t = \left( \frac{\epsilon}{R_2 + r} \right)^2 R_2 t,$$

解得电源的内电阻  $r = \sqrt{R_1 R_2}$ 。

3365. 如图所示的电路中，假定在 A 处串联一只电阻器在电路中，伏特表的读数会怎样变化？如果将同一电阻器改在 B 点处串联在电路中，伏特表的读数又将怎样变化？这两次的变化值是否相等？

[解答] 不论在 A 或 B 点处串入一电阻器，伏特表的读数都会变小。如串入同一电阻器，这两次的变化值是相同的。

3366. 附图所示电路中，将一只电阻器，第一次在 A 点处串联入电路，第二次在 B 点处串联入电路，其他条件都不变。那么，

(1) 这两次电阻 R 两端得到的电压是否相同？

(2) 这两次 C 点的电势是否相同？D 点呢？

[解答] (1) 相同。

(2)都不相同。

3367. 图(a)所示的电路中：(1)如果电动势  $\varepsilon = 5$  伏， $R_1 = 2$  欧， $R_2 = 4$  欧， $R_3 = 6$  欧，则安培表的读数是多少？(2)现在把安培表和电池的位置相互对调一下，试证明安培表的示数保持不变。电池的内电阻不计。

[解答] (1)总电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \\ = \frac{R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} \cdot \varepsilon,$$

安培表的读数

$$*I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I \\ = \frac{R_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} \cdot \varepsilon = \frac{R_2 \varepsilon}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (1)$$

代入数据得

$$I_3 = \frac{4}{2(4+6) + 4 \times 6} \times 5 \text{安} = \frac{5}{11} \text{安}。$$

[证明] (2)安培表和电池的位置对调后的电路如图(b)，这时总电流

$$I' = \frac{R_1 + R_2}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2},$$

安培表的示数

$$I'_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I' \\ = \frac{R_2}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \\ = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (2)$$

和上面的(1)式对照，可见(1)、(2)两式相等。

(\*在并联电路中，电流和电阻成反比。如在图(a)中， $R_2$ 和 $R_3$ 并联，

$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$ ，又因 $I_2 + I_3 = I$ ，解得 $I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I$ ； $I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I$ ，这就是分电流和总电流的关系，在上面的解答和证明中应用了这个关系。)

3368. 如图所示的电路中， $U$  恒定不变， $K$  原来是断开的。现在将  $K$  闭合，电路中的电流表及电压表的示数各有什么变化？说明你判断的理由。

[解答]  $K$  断开时，电路由  $R_1$ 、 $R_2$  串联组成； $K$  闭合后， $R_2$  两端并联了  $R$ ，电路由  $R_1$  和  $R_2$ 、 $R$  并联的电路串联组成。由于电路发生了变化，各部分的电压分配、电流分配也发生变化，各电表的示数跟着变化。

下面用两种表述的方法来回答本题，答题时可任选一种。

(1)用文字表述：

K 闭合后，R、 $R_2$  并联的总电阻比  $R_2$  小，电路的总电阻减小。在 U 不变的条件下，由欧姆定律可知，总电流增大，使 A 的示数增加；流过  $R_1$  的电流增强， $R_1$  两端的电压增加， $V_1$  的示数增加；因  $U_2=U-U_1$ ，所以  $U_2$  减小， $V_2$  的示数减小； $R_2$  两端的电压减小使流过  $R_2$  的电流减小，所以 A 的示数减小。

(2)用公式组成“变化键”表述：

下面的箭头表示变化，括号中表示的是理由。

当K闭合： $\rightarrow R_{\text{总}} \downarrow \left( R_{\text{总}} = R_1 + \frac{RR_2}{R+R_2} \right) \rightarrow I \uparrow, A$ 的示数增加 $\left( I = \frac{U}{R_{\text{总}}} \right)$   
 $\rightarrow U_1 \uparrow, V_1$ 的示数增加 $(U_1 = I_1 R_1 = IR_1) \rightarrow U_2 \downarrow, V_2$ 的示数减小 $(U_2 = U - U_1)$   
 $\rightarrow I_2 \downarrow, A'$ 的示数减小 $\left( I_2 = \frac{U_2}{R_2} \right)$ 。

本题也可先分析  $V_2$ 、A 示数的变化 ( $R_2$  和 R 并联后，电阻减小，使  $R_2$ 、R 并联电路在总电压中分配到的电压减小， $V_2$  示数减小……)，再分析  $V_1$ 、A 示数的变化，但不论哪个先分析，首先要按题意判断电路的组成发生了什么变化，然后再根据电学知识来分析电流、电压跟着发生的变化。

3369. 图示电路中，因发生故障，按下电键 K 四个小灯都不亮，用电压表测量 A、B 间的电压  $U_{AB}=3$  伏；B、D 间电压  $U_{BD}=0$ ；D、C 间的电压  $U_{DC}=0$ ，A、C 间的电压  $U_{AC}=3$  伏。问故障在哪里？试作简单分析。

[解答] $U_{AB}=3$  伏，说明电源正常；按下 K， $U_{BD}=0$ 、 $U_{DC}=0$ ，说明 B、D 段和 C、D 段没有电流，但还不能判定其间有无断路或短路发生； $U_{AC}=3$  伏，说明 C 和 B 点等势，B—D—C 中确无电流，但 B—D—C 间接线正常（但还不能判定有否短路发生，如要进一步检查，可断开 K，用欧姆表检查），而只有 A、C 间断路才导致电路电流为零，所以故障出在 A、C 间电路的断路上。

3370. 在附图所示的电路中，每节干电池的电动势为 1.4 伏，伏特表内阻为 1K 欧，小灯泡标有“2.5V、0.75W”字样。当单刀双掷开关掷到 3 时，伏特表示数为 2.50 伏。当单刀双掷开关掷向 1 时，小灯完全不亮。经检查，伏特表、灯泡、开关、接线都完好，所有接触点的接触良好。试简述灯泡不亮的原因。

[解答]由题意所知灯泡不亮的原因不是由于接线和接触不良所造成，而当 K 和 3 相接时，伏特表读到的电源路端电压比两节干电池的电动势低许多，说明电池内阻过大，电池已将用完，已不能正常供电使小灯发光。下面对有关数据进行计算，以论证上述的分析。

设两节干电池的总电动势为  $E$ 、总内阻为  $r$ ，用  $R_V$  表示伏特表的内阻，则 K 和 3 相接时，电源的路端电压（即伏特表的读数） $U = \frac{R_V}{R_V + r} E$ ，

$$2.50 = \frac{1000}{1000 + r} \cdot 2 \times 1.4,$$

解得电源的内阻  $r=120$  欧。（注意：供电正常的干电池内阻每一节在零点几到几欧）

将这样的电源对小灯泡供电（K 接 1）显然不能使小灯发光。

流过小灯的电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R_L + r} = \frac{\varepsilon}{\frac{U_L^2}{P_L} + r} = \frac{2.8}{\frac{2.5^2}{0.75} + 120} \text{ 安}$$

$$= 0.02 \text{ 安。}$$

比小灯的额定电流  $I_L$  小得多，

$$I_L = \frac{P_L}{U_L} = \frac{0.75}{2.5} \text{ 安} = 0.3 \text{ 安。}$$

由此可见，本题小灯不亮的原因是电池内阻过大 电池基本用完。

3371. 如图所示的简单电路，当电键 K 闭合后，内、外电路都发生能量转换。指出这时内、外电路在能量转换上有何区别和联系？

[解答]当电键 K 闭合后，在内电路：电源的非静电力把正电荷从负极移到正极，是要做功的。这个做功的过程，实际上就是把其他形式的能转化为电能的过程。与此同时，电流流过内电阻，使一部分电能转换成内能，消耗在内电阻上。

在外电路：电流通过外电路使电能转换成其他形式（如内能、机械能、化学能）的能。总之，电源将其他形式的能转换为电能，而电流流过外电路又将电能转换为其他形式的能，流过内电路则将电能转换成内能。

3372. 指出电势、电势差、电势降落和电动势在物理意义的区别。外电路断开时电源两端的电压等于电源的电动势能否说电压就是电动势？

[解答]电场中某一点的电荷的电势能跟它的电量的比值，叫做这一点的电势；电场中两点间的电势的差值叫做电势差也叫电压。电势没有绝对的意义，只有规定了某处电势为零以后，才能确定电场中其他各点的电势的值。在规定了零电势后，电场中各点的电势可以是正值，也可以是负值。电势差是电场中确定的两点间的电势的比较，跟是否规定零电势无关。要使导体中产生持续的电流，导体两端必须保持有电势差（电压）。沿着电流方向，电流每通过一个电阻，电势就要降低一定数值，这叫电势降落或电压降，其数值和电阻两端的电压相等。电动势反映了电源把其他形式的能转化为电能的本领，它在数值上等于电源内的非静电力把正电荷从负极移送到正极所做的功跟被移送的电量的比值。电源的电动势使电路中产生和保持电压，从而使电路中有电流通过。外电路断开时电源两端的电压等于电源的电动势，这只是数值上的相等，不能说电压就是电动势，这是两个不同的概念。

3373. 短路指的是什么情况？断路指的是什么情况？电源短路和部分电路短路指的又是些什么情况？安培表烧毁属于断路还是短路？

[解答]某部分电路的电阻趋近于零就称这部分电路短路了；相反，某部分电路的电阻变成无限大（该电路根本不通）就称这部分电路断路了。电源短路是指电源两极直接连通，即电源外电路电阻趋近于零的情况；部分电路短路是指该部分电路电阻趋近于零的情况。安培表串联在电路中，如通过的电流超过安培表所允许通过的最大电流，安培表的线圈和分流电阻会被烧毁（烧断），使电路断路。

3374. 电源短路时电源两端的电压是多少？部分电路短路时，这部分电路两端的电压是多少？这时该部分电路的总电阻是多少？

[解答]电源短路时电源两端的电压为零；部分电路短路时，该部分电路的总电阻为零，该部分电路两端的电压也为零。

3375. 判断一下，下述两种情形下，电路的外电阻发生了怎样的变化？(1)接在电源两极的伏特表读数减小；(2)接在电源两极的伏特表读数增大。

[解答](1)当外电路电阻减小时，其电压减小；

(2)当外电路电阻增大时，其电压增大。

3376. 取一个伏特表和几个干电池，几根导线，几个定值电阻，先按附图所示电路连接，然后在电阻 AB 上依次并联一个、两个定值电阻，观察伏特表的读数会发生什么变化？并解释这种现象。

[解答]当在 AB 两端依次并联一个、两个定值电阻后，伏特表的读数将依次减小。其原因如下：

AB 两端并联电阻后，外电路的总电阻减小，电路的总电流增大，内压降增大，路端电压即伏特表两端的电压就减小，因此其读数就减小。

3377. 如图所示电路中，电源的电动势  $\varepsilon$  和内阻  $r$  都一定。

(1)电键 K 断开和闭合这两种情况相比较，哪种情况下外电路的总电阻值较大？为什么？

(2)K 闭合前后，通过  $R_1$  的电流强度有何变化？为什么？

(3)如果  $R_1=9.0$  欧， $R_2=7.2$  欧，在 K 断开和闭合这两种情况下，电源的输出功率相同，那么，这两种情况下，电阻  $R_1$  上得到的电功率之比是多少？

[解答](1)K 断开时外电路的电阻值较大。因为当 K 闭合后，外电路由  $R_1$ 、 $R_2$  并联组成，并联电路的等效电阻要比每一支路的电阻都小。

(2)K 闭合后，外电路总电阻减小，干路电流增大，电源内压降增大，路端电压减小，加在  $R_1$  两端的电压也减小， $R_1$  中的电流减小。上述过程也可用下面的“变化键”来表示：

$$\begin{aligned} & \text{K 闭合} \rightarrow R \downarrow \left( R_{\text{总}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} < R_1 \right) \rightarrow I \uparrow \left( I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{总}} + r} \right) \rightarrow U_{\text{内}} \uparrow (U_{\text{内}} = I r) \\ & \rightarrow U \downarrow (U = \varepsilon - I r) \rightarrow I_1 \downarrow \left( I_1 = \frac{U}{R_1} \right). \end{aligned}$$

(3)K 断开时电源的输出功率

$$p' = \frac{U^2}{R_1} = \frac{\left(\frac{R_1}{R_1+r} \cdot \varepsilon\right)^2}{R_1} = \frac{R_1}{(R_1+r)^2} \cdot \varepsilon^2,$$

K 闭合时电源的输出功率

$$P'' = \frac{U''^2}{R} = \frac{\left(\frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} \cdot \varepsilon\right)^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$= \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2)}{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2} \varepsilon^2,$$

$$\frac{R_1}{(R_1 + r)^2} \cdot \varepsilon^2 = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2)}{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2} \varepsilon^2,$$

$$\text{得 } \frac{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2)}{R_1} = R_2 (R_1 + R_2) \quad (1)$$

K 断开时  $R_1$  的功率

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{\left(\frac{R_1}{R_1+r} \varepsilon\right)^2}{R_1} = \frac{R_1}{(R_1+r)^2} \cdot \varepsilon^2,$$

K 闭合时  $R_1$  的功率

$$P_1' = \frac{U_1'^2}{R_1} = \frac{\left(\frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} \varepsilon\right)^2}{R_1}$$

$$= \frac{R_1 R_2^2}{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2} \cdot \varepsilon^2$$

$$\frac{P_1}{P_1'} = \frac{\frac{R_1}{(R_1+r)^2} \varepsilon^2}{\frac{R_1 R_2^2}{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2} \cdot \varepsilon^2}$$

$$= \frac{1}{R_2^2} \times \frac{[R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)]^2}{(R_1 + r)^2} \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式得

$$\frac{P_1}{P_1'} = \frac{1}{R_2^2} \times R_2 (R_1 + R_2) = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{9 + 7.2}{7.2} = \frac{9}{4},$$

即在 K 断开和闭合的两种情况下,  $R_1$  的功率的比为 9:4。

3378. 照明电路的电压保持不变(设为  $U$ ), 两根输电线的电阻都等

于  $r_0$  (如图所示), 试分析为什么线路上并联的电灯越多, 电灯就越暗?

[解答] 从附图可知, 电灯的并联电路和输电线的电阻串联, 电灯电压

$$U_{\text{灯}} = U - 2U_{r_0}$$

当并联的电灯越多, 干路电流就增大, 线路损失电压  $2U_{r_0} = 2I r_0$  就增大, 使电灯电压降低, 电灯变暗。

3379. 如图所示电路中, 电源电动势为  $\mathcal{E}$ , 内电阻为  $r_0$ 。当 K 闭合后, 下列各量将怎样变化? (1) 外电阻  $R_{\text{外}}$ ; (2) 通过内电路的电流强度; (3) 内电压  $U_{\text{内}}$ ; (4) 电源的路端电压  $U$ ; (5)  $R_1$  两端的电压  $U_1$ ; (6) 通过  $R_1$  的电流强度  $I_1$ 。

[解答] 当 K 闭合后:

(1) 外电阻  $R_{\text{外}}$  减小。

(2) 通过内电路的电流增大。

(3) 内电压  $U_{\text{内}}$  增大。

(4) 电源的路端电压  $U$  减小。

(5)  $R_1$  两端电压  $U_1 = U$ , 也减小。

(6) 通过  $R_1$  的电流  $I_1$  减小。

3380. 试证明: 把  $n$  个电动势都是  $\mathcal{E}$ 、内电阻都是  $r$  的电池串联起来, 再把  $m$  个这样的串联电池组并联起来, 组成混联电池组。

$$I = \frac{N\mathcal{E}}{mR + nr}$$

其中  $N$  为电池个数  $N = mn$ 。

[证明] 电路图如图所示。电池组的总电动势

$$\mathcal{E}_{\text{总}} = n\mathcal{E}$$

总内阻

$$r_{\text{总}} = \frac{1}{m} \cdot nr$$

外电阻  $R$  中的电流强度

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}_{\text{总}}}{R + r_{\text{总}}} = \frac{n\mathcal{E}}{R + \frac{n}{m}r} \\ &= \frac{mn\mathcal{E}}{mR + nr} \\ &= \frac{N\mathcal{E}}{mR + nr} \end{aligned}$$

3381. 有  $n$  个电池, 每个电池的电动势为  $\mathcal{E}$ , 内电阻为  $r_1$ 。另有外电阻  $R$ 。当  $n$  个电池相串联, 跟  $R$  接通时, 流过的电流为  $I_s$ ; 当  $n$  个电池相并联, 跟  $R$  接通时, 流过的电流为  $I_p$ 。试证:

(1) 如果  $R > r_1$  时,  $I_s > I_p$ ;

(2) 如果  $R < r_1$  时,  $I_s < I_p$ ;

(2) 如果  $R = r_1$  时,  $I_s = I_p$ 。

[证明]  $n$  只电池全部串联对  $R$  供电时, 流过  $R$  的电流

$$I_s = \frac{n\varepsilon_1}{R + nr_1} \quad (1)$$

$n$  只电池全部并联对  $R$  供电时, 流过  $R$  的电流

$$I_p = \frac{\varepsilon_1}{R + \frac{r_1}{n}} = \frac{n\varepsilon_1}{nR + r_1} \quad (2)$$

将(1)式除以(2)式, 得

$$\begin{aligned} \frac{I_s}{I_p} &= \frac{nR + r_1}{R + nr_1} = \frac{R + nr_1 + nR + r_1 - R - nr_1}{R + nr_1} \\ &= \frac{(R + nr_1) + (n-1)R - (n-1)r_1}{R + nr_1} \\ &= 1 + \frac{(n-1)(R - r_1)}{R + nr_1} \end{aligned}$$

对上式按题目要求进行讨论:

(1) 如果  $R > r_1$ , 则  $R - r_1 > 0$ , 又  $n-1 > 0$ 、 $R + nr_1 > 0$ ,

所以  $\frac{I_s}{I_p} > 1$ , 即  $I_s > I_p$ 。

(2) 如果  $R < r_1$ , 则  $R - r_1 < 0$ , 又  $n-1 > 0$ 、 $R + nr_1 > 0$ ,

所以  $\frac{(n-1)(R - r_1)}{R + nr_1} < 0$ ,  $\frac{I_s}{I_p} < 1$ , 即  $I_s < I_p$ 。

(3) 如果  $R = r_1$ , 则  $R - r_1 = 0$ ,  $\frac{(n-1)(R - r_1)}{R + nr_1} = 0$ ,

$$\frac{I_s}{I_p} = 1, \text{ 即 } I_s = I_p。$$

3382. 一台电风扇的电动机, 它的额定电压为 220 伏, 内电阻为 2 欧。当这台电风扇接上额定电压后, 通过的电流强度为 0.5 安。如果通电 1 分钟, 产生的热量是多少? 有多少电能转化为机械能? 有两位同学用不同方法计算如下:

甲同学: 已知电源的电压  $U=220$  伏, 通过电动机的电流强度  $I=0.5$  安。根据欧姆定律可求得电路中的总电阻

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0.5} \text{ 欧} = 440 \text{ 欧}。$$

电流通过电动机 1 分钟内产生的热量

$$Q = I^2 R t = 0.5^2 \times 440 \times 60 \text{ 焦} = 6600 \text{ 焦}。$$

其中电能转化为机械能

$$E_{\text{机}} = I^2 (R - r) t = 0.5^2 (440 - 2) \times 60 \text{ 焦} = 6570 \text{ 焦}。$$

乙同学: 本题是含有反电动势电路, 电能除一小部分转化为内能使电动机发热外, 而大部分转化为机械能。所以 1 分钟内产生热量

$$Q = I^2 r t = 0.5^2 \times 2 \times 60 \text{ 焦} = 30 \text{ 焦}。$$

又根据  $I \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{r}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{反}} &= U - I r = 220 \text{ 伏} - 0.5 \times 2 \text{ 伏} \\ &= 219 \text{ 伏。} \end{aligned}$$

$$E_{\text{机}} = I \varepsilon_{\text{反}} t = 0.5 \times 219 \times 60 \text{ 焦} = 6570 \text{ 焦。}$$

试分析：上面哪一种做法对；或者一种作法中的哪一部分对，哪一部分错。

[解答]乙同学的做法对。电动机转动时要产生反电动势，含有反电动势的电路，电能转化为其他形式能的计算就要根据乙同学的分析去做。

3383. 图示电路中用直流发电机给蓄电池组充电。蓄电池组的电动势  $\varepsilon_{\text{蓄}} = 6.0$  伏、内电阻  $r_{\text{蓄}} = 0.10$  欧。伏特表的读数是 6.1 伏。现在要计算发电机的输出功率，有三个同学用不同的方法计算出不同的结果。

第一个同学是这样考虑和计算的：因为电流强度  $I = \frac{U - \varepsilon_{\text{蓄}}}{r_{\text{蓄}}} = \frac{6.1 - 6.0}{0.10}$  安  $= 1.0$  安，所以输出功率

$$P = I^2 r = 1.0^2 \times 0.10 \text{ 瓦} = 0.10 \text{ 瓦。}$$

第二个同学应用公式  $P = UI$  来计算发电机的输出功率，结果是

$$P = UI = 6.1 \times 1.0 \text{ 瓦} = 6.1 \text{ 瓦。}$$

第三个同学利用公式  $P = \frac{U^2}{R}$  计算，结果是  $P = \frac{6.1^2}{0.10} \text{ 瓦} = 372 \text{ 瓦}。$

哪一种做法对呢？不对的做法错在哪里呢？

[解答]在含有反电动势的电路中，功率关系为

$$UI = \varepsilon_{\text{反}} I + I^2 R + I^2 r,$$

式中  $UI$  为整个电路消耗的功率（即这里的蓄电池消耗的总功率）， $I^2 R$  和  $I^2 r$  是电路中发热消耗的功率（这里  $R = 0$ ， $r = r_{\text{蓄}}$ ）， $\varepsilon_{\text{反}} I$  是含反电动势的用电器吸收的功率（即这里的蓄电池在充电时吸收的功率）。发电机的输出功率即为含有反电动势电路消耗的总功率，即

$$P = UI = 6.1 \times 1.0 \text{ 瓦} = 6.1 \text{ 瓦}，\text{所以第二个同学解得正确。}$$

第一个同学求出的电流强度是正确的，但  $I^2 r$  是蓄电池电解液电阻发热功率，显然不等于电路总功率，即不等于发电机输出功率（ $I^2 r$  只是总功率中的一小部分）。

第三个同学的解法也是错的。因为在含有反电动势的电路中，加在电路两端的电压  $U \neq IR$  ( $U > IR$ )，这时  $UI \neq I^2 R$ ， $UI \neq \frac{U^2}{R}$ ，即这里不能用  $\frac{U^2}{R}$  来计算电功率。

### 图线和作图题

3384. 电阻中的电流随电阻两端的电压变化而变化。如果电阻为 5 欧，作出电流强度随电压变化的图像。电阻增大时，例如增大到 10 欧，图像将如何变化？电阻减小时，例如减小到 2.5 欧，图像又将如何变化？

[解答]电阻为 5 欧、10 欧和 2.5 欧的电流强度随电压变化的图像分别如图中的图线、和 所示。

I - U的函数关系为 $I = \frac{1}{R} \cdot U$ ，对定值电阻R，I - U为正比例关系，

其图像是一根通过原点O的直线，直线的斜率为 $K = \frac{1}{R}$ 。

电阻增大，图线的斜率减小（直线的斜率 $K_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} = 0.1$ ，

小于直线的斜率 $K_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{5} = 0.2$ ）；电阻减小，图线的斜率增大

（直线的斜率 $K_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2.5} = 0.4$ ，大于 $K_1$ ）。

3385．电源电压为220伏，今有四个“220V、40W”的灯泡，两个电键，设计用一个电键控制两个灯泡的电路，且使这四个灯泡能正常发光。试画出电路图。

[解答]为使这四个灯泡正常发光，四个灯应并联在220伏电源上；又因电键应和被控制的电灯串联，这里每个电键应串联在被控制的两个并联电灯的干路上。电路如右图所示。

#### 实验题

3386．滑动变阻器的结构示意图如图(a)所示，A、B、C、D分别表示它的四个接线柱，如把它接入电路作分压器用，如图(b)所示。在括号内分别填上变阻器接线柱的字母标号。

[参考解答]图(b)中上排左面的括号内填A；右面括号内填B；下排中间的括号内填C或D。

3387．有一个量程为0~0.6~3安的安培表（0~0.6安档的内阻为0.125欧，0~3安档的内阻为0.025欧），一个量程为0~15伏的伏特表（内阻为 $1.5 \times 10^4$ 欧），一个滑动变阻器（电阻为0~200欧），一个电压为12伏的蓄电池组，一个电键和一些导线。要使用这些器材用伏安法测量一个阻值约为几十欧的线圈的电阻。

(1)画出实验采用的电路图；

(2)在附图中画线把所示器件连接成电路。

[参考解答](1)电路图见图(a)

(2)器件连接图见图(b)

3388．实验室里有内阻为1千欧的伏特表及内阻为50欧的毫安表各一只，要用它来测量一只阻值在500欧左右的电阻。

(1)为了减少误差，应如何接线？画出电路图；

(2)已知实验数据如下：伏特表的读数10.0伏，毫安表的读数20.0毫安，考虑到两电表的内阻，计算待测电阻的准确值。

[参考解答](1)由于待测电阻 $R_x$ 比毫安表的内阻 $R_A$ 大得多（跟伏特表的内阻 $R_V$ 相当），所以采用附图的电路图，这样 $P_A$ 的分压较小，误差较小。

$$\begin{aligned}
 (2) \quad R_x &= \frac{U_R}{I_R} = \frac{U - U_A}{I} \\
 &= \frac{U}{I} - \frac{U_A}{I} \\
 &= \frac{U}{I} - R_A \\
 &= \frac{10.0}{0.02} \text{ 欧} - 50 \text{ 欧} \\
 &= 450 \text{ 欧}。
 \end{aligned}$$

3389 . 图(a)、(b)两图中，安培表的内阻都是 0.1 欧，伏特表的内阻都是 1000 欧。当  $R=1$  欧时，用(a)、(b)两图的电路测出的电阻值的误差各是多少？如果  $R=500$  欧，那么测出的电阻值的误差又各是多少？说明在什么情况下采用图(a)的电路误差较小？在什么情况下采用图(b)的电路误差较小？

[参考解答]用  $R_A$ 、 $U_A$ 、 $I_A$  分别表示安培表的内阻、两端的电压、流过的电流；用  $R_V$ 、 $U_V$ 、 $I_V$  分别表示伏特表的内阻、两端的电压、流过的电流。

当  $R=1$  欧时：

(1)用图(a)电路测量，由于 A 表的分压，从 V 表读得的数值将比 R 实际得到的电压大，造成了测量的系统误差。R 的测量值可由下式求得：

$$R_{\text{测}} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_A + U_R}{I_A} = \frac{U_A}{I_A} + \frac{U_R}{I_R} = R_A + R,$$

绝对误差  $\Delta R = |R - R_{\text{测}}| = R_A = 0.1 \text{ 欧}$ ,

$$\text{相对误差 } \delta = \frac{\Delta R}{R} = \frac{0.1}{1} = 10\%。$$

(2)用图(b)电路测量，由于 V 表的分流，从 A 表读得的数值将比实际流过 R 的电流大，造成了测量的系统误差。R 的测量值可由下式求得：

$$\begin{aligned}
 R_{\text{测}} &= \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_R}{I_R + I_V}, \\
 \frac{1}{R_{\text{测}}} &= \frac{I_R + I_V}{U_R} = \frac{I_R}{U_R} + \frac{I_V}{U_V} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V},
 \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad R_{\text{测}} = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V}。$$

$$\begin{aligned}
 \text{绝对误差} \quad \Delta R &= |R - R_{\text{测}}| = \left| R - \frac{RR_V}{R + R_V} \right| \\
 &= \left| 1 - \frac{1 \times 1000}{1 + 1000} \right| \text{ 欧} = 0.001 \text{ 欧}。
 \end{aligned}$$

$$\text{相对误差} \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{0.001}{1} = 0.1\%。$$

比较上面两组答案，可见用图(b)电路测时，误差较小。其原因是：当被测电阻  $R \ll R_V$  时，V 表的分流  $I_V$  极小，可以忽略，以致由于电表内阻

造成的误差可以忽略。[如用图(a)电路,  $R$  和  $R_A$  的数值相近,  $A$  表的分压不可忽略, 造成很大误差。]

当  $R=500$  欧时:

(1)用图(a)电路测量,

绝对误差  $\Delta R = R_A = 0.1$  欧,

相对误差  $\frac{\Delta R}{R} = \frac{0.1}{500} = 0.02\%$ 。

(2)用图(b)电路测量,

绝对误差  $\Delta R = \left| R - \frac{RR_V}{R + R_V} \right| = \left| 500 - \frac{500 \times 1000}{500 + 1000} \right|$  欧

$= 166.7$  欧,

相对误差  $\frac{\Delta R}{R} = \frac{166.7}{500} = 33.3\%$ 。

比较上面两组答案, 可见用图(a)电路测量时, 误差较小。其原因是, 当被测电阻  $R \gg R_A$  时,  $A$  表的分压  $U_A$  极小, 可以忽略, 以致由于电表内阻造成的误差可以忽略。[如用图(b)电路,  $R$  和  $R_V$  的数值相近,  $V$  表的分流不可忽略, 造成很大误差。]

总之, 当被测电阻的阻值较大 ( $R \gg R_A$ ) 时, 采用图(a)电路误差较小; 当被测电阻的阻值较小 ( $R \ll R_V$ ) 时, 采用图(b)电路误差较小。

3390. 测定一个未知电阻  $R_x$  的阻值, 可用下列两组器材组成电路。试画出电路图, 写出应测定的数据, 写出计算式。设电源内阻、安培表内阻都不计, 伏特表内阻非常大。

(1)一个阻值已知的电阻  $R$ , 两个安培表, 电源, 导线, 电键。

(2)一个阻值已知的电阻  $R$ , 两个伏特表, 电源, 导线, 电键。

[参考解答](1)实验电路图如图(a)所示。

应测数据:  $R$  中的电流  $I_R$  (由  $A_1$  表读出);  $R_x$  中电流  $I_x$  (由  $A_2$  表读出)。

计算式: 因  $\frac{R_x}{R} = \frac{I_R}{I_x}$ ,

得  $R_x = \frac{I_R}{I_x} \cdot R$ 。

(2)实验电路图如图(b)所示。

应测数据:  $R$  两端电压  $U_R$  (由  $V_1$  表读出);  $R_x$  两端电压  $U_x$  (由  $V_2$  表读出)。

计算式: 因  $\frac{R_x}{R} = \frac{U_x}{U_R}$ ,

得  $R_x = \frac{U_x}{U_R} \cdot R$ 。

3391. 要用伏安法较准确地测定一个标称值为  $100 \pm 10\%$  欧的电阻  $R_x$  的值, 试从附图(a)所示的器材中选出需用的仪器。已知图(a)中毫安表的量程是 60 毫安, 内阻为 100 欧; 安培表的量程是 1 安, 内阻是 20 欧;

伏特表量程有 7.5V、3V 两档，内阻分别为  $10^4$  欧、 $4 \times 10^3$  欧；变阻器总电阻为 100 欧。

- (1)按选出的器材，画出实验原理图；
- (2)画出实物连接图；
- (3)接通电键前，变阻器的滑动接触片应放在什么位置？

[参考解答]

待测电阻 100 欧，用 6 伏电源供电的最大电流为 60 毫安，所以电流表应取量程为 60 毫安、内阻为 100 欧的毫安表（如取量程为 1 安的安培表，则因流过电流很小，读数精确度太低，不宜使用）；伏特表应取量程为 7.5 伏、内阻为  $10^4$  欧的两个接线柱（如取量程为 3 伏的，则内阻较小，使测定到的电阻值相对误差增大）。由于待测电阻  $R_x \ll R_v$ ，而  $R_x$  的数值又与  $R_A$  相当，实验原理图应采用图(b)的电路，这样伏特表内阻  $R_v$  的分流很小，误差较小。

- (1)实验原理图见图(b)；
- (2)实物连接图见图(c)；
- (3)接通电键前，变阻器的滑动接触片 C 应放在使变阻器接入电路的电阻为最大值处[图(c)中要将 C 移至 S 处]。

由图(b)测定的电阻的绝对误差

$$\Delta R = \left| R - \frac{RR_v}{R + R_v} \right| = \left| 100 - \frac{100 \times 10^4}{100 + 10^4} \right| \text{欧} = 1 \text{欧},$$

相对误差

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{100} = 1\%,$$

小于 10%。

3392. 有一个伏特表、一个电池和一个定值电阻。问：怎样利用它们来测定一个未知导体的电阻  $R_x$ ？画出电路图，写出主要实验步骤，列出  $R_x$  的计算公式，分析这个实验适合测量的电阻值范围。如果不用伏特表而改用安培表，其他器材不变，那么又怎样测定  $R_x$ ？并分析适合测量的电阻值范围？

[参考解答]

(1)第一种情况的电路图如图(a)（如无单刀双掷开关，在实验时也可用导线将伏特表分别接在图中所标的位置）。

主要实验步骤：按电路连接实物；接通 K，将单刀双掷开关 K 接在“1”端，在伏特表上读出电阻  $R_x$  两端的电压  $U_x$ ；将 K 接到“2”端，在伏特表上读出电阻  $R_x$  和 R 上的总电压 U。

在串联电路中  $\frac{U_x}{R_x} = \frac{U_R}{R}$ ，这里  $U_R = U - U_x$ ，

得  $R_x$  的计算式  $R_x = \frac{U_x}{U - U_x} \cdot R$ 。

公式  $\frac{U_x}{R_x} = \frac{U_R}{R}$  是在  $I_x = I_R$  的条件下得到的，在图(a)电路中，由于伏特表内阻  $R_v$  的分流，使  $I_x < I_R$ 。但如果  $R_x$ 、R 的值比伏特表内阻  $R_v$  小

得多,  $R_V$  的分流就小到可以忽略,  $I_x \approx I_R$ , 上列  $R_x$  的计算式就可认为是准确的。由于伏特表的内阻  $R_V$  一般都很大(几千欧以上), 所以这个实验适合测量阻值较小(几十欧以下)的电阻。

(2)第二种情况的电路图如图(b)(图中的电流表系实验时临时串接连去)。

主要实验步骤: 按电路连接实物; 在  $R_x$  支路中串接安培表, 接通 K, 在安培表上读出  $R_x$  中的电流  $I_x$ ; 在 R 支路中串接安培表, 接通 K, 在安培表上读出 R 中的电流  $I_R$ 。

$$\text{在并联电路中} \quad I_x R_x = I_R \cdot R,$$

$$\text{得 } R_x \text{ 的计算式} \quad R_x = \frac{I_R}{I_x} \cdot R。$$

公式  $I_x R_x = I_R R$  是在  $U_x = U_R$  的条件下得到的, 在图(b)中, 由于安培表内阻  $R_A$  的分压, 使  $U_x < U_R$ 。但如果  $R_x$ 、R 的值比安培表内阻  $R_A$  大得多,  $R_A$  的分压就小到可以忽略,  $U_x \approx U_R$ , 上列  $R_x$  的计算式就可认为是准确的。由于  $R_A$  的值一般都很小(零点几到几欧), 所以这个实验适合测量阻值较大(几百欧以上)的电阻。

3393. 有一只电池(内阻忽略不计), 一只伏特表(内阻已知为  $R_V$ ), 一只单刀双掷开关(如没有单刀双掷开关, 可以用两只普通开关代替)和导线若干根。在仅有上列这些器材的情况下, 设计一个可以测量未知电阻  $R_x$  的实验。画出电路图, 说明主要的实验步骤, 列出电阻  $R_x$  的计算公式, 分析这个实验适合测量的电阻值范围。

[参考解答]由于电池内阻不计、伏特表的内阻已知, 利用串联电路中电压和电阻成正比的性质可求出未知电阻  $R_x$  的值。

实验电路图见图(a)(当使用单刀双掷开关时)或图(b)(当使用两只普通的单刀单掷开关时)。

主要的实验步骤:

使用图(a)的电路:(1)将单刀双掷开关 K 接到“1”端, 测出电源电压 U; (2)将 K 接到“2”端, 测出该时伏特表电阻  $R_V$  两端的电压  $U'$ 。

使用图(b)电路时:(1)将  $K_1$  接通、 $K_2$  断开, 测出电源电压 U; (2)将  $K_1$  断开、 $K_2$  接通, 测出该时伏特表电阻  $R_V$  两端的电压  $U'$ 。

$R_x$  的计算式:

由于不计电源内阻, 实验中电源电压不变, 电阻  $R_x$  两端的电压为  $U - U'$ 。因为  $R_V$  和  $R_x$  串联, 得

$$\frac{U'}{R_V} = \frac{U - U'}{R_x},$$

$$R_x = \frac{U - U'}{U'} \cdot R_V。$$

由上可见, 当  $R_x$  和  $R_V$  的阻值相当(同数量级), 两者的电压值也相当, 伏特表示数明显, 算得值也较准确。反之, 如  $R_x \gg R_V$ , 测  $R_V$  分压 U 过小, 伏特表上的示数过小, 不易读出; 如  $R_x \ll R_V$ , 测  $R_V$  分压 U 过

大，以至非常接近  $U$ ，使  $R_x$  的分压  $U-U$  极小而难以正确测出。这两种情况所算得的  $R_x$  的值是很不准确的。由于  $R_V$  的值一般在几千到几万欧，适合测量的电阻值范围也大致在这个范围。

3394. 为了测定一段合金丝的电阻率需要测量哪些量？各用什么仪器来测量？测量得到的数据利用什么定律可以求出该合金丝的电阻率？它的最终表达式怎样？由于一般合金丝的电阻值较小，为了减小误差，实验应用什么电路？把电路图画出来。

[参考解答] 使用电池、安培表、伏特表、应用伏安法可以测得合金丝的电阻。实验电路如图所示。（图中变阻器作限流用）

使用毫米刻度尺以量得合金丝的长度  $l$ ，使用螺旋测微器可测得合金丝的直径  $D$ 。

利用电阻定律可以算得合金丝的电阻率，其计算式为

$$\rho = \frac{\pi D^2}{4l} \cdot \frac{U}{I}。$$

3395. 如图所示的电路中，当  $R=700$  欧时，将万用表的表笔 A、B 短路，正好使表头指针满偏。现保持  $R$  不变，接上  $R_x=1700$  欧时，指针正好半偏，试求表头内阻  $R_g$ （电池内阻可略去不计）。

[参考解答] 设万用表中电池的电动势为  $\varepsilon$ ，表头满偏电流为  $I_g$ ，则

$$I_g = \frac{\varepsilon}{R + R_g}$$

$$\frac{1}{2} I_g = \frac{\varepsilon}{R + R_x + R_g}$$

$$(1) \text{ 式除以 } (2) \text{ 式得 } 2 = \frac{R + R_x + R_g}{R + R_g}，$$

表头内阻  $R_g = R_x - R = 1700 \text{ 欧} - 700 \text{ 欧}$   
 $= 1000 \text{ 欧}。$

3396. 在改装电表时，必须知道表头的内阻  $R_g$ ，由于表头允许通过的电流很小，如果直接用万用电表的欧姆档测量表头内阻，流过表头的电流较大，可能会把表头线圈烧毁，一般采用“半电流法”来测量，如图所示。试指出各个电阻在测量中所起的作用，并说明测量表头内阻  $R_g$  的实验步骤。

[参考解答] 图示电路中  $R_1$ 、 $R_2$  起限流作用，其中  $R_1$  是防止可变电阻  $R_2$  阻值过小造成电表烧毁的保护电阻；电阻  $R$  是常用电阻箱，当作测量时的比较电阻。

主要实验步骤：

(1) 将电键  $K_2$  断开， $K_1$  关闭。将  $R_2$  的阻值慢慢减小（实验前， $R_2$  的阻值应放在最大处），使电表指针满刻度偏转，即通过电表的电流为  $I_g$ ；

(2) 闭合  $K_2$ ，慢慢调节电阻箱  $R$ ，使表头的指针恰好指在刻度的

中央，即满刻度的  $1/2$  处（通过的电流为  $\frac{I_g}{2}$ ）；

(3)只要限流电阻  $R = R_1 + R_2 \gg R$  , 则表头内阻  $R_g \approx R$  。从电阻箱上直接读出数值, 就是表头内阻  $R_g$  的数值。

[提示]对  $R_g \approx R$  (当  $R = R_1 + R_2 \gg R$  时) 的推导:

按实验步骤(1)可算得  $I_g = \frac{\varepsilon}{R' + R_g + r}$  (1)

按实验步骤(2)可算得通过电源的电流

$$\frac{1}{2}I_g + I_R = \frac{\varepsilon}{R' + \frac{R_g R}{R_g + R} + r} \quad (2)$$

又因  $\frac{1}{2}I_g R_g = I_R \cdot R$  (3)

将(1)式代入(3)式, 得  $I_R = \frac{\varepsilon R_g}{2R(R' + R_g + r)}$  (4)

将(1)、(4)式代入(2)式并化简,

得  $R_g = \frac{R' + r}{R' - R + r} \cdot R \approx \frac{R'}{R' - R} \cdot R$  ( $r$  很小, 可忽略)。

在实际测量时, 使用的电源电动势越高, 限流电阻  $R$  就越大, 通常  $>6$  伏时, 就能满足  $R \gg R$  的条件, 于是  $R_g \approx R$ 。

3397. 回答下列问题:

(1)测定电流表的内电阻的实验中备用的器件有:A. 电流表(量程  $0 \sim 100 \mu A$ ); B. 标准伏特表(量程  $0 \sim 5V$ ); C. 电阻箱(阻值范围  $0 \sim 9999$ ), D. 电阻箱(阻值范围  $0 \sim 99999$ ), E. 电源(电动势  $2V$ , 有内阻), F. 电源(电动势  $6V$ , 有内阻), G. 滑动变阻器(阻值范围  $0 \sim 50$ , 额定电流  $1.5A$ )。还有若干电键和导线。

如果采用图(a)所示的电路测定电流表A的内电阻, 并且要想得到较高的精确度, 那么从以上备用的器件中, 可变电阻  $R_1$  应选用 D,  $R_2$  应选用 C, 电源 应选用 F。(用字母代号填写)

如果实验时要进行的步骤有:A. 合上  $K_1$ ; B. 合上  $K_2$ ; C. 观察  $R_1$  的阻值是否最大, 如果不是, 将  $R_1$  的阻值调至最大; D. 调节  $R_1$  的阻值, 使电流表指针偏转到满刻度; E. 调节  $R_2$  的阻值, 使电流表指针偏转到满刻度的一半; F. 记下  $R_2$  的阻值。

把以上步骤的字母代号按实验的合理顺序填写在下面横线上的空位处:

第一步 C; 第二步 A; 第三步 D; 第四步 B; 第五步 E; 第六步 F。

如果在步骤F中所得  $R_2$  的阻值为  $600$  欧, 则图(a)中电流表的内电阻  $R_g$  的测量值为 600 欧。

(2)如果要将第 小题中的电流表A改装成量程为  $0 \sim 5V$  的伏特表, 则改装的方法是将电流表串联一个阻值为 49400 欧的电阻。

(3)图(b)所示器件中, 一部分是将电流表改装成伏特表所需的, 其余的是为了把改装成的伏特表跟标准伏特表进行核对的。首先在左下方画出改装和核对都包括在内的电路图(要求对  $0 \sim 5V$  的所有刻度都能在

实验中进行核对)；然后在图(b)上画出连线，将所示器件按以上要求连接成实验电路。

[参考解答]电路如图(c)；连接图如图(d)。

3398. 附图是将改装成的伏特表和标准表校核的电路图

(1) 电路中滑动变阻器 R 起什么作用？

(2) 在校核时，读得标准表的满刻度读数为 6 伏，而改装表的读数却为 5.9 伏，那么改装的伏特表相对于满刻度的百分误差为多少？

[参考解答]

(1) 变阻器 R 起分压作用。

(2) 改装表相对于满刻度的百分误差

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{|U'_{\text{满}} - U_{\text{满}}|}{U'_{\text{满}}} \times 100\% \\ &= \frac{|6 - 5.9|}{6} \times 100\% \\ &= 1.67\%.\end{aligned}$$

(式中  $U'_{\text{满}}$  为标准表满刻度读数， $U_{\text{满}}$  为改装表满刻度读数。)

3399. 有一个电池组、一只伏特表、一只安培表、一只滑动变阻器、一个电键、若干条导线，用来测定一个额定电压为 6.3 伏的灯泡的额定功率。画出电路连接图，说明实验步骤。

[参考解答]电路连接图如图所示。

实验步骤：

(1) 按电路图将实物连接起来。在接通电路前，先将滑动变阻器的滑片移到阻值最大处。

(2) 按下电键 K，移动滑动变阻器的滑片到伏特表的读数为 6.3 伏时将滑片位置定下来。读出并记录该时安培表的读数。灯泡的额定功率即为上述电压和电流的乘积。

(3) 断开电键，将线路拆除。

3400. 已知一个小灯泡的额定电压  $U$ ，试利用附图(a)中的器材和导线连接电路测定小灯泡的额定功率。设测定时，被用到的变阻器电阻为  $R$ 。

(1) 画出电路原理图，按原理图连接实物线路图；

(2) 简要说明实验步骤，指出应记录的数据；

(3) 根据测定数据，列出计算式。

[参考解答]

(1) 电路原理图见图(b)，实物接线图见图(c)。

(2) 按电路连接好线路后（先将变阻器的滑动片放到最大阻值处），将 K 和 1 接通，改变变阻器的阻值使伏特表的指示为小灯泡的额定电压  $U_L$ ；再将 K 和 2 接通，伏特表的读数为小灯和电阻 R 的总电压  $U$ ，记下这个数值（这时变阻器的阻值  $R$  为已知）。

(3) 小灯的额定功率

$$P_L = U_L I_L = U_L \cdot I_R = U_L \cdot \frac{U_R}{R}$$

$$= U_L \cdot \frac{(U - U_L)}{R}。$$

3401. 要测定附图所示电路中  $R_1$  的实际消耗的功率，根据下列不同的已知条件，回答每种条件下，至少需用哪些测量仪表？测定方法如何？写出计算式。（不能用欧姆表）

- (1) 电阻  $R_1$  数据已知；
- (2) 电阻  $R_1$  数值未知，但电阻  $R_2$ 、 $R_3$  数值已知；
- (3) 电阻  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  都未知。

[参考解答]

(1) 第一种方法：在  $R_1$  上串联一只安培表，读出电流值  $I_1$  和  $R_1$  实际消耗的功率  $P_1 = I_1^2 R_1$ ；

第二种方法：在  $R_1$  上并联一只伏特表，读出电压值  $U_1$  则  $P_1 = \frac{U_1^2}{R_1}$ 。

(2) 第一种方法：在  $R_1$  与  $R_3$  上各并联一只伏特表，读出电压值  $U_1$ 、 $U_3$ ，则

$$P_1 = I_1 U_1 = (I_3 - I_2) U_1$$

$$= \left( \frac{U_3}{R_3} - \frac{U_2}{R_2} \right) U_1$$

$$= \left( \frac{U_3}{R_3} - \frac{U_1}{R_2} \right) U_1。$$

第二种方法：在  $R_3$  上并联一只伏特表，读出电压  $U_3$ ；在  $R_2$  上串联一只安培表，读出电流  $I_2$ ，

$$则 \quad P_1 = I_1 U_1 = (I_3 - I_2) U_1 = \left( \frac{U_3}{R_3} - I_2 \right) U_2$$

$$= \left( \frac{U_3}{R_3} - I_2 \right) I_2 R_2。$$

(3) 在  $R_1$  上串联一只安培表，读出电流  $I_1$ ；在  $R_1$  上并联一只伏特表，读出电压  $U_1$ ，则

$$P_1 = I_1 U_1。$$

3402. 图(a)是测定两节相同的干电池的电动势和内电阻的实验线路。

- (1) 检查一下线路连接有没有错误？如有错误请画出正确的线路。
- (2) 简要写出实验步骤和应记录的数据，列出求解电动势和内电阻的方程式。

(3) 在测定中，两表的示数如图(b)所示（实线指针表示一组数据，虚线指针表示另一组数据），试求出每个电池的电动势和内电阻。

[参考解答]

- (1) 改正后的线路见图(c)。

(2)实验步骤：

按电路连接线路。在接通电路前应先将滑线变阻器的滑动片放在最大阻值处；

闭合电键，移动滑线变阻器的滑动片改变其阻值，测出两组  $I$ 、 $U$  的数据并记录下来。

[注意]不要使  $I$ 、 $U$  超过电表的量程。求解电动势和内电阻  $r$  的方程组：

$$\begin{aligned} &=U_1+I_1r, \\ &=U_2+I_2r. \end{aligned}$$

由图(b)读得

$$U_1=2.00 \text{ 伏}, I_1=0.60 \text{ 安},$$

$$U_2=0.50 \text{ 伏}, I_2=1.50 \text{ 安}.$$

代入方程组

$$\begin{aligned} &=2.00+0.60r, \\ &=0.50+1.50r, \end{aligned}$$

解得电池组的电动势  $\mathcal{E}=3.0$  伏，

内电阻  $r=1.67$  欧，

每节干电池的电动势  $\mathcal{E}_1=1.5$  伏，

内电阻  $r_1=0.83$  欧。

3403. 要用图(a)所示器件做测定干电池的电动势和内电阻的实验。已知伏特表的内阻很大。

(1)画出实验应采用的电路图；

(2)将器件连接成实验线路；

(3)表中给出了测得的五组数据，根据这些数据在直角坐标系中画出  $U \sim I$  关系图线；

(4)利用  $U \sim I$  关系图线求出待测干电池的电动势和内电阻。

[参考解答](1)实验电路图见图(b)。

(2)器件按线图见图(c)。

$U$ (伏)	$I$ (安)
1.40	0.18
1.30	0.40
1.20	0.60
1.10	0.83
1.00	1.00

(3) $U-I$  图线见图(d)。

(4)由  $U-I$  图线和纵轴的交点求得电池的电动势  $\mathcal{E}=1.5$  伏，由下

式求得内阻  $r = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1.30 - 1.20}{0.60 - 0.40}$  欧 = 0.50 欧。

3404. 有一个单刀双掷开关  $K$ ，两个阻值已知的电阻  $R_1$ 、 $R_2$  和一只伏特表  $V$  能否利用这些器件连接成合适的电路来测出电源的电动势和内电阻？画出电路图，写出应测得的电学量和列出计算电源电动势和内电阻的式子。（不计伏特表内阻对电路的影响）

[参考解答]把这些器件按图连成实验电路。将单刀双掷开关 K 扳到位置 1，测得  $R_1$  两端的电压  $U_1$ ；将 K 扳到位置 2，测得  $R_2$ ，两端的电压  $U_2$ 。

根据闭合电路欧姆定律，可列出联立方程

$$\varepsilon = U_1 + I_1 r = U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot r,$$

$$\varepsilon = U_2 + I_2 r = U_2 + \frac{U_2}{R_2} r_0.$$

解得电源内电阻

$$r = \frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}} = \frac{R_1 R_2 (U_1 - U_2)}{R_1 U_2 - R_2 U_1},$$

电源电动势

$$\begin{aligned} \varepsilon &= U_1 + \frac{U_1}{R_1} \times \frac{R_1 R_2 (U_1 - U_2)}{R_1 U_2 - R_2 U_1} \\ &= U_1 = \frac{R_2 U_1 (U_1 - U_2)}{R_1 U_2 - R_2 U_1}. \end{aligned}$$

3405. 用两个阻值已知的电阻，一只安培表（或伏特表），一个单刀双掷开关可以测量电源的电动势和内电阻。如果要考虑安培表或伏特表接入电路后（它们的内阻）对电路的影响，试讨论一下，安培表或伏特表（它们的内阻）对测量结果各发生什么影响？

[参考解答]设已知电阻为  $R_1$ 、 $R_2$ ；安培表的内阻为  $R_A$ 、伏特表的内阻为  $R_V$ ； $r_{测}$ 、 $r_{真}$  为不考虑电表影响时得到的测量值； $r_{真}$  表示考虑电表影响而得到的真实值。

下面用列表法来进行讨论。

电路图		
测量计算式	$\begin{cases} \varepsilon_{\text{测}} = I_1 R_1 + I_1 r_{\text{测}} \\ \varepsilon_{\text{测}} = I_2 R_2 + I_2 r_{\text{测}} \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{\text{测}} = U_1 + U_1 \cdot r_{\text{测}} / R_1 \\ \varepsilon_{\text{测}} = U_2 + U_2 \cdot r_{\text{测}} / R_2 \end{cases}$
精确计算式	$\begin{cases} \varepsilon_{\text{真}} = I_1 R_1 + I_1 (R_A + r_{\text{真}}) \\ \varepsilon_{\text{真}} = I_2 R_2 + I_2 (R_A + r_{\text{真}}) \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{\text{真}} = U_1 + U_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} \right) \cdot r_{\text{真}} \\ \varepsilon_{\text{真}} = U_2 + U_2 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \right) \cdot r_{\text{真}} \end{cases}$
误差情况	$\varepsilon_{\text{测}} = \varepsilon_{\text{真}}$ $r_{\text{测}} > r_{\text{真}} (r_{\text{测}} = r_{\text{真}} + R_A)$	$\varepsilon_{\text{测}} < \varepsilon_{\text{真}} \left( \varepsilon_{\text{测}} = \frac{R_V}{R_V + r_{\text{真}}} \cdot \varepsilon_{\text{真}} \right)^*$ $r_{\text{测}} < r_{\text{真}} \left( r_{\text{测}} = \frac{R_V r_{\text{真}}}{R_V + r_{\text{真}}} \right)^*$
误差原因	串入 $R_A$ 相当于增大了内电阻	$R_V$ 的分流，使路端电压下降
减小误差的办法	选取 $R_A$ 小的安培表。（由于 $R_A$ 与 $r$ 是同一数量级，所以测量到的内阻值相对误差极大）	选取 $R_V$ 大的伏特表 通常 $R_V \gg r$ ，所以内电阻的测量值略小于真实值

对于表中打有“\*”号的两个式子作如下推导：

$$\begin{cases} \varepsilon_{\text{真}} = U_1 + U_1 r_{\text{真}} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} \right) & (1) \\ \varepsilon_{\text{真}} = U_2 + U_2 r_{\text{真}} \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \right) & (2) \end{cases}$$

式(1)=(2)得

$$\frac{1}{r_{\text{真}}} = \frac{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}}{U_1 - U_2} - \frac{\frac{U_1}{R_V} - \frac{U_2}{R_V}}{U_1 - U_2} = \frac{1}{r_{\text{测}}} - \frac{1}{R_V},$$

$$r_{\text{测}} = r_{\text{真}} R_V / (r_{\text{真}} + R_V),$$

通常  $R_V \gg r_{\text{真}}$ ，所以  $r_{\text{测}}$  略小于  $r_{\text{真}}$ 。由(1)式：

$$\varepsilon_{\text{真}} = U_1 + \frac{U_1}{1 / \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} \right)} \cdot r_{\text{真}} = U_1 + \left( \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_V} \right) \cdot r_{\text{真}} \quad (3)$$

$$\text{再由式：} \quad \varepsilon_{\text{测}} = U_1 + U_1 r_{\text{测}} / R_1 \quad (4)$$

(3)-(4)得

$$\varepsilon_{\text{真}} - \varepsilon_{\text{测}} = r_{\text{测}} \varepsilon_{\text{测}} / (R_V - r_{\text{测}}),$$

$$\varepsilon_{\text{测}} = \frac{R_V}{R_V + r_{\text{真}}} \cdot \varepsilon_{\text{真}}.$$

通常  $R_V \gg r_{\text{真}}$ ，所以  $r_{\text{测}}$  略小于  $r_{\text{真}}$ 。

3406. 利用附图电路可以测定电池的内阻。方法是：反复调节电阻箱  $R_1$ ，使分压器  $R$  的滑动触头  $C$  不论在  $A$  还是在  $B$  处，电流表  $G$  的指针偏转都相同。已知电流表的内阻  $R_g$  和电阻箱  $R_1$  的电阻可以读出，求电池内阻  $r$ 。

[参考解答] 当滑动触头  $C$  在  $A$  处时，外电路总电阻

$$R = \frac{R_2(R + R_g)}{R_2 + R + R_g} + R_1,$$

$$\text{总电流 } I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \varepsilon / \left( \frac{R_2(R + R_g)}{R_2 + R + R_g} + R_1 + r \right),$$

电流表电流

$$\begin{aligned} I_g &= \frac{R_2}{R_2 + R + R_g} I \\ &= \frac{R_2}{R_2 + R + R_g} \cdot \frac{\varepsilon}{\frac{R_2(R + R_g)}{R_2 + R + R_g} + R_1 + r} \end{aligned} \quad (1)$$

当滑动触头  $C$  在  $B$  处时，

$$\text{外电路总电阻 } R' = \frac{R_2 R_g}{R_2 + R_g} + R_1 + R,$$

$$\text{总电流 } I' = \frac{\varepsilon}{R' + r} = \varepsilon / \left( \frac{R_2 R_g}{R_2 + R_g} + R_1 + R + r \right)$$

$$\begin{aligned} \text{电流表电流 } I'_g &= \frac{R_2}{R_2 + R_g} I' \\ &= \frac{R_2}{R_2 + R_g} \cdot \frac{\varepsilon}{\frac{R_2 R_g}{R_2 + R_g} + R_1 + R + r} \end{aligned}$$

因为  $I_g = I'_g$ ，(1)、(2)式相等，经化简可得电池的内阻  $r = R_g - R_1$ 。

3407. 电源的输出功率  $P$  跟外电路的电阻  $R$  有关。图(a)是研究它们的关系的实验电路。为了便于进行实验和保护蓄电池，给蓄电池串联了一个定值电阻  $R_0$ ，把它们一起看作电源（图中虚线框内部分）。于是电源的内电阻就是蓄电池的内电阻和定值电阻  $R_0$  的和，用  $r$  表示。电源的电动势用  $\varepsilon$  表示。

(1) 列出  $P$  跟  $\varepsilon$ 、 $r$ 、 $R$  的关系式（ $R$  中包含安培表的内阻；伏特表中电流不计）；

(2) 在图(b)中，按照图(a)画出连线，把所示的器件连接成实验电路；

(3) 附表给出了六组实验数据，根据这些数据，在图(c)的直角坐标系中画出  $P$ - $R$  关系图线。根据图线得出的电源输出功率的最大值是多少？对应的外电阻值是多少？

I (安)	0.20	0.28	0.36	0.44	0.52	0.60
U (伏)	3.00	2.60	2.20	1.80	1.40	1.00
U/I (欧)	15	9.3	6.1	4.1	2.7	1.7
U · I (瓦)	0.60	0.73	0.79	0.79	0.73	0.60

[参考解答]

(1) P 跟  $r$ 、R 的关系式

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}。$$

(2) 连线已直接画在图(b)上。

(3) P ~ R 关系图线直接画在图(c)上。由图线可求出电源的最大输出功率为 0.8 瓦；对应的外电阻值是 5.0 欧。

3408. 一位学生使用万用电表测电阻。他在实验中有违反使用规则之处。他的主要实验步骤如下：

(a) 把选择开关扳到“×1K”的欧姆档上；

(b) 把表笔插入测试笔插孔中，先把两根表笔相接触，旋转调零旋钮，使指针指在电阻刻度的零位上；

(c) 把两根表笔分别和某一待测电阻的两端相接，发现这时指针偏转较小；

(d) 换用“×100”的欧姆档，发现这时指针偏转适中。随即记下欧姆数值；

(e) 把表笔从测试笔插孔中拔出后，就把万用表放回桌上原处，实验完毕。

这个学生在测量时已注意到：待测电阻和其他元件要跟电源断开，不用手碰表笔的金属杆。这个学生在实验中违反了哪些重要的使用规则？

答：换用欧姆档的量程时，要重新调整调零旋钮；万用表使用后不能把选择开关放在欧姆档。

3409. 把一只电流表改装成欧姆表，其电路如附图所示。当红表棒和黑表棒相接触时，调节可变电阻 R 的电阻值，使电流表指针指到 6 毫安。已知电池的电动势是 3 伏，将电流表的电流刻度值改写为对应的电阻刻度值（填写在附表的空格中）。

[参考解答] 设电池的内阻为  $r$ ，则

$$I_g = \frac{\varepsilon}{R + r}，$$

电流刻度值	电阻刻度值
0	
2mA	
4mA	
6mA	

$$(R + r) = \frac{\varepsilon}{I_g} = \frac{3\text{伏}}{6\text{毫安}} = 0.5\text{千欧}。$$

对应于电流刻度值为0的电阻刻度值是 $\infty$ 。

对应于电流刻度值为6毫安的电阻刻度值是0。

对应于电流刻度值为2毫安的电阻刻度值为R，

$$I' = \frac{\varepsilon}{(R+r)+R'}, R' = \frac{\varepsilon - I'(R+r)}{I'} = \frac{3 - 2 \times 0.5}{2} \text{千欧} = 1 \text{千欧}。$$

对应于电流刻度值为4毫安的电阻刻度值为R，

$$I'' = \frac{\varepsilon}{(R+r)+R''}, R'' = \frac{\varepsilon - I''(R+r)}{I''} = \frac{3 - 4 \times 0.5}{4} \text{千欧} = 0.25 \text{千欧}。$$

3410. 用滑线式电桥来测定电阻 $R_x$ 的电路如图(a)所示。 $R_0$ 是已知电阻。

(1) 计算 $R_x$ 的公式是  $R_x = \frac{L_2}{L_1} R_0$ ；

(2) 在图(b)中，按照图(a)电路，将所示器件连接成实验线路；

(3) 接通电路前，应先调节变阻器R和r的阻值，使R的阻值较大；r的阻值较小。在进行精确测定时，电键 $K_1$ 、 $K_2$ 和触头D三者中， $K_2$ 应是断开的。

3411. 如图所示的实验中，试分析下面几种情况，电路的故障可能出现在什么地方？

(1) 滑动触头C在电阻丝AB间无论怎样滑动，电流计指针都不偏转。这时用伏特表测试C、D间发现有电压指示；

(2) 电表的情况同上，但C、D间用伏特表测试无电压指示；

(3) 当滑动触头C从AB的左端向右端移动时，电流表的指针指示由零逐渐增大。

[参考解答](1) C、D两端间有电压无电流的唯一可能是CD段中有断线。

(2) C、D间无电压、无电流(除电路正常时的电桥平衡点)的故障可能为下述故障的一处或两处：电源和A间断线；电源和B间断线。

(3) 因DB段断线而造成故障。这时DC段跟 $R_1$ 串联，AB相当于一个分压器，当C从AB的左端向右端移动时，AC段两端的电压逐渐增大，致使电流表指针的指示由零逐渐增大。

3412. 在图(a)所示的电路中(1)滑动触头D从A移向C时，电流表中都有电流通过，但电流强度逐渐减小，这时可能什么地方发生了断路？如果电流表指示的电流强度逐渐增大，又可能是什么地方发生了断路？(2)无论在从A经电源到C的电路发生断路，还是从B经电流表到D的电路中发生断路，在按下滑动触头时都没有电流通过电流表，用什么办法可以把这两种情况区别开来？

[参考解答](1) 对第一种情况，可能AB支路上发生断路[图(b)]。当D向C移时， $L_2$ 变短， $L_1$ 增大，BC两端的分压减小使电流表中的电流逐渐减小；对第二种情况，可能BC支路上发生断路[图(c)]。当D向C移时， $L_1$ 增长， $L_2$ 变短，AB两端的分压增大使电流表中的电流逐渐增大。

(2) 无论用什么器材和方法，只要能判断哪部分线路发生断路就行了。譬如在图(a)中电键K断开时，可用万用电表的欧姆档来检查除电源以外的各部分电路的通断情况，用电压档检查电源的电压是否正常；也可在电

键 K 接通时，用伏特表测量从电源正极起，顺着电路的各点对电源的负极有无电压来检查电路各部分的通断情况。

3413. 某学生在做电桥平衡的实验时，把电流表和电键位置接错了，如图所示。但他想了一个办法，一面调整可变电阻，一面扳动开关，最后也确定了电桥的平衡条件，问他是怎样观察的？根据什么？

[参考解答]当电桥平衡时，B、D 两点电势相等，不论电键 K 接通与否，BD 中无电流，干路中电流不变，接在干路中的电流表 G 的读数也没有变化。据此就可以确定电桥是否平衡。

实验时，只要一面调整可变电阻  $R_4$ ，一面不断扳动开关，当观察到 G 的读数不会由于 K 的接通或断开而发生变化时，表示电桥已经平衡。

3414. 图示的电势差计的电路中：

(1)如果电源  $\mathcal{E}$  和待测电源  $\mathcal{E}_x$  的电动势相等，滑动触头 C 在 AB 上能否找到平衡点？

(2)如果  $\mathcal{E}=2.0$  伏， $\mathcal{E}_x=1.5$  伏， $R_{AB}=10$  欧，为了找到平衡点，对  $R_1$  的阻值有什么限制？

(3)如果 T 为平衡点，将滑动触头 C 分别和 D 或 S 点接触，通过检流计的电流方向如何？

(4)如果 a 处的导线断了，当 C 在 AB 间滑动时，将会观察到检流计有何表现？如果在 b 处的导线断了，情况如何？

[参考解答](1)如是  $\mathcal{E}$  与  $\mathcal{E}_x$  相等，只要  $\mathcal{E}$  的内阻可以忽略，把变阻器  $R_1$  的阻值调到零，把滑动触头 C 移到 B 端，就能达到平衡。这时  $\mathcal{E}_x = U_{BA}$ 。

(2)为了找到平衡点，必须使  $U_{BA} = IR_{AB} \geq \mathcal{E}_x$ ，则  $I \geq \frac{\mathcal{E}_x}{R_{AB}} = \frac{1.5}{10}$  安

$= 0.15$  安，因平衡时检流计中电流为零，得  $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_{AB}}$ ，

当  $R_1$  满足下式即可找到平衡点，

$$0.15 \leq \frac{2}{R_1 + 10}$$

得  $R_1 \leq 3.3$  欧。

(3)如果 T 是平衡点，将滑动触头 C 和 D 接触，因  $\mathcal{E}_x > U_{DA}$ ，所以通过检流计的电流由左指向右；跟 S 点接触，因  $\mathcal{E}_x < U_{SA}$ ，所以通过检流计的电流由右指向左。

(4)如果 a 处的导线断了，当滑动触头 C 在 AB 间滑动时，检流计总有电流通过，方向由左指向右，C 越靠近 A，电流越大；如果在 b 处的导线断了，检流计中没有电流通过。

## 物质的导电性

### 填充题

3415. 图中微安表只有很小的读数。此时，电源的 A 端为负极；B 端为正极。

3416. 晶体三极管坏了一只管脚，用另两只管脚还可以当二极管使用。但是当坏的管脚是基极时，就不能再用另外两个管脚作二极管使用了。

3417. 有一个三极管，当基极电流由 10 微安增加到 20 微安时，集电极电流由 0.50 毫安增加到 0.95 毫安，则此三极管的电流放大系数为45。

3418. 晶体二极管的主要用途是整流、检波；晶体三极管的主要应用是放大。

### 选择题

3419. 下面哪种说法是正确的？

- (a) 带电微粒的移动方向就是电流方向；
- (b) 金属导体中的电子移动方向就是电流方向；
- (c) 正电荷的定向移动方向规定为电流方向；
- (d) 正离子的移动方向就是电流方向。

答(c)

3420. 在纯净的半导体材料硅中，掺入少量的三价元素硼，即成为

- (a) P 型半导体；
- (b) N 型半导体；
- (c) PNP 型半导体；
- (d) NPN 型半导体。

答(a)

3421. N 型半导体的导电主要是靠

- (a) 电子的定向移动；
- (b) 离子的定向移动；
- (c) 空穴的定向移动；
- (d) 带正电微粒的定向移动。

答(a)

3422. 下述几种说法哪种是正确的？

- (a) 因为 P 型半导体中多数载流子是空穴，空穴是可看作带正电的，所以 P 型半导体是仅带正电荷的物体；
- (b) 因为 N 型半导体中多数载流子是自由电子，所以 N 型半导体是仅带负电荷的物体；
- (c) 无论是 P 型还是 N 型半导体，对外都呈不带电状态；
- (d) 虽然 P 型半导体中多数载流子是空穴，但运动的还是自由电子。因此，无论 P 型还是 N 型半导体，都是带负电的物体。

答(c)

3423. 晶体二极管的单向导电性是由下列哪个因素决定的？

- (a) 加在晶体管两端的电压；
- (b) 晶体管内的空穴；
- (c) 晶体管内的自由电子；
- (d) 晶体管内的 PN 结。

答(d)

3424. 用万用电表的欧姆档测量晶体二极管的极性时，电表的测量情况如图所示。下述的说法哪一个是正确的？

- (a) 二极管内部断路，无法判断极性；

- (b) 二极管内部短路, 无法判断极性;  
 (c) 二极管完好, 且 A 端为正极, B 端为负极;  
 (d) 二极管完好, 且 A 端为负极, B 端为正极。

答(d)

3425. 用万用电表中欧姆表的不同量程去测量一个晶体二极管的正向电阻。例如, 用  $\times 10$  档及  $\times 100$  档 (内附电池相同) 的测量结果分别为  $R_{10}$  及  $R_{100}$ , 则有

- (a)  $R_{10} = R_{100}$ ;                      (b)  $R_{10} < R_{100}$ ;  
 (c)  $R_{10} > R_{100}$ ;                      (d)  $R_{10} < R_{100}$  或  $R_{10} > R_{100}$  不定。

答(b)

### 计算题

3426. 导线中的电流是  $10^{-8}$  安, 导线的横截面积等于 1 平方毫米。那么,

(1) 在 1 秒钟内, 通过导线的一个截面有多少电子? 电子的电量  $e = -1.6 \times 10^{-19}$  库。

(2) 自由电子的平均移动速率是多少? 设导体每立方米内有  $8.5 \times 10^{28}$  个自由电子。

(3) 自由电子沿导线移动 1 厘米, 平均要多少时间?

[解答]

(1) 1 秒内, 通过导线横截面的电子数为

$$\frac{It}{e} = \frac{10^{-8} \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ 个} = 6.25 \times 10^{10} \text{ 个。}$$

(2) 自由电子平均移动速率

$$v = \frac{I}{neS} = \frac{10^{-8}}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{-6}} \text{ 米/秒}$$

$$= 7.35 \times 10^{-13} \text{ 米/秒。}$$

(3) 自由电子沿导线移动 1 厘米, 平均时间

$$t = \frac{1}{v} = \frac{1 \times 10^{-2}}{7.35 \times 10^{-13}} \text{ 秒} = 1.36 \times 10^{10} \text{ 秒。}$$

3427. 已知钠原子的质量  $M = 0.023$  千克/摩, 原子价  $n = 1$ , 法拉第常数  $F = 96500$  库/摩, 求钠原子的电化当量。

[解答] 根据法拉第电解第二定律得钠的电化当量

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} = \frac{1}{96500} \times \frac{0.023}{1} \text{ 千克/库}$$

$$= 2.38 \times 10^{-7} \text{ 千克/库。}$$

3428. 电解槽中锌阳极的质量  $m = 5$  克, 通过的电流  $I = 2$  安。已知锌的电化当量  $K = 3.4 \times 10^{-7}$  千克/库, 阳极上的锌完全镀到金属制品上所需的时间  $t$  是多少?

[解答]

$$t = m / KI$$

$$= 5 \times 10^{-3} / 3.4 \times 10^{-7} \times 2 \text{ 秒}$$

$$= 7352.9 \text{ 秒}$$

$$= 2 \text{ 小时 } 2 \text{ 分 } 32.9 \text{ 秒。}$$

3429. 已知通过电解槽的电量  $Q=7348$  库, 在阴极上析出的金的质量  $m=5 \times 10^{-3}$  千克, 求法拉第常数  $F$ 。金的化学当量  $x=66 \times 10^{-3}$  千克/摩。

[解答]由法拉第电解第二定律

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} Q = \frac{1}{F} \cdot xQ,$$

$$\begin{aligned} \text{得} \quad F &= \frac{xQ}{m} = \frac{66 \times 10^{-3} \times 7348}{5 \times 10^{-3}} \text{库/摩} \\ &= 96993.6 \text{库/摩。} \end{aligned}$$

3430. 设已知物质的质量在数值上等于它的化学当量时, 它含有  $N_0=N/n$  个原子或分子, 其中  $n$  是物质的原子价,  $N=6.02 \times 10^{23}$  摩<sup>-1</sup> 是阿伏伽德罗常数; 法拉第常数  $F=96500$  库/摩。求基本电荷的电量。

[解答]在电解液中, 物质离子本身所带的基本电荷数等于它的原子价数。当析出物质的质量在数值上和它的化学当量相等时, 通过电解液的电量在数值上等于法拉第常数  $F$ , 即

$$nN_0=N \text{ 个基本电荷。}$$

每一个基本电荷的电量

$$\begin{aligned} e &= \frac{F}{N} \\ &= \frac{96500}{6.02 \times 10^{23}} \text{库} \\ &= 1.6 \times 10^{-19} \text{库。} \end{aligned}$$

3431. 银的原子量  $M_1=0.108$  千克/摩, 它的原子价  $n_1=1$ , 电化当量  $K_1=1.118 \times 10^{-6}$  千克/库; 金的原子量  $M_2=0.197$  千克/摩, 它的原子价  $n_2=3$ 。求金原子的电化当量  $K_2$ 。

[解答]根据法拉第电解第二定律

$$K_1 = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_1}{n_1},$$

$$K_2 = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_2}{n_2},$$

$$\text{两式相除} \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{M_1}{n_1} \times \frac{n_2}{M_2}。$$

金原子的电化当量

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{M_2}{M_1} \cdot K_1 \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{0.197}{0.108} \times 1.118 \times 10^{-6} \text{千克/库} \\ &= 6.8 \times 10^{-7} \text{千克/库。} \end{aligned}$$

3432. 串联在直流电源中的三个电解槽, 槽中的铜、镍和银的阳极分别浸在  $\text{CuSO}_4$ 、 $\text{NiSO}_4$  和  $\text{AgNO}_3$  的溶液中。已知电解时的电流密度  $j=40$  安/米<sup>2</sup>, 每个电解槽的阴极表面积  $S=5 \times 10^{-2}$  米<sup>2</sup>。铜、镍和银的电化当量分别是  $K_1=3.3 \times 10^{-7}$  千克/库,  $K_2=3 \times 10^{-7}$  千克/库,  $K_3=1.118 \times 10^{-6}$  千

克/库。求在时间  $t=10$  小时内三个电解槽的阴极上析出的物质的质量。

[解答] 电解槽中的电流  $I=jS$ 。由于三个电解槽串联，三个槽中电流相等： $I_1=I_2=I_3=I_4$ 。根据法拉第电解第一定律，电解时析出铜、镍和银的质量分别是

$$\begin{aligned}m_1 &= K_1 I_1 t = K_1 j S t \\ &= 3.3 \times 10^{-7} \times 40 \times 5 \times 10^{-2} \times 10 \times 3600 \text{ 千克} = 0.0238 \text{ 千克} \\ &= 23.8 \text{ 克}; \\ m_2 &= K_2 I_2 t = K_2 j S t \\ &= 3 \times 10^{-7} \times 40 \times 5 \times 10^{-2} \times 10 \times 3600 \text{ 千克} = 0.0216 \text{ 千克} \\ &= 21.6 \text{ 克}; \\ m_3 &= K_3 I_3 t = K_3 j S t \\ &= 1.118 \times 10^{-6} \times 40 \times 5 \times 10^{-2} \times 10 \times 3600 \text{ 千克} = 0.0805 \text{ 千克} \\ &= 80.5 \text{ 克}.\end{aligned}$$

3433. 在时间  $t=2$  小时内，镀镍产品沉积的镍层厚度  $l=0.03$  毫米。已知镍的电化当量  $K=3 \times 10^{-7}$  千克/库，镍的密度  $\rho=8.9 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。求电解时的电流密度  $j$ 。

[解答] 因为  $m=KIt=KjSt$ ，  
又  $m=\rho V=\rho SI$ ，  
所以  $j=I/Kt$   
 $=8.9 \times 10^3 \times 0.03 \times 10^{-3} / 3 \times 10^{-7} \times 2 \times 3600$  安/米<sup>2</sup>  
 $=124$  安培/米<sup>2</sup>。

3434. 和电解槽串联的安培表，它的读数  $I_0=1.5$  安。在时间  $t=10$  分钟内阴极上析出质量  $m=0.316$  克的铜，铜的电化当量  $K=3.3 \times 10^{-7}$  千克/库。安培表上的读数应作怎样修正？

[解答] 由法拉第电解第一定律求得的电流  $I$  是电流强度的精确值：  
 $I=m/Kt=0.316 \times 10^{-3} / 3.3 \times 10^{-7} \times 10 \times 60$  安  
 $=1.6$  安。

安培表读数的修正量

$$\Delta I = I - I_0 = (1.6 - 1.5) \text{ 安} = +0.1 \text{ 安}.$$

3435. 要检查一下伏特表读数的正确性，可以把伏特表和已知  $R=30$  欧的电阻并联，再在整个电路中串联装有电解银的设备。如果该设备在时间  $t=5$  分钟内析出质量  $m=55.6$  毫克的银，伏特表的读数  $V_0=6$  伏。借助于电解的银可以确定电阻  $R$  上电压降的精确值。求伏特表的读数和精确值的差。银的电化当量  $K=1.118 \times 10^{-6}$  千克/库，伏特表支路的电流可以忽略不计。

[解答] 法拉第电解定律  $m=KIt$  中的电流  $I$  是精确值。

$$I = \frac{m}{Kt} = \frac{55.6 \times 10^{-6}}{1.118 \times 10^{-6} \times 5 \times 60} \text{ 安} = 0.166 \text{ 安}$$

电阻  $R$  上电压降的精确值

$$U=IR=0.166 \times 30 \text{ 伏} = 4.98 \text{ 伏}.$$

伏特表读数和精确值的差

$$\begin{aligned}\Delta U &= U - U_0 = (4.98 - 6) \text{ 伏} \\ &= -1.02 \text{ 伏}.\end{aligned}$$

3436. 在一个精制铜的工厂里, 有 400 个电解池, 电解液是硫酸铜。每个电解池内有 20 个阴极板。电解池内的阴极板并联着, 各电解池串联着。每个阴极板的面积 1000 毫米 × 800 毫米, 电流密度是 200 安/米<sup>2</sup>。已知铜的电化当量  $K=0.3294 \times 10^{-6}$  千克/库, 铜的密度  $\rho=8.9 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>。问:

(1) 一昼夜内析出多少铜?

(2) 每个阴极板上析出的铜层厚度是多少?

[解答] (1) 因为 20 个阴极板是并联着的, 各电解池是串联着的, 所以通过每个电解池的电流强度

$$I=200 \times 1 \times 0.8 \times 20 \text{ 安}=3.2 \times 10^3 \text{ 安}.$$

析出铜的质量可由法拉第电解第一定律求得。

$$\begin{aligned}m &= KItN \\ &= 0.3294 \times 10^{-6} \times 3.2 \times 10^3 \times 24 \times 3600 \times 400 \text{ 千克} \\ &= 3.64 \times 10^4 \text{ 千克}=36.4 \text{ 吨}.\end{aligned}$$

(2) 设每个阴极板上析出的铜的质量为  $m_0$  铜层厚度为  $d$ , 则

$$m_0 = \frac{m}{400 \times 20},$$

又

$$m_0 = \rho v = \rho Sd,$$

得

$$\begin{aligned}d &= \frac{m_0}{\rho S} = \frac{m}{400 \times 20 \rho S} \\ &= \frac{3.64 \times 10^4}{400 \times 20 \times 8.9 \times 10^3 \times 1.0 \times 0.8} \text{ 米} \\ &= 6.39 \times 10^{-4} \text{ 米} = 0.639 \text{ 毫米}.\end{aligned}$$

3437. 两个串联的电解槽, 第一个盛有氯化亚铁 ( $\text{FeCl}_2$ ) 溶液, 第二盛有氯化铁 ( $\text{FeCl}_3$ ) 溶液。当通过的电量  $q=9.65 \times 10^7$  库时, 求每个电解槽在阴极上析出的铁和在阳极上析出的氯的质量。已知铁原子的质量  $M_1=0.05585$  千克/摩, 氯原子的质量  $M_2=35.357 \times 10^{-3}$  千克/摩, 法拉第常数  $F=9.65 \times 10^4$  库/摩。

[解答] 第一个电解槽中的铁是二价 ( $n_1=2$ ), 第二个电解槽中的铁是三价 ( $n_2=3$ )。因此, 在两个电解槽相串联, 即通过的电量相等的情况下, 两个电解槽的阴极上析出铁的质量是不相等的:

第一个电解槽在阴极上析出的铁的质量

$$m_1 = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_1}{n_1} \cdot q = \frac{0.05585 \times 9.65 \times 10^7}{9.65 \times 10^4 \times 2} \text{ 千克} = 27.93 \text{ 千克}.$$

第二个电解槽在阴极上析出的铁的质量

$$m_2 = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_1}{n_2} \cdot q = \frac{0.05585 \times 9.65 \times 10^7}{9.65 \times 10^4 \times 3} \text{ 千克} = 18.62 \text{ 千克}.$$

因为氯原子的原子价  $n=1$ , 所以在每个电解槽的阳极上析出氯气的质量相等, 即

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_2}{n} \cdot q = \frac{35.357 \times 10^{-3} \times 9.65 \times 10^7}{9.65 \times 10^4 \times 1} \text{ 千克} = 35.357 \text{ 千克}。$$

3438 . 在电解硫酸溶液时, 发热损耗的功率  $P=37$  瓦。设在时间  $t=50$  分钟内析出质量  $m=0.3$  克的氢气, 求电解液的电阻。已知法拉第常数  $F=9.65 \times 10^4$  库/摩, 氢原子的质量  $M=0.001$  千克/摩、原子价  $n=1$ 。

[解答] 设电解液的电阻为  $R$ ,

$$\text{由发热功率} \quad P = I^2 R$$

$$\text{和} \quad m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} It,$$

$$\begin{aligned} \text{可求得} \quad R &= P \left( \frac{Mt}{mFn} \right)^2 \\ &= 37 \left( \frac{0.001 \times 50 \times 60}{0.3 \times 10^{-3} \times 9.65 \times 10^4 \times 1} \right)^2 \text{ 欧} \\ &= 0.4 \text{ 欧}。 \end{aligned}$$

3439 . 用电解方法取得镍时, 每千克镍消耗的电能  $W=10$  千瓦·时。已知镍的电化当量等于 1080 毫克/安·时。问电解时电压是多少?

[解答] 设电解时通过的电量为  $q$  库, 取得的镍为  $m$  千克, 则电解时的电压

$$U = \frac{mW}{q},$$

$$\text{又} \quad \frac{m}{q} = K,$$

所以  $U=KW=1080 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^3 \text{ 伏} = 10.8 \text{ 伏}。$

3440 . 设在时间  $t=10$  秒内, 通过  $\text{CuSO}_4$  溶液的电流均匀地从  $I_1=0$  增加到  $I_2=4$  安。通过该溶液的电量是多少? 这时在阴极上析出的铜是多少? 已知铜的电化当量  $K=0.3294 \times 10^{-6}$  千克/库。

[解答] 由于电流变化是均匀的, 电流的平均值

$$I = \frac{1}{2} (I_1 + I_2)。$$

通过该溶液的电量

$$q = It = \frac{1}{2} (I_1 + I_2)t = \frac{1}{2} (0 + 4) \times 10 \text{ 库} = 20 \text{ 库}。$$

阴极上析出铜的质量

$$\begin{aligned} m &= Kq = 0.3294 \times 10^{-6} \times 20 \text{ 千克} = 6.59 \times 10^{-6} \text{ 千克} \\ &= 6.59 \text{ 毫克}。 \end{aligned}$$

3441 . 电解铜时, 电解槽的端电压  $U=10$  伏, 设备的效率  $\eta=75\%$ , 铜的电化当量  $K=3.3 \times 10^{-7}$  千克/库。如果电解消耗的电能  $W=5$  千瓦·时, 求析出铜的质量。

$$\text{[解答] 设备的效率} \quad \eta = \frac{IUt}{W} = \frac{Uq}{W},$$

又据法拉第电解第一定律

$$m = Kq,$$

得析出铜的质量

$$\begin{aligned} m &= K \cdot \frac{\eta W}{U} \\ &= \frac{3.3 \times 10^{-7} \times 0.75 \times 5 \times 3.6 \times 10^6}{10} \text{ 千克} \\ &= 0.446 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

[提示]W 的单位, 要将千瓦·时化到焦。

3442 . 用电解法精炼铜时, 串联电解槽的总电阻  $R=0.5$  欧, 压降  $U=10$  伏。已知电解槽的反电动势  $\varepsilon_{\text{反}}=6$  伏, 铜的电化当量  $K=3.3 \times 10^{-7}$  千克/库。求在时间  $t=10$  小时内电解槽阴极上析出铜的质量。

[解答] 流过电解槽的电流

$$I = \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{R}。$$

阴极上析出铜的质量

$$\begin{aligned} m &= KIt \\ &= K \frac{U - \varepsilon_{\text{反}}}{R} t \\ &= 3.3 \times 10^{-7} \times \frac{(10 - 6)}{0.5} \times 10 \times 3600 \text{ 千克} \\ &= 0.095 \text{ 千克。} \end{aligned}$$

3442 . 当电解水时, 在时间  $t=25$  分钟内通过电解槽的电流  $I=20$  安。这时得到体积  $V=1$  升的氧气, 它的压强  $P=2.026 \times 10^5$  帕。析出的氧气温度是多少? 氧的电化当量  $K=8.29 \times 10^{-8}$  千克/库, 普适气体恒量  $R=8.31$  焦/摩·开, 氧的摩尔质量为  $\mu=32$  克/摩。

[解答] 由克拉柏龙方程

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

和法拉第电解第一定律

$$m = KIt。$$

可求得氧气的温度

$$\begin{aligned} T &= \frac{pV\mu}{KRIt} \\ &= \frac{2.026 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3} \times 32 \times 10^{-3}}{8.29 \times 10^{-8} \times 8.31 \times 20 \times 25 \times 60} \text{ K} \\ &= 313.7 \text{ K。} \\ &= t = 40.7 \quad 。 \end{aligned}$$

3444 . 用电解法获得铝时, 每千克铝消耗的电能量  $W=50$  千瓦·时, 电解时的电压  $U=16.2$  伏。如果电解时的电压减小到  $U_1=8.1$  伏, 试问每千克铝所消耗的电能量  $W_1$  是多少? 设电解槽内发热损耗不计。

[解答] 由  $m=Kq$  知, 在不同电压时电解 1 千克铝所需通过的电量是相等的。采用不同电压时所耗的电能不同。

在电压  $U$  时, 所耗电能  $W=qU$ 。

在电压  $U_1$  时, 所耗电能  $W_1 = Qu_1$ 。

$$\text{两式相除, 得 } W_1 = \frac{U_1}{U} W = \frac{8.1}{16.2} \times 50 \text{ 千瓦} \cdot \text{时} = 25 \text{ 千瓦} \cdot \text{时}。$$

3445. 需要制作一个在标准大气压下升力为 200 牛的氢气球, 氢气是用电解硫酸的水溶液获得的。如果通过电解液的电流强度是 100 安, 问制取这样多的氢气需要多长的时间? 已知空气的平均分子量为 29, 忽略氢气球球壳的重力。

[解答] 氢气球升力、浮力与重力的关系如下:

$$F_{\text{升}} = F_{\text{浮}} - F_{\text{重}} = m_{\text{空}} g - m_{\text{氢}} g,$$

式中空气和氢气的质量可由克拉柏龙方程求得

$$pV_{\text{空}} = \frac{m_{\text{空}}}{\mu_{\text{空}}} RT,$$

$$pV_{\text{氢}} = \frac{m_{\text{氢}}}{\mu_{\text{氢}}} RT。$$

忽略球壳的体积,  $V_{\text{氢}} = V_{\text{空}} = V$ , 设体积为  $V$ , 解上述方程, 得

$$F_{\text{升}} = \frac{pV(\mu_{\text{空}} - \mu_{\text{氢}})}{RT} g,$$

则

$$V = \frac{F_{\text{升}} RT}{pg(\mu_{\text{空}} - \mu_{\text{氢}})}。$$

氢气的质量可由法拉第电解定律求得

$$m_{\text{氢}} = \frac{1}{F} \cdot \frac{M_{\text{H}}}{n_{\text{H}}} It,$$

式中  $F$  为法拉第常数,  $M_{\text{H}}$  为氢的原子量,  $n_{\text{H}}$  为氢的原子价。

电解这样多的氢气所需要的时间

$$\begin{aligned} t &= \frac{Fn_{\text{H}}m_{\text{H}}}{M_{\text{H}} \cdot I} = \frac{F}{I} \cdot \frac{n_{\text{H}}}{M_{\text{H}}} \cdot \frac{pV\mu_{\text{H}}}{RT} \\ &= \frac{F}{I} \cdot \frac{n_{\text{H}}}{M_{\text{H}}} \cdot \frac{p\mu_{\text{H}}}{RT} \cdot \frac{F_{\text{升}} RT}{pg(\mu_{\text{空}} - \mu_{\text{H}})} \\ &= \frac{F}{I} \cdot \frac{n_{\text{H}}}{M_{\text{H}}} \cdot \frac{\mu_{\text{H}} F_{\text{升}}}{g(\mu_{\text{空}} - \mu_{\text{H}})} \\ &= \frac{96500 \times 1 \times 2 \times 200}{100 \times 1 \times 9.8 \times (29 - 2) \times 10^{-3}} \text{ 秒} \\ &= 146 \times 10^6 \text{ 秒} \\ &= 406 \text{ 小时。} \end{aligned}$$

## 磁 场

### 填充题

3446. 将长 0.50 米, 通过 4.0 安电流的载流导线放在匀强磁场中。当导线和磁场方向垂直时, 载流导线所受的磁场力为 0.30 牛, 则匀强磁场的磁感应强度为 0.15 特。将这一载流导线从磁场中取走后, 磁场的磁感应强度为 0.15 特。

3447. 在磁感应强度为 0.20 特的匀强磁场中, 有一段长 30 厘米, 跟磁场方向成  $30^\circ$  角放置的直导线。如果直导线中有 10 安的电流通过, 那么直导线所受的安培力大小为 0.3 牛, 方向跟导线和磁力线决定的平面垂直。

3448. 地球磁场在赤道上某一点的磁感应强度的量值为  $3.0 \times 10^{-5}$  特 (方向为水平方向)。为使该点的磁感应强度为零, 可在其正上方  $5.3 \times 10^{-2}$  米 距离处放一根通有 8.0 安电流的直导线, 且电流流向为水平自东向西。

3449. 两根等长平行的直导线, 相距 1.0 厘米。(直导线长度远大于 1.0 厘米) 所通过的电流分别为 10 安和 20 安, 两者间的作用力为  $8.0 \times 10^{-3}$  牛。导线的长度为 2.0 米。当两根导线所通过的电流分别为 30 安和 40 安时, 两者间的作用力大小为  $4.8 \times 10^{-2}$  牛。

3450. 两根平行直导线各长 1.0 米, 相距 1.0 厘米, 如果其中一根导线通过电流 10 安, 且两者之间的引力为  $1.0 \times 10^{-4}$  牛, 那么通过另一条导线的电流是 0.50 安; 两根导线间中点的磁感应强度的大小为  $3.8 \times 10^{-4}$  特。

3451. 两根平行直导线各长 8.0 米, 相距 0.05 米, 各通以方向相反的电流 20 安。在两根导线间的中点的磁感应强度大小为  $3.2 \times 10^{-5}$  特; 每一根导线所受作用力的大小为  $1.28 \times 10^{-3}$  牛。

3452. 金属圆环的半径为 10 厘米, 在环中心的磁感应强度为  $4.0 \times 10^{-5}$  特; 则通过环的电流为 6.4 安。

[提示] 因为  $B = \pi K \frac{I}{R}$ ,

所以  $I = \frac{BR}{\pi K} = \frac{4.0 \times 10^{-5} \times 0.10}{3.14 \times 2.0 \times 10^{-7}}$  安 = 6.4 安。

3453. 图中, 导线 ab 长 60 厘米, 质量 10 克, 以一对线悬于磁感应强度为 0.40 特的匀强磁场内, 如果使悬线的张力为零, 流过导线 ab 的电流方向应为向右; 电流大小应为 0.41 安。

3454. 图中, 铜棒质量为 1 千克, 静止于相距 1.0 米的两水平长直轨道 ab 上, 并由一轨道输送 50 安电流到另一轨道。如果铜棒跟轨道间的摩擦系数为 0.60, 为使铜棒向右滑动, 在两轨道间加一个竖直方向的匀强磁场, 其方向应为向下; 其磁感应强度至少应为 0.12 特。

3455. 有一块电磁铁, 在它的两极间的圆柱形区域内产生 1.2 特的匀强磁场, 圆柱的横截面的半径为 5.0 厘米。如图所示, 一根载有 20 安电流的导线穿过这一区域, 和圆柱轴线相交, 且垂直, 则导线所受的磁场力大小为 2.4 牛。如果这一根导线跟圆柱轴线垂直, 且相距 3.0 厘米, 则导线所受的磁场力大小为 1.9 牛。

[提示] $F=BIL\sin\theta$ ，其中 $L$ 为导线在磁场中的有效长度。在第一种情况

况下， $L=2R=10.0$ 厘米；而第二种情况下， $L'=2\times\sqrt{R^2-d^2}=2\times\sqrt{5.0^2-3.0^2}$ 厘米= $8.0$ 厘米。

3456. 图为电流天平的示意图。使螺线管通以电流  $I_1=10$  安，在环形导线中通以电流  $I_2=2.0$  安，此时在  $cd$  端挂砝码  $G=0.020$  牛后，塑料板  $abcd$  恢复平衡。如果  $ab$  段长  $l=0.04$  米，则通电螺线管内部的磁感应强度

$B=0.25$ 特；如果保持  $I_1$  不变，使  $I_2$  增大到  $I_2'=4.0$  安，要使塑料板仍保持平衡，那么所挂砝码应变为  $G'=0.040$  牛，这时螺线管内的磁感应强度  $B'=0.25$ 特；如果保持  $I_2'=4.0$  安不变，而使  $I_1$  增大，而原来平衡的塑料板的  $cd$  端将向上沿顺时针转动，这时螺线管内的磁感应强度将增大。

3457. 在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，有一平面的面积为  $S$ 。如果平面跟垂直磁场方向的夹角为  $\theta$ ，则通过平面的磁通量大小为  $BS\cos\theta$ ，如果平面跟磁场方向的夹角为  $\theta$ ，则通过平面的磁通量大小为  $BS\sin\theta$ 。

3458. 一个单匝线圈，面积为  $S$ ，通入电流  $I$ ，方向如图所示，放在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，线圈平面跟磁力线成  $\theta$  角，这时线圈受到的磁场力矩等于  $BIS\cos\theta$ ，使线圈向逆时针方向转动。

3459. 一个 20 匝的矩形线圈，线圈的面积为  $5.0$  厘米  $\times$   $10$  厘米，这线圈载有电流为  $0.10$  安；将这线圈放在磁感应强度为  $0.50$  特的匀强磁场中。线圈受到的最大磁力矩为  $5.0 \times 10^{-3}$  牛·米；当回路平面跟磁场夹角为  $30^\circ$  时，作用在这线圈上的磁力矩为  $4.3 \times 10^{-3}$  牛·米。

3460. 一个圆形线圈，其直径为  $8.0$  厘米，共有 12 匝，载有电流  $5.0$  安，线圈是在一个磁感应强度为  $0.60$  特的磁场中。线圈所能受到的最大力矩为  $0.18$  牛·米；当线圈受到的力矩是最大力矩的一半时，线圈平面跟磁力线的夹角为  $60^\circ$ 。

3461. 图中，矩形线圈  $abcd$  置于平行其平面的匀强磁场中。已知  $ab$  和  $cd$  的长都是  $L_1$ ， $bc$  和  $ad$  的长度都是  $L_2$ ，磁感应强度为  $B$ 。当电流  $I$  通过线圈时，磁场对线圈的作用力的合力是零，对线圈产生的合力矩是  $BIL_1L_2$ 。

3462. 一个电子在匀强磁场中运动而不受到磁场力的作用，则该电子运动的方向必平行于磁场的方向。

3463. 电子的质量为  $m$ ，带电量为  $e$ 。在一个匀强磁场中，垂直于磁力线的平面上作匀速圆周运动，其速率为  $v$ ，轨道半径为  $R$ 。那么通过圆轨道所围面积的磁通量为  $mvR/e$ ，电子运动的周期为  $2\pi R/v$ 。

3464. 质子的带电量为  $e$ ，自静止起，经电位差  $U$  加速后，垂直进入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场，作半径为  $r$  的圆周运动，这质子的质量为  $eB^2r^2/2U$ ，质子的运动周期为  $2\pi Br^2/U$ 。

3465. 有人设计过测量重离子质量的准确方法。这个方法是测量重离子在已知磁场中的旋转周期。一个单独的一价负离子碘，在  $4.5 \times 10^{-2}$  特的匀强磁场中旋转 7 周所需时间约为  $1.29 \times 10^{-3}$  秒，则碘离子的运动周期为  $1.8 \times 10^{-4}$  秒；这个碘离子的质量为  $2.1 \times 10^{-25}$  千克。

3466 . 一个 10 千电子伏的电子在跟匀强磁场正交的平面内作匀速圆周运动。轨道半径为 25 厘米。则该磁场的磁感应强度为  $1.3 \times 10^{-3}$  特；回旋频率为  $3.8 \times 10^7$  赫；运动周期为  $2.6 \times 10^{-8}$  秒。

3467 . 一个中性粒子静止在磁感应强度为 B 的匀强磁场中。在  $t=0$  时刻，它衰变为两个质量都为 m 反向运动的带电粒子。如果一个粒子带电荷为 +q，则另一个粒子带电荷为 -q；如果两粒子都垂直磁场方向运动，那么从衰变起到相碰时所经历的时间 t 跟 m、B、q 的关系式为  $t = \frac{xm}{Bq}$ 。

3468 . 在某次核物理实验中，一个 1.0 兆电子伏的质子在匀强磁场中沿圆轨道运动。如果  $\alpha$  粒子在同样轨道上运行，其能量应为 1.0 兆电子伏；如果氦核在同样轨道上运行，其能量应为 0.50 兆电子伏。

3469 . 一个电子在垂直于匀强磁场的方向，作半径 1.2 厘米的圆周运动，电子的速度是  $10^6$  米/秒。则磁场的磁感应强度为  $4.7 \times 10^{-4}$  特，电子运动轨道所包围的总磁通量为  $2.1 \times 10^{-7}$  韦。

3470 . 正方形空腔内是匀强磁场。在正方形 a 端的小孔中射入速度大小不同的电子流。如果 c、d 两处的小孔中分别有电子射出，那么从两孔射出的电子在腔中运动的轨迹半径之比为 2:1；它们的速度之比为 2:1。

3471 . 氢核以及氢的同位素氘核，以相同的速度沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为 1:1，运动的轨道半径的比为 1:2，运动的周期的比为 1:2。

3472 . 氢核以及氢的同位素氘核，以相同的动量，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为 2:1，运动的轨道半径的比为 1:1，运动的周期的比为 1:2。

3473 . 氢核以及氢的同位素氘核，以相同的动能，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为  $\sqrt{2}:1$ ，运动的轨道半径的比为  $1:\sqrt{2}$ ，运动的周期的比为 1:2。

3474 . 氢核及氢的同位素氘核，从静止开始，经相同的电位差加速后，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为  $\sqrt{2}:1$ ，运动的轨道半径的比为  $1:\sqrt{2}$ ，运动的周期的比为 1:2。

3475 . 带电量跟质量的比值相等的氘核和氦核，以相同的速度，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为 1:2，运动的轨道半径的比为 1:1，运动的周期的比为 1:1。

3476 . 带电量跟质量的比值相等的氘核和氦核，以相同的动量，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为 1:1，运动的轨道半径的比为 2:1，运动的周期的比为 1:1。

3477 . 带电量跟质量的比值相等的氘核和氦核，以相同的动量，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为  $1:\sqrt{2}$ ，运动的轨道半径的比为  $\sqrt{2}:1$ ，运动的周期的比为 1:1。

3478 . 带电量跟质量的比值相等的氘核和氦核，从静止开始，经相同的电位差加速后，沿垂直磁力线的方向，飞入同一匀强磁场。二者所受的洛仑兹力的比为 1:2，运动的轨道半径的比为 1:1，运动的周期的比

为  $1:1$ 。

3479. 图中, 两个初速度都为零的电子  $e_a$  和  $e_b$  分别受 50 伏和 200 伏的电压加速后, 垂直进入同一个匀强磁场中。如果顺着磁力线方向看, 它们的运动是沿顺时方向, 它们作圆周运动的轨道半径的比为  $1:2$ , 运动周期的比为  $1:1$ 。

3480. A、B 为两带电质点。如果 B 质点带电量为 A 的一半, 而质量和速率都为 A 的两倍, 则两者垂直进入同一匀强磁场后, 运动的轨道半径的比  $R_A:R_B$  为  $1:8$ , 周期的比  $T_A:T_B$  为  $1:4$ 。

3481. 质子和电子在同一磁场中, 垂直于磁场方向作半径相等的圆周运动, 则两者运动的周期的比为  $1840:1$ , 两者动量大小的比为  $1:1$ 。

3482. 质子、氘核和  $\alpha$  粒子垂直地进入同一个匀强磁场, 已知它们的轨道半径都相同, 那么它们的动量大小的比  $p_1:p_2:p_3$  为  $1:1:2$ , 它们的动能的比  $E_1:E_2:E_3$  为  $2:1:2$ 。

3483. 一束带电质点, 自静止状态起经过 320 伏的电压加速, 然后进入跟运动方向成直角的匀强磁场, 磁场的磁感应强度为  $6.00 \times 10^{-4}$  特, 质点束运动的圆半径为 10.0 厘米, 此质点的带电量跟质量的比为  $1.78 \times 10^{11}$  库/千克, 此质点在磁场中作圆运动的周期为  $5.89 \times 10^{-8}$  秒。

3484. 图中, 有一个场强为  $E$  的匀强电场, 方向沿  $Y$  轴负方向 (竖直向下的方向); 一个磁感应强度为  $B$  的匀强磁场方向沿  $Z$  轴正方向 (水平方向); 有一个带电量为  $q$ 、质量是  $m$  的液滴, 要使液滴在  $XOY$  平面内作速率为  $v$  的匀速圆周运动, 那么液滴应带负电荷, 电场强度应为  $mg/q$ , 液滴运动的半径为  $mv/Bq$ 。

3485. 图中, 一个质量为  $m$ 、带电量为  $+q$  的粒子, 以速度  $v$  从  $a$  处垂直进入匀强磁场, 沿半圆轨迹运动, 从  $b$  点穿出磁场。当带电粒子从  $b$  点穿出磁场时, 它的动能的增量是零。它的动量的增量是  $-2mv$ 。试在图上标出磁场的方向。

3486. 一个质子以跟磁场方向成  $30^\circ$  角的方向进入匀强磁场, 磁场的磁感应强度为 1.50 特, 质子速度为  $1.00 \times 10^7$  米/秒。此质子沿螺旋运动, 其螺旋半径为  $3.48 \times 10^{-2}$  米, 其每转一周所前进的距离为 0.378 米。

3487. 图中, 一个质量为  $m$  (重力不计), 带电量为  $-q$  的质点, 从坐标原点  $O$  进入  $+y$  方向的匀强磁场中, 磁感应强度为  $B$ 。质点的初速度在  $yz$  平面上, 跟  $y$  轴夹角为  $\theta$ , 其大小为  $v_0$ 。这个质点将在磁场中作等螺距螺旋运动, 从坐标原点顺着  $+y$  方向观察, 质点的旋转方向是顺时针方向, 质点所受的磁场力的大小是  $Bqv_0 \sin \theta$ 。在运动过程中, 质点在

$x$  方向位移的最大值是  $\frac{2mv_0 \sin \theta}{Bq}$ ,  $z$  方向位移的最大值是  $\frac{mv_0 \sin \theta}{Bq}$ ,

质点从原点  $O$  开始, 经过  $t$  时间, 在  $y$  方向的位移是  $v_0 \cos \theta \cdot t$ 。

3488.  $^{35}\text{Cl}$  和  $^{37}\text{Cl}$  原子质量单位的两种氯核, 以  $2.0 \times 10^5$  米/秒的速率, 垂直进入磁感应强度为 0.50 特的质谱仪中, 在回转  $180^\circ$  后, 撞及一照相底片, 则底片上两光点的距离为  $9.76 \times 10^{-4}$  米; 如果其他条件不变, 它们是经  $7.3 \times 10^3$  伏的电位差加速后, 进入质谱仪的, 则底片上两光点的距离为  $1.96 \times 10^{-3}$  米。

3489. 简单说出一个检验正电荷  $q$  在下列情况下是如何运动的; (1)

开始时静止在场强为  $E$  的匀强电场中，将作匀加速直线运动；(2)以速度  $v_0$  垂直电力线进入场强为  $E$  的匀强电场中，将作类似平抛运动；(3)开始时静止在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，将仍然静止；(4)以速度  $v_0$  垂直磁力线进入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，将作匀速圆周运动。

3490. 图中，一束速度为  $v$  的质子流，从左向右进入相互垂直的匀强电场和匀强磁场中，磁感应强度  $B$  的方向垂直纸面向里，电场强度  $E$  的方向坚直向下，质子在场中不发生偏转。如果有一束速度是  $2v$  的氦核，也从左向右进入此场中，则它在场中的轨迹将向上偏转；如果有一束速度为  $2v$  的电子，也从右向右进入此场中，则它在场中的轨迹将向下偏转。

3491. 一个电子从静止经过 1000 伏的电位差加速后，射入相隔为 0.02 米的平行板区域，两板间的电位差为 100 伏。如果电子是垂直进入的则为使电子沿直线行进，需加一个匀强磁场，它的磁感应强度方向既跟电场垂直，又跟电子初速度垂直，大小为  $2.7 \times 10^{-4}$  特。

3492. 一不计重力的带电粒子以  $5.0 \times 10^5$  米/秒的速度垂直射入互相垂直的匀强电场和匀强磁场后，作匀速直线运动。如果电场强度为  $1.0 \times 10^3$  牛/库，则磁感应强度为  $2.0 \times 10^{-3}$  特。如果将粒子的带电量加倍，则它应以  $5.0 \times 10^5$  米/秒的速度垂直射入该混合场，才能维持匀速直线运动。

3492. 质量为 0.1 克，带电量为  $2.5 \times 10^{-8}$  库的质点，置于水平的匀强磁场中，磁感应强度的方向为南指向北，大小为 0.65 特。为保持此质点不下落，必须使它沿水平面运动，它的速度方向为西指向东，大小为  $6.0 \times 10^4$  米/秒。

### 选择题

3494. 磁感应强度的定义式为  $B = \frac{F}{IL}$ 。如果在一个磁场中某处放一条长为  $L$  的通电直导线。通过直导线的电流为  $I$ ，且电流方向和磁场方向垂直，这时导线受力为  $F$ 。那么，磁场中某处的磁感应强度的大小  $B$  和放在磁场中该处通电直导线的有关物理量间存在什么关系？下面哪种说法是正确的？

- (a)  $B$  随着  $I$  的减小而增大；
- (b)  $B$  随着  $L$  的减小而增大；
- (c)  $B$  随着  $IL$  的减小而增大；
- (d)  $B$  随着  $F$  的增大而增大；
- (e)  $B$  跟  $F$ 、 $I$ 、 $L$  的变化无关。

答(e)

3495. 安培的分子环流假设，是用来解释

- (a) 运动电荷受磁场力作用的原因；
- (b) 两通电导体间有相互作用的原因；
- (c) 通电线圈产生磁场的原因；
- (d) 永磁铁产生磁场的原因；
- (e) 铁质类物体被磁化而具有磁性的原因。

答(d)、(e)

3496. 电磁体用软铁做铁芯，这是因为软铁

- (a)能保持磁性； (b)可被其他磁体吸引；  
(c)去磁迅速； (d)能导电

答(c)

3497. 韦/米<sup>2</sup>为磁感应强度的单位，它和下面哪一个单位相同。

- (a)牛/安·米； (b)牛·安/米；  
(c)牛·安/米<sup>2</sup>； (d)牛/安·米<sup>2</sup>。

答(a)

3498. 一条竖直放置的长直导线，通以由下向上的电流，在它正东方某点的磁场方向为

- (a)向东； (b)向西； (c)向南；  
(d)向北； (e)向上； (f)向下；

答(d)

3499. 有两根平行直导线，通以数值相等方向相反的电流，下列哪种说法，正确表达了两根导线连线中点的磁场的磁感应强度？

- (a)等于零；  
(b)不等于零；方向是从一根导线垂直指向另一根导线；  
(c)不等于零，方向平行于导线；  
(d)不等于零，方向垂直于两导线组成的平面。

答(d)

3500. 有两根平行放置的通电直导线，当它们通以互为反向的电流时，两根导线间的作用表现为相互排斥，这是因为：

- (a)两导线上定向移动的电荷是同种电荷，因而互相排斥；  
(b)两导线上的电荷通过各自产生的电场而发生相互作用的结果；  
(c)两导线上定向移动的电荷通过各自产生的磁场而对对方发生作用的结果。  
(d)导线上的电流，是由电源产生的电场力对电荷作用，使它作定向运动而形成的；两导线间的作用，也是由于电源产生的电场力的相互作用的结果。

答(c)

3501. 图中，在一个平面内有六根彼此绝缘的通电导线，其中电流强度的大小相同，方向见图。 、 、 、 四个区域为面积相等的正方形，其中指向纸外的磁通量最大的区域是

- (a) 区域； (b) 区域；  
(c) 区域； (d) 区域。

答(d)

3502. 载流导线  $L_1$ 、 $L_2$  处在同一平面内， $L_1$  是固定的， $L_2$  可绕垂直纸面的固定转轴  $O$  转动，各自的电流方向如图所示，将会发生下列哪种情况？

- (a)因不受磁场力作用，故  $L_2$  不动；  
(b)因  $L_2$  所受的磁场力对轴  $O$  的力矩相平衡，故  $L_2$  不动；  
(c) $L_2$  绕轴  $O$  按顺时针方向转动；  
(d) $L_2$  绕轴  $O$  按逆时针方向转动。

答(d)

3503 . 一架新的伏特表 , 一贯读数偏低 , 为纠正这一差错 , 可以设法 :

- (a)减少表头线圈的匝数 ;
- (b)增大表内的串联电阻 ;
- (c)增强表头的永久磁铁的磁性 ;
- (d)转紧表内的回复弹簧。

答(c)

3504 . 一根通有电流强度为  $I$  的直铜棒 MN , 用软导线挂在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中 , 磁场方向、电流方向如图所示。此时悬线中的张力大于零而小于直铜棒的重力。下列哪些情况下 , 悬线中的张力等于零 ?

- (a)不改变电流方向 , 适当增加电流的大小 ;
- (b)使电流反向 , 且适当减小电流的大小 ;
- (c)保持原来电流不变 , 适当增强磁感应强度 ;
- (d)使原来的电流反向 , 适当减小磁感应强度 ;
- (e)使原来的磁场反向 ; 使电流反向 , 且适当增加电流的大小。

答(a)、(c)、(e)

3505 . 图中 , 导线 abcd 置于竖直向上的匀强磁场中 , 可绕 MN 轴转动。今使导线通电后 , 往纸外面转出 , 转过  $\alpha$  角度后 , 达到稳定平衡。如果改用密度为原来  $1/2$  的导线 , 要使该导线在原来位置保持稳定平衡 , 那么可以采用下面哪几种方法 ?

- (a)将磁场的磁感应强度改为原来的  $1/2$  ;
- (b)将导线的 bc 部分长度减小为原来的  $1/2$  ;
- (c)将通入导线内的电流强度减为原来  $1/2$  ;
- (d)将导线的 ab 和 cd 两部分的长度减小为原来的  $1/2$ 。

答(a)、(c)

3506 . 放在匀强磁场中的通电矩形线圈 , 下列哪些说法是正确的 ?

- (a)线圈平面平行于磁力线时 , 所受合力为零 , 所受合力矩最大 ;
- (b)线圈平面平行于磁力线时 , 所受合力最大 , 所受合力矩也最大 ;
- (c)线圈平面垂直于磁力线时 , 所受合力为零 , 所受合力矩也为零 ;
- (d)线圈平面垂直于磁力线时 , 所受合力为零 , 所受合力矩最大。

答(a)、(c)

3507 . 两根无限长直导线互相平行 , 通以大小相等、方向相反的电流  $I$  。在两导线的正中间放一个通以电流为  $I$  的矩形线圈 , 如图所示。此线圈所受的合力

- (a)水平向右 ;
- (b)水平向左 ;
- (c)零 ;
- (d)因为不知矩形线圈中的电流方向 , 所以无法判断。

答 : C

3508 . 在同一匀强磁场中放置载有相同电流的两根导线 aa 和 bb 。aa 长为  $4L$  ; bb 中部弯曲成半径为  $L$  的半圆形 , 两端直线部分长都为  $L$  , 如图所示。设 aa 和 bb 所受磁场力分别为  $F_1$  和  $F_2$  , 不计两通电导线间的相互作用力 , 则有

- A .  $F_1 : F_2 = 1 : 1$  ;
- B .  $F_1 : F_2 = 4 : (\sqrt{2} + 2)$  ;
- C .  $F_1 : F_2 = (\sqrt{2} + 2) : 4$  ;
- D .  $F_1 : F_2 = 2 : \sqrt{2}$  。

答 : A

3509 . 图中 , 处于匀强磁场中的通电矩形线圈平面跟磁力线平行 , 线圈在磁

场力作用下，从图示位置起转动  $90^\circ$  的过程中，线圈所受的

- A. 磁场力逐渐变大；
- B. 磁力矩逐渐变大；
- C. 磁场力逐渐变小；
- D. 磁力矩逐渐变小。

答：D

3510. 五个相同的矩形线圈，都通以顺时针方向的电流，且电流强度都相同。把它们放在同一个匀强磁场中，线圈平面都和磁场平行，但各线圈的转轴  $OO$  的位置不同，如图所示。下面哪种说法是正确的？

- A. 只有图(1)、(2)中，线圈所受力矩相等，且数值最大；
- B. 只有图(3)、(4)中，线圈所受力矩相等，且数值最大；
- C. 图(5)中，线圈所受力矩最小；
- D. 上述五种情况中，线圈所受力矩一样大小。

答：D

3511. 有一个矩形线圈面积为  $S$ ，放在匀强磁场中，线圈平面和磁力线的夹角为  $\theta$ ，穿过这个线圈的磁通量为  $\Phi$ ，则匀强磁场的磁感应强度为

- A.  $\Phi/S$ ；
- B.  $\Phi/\sin\theta$ ；
- C.  $\Phi/\cos\theta$ ；
- D.  $\Phi/S\cos\theta$ ；
- E.  $\Phi/S\sin\theta$ 。

答：E

3512. 下列哪些方法可以使通过由导线围成的封闭回路内的磁通量发生变化？（回路原来的磁通量不为零）

- A. 改变磁感应强度；
- B. 改变导线回路所围面积；
- C. 旋转线圈，改变磁场和回路平面间的夹角；
- D. 改变磁场方向；
- E. 线圈在匀强磁场中沿磁力线方向平移。

答：A、B、C、D

3513. 右图为直流电动机的示意图。当它接通不计内阻的直流电源后，从上而下看去，转子作顺时针方向转动。

(1) 电源的极性为

- A. A 正 B 负；
- B. B 正 A 负；
- C. 无法判断。

答：A

(2) 如果在电动机匀速转动时，转子突然被卡住而停止转动，则电动机的输入电功率将

- A. 保持不变；
- B. 增大；
- C. 减小；
- D. 等于零。

答：B

3514. 一束带电粒子沿着水平方向平行地飞过静止的小磁针的正上方，这时磁针的南极向西偏转。这一带电粒子束可能是

- A. 由北向南飞行的正离子束；
- B. 由南向北飞行的正离子束；
- C. 由北向南飞行的负离子束；
- D. 由南向北飞行的负离子束。

答：A、D

3515. 质子流从南向北进入匀强磁场，这磁场方向是从东向西，则作用在质子上的洛仑兹力的方向为

- A. 向上；
- B. 向下；
- C. 向南；
- D. 向北；
- E. 向东；
- F. 向西。

答：A

3516. 在阴极射线管的正上方平行放置通以强电流的一根长直导线，其电流方向如图所示。则阴极射线将

- A. 向上偏斜；
- B. 向下偏斜；
- C. 向纸内偏斜；
- D. 向纸外偏斜；
- E. 不发生偏斜。

答：A

3517. 一个电子以速度  $v$  逆着磁力线方向进入一匀强磁场，它在磁场中将怎样运动？

- A. 加速直线运动；
- B. 减速直线运动；
- C. 匀速直线运动；
- D. 匀速圆周运动。

答：C

3518. 图中，为带电粒子在磁场中偏转的照片，磁场方向是由照片垂直向内，这是四个质量相等，电量相等的粒子的径迹。其中动能最大且带有负电的粒子的径迹是

- A.  $Oa$ ；
- B.  $Ob$ ；
- C.  $Oc$ ；
- D.  $Od$ 。

答：C

3519. 质子和电子经相同大小的电压加速，垂直进入匀强磁场中，则两者动能大小关系以及运动轨道半径大小关系分别为

- A.  $E_1=E_2, R_1=R_2$ ；
- B.  $E_1=E_2, R_1 < R_2$ ；
- C.  $E_1=E_2, R_1 > R_2$ ；
- D.  $E_1 > E_2, R_1=R_2$ ；
- E.  $E_1 < E_2, R_1=R_2$ 。

答：C

3520. 一个质量为  $m$ 、带电量为  $q$  的粒子，在匀强磁场  $B$  中作匀速圆周运动。下列各种方法中，哪些是正确的？

- A. 它所受到的洛仑兹力  $f = qvB = m \frac{v^2}{R}$  是恒定不变的；
- B. 它的动量  $p = mv = qBR$  是恒定不变的；
- C. 它的速度可表示为  $v = qBR/m$ 。如果磁场突然增强，则  $v$  也随之增大；
- D. 它的运动周期  $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ 。  $T$  的大小速度  $v$  的大小无关；
- E. 它的动能  $E_K = \frac{1}{2} qBRv$ 。  $E_K$  跟  $q$  成正比，跟  $B$  成正比，跟  $R$  成正比，跟  $v$  成正比。

答：D

3521. 相距为  $d$  的两块平行金属板，上下板的电势差为  $U$ 。两板间有一个垂直于纸面向里的磁场，磁感应强度为  $B$ 。有一个不计重力的带电粒子能在极板间以恒

定的速度  $v$  自左向右平直地穿过而不产生偏转，则

- A. 此粒子必带正电；                      B. 此粒子必带负电；  
C. 粒子速度必为  $E/B$ ；                      D. 粒子速度必为  $B/E$ 。

答：C

3522. 相距为  $d$  的两平行板水平放置，两板间的电势差为  $U$ 。一个质量为  $m$ 、带正电量为  $q$  的粒子，能以水平速度  $v$  匀速直线通过两板间。如果把两板距离减小一半，要使粒子仍能水平直线通过电场，则下列哪些措施是对的？

- A. 把粒子速度增加一倍；  
B. 把粒子速度减小一半；  
C. 加一个垂直向外的匀强磁场，且  $B=U/dv$ ；  
D. 加一个垂直向外的匀强磁场，且  $B=U/2dv$ 。

答：C

3523. 一个带电质点，以跟水平方向成  $\theta$  角的初速度  $v$ ，进入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场，磁场方向竖直向下。

- A. 带电质点沿初速度  $v$  的方向作螺旋运动；  
B. 带电质点作圆周运动；  
C. 带电质点沿水平方向作螺旋运动；  
D. 带电质点沿竖直方向作螺旋运动。

答：D

3524. 原来静止在匀强磁场中的一原子核，向左以一定速度射出一质量为  $m_1$  的粒子，剩余核的质量为  $m_2$ ；若  $m_2=2m_1$ ，各带同号等量电荷，则下列哪一个图能比较确切地描述分裂后的粒子运动径迹？

- A. 如图(1)所示；                      B. 如图(2)所示；  
C. 如图(3)所示；                      D. 如图(4)所示；  
E. 如图(5)所示。

答：D

3525. 质量为  $m$ 、带电量为  $q$  的电子，以初速度  $v_0$  垂直射入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场，在  $t = \frac{m}{Bq}$  的时间内，电子所受磁场力的冲量

- A. 大小为  $mv_0$ ，方向跟  $v_0$  方向相同；  
B. 大小为  $mv_0$ ，方向跟  $v_0$  方向相反；  
C. 大小为  $2mv_0$ ，方向跟  $v_0$  方向相同；  
D. 大小为  $2mv_0$ ，方向跟  $v_0$  方向相反。

答：D

3526. 图中，电子枪发出的电子在匀强磁场中作匀速圆周运动。 $R_1$  为可变电阻， $R_2$  为定值电阻；电池组的内阻不计，热电子初速度不计。

对应  $R_1 = R_2$  以及  $R_1 = \frac{1}{2} R_2$  的两种情况，电子轨道半径的比为

- A.  $\sqrt{6} : 3$ ；                      B.  $\sqrt{3} : 2$ ；  
C.  $3 : 4$ ；                      D.  $4 : 3$ 。

答：B

3527. 图中，示意了氢原子中电子绕核逆时针做快速圆周运动。电子绕核运动可等效为环形电流。设此环形电流在通过圆心并垂直于圆面的轴线上某一点  $P$  处产

生的磁感应强度的大小为  $B_1$  现沿垂直于圆轨道平面的方向加一个磁感应强度为  $B_0$  的外磁场，这时设电子的轨道半径没变，而它的速率发生了变化。如果用  $B_2$  表示此时环形电流在 P 点产生的磁感应强度的大小。则当  $B_0$  的方向

- A. 垂直于纸面向里时， $B_2 > B_1$ ；
- B. 垂直于纸面向里时， $B_2 < B_1$ ；
- C. 垂直于纸面向外时， $B_2 > B_1$ ；
- D. 垂直于纸面向外时， $B_2 < B_1$ 。

答：B、C

3528. 一带电粒子，以速度  $v$  射入某一空间，下列各种说法中，哪些是正确的？

- A. 如果空间只存在电场，则带电粒子穿过该空间时，动能、动量一定发生变化；
- B. 如果空间只存在磁场，则带电粒子穿过该空间时，动能、动量一定发生变化；
- C. 如果空间只存在电场，则带电粒子穿过该空间时，动量不变，动能一定改变；
- D. 如果空间只存在磁场，则带电粒子穿过该空间时，动能不变，动量一定改变；
- E. 如果带电粒子穿过空间后，动能、动量都不改变，则空间就不可能存在电场或磁场。

答：A

3529. 质量为  $m$ 、带电量为  $q$  的小环，套在绝缘直棒上。将此棒竖直地放入相互平行且都为水平的匀强电场和匀强磁场中。如果电场强度为  $E$ ，磁感应强度为  $B$ ，小环与棒之间的滑动摩擦系数为  $\mu$ ，则小环在沿棒下滑的过程中，即时速度为  $v$  时，所受的摩擦力是

- A.  $\mu mg$ ；
- B.  $\mu (qE + qBv)$ ；
- C.  $\mu \sqrt{(qE)^2 + (qBv)^2}$ ；
- D. 零。

答：C

3530. 图中，匀强磁场方向跟  $x$  轴正方向一致，磁感应强度为  $B$ 。一个粒子质量为  $m$ 、带正电量为  $q$ 、以速度  $v$  从原点沿  $xy$  平面跟  $x$  轴成  $\theta$  角飞入磁场。则粒子作螺旋运动的轴心的连线

- A. 在  $x$  轴上；
- B. 在  $x=0, z = -mv \sin \theta / qB$  的直线上；
- C. 在  $z=0, y = mv \sin \theta / qB$  的直线上；
- D. 在  $y=0, z = -mv \sin \theta / qB$  的直线上；

答：D

粒子作螺旋运动的螺旋线的螺距为

- A.  $2 mv \cos \theta / qB$ ；
- B.  $2 mv \sin \theta / qB$ ；
- C.  $2 mvtg \theta / qB$ ；
- D.  $2 mv \sin \theta \cos \theta / qB$ 。

答：A

3531. 沿  $x$  轴方向有一匀强磁场，磁感应强度为  $B$ 。一个带电粒子，质量为  $m$ ，带电量为  $q$ ，以速度  $v$  通过原点进入磁场，其速度方向跟磁场方向的夹角为  $\theta$ 。则粒子第 16 次通过  $x$  轴（原点除外）时，离原点的距离为

- A.  $16 mv \cos \theta / qB$ ；
- B.  $32 mv \cos \theta / qB$ ；

C.  $mv\sin / 8qB$ ;                      D.  $mv\cos / 8qB$ .

答：B

3532. 电荷在匀强磁场中的运动轨迹可以为

- A. 直线;
- B. 圆;
- C. 椭圆;
- D. 抛物线;
- E. 等螺距螺旋线。

答：A、B、E

3533. 下列有关电荷受力的叙述，哪些是正确的？

- A. 电荷在电场中运动，必受电场力作用；
- B. 电荷在磁场中运动，必受磁场力作用；
- C. 电荷如果受电场力作用，它的电场力方向必和该处电场方向同向；
- D. 电荷如果受磁场力作用，它的磁场力方向必和该处磁场方向同向；
- E. 电荷如果受磁场力作用，它的磁场力方向必和该处磁场方向垂直。

答：A、E

3534. 图中，相互平行的两极板之间有垂直于纸面向内的有限的长方形匀强磁场区，磁感应强度为  $B$ 。现有质量为  $m$ ，带电量为  $e$  的电子（不计重力），从左边的中点处垂直于磁力线方向水平地飞入。为使电子不打到极板上，可以用下述哪些方法？

- A. 使电子速率小于  $\frac{eBl}{m}$ ，而大于  $\frac{eBl}{2m}$ ；
- B. 使电子速率大于  $\frac{eBl}{m}$ ；
- C. 使电子速率小于  $\frac{eBl}{2m}$ ；
- D. 在板间加一强度为  $E$ ，方向竖直向下的匀强电场，且使电子飞入速率为  $\frac{E}{B}$ 。

答：B、D

3535. 一个带电质点经一匀强电场加速，然后垂直进入磁场产生偏转。如果以这个实验来测定该质点的质量，则必须知道以下物理量中的

- A. 匀强电场的加速电压；
- B. 质点被加速的距离；
- C. 质点的带电量；
- D. 磁场的磁感应强度；
- E. 质点在磁场中的运动半径。

答：A、C、D、E

3536. 在匀强磁场中，一个带电粒子作匀速圆周运动。如果突然将磁场的磁感应强度增加一倍，根据规律： $R = \frac{mv}{qB}$ ,  $v = \frac{qBR}{m}$ ,  $T = \frac{2\pi m}{qB}$

可得

- A. 粒子运动速率增加一倍，运动周期减小一半；
- B. 粒子运动速率不变，轨道半径减小一半；
- C. 粒子运动速率减小一半，轨道半径为原来的  $1/4$ ；
- D. 粒子运动速率不变，运动周期减小一半。

答：B、D

3537. 一个质子和一个  $\alpha$  粒子，同时垂直射入同一匀强磁场。

- A. 如果两者以相同速度进入磁场中，则其圆运动的轨道半径之比是 2 : 1 ;
- B. 两者以相同动量进入磁场中，则其圆运动的轨道半径之比是 2 : 1 ;
- C. 两者以相同动能进入磁场中，则其圆运动的轨道半径之比是 1 : 1 ;
- D. 两者以同一电势差加速，而后进入磁场中，则其圆运动的轨道半径之比是 1 : 1。

答：B、C

3538. 具有相同速度的质子、氦核和  $\alpha$  粒子垂直飞入同一匀强磁场，下列哪些说法是正确的？

- A. 它们的动能的比为 1 : 2 : 4，轨道半径的比为 1 : 2 : 2 ;
- B. 它们的向心力的比为 1 : 2 : 2，周期的比为 1 : 2 : 2 ;
- C. 磁场的磁感应强度增大，这些粒子所受的洛伦兹力增大，这些粒子的动能增大；
- D. 磁场的磁感应强度减小，它们的轨道半径逐渐增大，周期逐渐变大。

答：A、D

3539. 电视机的显像管是以管外两组线圈代替管内偏向板的一种阴极射线管。线圈产生的磁场可使电子束偏向。某人发现电视画面比正常的缩小了一些。产生这种故障的原因可能是

- A. 电子枪的加速电压增加，使电子束的电子运动速率增大；
- B. 通过偏转线圈的电流减小，使偏转磁场减弱；
- C. 偏转线圈和电子枪间距离减小；
- D. 偏转线圈断线；
- E. 电子枪阳极发射电子的能力减弱。

答：A、B

3540. 质谱仪的示意图中，从离子源 S 产生的正离子经过狭缝  $S_1$  和  $S_2$  之间的加速电场，进入离子速度选择器。  $P_1P_2$  之间的电场强度为 E，磁感应强度为  $B_1$ 。离子由  $S_3$  射入磁感应强度为  $B_2$  的匀强磁场区域。由于各种离子运动的轨道半径 R 不同，故分别射到底片上的不同位置，形成各自的谱线。如果要使氦核的谱线离  $S_3$  的距离增大为原来的 2 倍，可以

- A. 将  $B_2$  减小为原来的 1/2 ;
- B. 将  $B_2$  增大为原来的 2 倍 ;
- C. 将  $B_1$  减小为原来的 1/2 ;
- D. 将 E 减小为原来的 1/2。

答：A、C

3541. 带电粒子在电场或磁场中运动，下列各种说法中正确的是

- A. 沿着电力线方向飞入匀强电场，电场力作功，粒子动能一定增加；
- B. 沿着磁力线方向飞入匀强磁场，磁场力作功，粒子动能增加；
- C. 垂直电力线方向飞入匀强电场，电场力不作功，粒子动能不变；
- D. 垂直磁力线方向飞入匀强磁场，磁场力不作功，粒子动能不变；
- E. 沿任何方向射入匀强磁场，磁场力不作功，粒子动能不变。

答：D、E

3542. 图为电视显像管的简化图。电子从热灯丝被加速向阳极 A，最后射到屏 S。如图所示。两线圈串联，且通过 2 安的电流。

(1)线圈的北磁极应在

- A . a 和 b ;                      B . a 和 c ;  
C . b 和 d ;                      D . c 和 d .

答 : C

(2)如果线圈产生磁场的磁感应强度为  $10^5$  特, 如果以牛为单位时, 每个电子所受洛仑兹力的数量级是

- A .  $10^{-5}$  ;                      B .  $10^{-8}$  ;  
C .  $10^{-10}$  ;                      D .  $10^{-13}$  .

答 : B

(3)如果以速率相等的质子束代替电子束, 从阳极 A 射向屏 S, 则每个质子受力比每个电子受力

- A . 小 ;                              B . 大 ;  
C . 一样大小 ;                      D . 无法确定 .

答 : C

4 . 如果增强两线圈的电流, 磁场对电子的作用力将

- A . 减小 ;                              B . 增大 ;  
C . 保持不变 ;                      D . 无法确定 .

答 : B

3543 . 如果质子和电子在同一匀强磁场内作半径相同的圆轨道运动. 设质子和电子的质量分别为  $m_p$  及  $m_e$ , 则它们的动能之比是

- A .  $m_e : m_p$  ;                      B .  $m_p : m_e$  ;  
C . 1 : 1 ;                              D .  $m_e^2 : m_p^2$  .

答 : A

3544 . 关于带电粒子的叙述, 下列说法中正确的是

- A . 带电粒子在磁场中运动时, 一定受到洛仑兹力作用 ;  
B . 在电场中移动带电粒子时, 电场力一定对它做功 ;  
C . 带电粒子静止时, 其周围空间一定存在电场 ;  
D . 带电粒子作定向运动时, 其周围空间一定形成磁场 .

答 : C、D

3545 . 关于质谱仪, 下列哪些说法是正确的 ?

- A . 质谱仪可测出同位素的存在 ;  
B . 如果同位素以相同速率进入匀强磁场中作匀速圆周运动, 则其运动轨道半径跟质量成正比 ;  
C . 原子序数大的同位素容易在质谱仪中被区别出来 ;  
D . 对同一个带电粒子而言, 如果将加速电压加倍, 则其运动轨道半径增为  $\sqrt{2}$  倍 ;  
E . 质量数越大的同位素, 在质谱仪中运动的周期越长 .

答 : A、B、D、E

3546 . 带电量为  $q$  的质点, 以跟磁场方向成  $30^\circ$  角的速度  $v$  进入一匀强磁场, 则此质点的运动状态为

- A . 匀速直线运动 ;                      B . 匀速率运动 ;  
C . 匀加速直线运动 ;                      D . 匀加速曲线运动 ;  
E . 变加速度运动 .

答：B、E

3547. 带电量为  $q$  的粒子，自静止起经电位差  $U$  加速后，垂直进入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中作半径为  $r$  的圆周运动。如果不计粒子的重力，则该粒子的运动速率为

- A.  $Br/2U$  ;                      B.  $2U/Br$  ;  
C.  $2U/qBr$  ;                      D.  $2U/qB^2r^2$  ;  
E.  $Br/2qU$ 。

答：B

3548. 一束带电粒子以同一速度进入匀强磁场中，在磁场里，它们的运动轨迹如图中虚线所示。粒子  $q_1$  的轨道半径  $r_1$  为粒子  $q_2$  的轨道半径  $r_2$  的一半，由此可知：

- A.  $q_1$  带正电， $q_2$  带负电， $q_1 : q_2 = 2 : 1$  ;  
B.  $q_1$  带负电， $q_2$  带正电， $\frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = 1 : 2$  ;  
C.  $q_1$  带正电， $q_2$  带负电， $\frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = 2 : 1$  ;  
D.  $q_1$  带正电， $q_2$  带负电， $\frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = 1 : 2$ 。

答：C

3549. 如图所示，一个不计重力而质量为  $m$ ，带正电量为  $q$  的粒子，在  $a$  点以某一个初速度水平射入一个磁场区域，沿曲线  $abcd$  运动。 $ab$ 、 $bc$ 、 $cd$  都是半径为  $R$  的圆弧，粒子在每段圆弧上的运动时间都为  $t$ 。如果把由纸面垂直穿出的磁感应强度定为正值，则磁场区域、  
、  
三部分的磁感应强度  $B$  随  $x$  变化的关系图线为下列哪一条？

- A. 如图(1)所示；                      B. 如图(2)所示；  
C. 如图(3)所示；                      D. 如图(4)所示。

答：C

3550. 一个回旋加速器，当外加磁场一定时，可以把质子的速率加速到  $v$ ，质子所获得的能量为  $E$ 。在不考虑相对论效应的情况下：

(1) 这一加速器能把  $a$  粒子加速到多大速率？

- A.  $v$  ;                                      B.  $\frac{1}{2}v$  ;  
C.  $2v$  ;                                      D.  $\frac{1}{4}v$ 。

答：B

(2) 这一加速器能把  $a$  粒子加速到多大能量？

- A.  $E$  ;                                      B.  $2E$  ;  
C.  $\frac{1}{2}E$  ;                                      D.  $\frac{1}{4}E$ 。

答：A

(3) 这一加速器加速  $a$  粒子的电场频率跟加速质子的电场频率之比为

- A. 1 ;                                      B. 2 ;  
C. 1 : 2 ;                                      D. 1 : 4。

答：C

3551. 一个回旋加速器，当电场的频率一定时，可把质子的速率加速到  $v$ ，其获得的最大能量是  $E$ 。

(1)那么，这一回旋加速器，能把  $\alpha$  粒子的速率加速到

- A.  $v$ ；    B.  $2v$ ；  
C.  $4v$ ；    D.  $\frac{1}{2}v$ 。

答：A

(2) $\alpha$  粒子所获得的最大能量为

- A.  $E$ ；    B.  $2E$ ；  
C.  $4E$ ；    D.  $\frac{1}{4}E$ 。

答：C

(3)加速  $\alpha$  粒子的磁感应强度与加速质子的磁感应强度之比为

- A. 1；    B. 2；  
C.  $1/2$ ；    D.  $1/4$ 。

答：B

3552. 我国第一台能量为五百亿电子伏的高能环形加速器，可使粒子的能量加速到

- A.  $3.2 \times 10^{-30}$  焦；    B.  $1.6 \times 10^{-19}$  焦；  
C.  $8 \times 10^{-9}$  焦；    D.  $3.1 \times 10^{29}$  焦。

答：C

3553. 图中，在  $xyz$  坐标系中，加有  $+y$  方向的匀强电场。现有一个不计重力的质子能沿着  $+x$  方向运动。则在坐标系中，必定还有一个

- A.  $-y$  方向的匀强磁场；  
B.  $+z$  方向的匀强磁场；  
C.  $z$  方向的匀强磁场；  
D.  $-x$  方向的匀强磁场。

答：B

3554. 图中，匀强磁场的磁感应强度为  $B$ ，一个不计重力的带负电粒子，在  $xOy$  平面以速度  $v$  由坐标原点射出，速度方向跟  $x$  轴和  $y$  轴的夹角都为  $45^\circ$ 。这个粒子的质量为  $m$ ，带电量为  $-q$  则粒子通过  $x$  轴和  $y$  轴时的坐标分别是

- A.  $x = \sqrt{2} \frac{mv}{Bq}$ ， $y = -\sqrt{2} \frac{mv}{Bq}$ ；  
B.  $x = -\sqrt{2} \frac{mv}{Bq}$ ， $y = \sqrt{2} \frac{mv}{Bq}$ ；  
C.  $x = 2 \frac{mv}{Bq}$ ， $y = 0$ ；  
D.  $x = 0$ ， $y = 2 \frac{mv}{Bq}$ 。

答：A

3555.  $n$  型半导体晶片通电时，电流方向从  $M$  到  $N$ ，由于受到磁场作用，则

- A. 晶体上方聚集较多电子，使  $b$  点电势高于  $a$  点电势；

- B. 晶体下方聚集较多电子，使 a 点电势高于 b 点电势；
- C. 电子不聚集，但作减速运动；
- D. 电子不聚集，但作加速运动。

答：B

### 计算题

3556. 在磁感应强度  $B=0.30$  特的匀强磁场中，放置一根长  $L=10$  厘米的直导线，导线中通过  $I=2.0$  安的电流。求下列情况下，导线所受的磁场力：(1)导线和磁场方向垂直；(2)导线和磁场方向的夹角为  $30^\circ$ ；(3)导线和磁场方向平行。

[解答] 通电导线所受的磁场力的计算公式为

$F=BIL\sin\theta$ ，其中  $\theta$  为导线跟磁场方向之间的夹角。

- (1)  $F_1=0.30 \times 2.0 \times 0.10 \times 1$  牛  $=0.060$  牛；
- (2)  $F_2=0.30 \times 2.0 \times 0.10 \times 0.5$  牛  $=0.030$  牛；
- (3)  $F_3=0.30 \times 2.0 \times 0.10 \times 0=0$ 。

3557. 有人设计了一种新型的电车，引擎是由地球磁场竖直分量对导电轮轴的作用力驱动的。电流是由一车轨进入一导电轮，通过轮轴传到另一导电轮，再经过另一车轨回电源。

(1) 为提供必需的推力  $F=1.0 \times 10^4$  牛，电流应多大？取地球磁场的竖直分量  $B=10^{-5}$  特，轮轴长  $L=3.0$  米。

(2) 消耗于车轨每一欧姆电阻的功率多大？

(3) 这一设计是否具有现实意义？为什么？

[解答] (1) 由安培力计算式  $F=BIL$ ，可得

$$I = \frac{F}{BL} = \frac{1.0 \times 10^4}{10^{-5} \times 3.0} \text{ 安} = 3.3 \times 10^8 \text{ 安。}$$

(2) 根据电功率计算式，可得

$$P=I^2R_0=(3.3 \times 10^8)^2 \times 1 \text{ 瓦} = 10 \times 10^{16} \text{ 瓦。}$$

(3) 无现实意义。因为电流太大，消耗于车轨的功率太大，效率太低。

3558. 长  $L=0.50$  米的导线  $ab$  沿  $y$  轴方向放着，且载有  $I=10$  安沿  $y$  轴正方向的电流。匀强磁场的磁感应强度的分量分别为： $B_x=0.30$  特， $B_y=-1.2$  特， $B_z=0.50$  特。

(1) 求作用在导线上的力（沿三个轴方向的分量）；

(2) 求作用在导线上的合力的大小和方向。

[解答] (1) 由安培力计算式可算得：

$$F_x=B_z I_y L \sin 90^\circ = 0.50 \times 10 \times 0.50 \text{ 牛} = 2.5 \text{ 牛，}$$

$$F_y=0，$$

$$F_z=-B_x I_y L \sin 90^\circ = -0.30 \times 10 \times 0.50 \text{ 牛} = -1.5 \text{ 牛。}$$

(2) 根据力的合成法则得合力的大小

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ &= \sqrt{(2.5)^2 + 0 + (-1.5)^2} \text{ 牛} = 2.9 \text{ 牛。} \end{aligned}$$

和  $x$  轴正向夹角

$$a = \arctg \left| \frac{F_z}{F_x} \right| = \arctg \frac{1.5}{2.5} = 31^\circ。$$

3559. 图中的正方体，边长  $L$  为  $0.50$  米。放置在匀强磁场中。该匀强磁场的

磁感应强度  $B$  为 0.60 特，方向沿正  $x$  轴。导线  $abcdef$  载有  $I=4.0$  安的电流，方向如图。试求作用在线段  $ab$ 、 $bc$ 、 $cd$ 、 $de$  和  $ef$  上的磁场力的大小和方向。

[解答] 由左手定则可判断磁场力的方向。由安培力计算公式  $F=BIL\sin\theta$  可算出磁场力的大小

$$F_{ab}=BIL\sin 90^{\circ}=0.60 \times 4.0 \times 0.50 \times 1 \text{ 牛}=1.2 \text{ 牛}, F_{ab} \text{ 的方向沿负 } z \text{ 方向};$$

$$F_{bc}=BIL_{bc}\sin 45^{\circ}=0.60 \times 4.0 \times 0.50 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 牛}=1.2 \text{ 牛},$$

$F_{bc}$  的方向沿负  $y$  方向;

$$F_{cd}=BIL_{cd}\sin 90^{\circ}=0.60 \times 4.0 \times 0.50 \times \sqrt{2} \times 1 \text{ 牛}=1.7 \text{ 牛},$$

$F_{cd}$  的方向垂直于  $cad$  平面，和正  $y$  方向夹角为  $45^{\circ}$  或可看作在以  $cd$  为对角线的正方形面的另一条对角线上;

$$F_{de}=BIL\sin 90^{\circ}=0.60 \times 4.0 \times 0.50 \times 1 \text{ 牛}=1.2 \text{ 牛},$$

$F_{de}$  的方向沿负  $y$  方向;

$$F_{ef}=BIL\sin 180^{\circ}=0.$$

3560. 图中，铜棒  $ab$  的质量  $m=0.020$  千克，长  $L=0.10$  米，在  $B=0.11$  特的匀强磁场中，能在水平的导电轨道上无摩擦地滑动。当通过它的电流为  $I=10$  安时，求铜棒运动的加速度的大小和方向。

[解答] 铜棒受安培力作用获得加速度。由安培力计算公式  $F=BIL$  以及牛顿第二定律  $F=ma$ ，可得

$$a = \frac{BIL}{m} = \frac{0.11 \times 10 \times 0.10}{0.020} \text{ 米/秒}^2 = 5.5 \text{ 米/秒}^2.$$

根据左手定则，磁场力方向向右，所以加速度方向向右。

3561. 如图有一根均匀的导体，长为  $L$ ，质量为  $m$ ，电阻为  $R_1$ ，处于磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中。它由两根相同的轻弹簧悬挂在水平位置。这时每根弹簧伸长量为  $x_0$ 。合下电键  $K$  后，弹簧伸长量  $x$  为多大？并讨论其伸长或压缩情况。设电源电动势为  $\mathcal{E}$ ，内阻不计，两弹簧总电阻为  $R_2$ 。

[解答] 设弹簧的倔强系数为  $k$ 。电路未接通棒平衡时，它所受的重力  $G$  和弹力  $F$  等值反向，有

$$G=F$$

$$mg = 2kx_0, \text{ 得 } k = \frac{mg}{2x_0}.$$

电路接通后，棒内有电流  $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$ ，其受竖直向上的安培力

$F_m$ 。棒平衡时  $G$ 、 $F$ 、 $F_m$  三力平衡，有

$$G = F + F_m,$$

$$mg = 2kx + BIL,$$

$$x = \frac{mg - BIL}{2k} = \frac{mg - \frac{B L \mathcal{E}}{R_1 + R_2}}{\frac{2mg}{2x_0}}$$

$$= x_0 \left[ 1 - \frac{B L \mathcal{E}}{(R_1 + R_2)mg} \right].$$

讨论：(1)当 $(R_1+R_2)mg > B L$ 时， $x$ 为正，弹簧伸长，但 $x < x_0$ ；

(2)当 $(R_1+R_2)mg = B L$ 时， $x$ 为0，弹簧无形变；

(3)当 $(R_1+R_2)mg < B L$ 时， $x$ 为负，弹簧压缩了。

3562. 有一根导线  $ab$  紧靠着和水平面成  $90^\circ$  的导轨上。 $ab$  和导轨间的静摩擦系数  $\mu_g = 0.49$ ，匀强磁场方向竖直向上，磁感应强度  $B = 0.80$  特。如果  $ab$  的质量  $m = 0.010$  千克，长度  $L = 0.10$  米，问在  $ab$  上至少要通以怎样的电流，才能使它静止不动？

[分析] 如果  $ab$  上无电流，它将在重力作用下，自由下落。如果  $ab$  上通以适当的电流，使其受安培力而紧压导轨，导轨对它产生弹力；因为重力的作用有下落趋势，会产生向上的静摩擦力。只要重力  $G$ 、弹力  $N$ 、摩擦力  $f$  和安培力  $F_m$  四力平衡， $ab$  就能静止不动。

[解答] 由力平衡方程：

$$N = F_m = BIL,$$

$$G = f = \mu_g N,$$

可以解得

$$mg = \mu_g BIL,$$

$$I = \frac{mg}{\mu_g BL} = \frac{0.01 \times 9.8}{0.49 \times 0.80 \times 0.10} \text{安} = 2.5 \text{安}。$$

根据要求，由左手定则判断电流方向应为  $b \rightarrow a$ ，电流大小至少为 2.5 安。

3563. 图中，表示测定磁感应强度  $B$  的实验装置。在天平的一端挂一个矩形线圈，它的底边放在待测的匀强磁场中，磁场方向垂直于纸面向里。线圈匝数  $n = 5$ ，底边长  $L = 20$  厘米。当线圈通入  $I = 100$  毫安的电流时，天平达到平衡，此时电流方向如图所示。然后使电流反向，此时发现在左方秤盘中再加  $m = 8.2$  克砝码才能使天平恢复平衡。求磁感应强度  $B$  的大小。（ $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）

[解答] 线圈左右两边受安培力相抵消，底边所受安培力方向可由左手定则决定。

第一次天平平衡时，设所加砝码的质量为  $m_1$ ，则可得

$$m_1 g = G - nBIL \quad (1)$$

第二次天平平衡时，

$$(m_1 + m)g = G + nBIL \quad (2)$$

由(1)、(2)式可得  $mg = 2nBIL$ ，

$$B = \frac{mg}{2ILn} = \frac{8.2 \times 10^{-3} \times 10}{2 \times 0.1 \times 0.2 \times 5} \text{特} = 0.41 \text{特}。$$

3564. 在一根直导线上通以电流强度为  $I = 600$  安的电流，方向指向纸里，且和匀强磁场垂直。匀强磁场的磁感应强度为  $B = 0.0090$  特，如图所示。问在半径  $r = 1.0$  厘米的圆周上的  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四点磁感应强度的大小和方向怎样？

[解答] 垂直纸面向里的电流，由右手法则可断定其周围磁力线为同心圆，方向为顺时针沿圆周切向，在  $r = 1.0$  厘米处的圆周上产生的磁感

应强度的大小为  $B = K \frac{I}{r} = 2.0 \times 10^{-7} \times \frac{600}{0.010} \text{特} = 1.2 \times 10^{-2} \text{特}$ 。下面

就可以来分别计算  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  各点的合磁感应强度。

$a$  点： $B_a = B + B = 0.90 \times 10^{-2} \text{特} + 1.2 \times 10^{-2} \text{特} = 2.1 \times 10^{-2} \text{特}$ ，它的方向跟  $B$  夹角为  $0^\circ$ ；

b点： $B_b = \sqrt{B^2 + B'^2} = \sqrt{(0.09 \times 10^{-2})^2 + (1.2 \times 10^{-2})^2}$ 特 =  $15 \times 10^{-2}$ 特，它的方向跟B的夹角： $\theta_b = \arctg \frac{1.2}{0.9} = 53^\circ$ ；

c点： $B_c = B' - B = 1.2 \times 10^{-2}$ 特 -  $0.9 \times 10^{-2}$ 特 =  $3.0 \times 10^{-3}$ 特，它的方向跟B的正方向夹角： $\theta_c = 180^\circ$ ；

d点： $B_d = \sqrt{B^2 + B'^2} = 15 \times 10^{-2}$ 特，它的方向跟B的夹角：  
 $\theta_d = \arctg \frac{1.2}{0.9} = 53^\circ$ 。

3565. 上、下两条平行长直导线相距  $d=2a$ 。

(1) 如果这两导线载有等量且反向的电流，那么在这两条导线的平面内，两导线间中点O处以及上面一根导线的上方，距离为  $l=a$  的P点处，磁感应强度各为多大？

(2) 如果这两导线载有等量且同向的电流，再回答第(1)小题中的问题。

[解答] 根据右手螺旋法则，通过直导线周围磁感应强度计算式以及矢量合成法则，可以得到：

$$(1) \quad B_0 = B_1 + B_2 = K \frac{I}{r_1} + K \frac{I}{r_2} = 2K \frac{I}{a},$$

它的方向水平向右；

$$B_p = B_1 - B_2 = K \frac{I}{r_1} - K \frac{I}{r_2} = K \frac{I}{a} - K \frac{I}{3a} = \frac{2}{3} K \frac{I}{a},$$

它的方向水平向左。

$$(2) \quad B_0 = B_1 - B_2 = K \frac{I}{a} - K \frac{I}{a} = 0,$$

$$B_p = B_1 + B_2 = K \frac{I}{a} + K \frac{I}{3a} = \frac{4}{3} K \frac{I}{a},$$

它们的方向水平向左。

3566. 图中，两根长直平行导线相距  $ab=100$  厘米。又  $aP=50$  厘米， $bQ=50$  厘米， $aS=60$  厘米， $bS=80$  厘米。如果上导线载有流入纸面的电流  $I_1=6.0$  安。

(1) 如使P点的合磁场的磁感应强度为零，求：电流  $I_2$  的大小和方向。

(2) 此时Q点的合磁场的磁感应强度的大小、方向如何？

(3) S点的合磁场的磁感应强度的大小、方向又如何？

[解答] 根据右手螺旋法则，通电长直导线周围磁感应强度的计算式以及矢量合成法则，可以算得

$$(1) \quad B_p = B_{2p} - B_{1p} = K \frac{I_2}{r_2} - K \frac{I_1}{r_1} = 0,$$

$$\frac{I_2}{r_2} = \frac{I_1}{r_1},$$

$$I_2 = \frac{r_2}{r_1} I_1 = \frac{0.50}{1.5} \times 6.0 \text{ 安} = 2.0 \text{ 安}。$$

$I_2$  的方向垂直纸面向外。如图所示。

$$\begin{aligned}
 (2) \quad B_Q &= B_1 - B_2 = K \frac{I_1}{r_1} - K \frac{I_2}{r_2} = K \left( \frac{I_1}{r_1} - \frac{I_2}{r_2} \right) \\
 &= 2 \times 10^{-7} \times \left( \frac{6.0}{0.50} - \frac{2.0}{1.5} \right) \text{特} = 2.1 \times 10^{-6} \text{特},
 \end{aligned}$$

它的方向水平向右。

$$\begin{aligned}
 (3) \quad B_S &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left( K \frac{I_1}{r_1} \right)^2 + \left( K \frac{I_2}{r_2} \right)^2} \\
 &= 2 \times 10^{-7} \times \sqrt{\left( \frac{6.0}{0.80} \right)^2 + \left( \frac{2.0}{0.60} \right)^2} \text{特} \\
 &= 2 \times 10^{-7} \times 8.21 \text{特} = 1.6 \times 10^{-6} \text{特},
 \end{aligned}$$

$B_S$  和  $S_b$  的夹角

$$= \arctg \frac{B_1}{B_2} = \arctg 2.24 = 66^\circ。$$

3567. 图中, 一条沿着  $y$  轴的长直导线载有  $I=10$  安的电流。一个  $B_0=10^{-6}$  特的匀强磁场, 方向指向  $x$  轴的正方向。问:  
下列各点的合磁场的磁感应强度多大?

(1) a 点:  $x=0, z=2$  米;

(2) b 点:  $x=2$  米,  $z=0$ ;

(3) c 点:  $x=0, z=-0.5$  米

[解答] (1) 电流  $I$  在 a 点产生的磁场方向恰和  $B_0$  反向。

$$\begin{aligned}
 B_a &= B_0 - B_1 = B_0 - K \frac{I}{r_a} \\
 &= \left( 10^{-6} - 2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{2} \right) \text{特} = 0。
 \end{aligned}$$

(2) 电流  $I$  在 b 点产生的磁场沿正  $z$  方向。

$$\begin{aligned}
 B_b &= \sqrt{B_0^2 + B_2^2} = \sqrt{B_0^2 + \left( K \frac{I}{r_b} \right)^2} \\
 &= \sqrt{(10^{-6})^2 + \left( 2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{2} \right)^2} \text{特} = \sqrt{2 \times (10^{-6})^2} \text{特} \\
 &= 1.4 \times 10^{-6} \text{特},
 \end{aligned}$$

它的方向在  $xOz$  平面上, 且和正  $x$  方向夹角为偏上  $45^\circ$ 。

(3) 电流  $I$  在 c 点产生的磁场沿正  $x$  方向。

$$\begin{aligned}
 B_c &= B_0 + B_3 = B_0 + K \frac{I}{r_c} \\
 &= 10^{-6} \text{特} + 2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{0.5} \text{特} = 5 \times 10^{-6} \text{特},
 \end{aligned}$$

它的方向沿  $x$  正方向。

3568. 图中, 是两条垂直于  $xOy$  平面的平行长导线的视图, 两导线各带有

$I_1=I_2=I$  的电流，但方向相反。相距  $d=2a$ 。

(1) 在图中分别画出各电流在  $x$  轴上任一点  $P$  的分磁场和它们的合磁场的磁感应强度；并推导出其合磁感应强度的量值的表达式（用该点的坐标  $x$  表示之）。

(2) 作出正  $x$  轴上任一点的磁感应强度的量值图  $B \sim x$  图线。当  $x$  等于多少值， $B$  最大？为多大？

[解答] (1) 可以用矢量合成法则以及解直角三角形的知识来求解。

$$\text{图(a)中, } B_1 = B_2 = K \frac{I}{r} = K \frac{I}{\sqrt{a^2 + x^2}},$$

$$\begin{aligned} BP &= 2B_1 \cos \theta = 2B_1 \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= 2K \frac{I}{\sqrt{a^2 + x^2}} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{2KIa}{a^2 + x^2}, \end{aligned}$$

它的方向沿正  $x$  方向。

(2)  $B \sim x$  图线见图(b)

很明显，当  $x=0$  时， $B_p$  有极大值  $B_{p\max}$ 。

$$B_{p\max} = \frac{2KI}{a}。$$

3569. 各用两绳将长  $L=1.0$  米的两条平行导线悬吊起来，绳长都为  $l=4.0$  厘米。每条导线的质量  $m=50$  克；各载有等量而反向的电流。如果两绳跟铅直线各成  $6^\circ$  角。问流过每条导线的电流  $I$  为多大？

[解答] 每条导线受到三个力（重力，另一电流产生的磁场对它作用力，绳子的拉力）它们处于平衡状态，所以

$$\frac{F}{mg} = \text{tg} \theta,$$

$BIL = mgtg \theta$ 。式中  $B$  为另一电流产生的磁场在该处的磁感应强度，

显然， $B = K \frac{I}{r} = K \frac{I}{2L \sin \theta}$ ，代入上式得  $\frac{KI^2 L}{2l \sin \theta} = mgtg \theta$ 。

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{2mgl \sin \theta \text{tg} \theta}{KL}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.050 \times 9.8 \times 0.04 \times \sin 6^\circ \times \text{tg} 6^\circ}{2 \times 10^{-7} \times 1.0}} \text{安} \\ &= 46 \text{安。} \end{aligned}$$

3570. 如图，一条长导线  $ab$  水平放在桌面上；另一条导线  $cd$  长  $L=1.0$  米，在  $ab$  正上方，并可沿两根铅直导轨自由地滑上滑下。通过活动触点将这两根导线连接起来，并通以  $I=50$  安的电流。导线  $cd$  的质量  $m=0.005$  千克。假定作用于  $cd$  上的磁场力全是由导线  $ab$  中的电流产生。问导线  $cd$  处于平衡位置时，它离桌面的高度是多少？

[解答] 根据二力平衡原理， $cd$  导线所受的重力和安培力相平衡。

$$F_G = F_m ,$$

$$mg = BIL = K \frac{I}{r} IL ,$$

$$r = \frac{KI^2L}{mg} = \frac{2 \times 10^{-7} \times 50^2 \times 1.0}{0.005 \times 9.8} \text{米} = 1.0 \times 10^{-2} \text{米}。$$

3571. 一个半径为 R 的圆线圈，共有 N 匝，放在方向竖直向下的匀强磁场中，磁感应强度为 B。线圈可绕通过其水平直径的固定轴转动。一个质量为 m 的物体用细线挂在线圈下部（图 a）。当线圈通以电流 I 后，最终能在某一位置处于平衡状态，这时线圈平面跟磁场夹角为  $\theta$ 。写出  $\theta$  的计算式：取 B=0.50 特，R=10 厘米，N=10 匝，m=500 克，I=1.0 安，线圈本身重力忽略不计，求  $\theta$  值。

[解答] 这是一个电磁力矩跟重力矩的平衡问题（图 b）。

$$M_m = NBIS \sin(90^\circ - \theta) = NBI R^2 \cos \theta ,$$

$$M_G = mgd = mgR \sin \theta .$$

$$M_m = M_G ,$$

$$NBI R^2 \cos \theta = mgR \sin \theta ,$$

$$\text{tg} \theta = \frac{NBIR}{mg}$$

$$= \text{arctg} \frac{NBIR}{mg} ,$$

$$= \text{arctg} \frac{3.14 \times 10 \times 0.50 \times 1.0 \times 0.10}{0.5 \times 9.8} = \text{arctg} 0.32 = 18^\circ .$$

3572. 图中，在某区域内的磁场的磁感应强度 B=2.0 特，其方向沿正 x 轴方向。试求：

- (1) 通过 abcd 面的磁通量  $\Phi_1$ ；
- (2) 通过 befc 面的磁通量  $\Phi_2$ ；
- (3) 通过 aefd 面的磁通量  $\Phi_3$ 。

[解答] 由磁通量计算式  $\Phi = BS \cos \theta$ ，得

- (1)  $\Phi_1 = BS_1 \cos \theta_1$   
 $= 2.0 \times 0.30 \times 0.40 \times 1.0 \text{韦} = 0.24 \text{韦}；$
- (2)  $\Phi_2 = BS_2 \cos \theta_2 = 0；$
- (3)  $\Phi_3 = BS_3 \cos \theta_3 = BS_1 \cos \theta_1 = 0.24 \text{韦}。$

3573. 在 B=0.10 特的匀强磁场中，有一个面积 S=100 厘米<sup>2</sup>的线圈。

- (1) 如果线圈平面和磁力垂直，求穿过此线圈的磁通量  $\Phi_1$ ；
- (2) 如果线圈绕垂直于磁力线的轴转过 30°，求穿过此线圈的磁通量  $\Phi_2$ ；
- (3) 如果线圈继续转到和磁力线平行，求穿过线圈的磁通量  $\Phi_3$ 。

[解答]

- (1) 图(a)中  $\theta_1 = 0^\circ$ ，即线圈在垂直于磁力线方向上的投影面积为  $S_1 = S \cos \theta_1 = S = 100 \text{厘米}^2 = 1.00 \times 10^{-2} \text{米}^2$ ，所以  $\Phi_1 = BS_1 = 0.10 \times 1.00 \times 10^{-2} \text{韦} = 1.0 \times 10^{-3} \text{韦}。$
- (2) 图(b)中  $\theta_2 = 30^\circ$ ，线圈绕垂直于磁力线的轴转过 30°，它的法线也转过 30°，原来跟磁力线同向，现夹 30°角。这时线圈在垂直于

磁力线方向上的投影面积为  $S_2 = S \cos \alpha_2 = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{厘米}^2 = 86.6 \text{厘米}^2 = 8.66 \times 10^{-3} \text{米}^2$ ，所以  $\Phi_2 = BS_2 = 0.10 \times 8.66 \times 10^{-3} \text{韦} = 8.7 \times 10^{-4} \text{韦}$ 。

(3) 图(c)中  $\alpha_3 = 90^\circ$ ，即线圈在垂直于磁力线方向上的投影面积为零，所以  $\Phi_3 = 0$ 。

3574. 矩形线圈的长  $L = 8.0$  厘米，宽  $W = 5.0$  厘米，线圈平面和磁场平行，磁感应强度  $B = 0.15$  特。

(1) 如果线圈中通以  $I = 10$  安的电流，作用在它上面的力矩是多少？

(2) 如果导线所载电流、导线总长度等条件不变，仅改变线圈形状，则线圈在磁场中所能得到的最大力矩是多少？

[解答] (1) 由磁力矩的计算式可算得

$$M = BIS \sin \alpha = 0.15 \times 10 \times 0.08 \times 0.05 \times \sin 90^\circ \text{牛} \cdot \text{米} \\ = 0.6 \times 10^{-2} \text{牛} \cdot \text{米} = 6 \times 10^{-3} \text{牛} \cdot \text{米}。$$

(2) 由于  $B$ 、 $I$ 、 $L_{\text{总}}$  不变，只有使线圈面积达到最大值  $S_{\text{max}}$ ，而  $\sin \alpha = 1$  时，线圈才受到最大电磁力矩。而在导线总长度  $L_{\text{总}}$  不变时，围成

的圆周面积最大。  $S_{\text{max}} = \left( \frac{L_{\text{总}}}{2} \right)^2 = \frac{L_{\text{总}}^2}{4}$ ，

$$M_{\text{max}} = BIS_{\text{max}} \sin 90^\circ = 0.15 \times 10 \times \frac{2^2 \times (0.08 + 0.05)^2}{4 \times 3.14} \text{牛} \cdot \text{米} \\ = 8.1 \times 10^{-3} \text{牛} \cdot \text{米}。$$

3575. 一个支圈式检流计的线圈共有  $n = 50$  匝，它所包围的面积  $S = 6.0$  厘米<sup>2</sup>。线圈所摆动的区域内的磁感应强度  $B = 0.010$  特，且为径向磁场。游丝的扭力矩常数  $K = 1.0 \times 10^{-8}$  牛·米/度。当线圈中电流  $I = 1.0$  毫安时，试求其偏转角  $\alpha$ 。

[解答] 当线圈在磁场中达到平衡后，它所受磁力矩跟游丝扭力矩平衡。

$$M_m = M_k。$$

$$M_m = nBIS, M_k = k \alpha。$$

$$nBIS = K \alpha，$$

$$\alpha = \frac{nBIS}{K} = \frac{50 \times 0.010 \times 1.0 \times 10^{-3} \times 6.0 \times 10^{-4}}{1.0 \times 10^{-8}} = 30^\circ。$$

3576. 质量为  $m$ ，长度为  $L$  的水平金属棒  $ab$  通过两根细金属丝悬挂在绝缘架  $MN$  下面。整个装置处于竖直方向的匀强磁场中。当金属棒通以由  $a$  向  $b$  的电流  $I$  后，将离开原位置偏转了  $\alpha$  角而重新平衡，如图(a)所示。试求磁感应强度的方向和大小。

[解答] 金属棒  $ab$  可看作受三个力的作用而处于平衡状态，它们是竖直向下的重力，沿金属丝的拉力（实际为两个拉力之和，沿金属丝方向，作用在棒的中点）以及水平方向的安培力，见图(b)。根据三力平衡的条件和左手定则可得，磁感应强度的方向为竖直向上，大小为

$$BIL = mgtg\alpha，$$

$$B = \frac{mg}{IL} tg\alpha。$$

3577. 正方形线圈  $abcd$  可绕水平轴  $cd$  转动，线圈每边长  $L = 0.10$  米，质

量均匀分布，每边质量  $m=0.010$  千克，匀强磁场  $B=0.98$  特，方向水平沿  $x$  轴。当  $OO'$  轴内通以恰当的电流时，线圈在图(a)所示位置平衡，这时  $\theta=30^\circ$ ，求线圈内电流的方向和大小。

[解答] 这个问题可以作为力矩平衡的问题来处理。以  $OO'$  为转轴，线圈所受的重力有力矩，所受的安培力也有力矩，这两个力矩应相平衡。所以磁场对  $ab$  边内电流的作用力应向上，用左手定则判断出电流方向应为  $baO'O'b$ 。

电流的大小可列出力矩平衡方程来求得。线圈重力为  $G=4mg$ ，过重心的重力作用线到转轴的力臂为  $\frac{1}{2}L \sin \theta$ ，如图(b)。安培力为  $F = BIL$ ，其力臂为  $L \sin \theta$ 。所以

$$M_G = M_F。$$

$$4mg \cdot \frac{1}{2}L \sin \theta = BIL \cdot L \sin \theta，$$

$$I = \frac{2mg}{BL} = \frac{2 \times 0.010 \times 9.8}{0.98 \times 0.10} \text{安} = 2 \text{安}。$$

[提示]  $OO'$  边受到安培力不产生力矩，而  $O'a$  和  $O'b$  两边受到安培力恰好大小相等、方向相反，抵消了。

3578. 矩形线圈长  $L_1=40$  厘米，宽  $L_2=20$  厘米，共有  $n=20$  匝，通入线圈中的电流  $I=2.0$  安。将它放在水平的匀强磁场中，磁感应强度  $B=0.20$  特，线圈转动轴  $OO'$  跟磁场方向垂直，如图(a)所示。当线圈平面跟磁场方向的夹角为  $\theta=0^\circ$ ， $\theta=60^\circ$ ， $\theta=90^\circ$  时，求线圈各边受到的作用力及线圈受到的力矩。线圈在什么位置平衡？

[解答] (1) 图(b)中  $\theta=0^\circ$ ， $ad$  和  $bc$  受力为零。 $ab$  受力向上， $cd$  受力向下。

$$F_{ab}=F_{cd}=nBIL_1=20 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.40 \text{牛}=3.2 \text{牛}。$$

整个线圈受顺时针方向的力矩

$$M = 2F_{ab} \cdot \frac{L_2}{2} = 2 \times 3.2 \times 0.10 \text{牛} \cdot \text{米} = 0.64 \text{牛} \cdot \text{米}。$$

(2) 图(c)中  $\theta=60^\circ$ ，

$ad$  受力沿  $OO'$  轴向里， $bc$  受力向外，

$$F_{ad} = F_{bc} = nBIL_2 \sin \theta = 20 \times 0.20 \times 20 \times 0.20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{牛} \\ = 1.39 \text{牛}。$$

$ab$  受力向上， $cd$  受力向下，

$$F_{ab}=F_{cd}=nBIL_1=20 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.40 \text{牛}=3.2 \text{牛}。$$

整个线圈受顺时针方向的力矩

$$M = F_{ab} \cdot \frac{L_2}{2} \cos 60^\circ + F_{cd} \cdot \frac{L_2}{2} \cos 60^\circ \\ = 2F_{ab} \cdot \frac{L_2}{2} \cos 60^\circ = 2 \times 3.2 \times 0.10 \times \frac{1}{2} \text{牛} \cdot \text{米} = 0.32 \text{牛} \cdot \text{米}。$$

(3) 图(d)中  $\theta=90^\circ$

$ad$  受力沿  $OO'$  轴向里， $bc$  受力向外，

$$F_{ad}=F_{bc}=nBIL_2 \\ = 20 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.20 \text{牛}=1.6 \text{牛}。$$

ab 受力向上, cd 受力向下,

$$F_{ab}=F_{cd}=nBIL_1=20 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.40 \text{ 牛}=3.2 \text{ 牛}.$$

整个线圈所受的力矩

$M=0$ , 所以线圈在  $\theta=90^\circ$  的位置平衡。

3579. 图(a)中, 在竖直平面内, 有一个圆心为 O 半径为 a 的半圆形光滑导轨 J。磁感应强度为 B 的匀强磁场跟导轨所在平面垂直, 磁场方向水平向里。均匀导电棒 MN 的质量为 m, 长为 L ( $L < 2a$ ), 可绕通过 O 点的水平轴在导轨平面中自由转动, 棒的 N 端始终跟导轨接触; 在轴 O 跟导轨间接有一个直流电路, 其中电源的电动势为  $\mathcal{E}$ , 内阻为 r, 可变电阻阻值为 R, 导轨电阻不计。闭合电键 K, 求导电棒平衡后偏离竖直位置的角度  $\theta$ 。

[解答] 以导电棒为研究对象, 这是一个有固定转轴的物体平衡问题, 是重力对于 O 轴的力矩跟安培力对于 O 的力矩相平衡图(b)。即

$$\begin{aligned} F_A L_A - GL_G &= 0, \\ BIa \times \frac{a}{2} - mg \times \left(a - \frac{L}{2}\right) \sin \theta &= 0, \\ Ba^2 \frac{I}{r+R} &= mg \times (2a - L) \sin \theta, \\ &= \sin^{-1} \left[ \frac{Ba^2}{mg(R+r)(2a-L)} \right]. \end{aligned}$$

3580. 图(a)中, 倾角为  $\alpha$  的斜面上放一个木制圆柱, 圆柱质量  $m=0.25$  千克, 半径为 R, 长  $L=0.10$  米。在这个圆柱上顺着圆柱绕有  $n=10$  匝的线圈, 线圈平面和斜面平行。整个斜面处于竖直向上的匀强磁场中, 磁感应强度  $B=0.50$  特。如果圆柱跟斜面间的摩擦系数足够大, 那么在线圈中至少通入多大电流, 圆柱才不致沿斜面向下滚动?

[分析] 严格地说, 这是平面力的平衡问题, 我们不能将圆柱当作质点来处理。

在线圈不通电时, 圆柱受三个力的作用: 重力 G, 弹力 N, 摩擦力 f。在线圈通入电流以后, 圆柱还要受安培力作用。由于线圈两边所受的安培力等值反向, 故合力仍为零; 但这两个安培力的合力矩不为零。如果仍以 A 点为转轴图(b), 则只要安培力的力矩跟重力的力矩平衡, 就可使圆柱满足转动平衡的条件, 而不致沿斜面向下滚动。

[解答] 我们讨论力矩平衡的问题。如果以 A 点为转轴, 对于圆柱来说, 它受五个力: 重力 G、弹力 N、摩擦力 f、安培力  $F_1$ 、 $F_2$ ; 其中只有三个力产生力矩; G 的逆时针力矩,  $F_1$  的逆时针力矩以及  $F_2$  的顺时针力矩; 它们大小分别为

$$M_G=mgL_G, M_1=F_1L_1, M_2=F_2L_2.$$

为使转动平衡, 必须满足条件:

$$M=-M_2+M_1+M_G=0$$

即

$$F_2L_2-F_1L_1-mgL_G=0.$$

因为  $F_1=F_2=nBIL, L_2-L_1=2Rsina, L_G=Rsina$ 。

所以  $nBIL \cdot 2Rsina - mgRsina=0$ 。

$$I = \frac{mg}{2nBL} = \frac{0.25 \times 9.8}{2 \times 10 \times 0.50 \times 0.10} \text{ 安} = 2.5 \text{ 安}.$$

3581. 有一个电子的动能为 10 电子伏, 在垂直于匀强磁场的平面内作匀速圆周运动, 已知磁感应强度为  $1.0 \times 10^{-4}$  特。求:

- (1) 电子轨道半径；  
 (2) 电子运动周期；  
 (3) 顺着磁感应强度的方向看，电子运转的方向如何？

[解答] (1) 电子在受到洛仑兹力作用下作匀速圆周运动，洛仑兹力为向心力。

$$Bvq = \frac{mv^2}{R},$$

$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{m\sqrt{\frac{2E_k}{m}}}{Bq} = \frac{\sqrt{2E_k m}}{Bq}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 9.1 \times 10^{-31}}}{1.0 \times 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{米} = 0.11 \text{米}。$$

(2) 电子运动周期为

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{Bq} = \frac{2 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31}}{1.0 \times 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{秒}$$

$$= 3.6 \times 10^{-7} \text{秒}。$$

(3) 顺着磁感应强度的方向看，电子沿顺时针方向运转。

3582. 图中，一个不计重力带电量为  $q$ 、质量为  $m$  的负的带电粒子，垂直飞入一宽度为  $d$ 、磁感应强度为  $B$  的匀强磁场。要使粒子能穿过该磁场区域，

- (1) 粒子的速度至少应多大？  
 (2) 相应地粒子在磁场中所经历的时间至多为多长？

[解答] (1) 带电粒子垂直进入磁场，作匀速圆周运动，如穿过此磁场，必须满足  $R \geq d$ 。

由洛仑兹力提供向心力

$$Bvq = \frac{mv^2}{R}, \text{ 得到 } R = \frac{mv}{Bq}。 \text{ 粒子速度至少为}$$

$$\frac{mv_{\min}}{Bq} = d, \quad v_{\min} = \frac{Bqd}{m}。$$

(2) 当  $v_{\min} = \frac{Bqd}{m}$  时， $R = d$ ，粒子穿出磁场前，在磁场中经历的时间为最长  $t_{\max} = \frac{T}{4}$ ，所以

$$t_{\max} = \frac{T}{4} = \frac{2\pi m}{4Bq} = \frac{\pi m}{2Bq}。$$

3583. 图中，真空中狭长区域内的匀强磁场的磁感应强度为  $B$ ，方向垂直纸面向里，区域宽度为  $d$ ，边界为  $CD$ 、 $EF$ 。速率为  $v_0$  的电子，从边界  $CD$  外侧垂直射入磁场，入射方向跟  $CD$  的夹角为  $\theta$ 。已知电子质量为  $m$ ，带电量为  $q$ ，为使电子能从磁场的另一侧边界  $EF$  射出，问电子的速率  $v_0$  应满足什么条件？

[解答] 这一情况的临界状态为电子在磁场中运动的圆轨道跟  $EF$  边相切，这时圆轨道半径  $R$  跟磁场宽度  $d$  的关系为

$$d = R + R \cos \theta,$$

为使电子能从边界  $EF$  射出，就必须满足条件

$$R > \frac{d}{1 + \cos \theta} ;$$

又，在洛伦兹力作用下，电子在磁场中作匀速圆周运动的轨道半径为

$$R = \frac{mv}{Bq} ,$$

所以，使电子从边界 EF 射出， $v_0$  应满足的条件为

$$\frac{mv_0}{Bq} > \frac{d}{1 + \cos \theta} ,$$

$$v_0 > \frac{Bqd}{m(1 + \cos \theta)} .$$

3584 . 如图所示，在以 O 为圆心，R 为半径的圆形区域内，有一个水平方向的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，方向垂直纸面向外。竖直平行放置的极板 A、K 相距为 d，AK 之间的电压可以调节， $S_1$ 、 $S_2$  为 A、K 极板上的两个小孔，且  $S_1$ 、 $S_2$  跟 O 三点在垂直极板的同一直线上， $OS_2=R$ ，O 点跟收集器 D 之间的距离为 H， $H > R$ 。质量为 m，带电量为 q 的正离子经  $S_1$  进入电场后，自  $S_2$  向磁场中心射去，不计离子进入电场时的初速，问：

(1) 为使正离子经  $S_2$  进入磁场做圆周运动后，以跟进入磁场时的速度相垂直的方向离开磁场，A、K 之间的电压值应为多大？

(2) 在满足(1)的条件下，离子自  $S_1$  到收集器 D 总共需要多少时间？

[解答] (1) 要使离子射出磁场时的速度跟射入磁场时的速度垂直，就要使离子在磁场中的运动轨迹恰好为  $\frac{1}{4}$  圆周，且圆周轨迹半径为 R，

所以

$$R = \frac{mv}{Bq} ,$$

$$v = \frac{RBq}{m} ;$$

又离子在电场中被加速，获得速度

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} .$$

所以

$$\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{RBq}{m} ,$$

$$U = \frac{qR^2 B^2}{2m} .$$

(2) 离子在电场中运动的时间为

$$t_1 = \frac{s}{v} = \frac{d}{\frac{1}{2}v} = (2d) \frac{m}{RBq} = \frac{2md}{qRB} ;$$

离子在磁场中运动的时间为

$$t_2 = \frac{1}{4}T = \frac{m}{2Bq} ;$$

离子在出磁场后飞向 D 所需时间为

$$t_3 = \frac{H-R}{v} = \frac{(H-R)m}{RBq};$$

所以总共所需时间为

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 + t_3 \\ &= \frac{2md}{qBR} + \frac{m}{2qB} + \frac{(H-R)m}{qBR} \\ &= \frac{m}{2qBR} [4d + R + 2(H-R)]. \end{aligned}$$

3585. 在真空容器内, 电子从金属平面 O 由静止释放出来, 然后在 U=300 伏的电场作用下离开 P 板。现打算用图示的半径 R=1 厘米的圆形匀强磁场 B 使电子束沿圆形路径偏转 90°。

(1) 试判断出所需磁感应强度的方向, 并算出其大小。

(2) 计算电子从进入磁场到离开磁场动量的增量。

[解答] (1) 由(a)图所示的偏转方向用左手定则可知, 磁感应强度 B 的方向应为垂直纸面向里。又由于电子束必须沿圆轨道偏转 90°, 所以电子的轨道半径应恰好等于磁场的半径 R。所以有

$$\begin{aligned} Bvq &= \frac{mv^2}{R}, \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}, \\ B &= \frac{mv}{qR} = \frac{m\sqrt{\frac{2qU}{m}}}{qR} = \sqrt{\frac{2mU}{q}} \cdot \frac{1}{R} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 300}{1.6 \times 10^{-19}}} \times \frac{1}{0.01} \text{ 特} = 5.8 \times 10^{-3} \text{ 特}. \end{aligned}$$

(2) 电子进入磁场后, 由于洛伦兹力不做功, 电子做匀速圆周运动, 其动量大小不变, 方向时刻在变化。偏转 90° 后电子的动量增量为

$$P = P_2 - P_1$$

$$P_1 = P_2 = mv,$$

$$\begin{aligned} p \text{ 大小为: } p &= \sqrt{2}mv = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2qUm} = 2\sqrt{qUm} \\ &= 2\sqrt{1.6 \times 10^{-19} \times 300 \times 9.1 \times 10^{-31}} \text{ 千克} \cdot \text{米} / \text{秒} \\ &= 1.3 \times 10^{-23} \text{ 千克} \cdot \text{米} / \text{秒}. \end{aligned}$$

p 方向如图(b)所示, 和 p<sub>2</sub> 夹角为 45°。

3586. 图中, 场强 E=600 伏/米的匀强电场和磁感应强度 B=1.0 × 10<sup>-4</sup> 特的匀强磁场相互垂直。一个质量 m=1.67 × 10<sup>-27</sup> 千克, 带电量 q=1.6 × 10<sup>-19</sup> 库的质子以 v<sub>0</sub>=3.0 × 10<sup>5</sup> 米/秒的速度沿着跟 E、B 都垂直的方向从 A 点射入。求:

(1) 刚射入时, 质子在 A 点所受到的电场力、磁场力的大小和方向;

(2) 当质子运动到 C 点, 偏离入射方向的距离 d=20 厘米时, 质子的功能。

[解答] (1) 在 A 点质子所受电场力

$$F_{\text{电}} = qE = 1.6 \times 10^{-19} \times 600 \text{ 牛} = 9.6 \times 10^{-17} \text{ 牛}, \text{ 它的方向向右};$$

在 A 点质子所受磁场力

$$F_{\text{磁}} = Bvq = 1.0 \times 10^{-4} \times 3.0 \times 10^5 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 牛} = 4.8 \times 10^{-18} \text{ 牛}, \text{ 它的方向向}$$

左。

(2) 由于洛伦兹力始终垂直于带电粒子的速度方向，所以它始终不作功；根据动能定理

$$W = qU = E_{K2} - E_{K1},$$

$$E_{K2} = qU + E_{K1} = qEd + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 600 \times 0.2 \text{焦} + \frac{1}{2} \times 1.67 \times 10^{-27} \times (3.0 \times 10^5)^2 \text{焦}$$

$$= 9.4 \times 10^{-17} \text{焦}.$$

3587. 在两块长都为  $L$  的平行金属板间，加一个电压，使它们间形成一个场强为  $E$ 、方向竖直向下的匀强电场。一个不计重力而质量为  $m$ ，带电量为  $q (q > 0)$  的微粒，以某一速度垂直电力线的方向射入电场，测得它刚离开电场时，从原飞行方向偏离了  $d$ 。今欲使此带电微粒在电场中飞行时不发生偏离，问：

- (1) 两平行板间应加一个怎样方向的匀强磁场？  
 (2) 磁感应强度的大小和上述各量间的关系怎样？

[解答] (1) 所加的匀强磁场方向为水平向里。

(2) 为使洛伦兹力跟电场力平衡，还须使两力等值，即  $F_m = F_e$ 。

又  $F_m = Bvq$ ， $F_e = qE$ ，所以

$$B = \frac{E}{v}.$$

根据题中给出的条件，

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{F_e}{m} \left( \frac{L}{v} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{qE L^2}{m v^2},$$

所以 
$$v = L \sqrt{\frac{qE}{2md}}.$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2mdE}{q}}.$$

3588. 图中，匀强磁场  $B = 9.1 \times 10^{-2}$  特，金属板  $a$ 、 $b$  和高压电源连接，板距  $d = 0.010$  米，一束高速电子沿平行于金属板方向飞入两板中央。求：

(1)  $K$  未闭合时，电子束刚能作  $1/4$  圆弧的运动后打在金属板上。电子打在哪个金属板上，速度多大？

(2)  $K$  闭合后，如要使电子作匀速直线运动，高压电源哪端为正？电源电压多大？

[解答] (1)  $K$  未闭合时，电子只受洛伦兹力  $F_m$ ，作匀速圆周运动。根据左手定则，电子将打在  $b$  板上。

由于电子作  $1/4$  圆弧的运动后打在  $b$  板上  $R = d/2$ ，又  $R = \frac{mv}{Bq}$ ；

所以 
$$v = \frac{Bqd}{2m} = \frac{9.1 \times 10^{-2} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.010}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \text{米/秒}$$

$$= 8.0 \times 10^7 \text{米/秒}.$$

(2)  $K$  闭合后，电子还要受电场力  $F_e$  作用。为使电子作匀速直线运动，必须使电子受向上的电场力  $F_e$  跟向下的洛伦兹力  $F_m$  平衡。所以跟  $a$  板相连的电源这一端为正。且

$$F_e = F_m, \text{ 即 } qE = Bvq, \text{ 又 } E = \frac{U}{d}$$

所以  $U=Bvd=9.1 \times 10^{-2} \times 8.0 \times 10^7 \times 0.010$  伏  $=7.3 \times 10^4$  伏。

3589. 图中, 真空的玻璃管内装有 a、b、c 三块金属平行板, 它们跟外面的电源相连接。电动势  $\mathcal{E}_1=100$  伏,  $\mathcal{E}_2=22$  伏,  $r_2=20$  欧, 电位器的全部电阻  $R=200$  欧。当电子从阴极 k 释放出来, 从静止开始运动, 通过 a 板的小孔  $O_1$ , 再通过 b 板的小孔  $O_2$ , 然后再射到 c 板的 P 点。问:

- (1) 电子在 ka 间作什么性质的运动?
- (2) ab 间有匀强磁场, 电子在 ab 间作什么性质的运动?
- (3) 电子在 bc 间作什么性质的运动?
- (4) 当电位器的滑键处在 f 端时, 电子都射到 P 点, 则电子到达 P 点时的动能是多少焦?

(5) 当电位器的滑键移到 e 点时, 电子是否仍打到 P 点? 为什么? 此时, 电子在 bc 间作什么性质的运动? 电子撞击 c 板时的动能是多少焦?

(6) 当滑键处于电位器中间某一位置时, 伏特计读数是 10.0 伏; 在此情形下电子从 b 板运动到 c 板这段时间内, 电场力对电子做正功还是负功? 做了多少功?

[解答] (1) 电子的重力可以忽略不计, 在 ka 间只受恒定的电场力作用, 故作匀加速直线运动。

(2) 由于 a、b 两板被导线短接, 故 ab 间没有电场, 只有匀强磁场。电子沿垂直磁力线方向进入磁场, 只受洛仑兹力作用, 故作匀速圆周运动。

(3) bc 间有匀强电场, 电子以一定速度进入该电场, 且速度方向跟所受电场力的方向的夹角是钝角, 故作类似于斜上抛运动。

$$(4) \text{ 当电位器的滑键处在 f 端时, } bc \text{ 间电压 } U_{bc} = U_{ef} = \frac{r_2 R}{R + r_2} =$$

$$\frac{22 \times 200}{200 + 20} \text{ 伏} = 20 \text{ 伏。}$$

电子到达 P 点前经历了 ka、ab、bc 三个区域, 其动能可由动能定理算得:

$$E_K = E_K - 0 = W_{ka} + W_{ab} + W_{bc},$$

$$E_K = qU_{ka} + qU_{ab} + qU_{bc} = qU_{kc} = eU = 80 \text{ 电子伏}$$

$$= 1.28 \times 10^{-17} \text{ 焦。}$$

(5) 当电位器滑键移到 e 点时, 电子不再打在 P 点。这是因为这时 b、c 两板被导线短接, 两板间没有电压, 没有电场, 故电子经  $O_2$  孔后在 bc 区域作匀速直线运动, 最后打在 c 板的 P 点下方。这时电子的动能为

$$E_K = qU_{ka} + 0 + 0 = eU = 100 \text{ 电子伏} = 1.60 \times 10^{-17} \text{ 焦。}$$

(6) 当滑键处在电位器中间某一位置时,  $U_{bc} = 10$  伏, 这时电子从 b 板到 c 板电场力做负功:

$$W = qU_{bc} = eU = -10.0 \text{ 电子伏} = -1.60 \times 10^{-18} \text{ 焦。}$$

3590. 回旋加速器的高频电源的频率  $\nu=11$  兆赫。

(1) 为了加速质子和  $\alpha$  粒子, 所必须加的磁感应强度 B 分别为多大?

(2) 如果粒子运动的最大轨道半径  $R=1.0$  米, 则这些粒子在加速结束时分别具有多大能量?

[解答] (1) 质子或  $\alpha$  粒子在回旋加速器的 D 型盒中都是作半周的匀速圆周运动, 都由洛仑兹力提供向心力, 故满足:  $Bq v = m \omega^2 r$ , 式中  $\omega$  为粒子运动的角频率,  $r$  为某半周的轨道半径。

$$\text{所以 } B = \frac{m}{q} \omega^2 r = \frac{m}{q} \times 2\pi \nu \times r.$$

这里  $\nu$  为粒子的转速, 它跟高频电源的频率相等, 即  $\nu = \omega / 2\pi$ 。所以, 对于同一个粒子来说,  $\nu$  越大 (即  $v$  越大), 所加的磁感应强度 B 也大; 对于恒定的电源频率  $\nu$  (即  $\nu$  不变), 被加速粒子的质荷比  $m/q$  越大, 所加的磁感应强度 B 也须越大。

对于质子：

$m_H = 1.67 \times 10^{-27}$  千克， $q_H = 1.60 \times 10^{-19}$  库。

$$\begin{aligned} B_H &= \frac{m_H}{q_H} \times 2 \quad n = \frac{m_H}{q_H} \times 2 \quad v \\ &= \frac{1.67 \times 10^{-27}}{1.6 \times 10^{-19}} \times 2 \times 3.14 \times 11 \times 10^6 \text{ 特} = 0.72 \text{ 特。} \end{aligned}$$

对于  $\alpha$  粒子：

$$\begin{aligned} m_a &= 4m_H, q_a = 2q_H, \\ \frac{B_a}{B_H} &= \frac{m_a / q_a}{m_H / q_H} = 2, \\ B_a &= 2B_H = 1.44 \text{ 特。} \end{aligned}$$

(2) 随着粒子的回转半径逐步增大，粒子所具有的能量也在逐步增大，加速结束时，半径最大，粒子的能量也最大。

$$E_m = \frac{1}{2} m (v_m)^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2^2 R_m^2 = 2^2 m n^2 R_m^2。$$

对于质子：

$$\begin{aligned} E_{mH} &= 2^2 m_H n^2 R_m^2 \\ &= 2 \times 3.14^2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times (11 \times 10^6)^2 \times (1.0)^2 \text{ 焦} = 4.0 \times 10^{-12} \text{ 焦。} \end{aligned}$$

对于  $\alpha$  粒子：

$$\begin{aligned} \frac{E_{ma}}{E_{mH}} &= \frac{m_a}{m_H} = 4, \\ E_{ma} &= 4E_{mH} = 1.6 \times 10^{-11} \text{ 焦。} \end{aligned}$$

3591. 大回旋加速器中的一个氦核，在磁感应强度  $B=1.5$  特的磁场中运动，轨道半径  $R=2.0$  米。由于同一个靶作了拂掠碰撞，氦核裂成一个质子和一个中子。设动能损失忽略不计，且破裂时氦核的能量均等分配给质子和中子。试讨论质子和中子的运动情况。

[解答] 氦核因碰撞而分裂成一个质子和一个中子。中子不带电，在磁场中则以分裂时的速度  $v_n$  作直线运动。

$$\begin{aligned} E_D &= \frac{1}{2} m_D v_D^2, \quad \text{又 } v_D = \frac{Bq_D R_D}{m_D}, \\ E_n &= \frac{1}{2} E_D, \quad \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m_D v_D^2. \\ v_n &= \frac{Bq_D R_D}{\sqrt{2m_D m_n}} = \frac{1.5 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.0}{\sqrt{2 \times 3.3 \times 10^{-27} \times 1.67 \times 10^{-27}}} \text{ 米/秒} \\ &= 1.4 \times 10^8 \text{ 米/秒。} \end{aligned}$$

质子因带电，在磁场中仍作圆周运动，半径

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{m_p v_p}{Bq_p} = \frac{m_p}{Bq_p} \frac{Bq_D R_D}{\sqrt{2 \times m_D m_p}} = R_D \frac{\sqrt{m_p}}{\sqrt{2m_D}} \\ &= 2.0 \times \sqrt{\frac{1.67 \times 10^{-27}}{2 \times 3.3 \times 10^{-27}}} \text{ 米} = 1.0 \text{ 米。} \end{aligned}$$

3592. 有一回旋加速器，它的 D 形电极的半径  $R=0.53$  米，电极间的加速电位差  $U=8.0 \times 10^4$  伏，加速电场的交变频率  $f=1.2 \times 10^7$  赫；加速器中的磁感应强度

$B=1.6$  特；这一加速器最终能使氦核获得  $E_m=1.7 \times 10^7$  电子伏的能量。试估算在加速过程中氦核绕行轨道的总长度。

[解答] 首先计算氦核在加速器中被电场加速的次数：

$$n = \frac{E_m}{E_0} = \frac{E_m}{qU} = \frac{1.7 \times 10^7}{1 \times 8.0 \times 10^4} = 212 \text{ 次。}$$

其次，每加速一次氦核的能量增加  $qU$ ，加速了  $K$  次后氦核获得的能量为  $KqU$ 。

$$E_K = \frac{1}{2}mv_K^2 = \frac{B^2q^2R_K^2}{2m} = KqU。$$

第  $K$  次氦核的轨道半径

$$R_K = \frac{\sqrt{2mqU \cdot K}}{Bq}。$$

第  $K$  次氦核绕行的轨道长度

$$l = R_K = \frac{\sqrt{2mqU}}{Bq} \sqrt{K}。$$

最后，计算氦核运行的总长度

$$\begin{aligned} L &= \sum_{k=1}^n R_k = \sum_{K=1}^n \frac{\sqrt{2mqU}}{Bq} \sqrt{K} \\ &= \frac{\sqrt{2mqU}}{Bq} \sum_{K=1}^n \sqrt{K} \\ &= \frac{3.14 \times \sqrt{2 \times 3.3 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 8 \times 10^4}}{1.6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \sum_{K=1}^{212} \sqrt{K} \\ &= 0.113 \sum_{K=1}^{212} \sqrt{K} = 0.113 \times (\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{212}) \text{ 米} \\ &= 0.113 \times 2010 \text{ 米} = 240 \text{ 米。} \end{aligned}$$

3593. 图中， $ab$  是一块铅板，它的截面厚为  $d$ 。曲线  $MNN$  是某带电粒子垂直穿过铅板过程的运动轨迹。匀强磁场磁感应强度为  $B$ ，如果粒子带电量绝对值为  $q$ ，质量为  $m$ ，弧线  $MN$ 、 $NN$  的半径分别为  $r$  和  $R$ ，且  $R > r$ 。不计粒子重力。问：

- (1) 粒子带何种电荷？从何方穿透  $ab$  板？
- (2) 粒子垂直穿透铅板所受的平均阻力多大？

[解答] (1) 带电粒子在匀强磁场中受洛伦兹力作用做匀速圆周运动。穿过铅板后，由于克服阻力做功，动能减少，粒子速度减小。根据

$$R = \frac{mv}{Bq}，\text{ 对于同一粒子，运动半径越大，其相应的运动速度也越大。}$$

所以粒子在  $MN$  轨迹上的速度较大，动能也较大。可见，粒子是从  $N$  穿透  $ab$  板到  $M$  的。再由左手定则，从其运动轨迹可判定粒子带正电荷。

(2) 粒子在  $MN$  和  $NM$  两轨迹上运动的动能分别为

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \left( \frac{BqR}{m} \right)^2 = \frac{B^2q^2R^2}{2m}， \\ E_2 &= \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m \left( \frac{Bqr}{m} \right)^2 = \frac{B^2q^2r^2}{2m}。 \end{aligned}$$

根据功能关系有：

$$W_f = -fd = E_2 - E_1,$$

所以 
$$f = \frac{E_1 - E_2}{d} = \frac{B^2 q^2}{2dm} (R^2 - r^2)。$$

3594. 图中, 一束具有各种速率的质量数分别为 63 和 65 的两种一价铜离子, 水平地经小孔 S 透入有匀强电场和匀强磁场的区域。电场方向向下,  $E=1.00 \times 10^5$  伏/米; 磁场方向垂直纸面向里,  $B=0.40$  特。只有那些路径不发生偏折的离子才能通过另一小孔 S'。为了把从 S' 射出的两种铜离子分开, 再让它们进入另一方向垂直纸面向外的匀强磁场  $B = 0.50$  特。不计铜离子的重力, 指出两种离子的运动轨迹, 并求出每种离子跟照相底板接触的位置。

[解答] 那些从 S 进入 S' 射出的铜离子一定作直线运动, 这说明这些离子在垂直于运动轨迹方向上, 受力平衡, 这里铜离子受电场力  $F_e$  和磁场力  $F_m$ , 即满足这两力反向, 且等值:

$$F_e = qE, F_m = qBv, \text{ 即 } qE = qBv。$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1.00 \times 10^5}{0.40} \text{ 米/秒} = 2.5 \times 10^5 \text{ 米/秒}。$$

这就是说, 只有速度  $v=2.5 \times 10^5$  米/秒的铜离子能从小孔 S' 穿出。

设两种铜离子的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ , 它们穿出小孔 S' 后, 在 B 磁场中只受洛伦兹力作用而作匀速圆周运动, 轨迹为半圆, 半径分别为  $R_1$ 、 $R_2$ , 则:

$$Bqv = \frac{m_1 v^2}{R_1},$$

$$Bqv = \frac{m_2 v^2}{R_2}。$$

$$\text{所以 } R_1 = \frac{m_1 v}{Bq} = \frac{m_1 E}{Bq} = \frac{63 \times 1.66 \times 10^{-27} \times 1.00 \times 10^5}{0.50 \times 0.40 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ 米} = 0.237 \text{ 米},$$

$$R_2 = \frac{m_2 v}{Bq} = \frac{m_2 E}{Bq} = \frac{65 \times 1.66 \times 10^{-27} \times 1.00 \times 10^5}{0.50 \times 0.40 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ 米} = 0.337 \text{ 米}。$$

由于照相底板和小孔 S' 在一个平面内, 铜离子跟照相底板接触点和 S' 的距离为圆轨迹的直径。铜 63 的圆轨迹直径为 0.474 米, 铜 65 的圆轨迹直径为 0.674 米。

3595. 如图, 在 Ox 轴上方有一个方向垂直纸面向里的匀强磁场, 磁感应强度为 B; 在 Ox 轴下方有一个方向平行于 Ox 轴向下的匀强电场, 场强为 E。一个带电粒子的质量为 m, 所带电量为 q, 初速度为  $v_0$ , 从 a 点垂直于磁场且水平地飞入磁场, 然后运动到 d 点再垂直 Ox 轴方向飞入电场中, 最后经过 c 点。(粒子的重力可忽略不计) 试问:

(1) 粒子带何种电荷? 粒子在两种场中各作什么运动?

(2) 粒子自 a 点飞入, 需经过多少时间到达 c 点? Oc 距离等于多少?

(3) 粒子飞过 c 点的速度多大?

(4) 如果在 Ox 轴的下方再加一个和上方相同的匀强磁场, 则粒子飞出这个联合场(电场和磁场)的瞬时, 其速度大小和上一小题所求出的速度相比, 是否相同? 为什么?

[解答] (1) 根据粒子在磁场和电场中的偏转情况, 可知, 粒子是带负电。在磁场中粒子作匀速圆周运动; 在电场中粒子作匀变速曲线运动, 类似平抛运动。

(2) 粒子从 a 到 d, 运动了  $\frac{1}{4}$  圆周, 经历的时间  $t_1$  以及轨道半径 r 分

别为

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{2}{4} \frac{m}{Bq} = \frac{m}{2Bq},$$

$$r = \frac{mv_0}{Bq}.$$

粒子从 d 到 c，作平抛运动，经历的时间  $t_2$  以及竖直方向运动的距离  $O_c$  分别为

$$dO = r = \frac{1}{2} at_2^2,$$

$$\frac{mv_0}{Bq} = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t_2^2,$$

$$t_2 = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v_0}{BE}};$$

$$O_c = v_0 t_2 = \frac{mv_0}{q} \sqrt{\frac{2v_0}{BE}}.$$

粒子从 a 到 c 共经历时间为

$$t = t_1 + t_2 = \frac{m}{2Bq} + \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v_0}{BE}} = \frac{m}{q} \left( \frac{1}{2B} + \sqrt{\frac{2v_0}{BE}} \right).$$

(3) 粒子自 d 点进入电场时的速度是  $v_0$ ，在电场中只有电场力对它做正功。如果粒子出电场时在 c 点的速度大小为  $v_c$ ，则有：

$$\frac{1}{2} mv_c^2 = \frac{1}{2} mv_0^2 + w_e = \frac{1}{2} mv_0^2 + (-q) \cdot (-U_{od}),$$

$$v_c^2 = v_0^2 + \frac{2}{m} \cdot q \cdot Er,$$

$$v_c = \sqrt{v_0^2 + \frac{2Ev_0}{B}}.$$

(4) 相同，粒子仍以上述速度的大小出场。因为即使加了磁场，磁场作用于粒子的洛仑兹力对粒子也不做功，它对粒子动能的变化没有影响，所以粒子仍以上述速度大小，在 c 点上方， $O_c$  间的某一点飞出混合场。

3596. 一个不计重力的带正电的微粒  $q=4.0 \times 10^{-10}$  库。当以  $v_1=3.0 \times 10^5$  米/秒的速度在  $zy$  平面内跟  $x$  轴正方向成  $\alpha=45^\circ$  角的方向运动时，一个匀强磁场作用在该粒子上的力  $F_1$  沿负  $z$  轴方向。当以  $v_2=2.0 \times 10^5$  米/秒的速度沿  $z$  轴正方向运动时，它受到一个沿  $x$  轴正方向的力  $F_2=4.0 \times 10^{-5}$  牛。求：

- (1) 磁场的磁感应强度的大小和方向；
- (2)  $F_1$  的大小。

[分析] 根据带电粒子在匀强磁场中所受的洛仑兹力的规律可知，不论粒子以怎样的方向进入磁场，如果它受到洛仑兹力，则该力必和磁感应强度的方向垂直。这里  $B$  垂直于沿负  $z$  轴的  $F_1$ ， $B$  又垂直于沿正  $x$  轴的  $F_2$ ，故  $B$  必沿着  $y$  轴方向；再由左手定则进一步判定： $B$  的方向是沿负  $y$  轴方向。

[解答] (1) 由第二次情况可知：

$$F_2 = Bv_2q,$$

$$B = \frac{F_2}{v_2q} = \frac{4.0 \times 10^{-5}}{2.0 \times 10^5 \times 4.0 \times 10^{-10}} \text{ 特} = 0.50 \text{ 特}.$$

B的方向是沿负y轴向下。

(2)根据第一次情况有：

$$\begin{aligned} F_1 &= Bv_1 \cos \theta_1 \cdot q \\ &= 0.50 \times 3.0 \times 10^5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4.0 \times 10^{-10} \text{ 牛} \\ &= 4.2 \times 10^{-5} \text{ 牛。} \end{aligned}$$

3597. 在同一空间内，有一匀强电场和一匀强磁场，其中电场强度  $E=1.00 \times 10^{-4}$  牛/库，磁感应强度  $B=3.14 \times 10^{-4}$  特。且它们互相平行，方向相反。如果有质量  $m=1.0 \times 10^{-10}$  千克，带电量  $q=1.0 \times 10^{-4}$  库的质点。垂直于场强方向进入，它的速度  $v=1.0 \times 10^3$  米/秒，如图所示。如果不计质点重力，问：

(1)当空间只存在电场而没有磁场时，该质点加速度为多大？

(2)当空间只存在磁场而没有电场时，该质点加速度为多大？

(3)当电场和磁场同时存在，质点运动轨迹如何？求质点入场后头一个周期内沿电场方向移动了多少距离？

(4)当质点进入同时存在的电场和磁场时的速度增大，质点的运动轨迹有何变化？

[分析] 带电质点进入同时存在的电场和磁场后，一方面受到沿电场方向的恒定的电场力作用，作匀变速运动；另一方面受到洛伦兹力作用，在跟电场方向垂直的平面内作匀速圆周运动。根据运动的独立性原理，这两个运动是独立的；它们的合运动是一个螺距不断增加的螺旋线运动。

[解答] (1)这时质点只受电场力  $F_e$  作用，它的运动是沿 E 方向的匀加速直线运动和垂直 E 方向的匀速直线运动的合运动，轨迹为抛物线。它的加速度  $a_e$  的方向和 E 的方向相同；大小为

$$a_e = \frac{F_e}{m} = \frac{Eq}{m} = \frac{1.00 \times 10^{-4} \times 1.0 \times 10^{-4}}{1.0 \times 10^{-10}} \text{ 米/秒}^2 = 1.0 \times 10^2 \text{ 米/秒}^2。$$

(2)质点只受洛伦兹力  $F_m$  作用，将在跟磁场方向垂直的平面内作匀速圆周运动，加速度  $a_m$  的方向，垂直于  $v$ 、 $B$  决定的平面，且指向圆心；它的大小为

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{F_m}{m} = \frac{Bqv}{m} = \frac{3.14 \times 10^{-4} \times 1.0 \times 10^{-4} \times 1.0 \times 10^3}{1.0 \times 10^{-10}} \text{ 米/秒}^2 \\ &= 3.1 \times 10^5 \text{ 米/秒}^2。 \end{aligned}$$

(3)如果电场和磁场同时存在，质点既要沿 E 的方向作匀加速直线运动，又要在跟 B(E)垂直的平面内作匀速圆周运动，合运动为螺旋半径保持不变，而螺旋前进的速度均匀增加的螺旋线运动。

质点在运动第一圈的过程中，沿 E 方向移动的距离，即第一个螺距为

$$h_1 = \frac{1}{2} a_e T^2，$$

其中  $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ ， $a_e = \frac{Eq}{m}$ ，所以

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \frac{4\pi^2 m^2}{B^2 q^2} = \frac{2\pi^2 mE}{B^2 q} \\ &= \frac{2 \times 3.14^2 \times 1.0 \times 10^{-10} \times 1.00 \times 10^{-4}}{(3.14 \times 10^{-4})^2 \times 1.0 \times 10^{-4}} \text{ 米} \\ &= 2 \times 10^{-2} \text{ 米。} \end{aligned}$$

(4)如果质点进入同时存在的电场和磁场时，它的速度增大。它在电场力作用下的分运动不变；但质点在洛伦兹力作用下作匀速圆周运动的

半径 $\left(R = \frac{mv}{Bq}\right)$ 将增大为一个新的恒量。由于质点作匀速圆周运动的周

期 $T$ 和速度 $v$ 无关，所以螺旋线的螺距跟第(3)小题中完全一样。

3598. 质量 $m=0.1$ 克的小物块，带有电量为 $q=5 \times 10^{-4}$ 库的正电荷，放在斜面上，斜面的倾角 $\alpha=30^\circ$ ，物块跟斜面间的摩擦系数 $\mu=0.4$ 。设整个斜面放在匀强磁场中， $B=0.5$ 特，方向如图(a)所示。设斜面是足够长的。问：

(1) 物块下滑时，能达到的最大速率为多大？

(2) 如果其他条件不变，只是将磁场的方向反过来，物块下滑时将发生什么情况？

[解答] (1) 物块下滑过程，受到四个力作用：重力 $G$ 、斜面的弹力 $N$ 、摩擦力 $f$ 和洛仑兹力 $F_m$ 。开始时物块速度较小，洛仑兹力也较小，正压力也较小，所以摩擦力小于下滑力，物体作加速运动。随着速度增加，洛仑兹力增大，正压力增大，摩擦力也增大。直到摩擦力增大到等于下滑力，物块达到平衡状态，这时有最大的速度 $v$ 。所以可以写出物块的力学方程：

平行于斜面方向： $mg \sin \alpha - f = 0$ ，

垂直于斜面方向： $N - mg \cos \alpha - F_m = 0$ 。

另外， $f = \mu N$ ， $F_m = Bqv$ 。解得

$$v = \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu Bq} = \frac{10^{-4} \times 9.8 \times \left(0.5 - 0.4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{0.4 \times 0.5 \times 5 \times 10^{-4}} \text{米/秒}$$

$$= 1.5 \text{米/秒}。$$

(2) 在这种情况下，物块下滑时受到的洛仑兹力方向垂直斜面向上，这就使斜面对物块的正压力减小。物块下滑过程，由于速度不断增加，洛仑兹力不断增大，正压力就不断减小，摩擦力也相应减小；这又导致物体下滑的合力增大，加速度增大，速度更增大，从而使洛仑兹力再增大……最后正压力减小为零，此后物体将离开斜面而运动。

3599. 图中，一根水平放置的绝缘光滑的直槽轨连接一个竖直放置的半径 $R=0.50$ 米的绝缘光滑的圆槽轨；槽轨处在水平方向的匀强磁场中，磁感应强度 $B=0.50$ 特，方向垂直纸面向外。有一个质量 $m=0.10$ 克、带电量 $q=1.6 \times 10^{-3}$ 库的小球在水平槽轨上向右运动，要使小球恰能通过圆槽轨的最高点，问小球在水平槽轨上运动时的速度应为多大？(g取10米/秒<sup>2</sup>)

[解答] 小球恰能通过圆槽轨最高点，即表示小球在该点所受重力和洛仑兹力的合力恰好提供它做圆周运动在该点所需的向心力，槽轨对它没有弹力作用。

$$mg - Bvq = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

又因为洛仑兹力不作功，所以小球在水平槽轨上以及在圆槽轨最高点上的机械能守恒。

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = 2mgR + \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

由(1)式解得

$$mv^2 + BqRv - mgR = 0,$$

$$v = \frac{-BqR \pm \sqrt{B^2 q^2 R^2 + 4m^2 gR}}{2m} \quad (\text{舍去负值})$$

代入(2)式解得

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2mgR + \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{B^2q^2R^2 + 4m^2gR} - BqR}{2m}\right)^2,$$

$$V_0 = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{10m^2gR + B^2q^2R^2 - BqR\sqrt{B^2q^2R^2 + 4m^2gR}}{2}}$$

$$= \frac{1}{0.1 \times 10^{-3}} \left[ \sqrt{\frac{10 \times (0.1 \times 10^{-3})^2 \times 10 \times 0.5}{2}} \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{0.5^2 \times (1.6 \times 10^{-3})^2 \times 0.5^2 - 0.5 \times 1.6 \times 10^{-3} \times 0.5 \times 6 \times 10^{-4}}{2}} \right] \text{米 / 秒}$$

$$= \frac{1}{0.1 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{5 \times 10^{-7} + 1.6 \times 10^{-7} - 2.4 \times 10^{-7}}{2}} \text{米 / 秒}$$

$$= \frac{4.58 \times 10^{-4}}{0.1 \times 10^{-3}} \text{米 / 秒} = 4.6 \text{米 / 秒}.$$

3600. 图中, 一只平行板电容器的两极板 M、N 通过变阻器 R 跟电源 相连。在距 N 板较远处, 有一个磁感应强度  $B=0.10$  特的匀强磁场, 方向垂直纸面向外, 磁场的边界 P 跟 N 板平行。(不考虑重力作用) 问:

(1) 当极板间的电压  $U=4.5$  伏时, 一个质量  $m=1.0 \times 10^{-12}$  千克, 电量  $q=1.0 \times 10^{-8}$  库的点电荷从 M 板由静止开始加速, 并从 N 板上的小孔 C 射出, 经金属屏蔽管 G 进入磁场。如果要使 q 经磁场后从 N 板上的小孔 D 射回电容器内, 则 C、D 之间的距离应是多少? 当 q 回到 M 板时的速率是多大?

(2) 如果在磁场区域内放置另一个带负电的点电荷 Q, 调节极板间的电压, 再使 q 从 M 板出发经 C 孔和 G 管进入磁场, 在磁场区域内仍沿第(1)小题中的轨迹运动, 则点电荷 Q 应放在哪里? R 的滑键应向哪边移动? 为什么?

[分析] 点电荷从 M 板由静止开始加速过程, 电势能转化为动能, 到达 N 板 C 孔, 它的速率达到最大值; 接着以这一速率在屏蔽管 G 中作匀速直线运动; 然后进入磁场, 以这个速率作匀速圆周运动, 运动半周后, 以反方向的速度离开磁场; 只要 D 离开 C 的距离为上述圆轨道直径, 点电荷就会以跟在 C 点时等值反向的速度进入电场; 然后克服电场力做功, 动能又全部转化为电势能, 回到 M 板时点电荷的速率为零。

如果既要在磁场内放置另一个带负电的电荷, 又要使原来的那个点电荷保持原来的运动轨迹, 则为不影响它作半周的圆周运动, 负点电荷只能放在圆轨迹的中心, 且要通过改变 MN 两板间的电压, 相应改变原来那个点电荷进入磁场时的速率。

[解答] (1) 在 MN 间电场力对点电荷 q 作正功, 电势能转化为动能

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU,$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-8} \times 4.5}{10^{-12}}} \text{米 / 秒} = 300 \text{米 / 秒};$$

在磁场中点电荷 q 所受的洛伦兹力即为向心力

$$Bvq = \frac{mv^2}{r},$$

$$r = \frac{mv}{Bq} = \frac{10^{-12} \times 300}{0.10 \times 10^{-8}} \text{米} = 0.30 \text{米},$$

所以  $CD=2r=0.60$  米。

由于洛仑兹力不作功，且在电场中是加速过程，电场力所作的应是正功。它跟减速过程克服电场力所作的功数值相等，所以点电荷回到 M 板时速度为零。

(2) 为不改变点电荷  $q$  在磁场中的运动轨迹，点电荷  $Q$  应放在磁场中圆轨迹的圆心处。

这时点电荷  $q$  作圆周运动的向心力由洛仑兹力和库仑力的合力提供

$$Bvq + \frac{kqQ}{r^2} = \frac{mv^2}{r}。$$

要保持圆轨迹的半径  $r$  不变，速度就要变为

$$v = \frac{Bqr^2 + \sqrt{B^2q^2r^4 + 4mrkqQ}}{2mr} \text{ [已舍去负值]}。$$

$$\text{显然 } v > v = \frac{Bqr}{m}。$$

这就要求 MN 中的加速电压增大，所以变阻器  $R$  的滑键应向右移动。

3601. 通电螺线管中的磁场可以当作匀强磁场，现有一只长为  $L$ ，半径为  $R$  的螺线管，通电后，管内的磁感应强度为  $B$ 。从螺线管口的轴线处射入一个重力不计、质量为  $m$ ，带电量为  $q$  的微粒，如果微粒的初速度方向跟轴线成  $\theta$  角，为了不使微粒跟管内壁相碰，微粒的初速度最大是多少？微粒从射入螺线管到飞出螺线管，共经历了多少时间？

[解答] 由于带电微粒的初速度方向跟轴线成  $\theta$  角，所以它进入螺线管的磁场后，将作等螺距螺旋运动。初速度  $v$  沿轴线方向的分量  $v_1 = v \cos \theta$  决定了它沿轴线运动的快慢。而垂直于轴线方向的分量  $v_2 = v \sin \theta$  决定了它作圆周运动的半径  $r$ 。

要使这个微粒不碰到螺线管的内壁，就必须

$$\text{使 } r \leq \frac{1}{2}R。$$

$$\text{即 } \frac{1}{2}R \geq r = \frac{mv \sin \theta}{Bq}，$$

$$v = \frac{BqR}{2m \sin \theta}。$$

微粒在螺线管内运动所经历的时间取决于管的长度  $L$  和  $v_1$  的大小，

$$t = \frac{L}{v_1} = \frac{L}{v \cos \theta} = \frac{2mL}{BqR} \tan \theta。$$

3602. 图中，以直线  $Ox$  轴为理想分界，上、下两方分别是磁感应强度为  $B_1$ 、 $B_2$  ( $B_1 < B_2$ ) 的匀强磁场，方向如图所示。有一个质量为  $m$ 、带电量为  $q$  的电子，从  $x$  轴原点  $O$  开始，以竖直向上的速度  $v_0$  射入  $x$  轴的上方磁场中(电子重力忽略不计)。求：

- (1) 这个电子进入磁场后，第二次经过  $x$  轴的位置坐标和时间；
- (2) 如果将  $B_2$  改为跟  $B_1$  相同的方向，其结果如何？

[解答] (1) 电子在上方磁场运动半周后，垂直  $Ox$  轴进入下方磁场，又在下方磁场运动半周，且在  $x$  方向继续前进了一段位移。所以

$$x = 2R_1 + 2R_2 = 2\left(\frac{mv_0}{B_1q} + \frac{mv_0}{B_2q}\right)$$

$$= \frac{2mv_0}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right);$$

$$T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi m}{B_1q} + \frac{2\pi m}{B_2q}\right)$$

$$= \frac{\pi m}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right)。$$

(2) 现在这个情况跟第(1)小题中情况的区别是电子在下方磁场运动半周过程，是沿 x 轴反方向发生了一段位移。所以

$$x = 2R_1 - 2R_2 = \frac{2mv_0}{q}\left(\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}\right);$$

$$\text{所需时间没有变化仍为 } T = T = \frac{\pi m}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right)。$$

3603. 以直线 x 轴为界。上、下两侧分别是磁感应强度为  $B_1$ 、 $B_2$  的匀强磁场，方向都垂直纸面向里。有一个重力不计质量为  $m$ ，带电量为  $-q$  的微粒，从 x 轴上的 O 点开始，以竖直向上的速度  $v$  射入 x 轴上侧的磁场中。试分别就(1) $B_1 < B_2$ ；

(2) $B_1 = B_2$ ；(3) $B_1 > B_2$  这三种情况来讨论微粒的运动轨迹以及微粒在一个周期内沿 x 轴的位移。

[分析] 微粒在 x 轴上方的磁场以及下方的磁场中，都只受洛仑兹力作用，作匀速圆周运动，但都只运动半个圆周，且由于  $B_1$  不一定等于  $B_2$ ，所以运动轨道半径  $R_1$ ，不一定等于  $R_2$ ，周期  $T_1$  不一定等于  $T_2$ 。微粒在

$B_1$  磁场运动的轨道半径  $R_1 = \frac{mv}{B_1q}$ ，经历的半个周期时间  $t_1 = \frac{\pi m}{B_1q}$ ；微

粒在  $B_2$  磁场运动的轨道半径  $R_2 = \frac{mv}{B_2q}$ ，经历的半个周期时间  $t_2 = \frac{\pi m}{B_2q}$ 。

所以它们运动周期  $T = t_1 + t_2 = \frac{\pi m}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right)。$

[解答] (1) 当  $B_1 < B_2$  时， $R_1 > R_2$ ，微粒的运动轨迹如图(a)所示。在一个周期中，微粒沿 +x 方向的位移是

$$s_{T1} = 2R_1 - 2R_2 = \frac{2mv}{q}\left(\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}\right)。$$

(2) 当  $B_1 = B_2$  时， $R_1 = R_2$ ，微粒做匀速圆周运动，轨迹如图(b)。很明显，在一个周期内，微粒沿 x 轴的位移为零。

(3) 当  $B_1 > B_2$  时， $R_1 < R_2$ ，微粒的运动轨迹如图(c)所示。在一个周期中，微粒沿 x 方向的位移是

$$s_{T3} = 2R_1 - 2R_2 = -\frac{2mv}{q}\left(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1}\right)。$$

3604. 一个正点电荷  $Q$  以恒定速率  $v$  在一直线上行进，通过一个抽成真空的区域，其中有匀强电场  $E$  和匀强磁场  $B$ 。

(1) 如果电场  $E$  竖直向上，而电荷以速率  $v$  由北向南水平地行进，试确定磁场

B的最小值和相应的方向。

(2) 试解释为什么只有E和v给定时，B才能唯一地确定。

[解答] (1) 只有当B既跟E垂直，又跟v垂直时，才能以最小的量值，使电荷受到的电场力和磁场力平衡： $F_e = F_m$ ， $qE = Bvq$ ；所以 $B = \frac{E}{v}$ ，

它的方向如图。

(2) 根据题意， $F_e$ 和 $F_m$ 必须等值反向共线，所以E给定 $F_m$ 也给出了。又根据 $F_m$ 垂直于v和B决定的平面，且 $F_m = Bqv \sin \theta$ 。所以，如果v给定，B可以取不同的量值及方向，只要保证在上述平面上，且满足关系式 $Bv \sin \theta = E$ ，即 $B \sin \theta = \frac{E}{v}$ 。

3605. 一电子束的电子具有 $E_k = 1.2 \times 10^4$ 电子伏的能量。电子沿水平方向由南向北运动。地球磁场的竖直分量指向下，且这一分量 $B = 5.5 \times 10^{-5}$ 特。（不计地球磁场的水平分量对电子束的作用）

(1) 电子束将偏向什么方向？

(2) 电子的加速度为多大？

(3) 电子前进 $L = 20$ 厘米时，将偏转多远？

[解答] (1) 由左手定则可以判定电子束向东偏转。

(2) 由带电粒子在磁场中受力规律得

$$\frac{mv^2}{R} = Bvq,$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{Bvq}{m},$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.2 \times 10^4 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{米/秒} = 6.5 \times 10^7 \text{米/秒}.$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } a &= \frac{Bvq}{m} = \frac{5.5 \times 10^{-5} \times 6.5 \times 10^7 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}} \text{米/秒}^2 \\ &= 6.3 \times 10^{14} \text{米/秒}^2. \end{aligned}$$

(3) 选坐标如图，电子的轨迹方程为

$$(x-R)^2 + y^2 = R^2,$$

$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 6.5 \times 10^7}{5.5 \times 10^{-5} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{米} = 6.7 \text{米}.$$

所以，当  $y = 0.20$  米时，

$$\begin{aligned} x &= R - \sqrt{R^2 - y^2} = R - R \left(1 - \frac{1}{2} \frac{y^2}{R^2}\right) = \frac{1}{2} \frac{y^2}{R} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{(0.20)^2}{6.7} \text{米} = 0.0030 \text{米} = 3 \text{毫米}. \end{aligned}$$

3606. 有一束电子流，电子的重力不计，质量为 $m_e$ ，带电量为 $e$ 。如果电子以速率 $v_0$ ，(1)垂直电场方向，进入场强为E的匀强电场；(2)垂直磁场方向，进入磁感应强度为B的匀强磁场；请分别写出电子在电场和磁场中运动的轨迹方程。

[分析] 电子垂直于电场进入匀强电场后，将作类似于平抛运动，它的轨迹是抛物线；电子垂直于磁场进入匀强磁场后，将作匀速圆周运动，它的轨迹是圆。

[解答] (1) 由类似于平抛运动规律可得

$$x = v_0 t,$$

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} t^2.$$

由此可以得到轨迹方程：

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \\ = \frac{eEx^2}{2m_e v_0^2}.$$

(2) 由匀速圆周运动规律可得，电子所受洛仑兹力即为其作圆运动的向心力。

$$Bve = \frac{mv_0^2}{R}.$$

所以它运动轨迹的半径

$$R = \frac{mv_0}{Be}.$$

由此可以得到轨迹方程

$$(y+R)^2 + x^2 = R^2, \\ \left(y + \frac{mv_0}{Be}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{mv_0}{Be}\right)^2.$$

3607. 空间有两个场，一个是指向 x 正方向的匀强磁场，磁感应强度  $B = \times 10^{-4}$  特；另一个是指向 x 负方向的匀强电场，场强  $E = 10^{-4}$  牛/库。现在使不计重力的带电粒子以  $v_0 = 200$  米/秒的速度沿 xOy 平面跟 +x 轴成  $60^\circ$  角从坐标原点进入磁场中；粒子的质  $m = 10^{-15}$  千克，带电量  $q = 10^{-4}$  库。

(1) 扼要叙述粒子在场中的运动情况；

(2) 求第  $2 \times 10^{-5}$  秒末，粒子离原点的位移；

(3) 分析在这段时间内，粒子运动轨迹所占据的空间范围的形状和大小。

[解答] (1) 带电粒子沿 xOy 平面以跟 +x 轴成  $60^\circ$  角从原点射入。  
 $v_0 = 200$  米/秒， $v_{0x} = v_0 \cos 60^\circ = 100$  米/秒， $v_{0y} = v_0 \sin 60^\circ = 173$  米/秒。

粒子在 x 方向受电场力作用，作匀减速运动，加速度

$$a = -\frac{Eq}{m} = \frac{10^{-4} \times 10^{-4}}{10^{-15}} \text{米/秒}^2 = 10^7 \text{米/秒}^2. \text{ 同时在洛仑兹力作用下}$$

$$\text{沿 } yOz \text{ 平面作匀速圆周运动, } R = \frac{mv_{0y}}{Bq} = \frac{10^{-15} \times 173}{\times 10^{-4} \times 10^{-4}} \text{米}$$

$$= 0.55 \times 10^{-5} \text{米}, T = \frac{2\pi m}{Bq} = \frac{2 \times 10^{-15}}{\times 10^{-4} \times 10^{-4}} \text{秒} = 2 \times 10^{-7} \text{秒}. \text{ 所以}$$

得到

$$x = v_{ox}t - \frac{1}{2}at^2 = 100t - 5 \times 10^6 t^2 \text{ 米};$$

$$y = R \sin \frac{2}{T}t = 5.5 \times 10^{-6} \sin 10^7 t \text{ 米};$$

$$z = R(\cos \frac{2}{T}t - 1) = 5.5 \times 10^{-6}(\cos 10^7 t - 1) \text{ 米}。$$

(2) 要求第  $2 \times 10^{-5}$  秒末，离原点的位移，只要以  $t=2 \times 10^{-5}$  秒代入上述三个方程。

$$x = 100 \times 2 \times 10^{-5} - 5 \times 10^6 \times (2 \times 10^{-5})^2 = 0;$$

$$y = 5.5 \times 10^{-6} \sin(10^7 \times 2 \times 10^{-5}) = 0;$$

$$z = 5.5 \times 10^{-6} [\cos(10^7 \times 2 \times 10^{-5}) - 1] = 0。$$

(3) 当  $t_1 = \frac{t}{2} = 10^{-5}$  秒时，粒子在 +x 轴方向有最大位移  $x_1 = 100 \times 10^{-5}$

米  $- 5 \times 10^6 \times (10^{-5})^2$  米  $= 5 \times 10^{-4}$  米。所以粒子在这段时间内运动轨迹所占空间范围为长  $L=x_1=5 \times 10^{-4}$  米，半径  $R=5.5 \times 10^{-6}$  米的圆柱体，该圆柱体和 xOy 平面相切，且在 -z 轴一边；圆柱体一个底面在 yOz 平面上，另一个底面在  $x_1=5 \times 10^{-4}$  米的平面上。

3608. 图中，每边长为 L 的有机玻璃板围成的正方形区域内存在匀强磁场，在 a、b、c、d 处留有缝隙。有一不计重力的带电粒子，以速度 v 从缝隙 a 处垂直于磁场方向射入。如果粒子的质量为 m，所带电量为 q，试问：

(1) 欲使带电粒子以不变速率 v 从 c 处穿出，该粒子带有何种电荷？

(2) 这时磁场的磁感应强度 B 应为多大？

(3) 该粒子经历这个过程所需的时间多长？

(4) 这时粒子的动量变化了多少？动能变化了多少？

(5) 如果磁感应强度不变，要使这个带电粒子以不变的速率 v 从 a 处射入，b 处穿出，还需附加什么条件？

(6) 当粒子从 c 处以速率 v 穿出后，和一静止的粒子作弹性正碰，测得碰撞后粒子的速度为  $\frac{2}{5}v$ ，问这带电微粒可能是哪种粒子？

[解答] (1) 由粒子所受洛伦兹力的方向，可判断粒子应带正电荷。

(2) 要使粒子从 c 穿出，粒子轨迹半径应为 L，所以

$$Bvq = \frac{mv^2}{L}, \quad B = \frac{mv}{qL}。$$

(3) 粒子经这个过程所需时间

$$t = \frac{L/2}{v} = \frac{L}{2v}。$$

(4) 由于末动量方向跟初动量方向垂直，且大小相等，所以

$$P = \sqrt{2}mv, \quad \text{它的方向由 b 指向 d。}$$

由于速率不变，所以

$$E_k = 0。$$

(5) 为使粒子沿直线自 b 处穿出，就要另加一个电场使粒子受到向左的电场力和向右的洛伦兹力相平衡，即  $qE=Bvq$ 。

$E=Bv$ ，它的方向水平向左。

(6) 根据动量守恒定律和机械能守恒定律

$$mv = mv' + m \times \frac{2}{5}v,$$
$$\frac{1}{2}mv_2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}m \left(\frac{2}{5}v\right)^2.$$

解得  $m = \frac{m}{4}$ ，所以这个粒子很可能是质子。

3609. 在一个半径  $R=5.0$  厘米的圆形截面上，分布着磁感应强度  $B=0.50$  特的匀强磁场。如果在圆面积的中心处有一个电子，电子质量  $m=9.1 \times 10^{-31}$  千克，电量  $q=1.6 \times 10^{-19}$  库，则这个电子要具有多大的动能才能从磁场中穿出？

[解答] 要使这电子能穿出磁场，电子的动能必须大到使电子轨道半径大于  $\frac{R}{2}$ 。电子在磁场中只受洛伦兹力，所以作匀速圆周运动。

$$Bvq = \frac{mv^2}{r}, r = \frac{mv}{Bq} = \frac{\sqrt{2E_k m}}{Bq} > \frac{R}{2}.$$
$$E_k > \frac{R^2 q^2 B^2}{8m} = \frac{0.050^2 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 0.50^2}{8 \times 9.1 \times 10^{-31}} \text{焦} = 2.2 \times 10^{-12} \text{焦}.$$

3610. 经电势差  $U=300$  伏的两电极加速后的一束电子流进入匀强磁场，方向如图。磁场的宽度  $L=2.5$  厘米，磁感应强度  $B=1.46 \times 10^{-3}$  特。磁场边界到荧光屏距离  $L_1=5.0$  厘米。如果不加磁场电子直接打在屏上的  $O$  点；当加上磁场，电子打在屏上的  $O'$  点。试求电子束偏移的距离  $x$ 。

[解答] 设电子初速度为零，经电场加速后具有速率  $v$ ，则

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

电子以速度  $v$  进入磁场后，在洛伦兹力作用下作匀速圆周运动。

$$Bve = \frac{mv^2}{R}, R = \frac{mv}{Be} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}}.$$

电子从  $M$  点离开磁场时，已偏移了  $x_1$  的距离，且速度方向转过了角度。

$$x_1 = DD' = CD' - CD = R - CD = R - \sqrt{R^2 - L^2}.$$

又  $CDM \sim MNO'$  得

$$\frac{x_2}{L_1} = \frac{L}{\sqrt{R^2 - L^2}}, x_2 = \frac{LL_1}{\sqrt{R^2 - L^2}}.$$

所以电子的偏移距离  $x$  为

$$x = x_1 + x_2 = R - \sqrt{R^2 - L^2} + \frac{LL_1}{\sqrt{R^2 - L^2}}.$$

将  $L=0.025$  米， $L_1=0.050$  米，

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}} = \frac{1}{1.46 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{2 \times 300 \times 9.1 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-19}}} \text{米} = 0.040 \text{米}。$$

代入上式得

$$x = \left( 0.040 - \sqrt{(0.040)^2 - (0.025)^2} + \frac{0.025 \times 0.050}{\sqrt{(0.040)^2 - (0.025)^2}} \right) \text{米}$$

$$= 0.049 \text{米} = 4.90 \times 10^{-2} \text{米}。$$

3611. 图示为汤姆逊设计的测量电子电量和质量比的仪器的基本部分。k 为阴极用于释放电子。a 为阳极用于吸引电子，它是中心开孔的圆形金属板。从阴极出来的电子穿过阳极小孔后，进入一个场强方向向上的匀强电场。为了使电子在电场中不发生偏转，实验者又在电场的区域加一个匀强磁场。已知电场强度为 E，磁感应强度为 B。问：

(1) 所加磁场的方向应是怎样的？

(2) 如果实验者把 k 和 a 间的电压调到 U，恰能使电子沿直线穿过电、磁场，而打到荧光屏的正中央。试列出计算电子的电量和质量比的公式来。

[解答] (1) 为使电子在电场中不发生偏转，所加磁场的方向应是垂直纸面向外的，这样才能使电子受到的电场力和洛仑兹力方向相反。

(2) 电子从 k 到 a 的过程，电场力所做的功等于电子动能的增量，而电子初动能可以看作零。所以

$$eU = \frac{1}{2} mv^2,$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2U}。$$

电子要沿直线穿过电、磁场，必满足于

$$eE = Bev, v = \frac{E}{B}。$$

所以

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}。$$

3612. 图(a)中，正方体顶角处，每个标有字母的小圆圈代表一个正电荷 q，它以速率 v 沿图示方向运动。在图中的区域有一个匀强磁场 B，其方向平行于 x 轴并指向 x 轴的正方向。描绘此图，求出作用在每一电荷上的磁场力的大小和方向，并将这些力画在图(b)上。

[解答] 由左手定则可判定方向，由洛仑兹力计算公式  $F_m = Bvq \sin$  可算出大小。

$$F_a = Bvq \sin 90^\circ = Bvq, \text{ 它的方向是 } z \text{ 轴的负方向；}$$

$$F_b = Bvq \sin 90^\circ = Bvq, \text{ 它的方向是 } y \text{ 轴的正方向；}$$

$$F_c = Bvq \sin 180^\circ = 0；$$

$$F_d = Bvq \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} Bvq, \text{ 它的方向沿 } y \text{ 轴的负方向；}$$

$F_e = Bvq \sin 90^\circ = Bvq$ ，它的方向垂直于 efbg 平面，即跟 ecgh 在同一平面上，且垂直于直线 eg；

$$F_f = Bvq, \text{ 它的方向沿 } y \text{ 轴的负方向。}$$

3613. 在一霍尔效应实验中, 宽  $a=1.0$  厘米, 长  $L=4.0$  厘米, 厚  $h=10^{-3}$  厘米的导体, 沿长度方向载有  $I=3.0$  安的电。当有  $B=1.5$  特的磁场垂直地通过这个薄导体时, 产生  $U_H=1.0 \times 10^{-5}$  伏的横向霍尔电压 (在宽度两端), 由这些数据求:

- (1) 载流子的漂移速度  $v_d$ ;
- (2) 每立方厘米的载流子数目  $n$ ;
- (3) 假定载流子是电子, 试就一个给定的电流和磁场方向, 在图上画出霍尔电压的极性。

[解答] (1) 根据霍尔电场和磁场跟载流子漂移速度的关系有

$$v_d = \frac{E_H}{B} = \frac{U_H}{B} = \frac{1.0 \times 10^{-5}}{10^{-2} \times 1.5} \text{ 米/秒} = 6.7 \times 10^{-4} \text{ 米/秒}。$$

(2) 由计算式  $I=nVq/t=nSqv_d$  得

$$n = \frac{I}{Sqv_d} = \frac{3.0}{10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 6.7 \times 10^{-2}} \text{ 个/厘米}^3 = 2.8 \times 10^{23} \text{ 个/厘米}^3。$$

(3) 霍尔电压的极性如图所示。

3614. 图中, 细长铜片上有电流流过 (图中用“ $\times$ ”表示), 电流强度  $I=50$  安, 铜片宽  $a=0.10$  厘米, 厚  $h=2.0$  厘米。在这铜片的垂直方向上施加一个磁感应强度  $B=2.0$  特的匀强磁场。求:

- (1) 铜片中电子的漂移速率  $v_d$ ;
- (2) 作用在电子上磁场力  $F_m$  的大小和方向;
- (3) 为了抵消磁场的效应, 铜片中匀强电场  $E$  的大小和方向必须如何?
- (4) 为了产生匀强电场  $E$ , 铜片导体的哪两边之间须加电压? 其值多大?
- (5) 如果没有从外界施加电场, 则有些电子将被推到铜片的一边, 因而将产生一个匀强电场  $E_H$ , 直到这个静电场  $E_H$  对电子的作用力跟磁场对电子的作用力平衡为止。  $E_H$  这个电场的大小和方向如何?

(铜片单位体积中传导电子数目  $n=1.1 \times 10^{29} \text{ 米}^{-3}$ )

[解答] (1) 由关系式  $I=nVq/t=nSqv_d$  得

$$v_d = \frac{I}{nSq} = \frac{50}{1.1 \times 10^{29} \times 0.020 \times 10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ 米/秒} = 1.4 \times 10^{-4} \text{ 米/秒}。$$

(2) 由洛伦兹力计算式得

$$F_m=Bv_dq=2.0 \times 1.4 \times 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 牛}=4.5 \times 10^{-23} \text{ 牛}。$$

由左手定则判断这个力的方向向下。

(3) 所谓抵消磁场效应, 即电子另外受一个电场力和磁场力平衡:

$$E_q=Bv_dq,$$

所以  $E=Bv_d=2.0 \times 1.4 \times 10^{-4} \text{ 伏/米}=2.8 \times 10^{-4} \text{ 伏/米},$

它的方向向下。

(4)  $U=Eh=2.8 \times 10^{-4} \times 0.020 \text{ 伏}=5.6 \times 10^{-6} \text{ 伏},$

导体的上面接正极, 下面接负极。

(5)  $E_H$  这个电场跟第(3)小题中的电场  $E$  大小相等, 方向相同。

说理和论题

3615. 用一根钢棒靠近磁针，磁针被吸引。这根钢棒有否一定有磁性？如果磁针被推斥呢？

[解答] 钢棒靠近磁针，磁针被吸引，不一定说明钢棒有磁性；如果磁针被推斥，说明钢棒一定有磁性。

3616. 有两根外形完全一样的小钢条，一条有磁性，另一条没磁性。如果没有任何其他材料，有什么办法可以知道哪一条有磁性？

[解答] 只要将两钢条摆成如图所示的形状。如果互相吸引，就说明竖放的钢条有磁性，另一条没有。如果不相吸引，则说明竖放的钢条没有磁性，另一条有磁性。

3617. 磁极之间、电流之间、磁极和电流之间的相互作用，是否有共同点？它们是如何实现相互作用的？

[解答] 磁极之间、电流之间、磁极和电流之间的相互作用，具有共同点。因为磁极或电流在自己周围的空间里会产生磁场，而磁场的最基本的特性就是对处在它里面的磁极或电流有磁场力的作用，所以磁极间、电流间、磁极和电流间，都是通过各自产生的磁场而实现相互作用的。

3618. 磁体的磁极周围的磁场跟电流周围的磁场，本质上是否相同？为什么？

[解答] 磁体的磁极周围的磁场跟电流周围的磁场本质上是相同的。

因为它们都是由于电荷的运动而产生的。前者是由电荷的微观运动（即分子、原子中电子运动形成的分子环流）所产生的；后者是由电荷的宏观定向运动所产生的。

3619. 什么是磁现象的电本质？

[解答] 磁极和电流周围的磁场，本质上都是由运动电荷产生的；磁极之间、电流之间以及磁极和电流之间的相互作用，本质上都是磁场对运动电荷的磁场力的作用。所以，一切磁现象都可以归结为运动电荷之间，通过它们各自在产生的磁场而发生相互作用的结果。这就是磁现象的电本质。

3620. 有人说：“电荷之间、磁极之间的相互作用，同名者相斥，异名者相吸；平行电流之间的相互作用，也是同向相斥，异向相吸。”你说对吗？为什么？

[解答] 电荷间、磁极间的相互作用，是同名者相斥，异名者相吸；但是平行电流之间的相互作用，却是同向相吸，异向相斥。我们可以根据安培定则，用右手确定一个电流在其周围产生的磁场方向；然后用左手定则确定另一个电流在上述磁场中的受力方向；从而得到上述结论。

3621. 如何利用小磁针来判断磁场的方向？磁场中某一点的磁场方向，跟通过该点的磁力线又有什么关系？

[解答] 处于磁场中的小磁针，当它静止时，它的北极指向就是磁场的方向。磁场中某一点的磁场方向，必定沿着过该点的磁力线的切线方向。

3622. 判定电流周围磁力线方向，对于直导线、环形导线、螺线管都用安培定则，但具体判定时，有何异同？

[解答] 相同点是：都用右手来判定各种电流的磁力线方向。

不同点是：对于直线电流，大拇指指向电流方向，四个手指则表示出磁场方向；而对于环形电流或通电螺线管，则正好相反，也就是说，四个手指表示电流方向，大拇指却指向磁场方向。另外，对于直线电流，判定的是其周围磁场的方向；而对于环形电流或通电螺线管，判定的是其内部磁场的方向，即大拇指指的是北极端。

3623. 在确定通电螺线管内部的小磁针南北极位置时，有人说：“根据异性

相吸的道理，小磁针北极应靠近螺线管南极端。”有人说：“根据小磁针静止时北极指向，即那点的磁场方向以及通电螺线管内部磁力线方向由南极指向北极，这两个结论，小磁针北极应靠近螺线管北极端。”哪种说法对？如何正确理解这个问题？

[解答] 后一种说法对。因为不论小磁针处在磁场中哪一个位置，它静止时，在它内部的磁力线必定跟外磁场的磁力线方向一致。且由于通电螺线管内部的磁力线方向由南极指向北极，小磁针内部的磁力线方向也由南极指向北极，所以这种情况下，小磁针北极应靠近螺线管的北极端。

3624. 有人说：“放在匀强电场中的电荷一定受电场力作用；同样，放在匀强磁场中的直线电流一定受磁场力作用。”你说对吗？为什么？

[解答] 放在匀强电场中的电荷一定受电场力的作用；但是放在匀强磁场中的直线电流不一定受磁场作用。因为当直线电流处在跟磁力线平等这个特殊位置时，它将不受磁场力的作用。

3625. 图(a)中，一个长为L的丝线悬着一个质量为m，带有正电电量为q的小球，在磁感应强度为B的匀强磁场中左右摆动。问：

(1) 磁场的存在，对小球摆到最低点时的速度的大小有没有影响？为什么？

(2) 小球由同样高度h的两点a、b分别自由摆动到最低点O时，绳中的张力分别为 $T_1$ 、 $T_2$ 。 $T_1$ 跟 $T_2$ 有何不同？两者之差为多大？

[解答] (1) 虽然带电小球在垂直于磁场方向运动时会受到洛仑兹力作用，但洛仑兹力方向始终跟带电小球运动方向垂直，这个力是不做功的。所以磁场的存在，对小球摆到最低点时的速度大小没有影响。

(2) 小球自a摆下经最低点时，如图(b)。

根据机械能守恒定律及圆周运动规律可得

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - G - F_m = \frac{mv_0^2}{L} & (2) \end{cases}$$

从(1)式可得  $v_0 = \sqrt{2gh}$ ，又洛仑兹力  $F_m = Bv_0q$  代入(2)式得

$$T_1 = mg + Bv_0q + \frac{mv_0^2}{L} = mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right) + Bq\sqrt{2gh}。$$

小球自b点摆下经最低点时，如图(c)。注意到  $F_m$  方向跟前面相反，则可得

$$T_2 + Bv_0q - mg = \frac{mv_0^2}{L}，$$

$$T_2 = mg + \frac{mv_0^2}{L} - Bv_0q = mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right) - Bq\sqrt{2gh}。$$

所以，

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right) + Bq\sqrt{2gh} - mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right) + Bq\sqrt{2gh} \\ &= 2Bq\sqrt{2gh}。 \end{aligned}$$

3626. 在原子反应堆中抽动液态金属或在医药器械中抽动血液等导电液体时，由于不允许传动机械部分和这些液体相接触，常使用一种电磁泵，图(a)中表示这种电磁泵的结构。将导管放在磁场中，当电流I穿过导电液体时，这液体即被驱动。问：

(1) 这种电磁泵的原理是怎样的？

(2) 导管内截面为  $\times h$ ，磁场区域宽为  $L$ ，磁感应强度为  $B$ 。液体穿过磁场区域的电流为  $I$ ，求驱动力造成的压强差为多少？

[解答] (1) 当电流流过液体时，液体即成为载流导体，在磁场中将受力作用，力的方向可由左手定则判断，所以液体将沿图中  $v$  的方向被驱动。

(2) 设驱动力造成的压强差为  $p$ ，如图(b)。当液体两边的压力差等于它所受到的磁场力时，液体恰能维持匀速流动。

$$BIh = p \cdot h,$$
$$p = \frac{BI}{h}。$$

3627. 有两根长导线接在电源的上，并使它们对称地接到一个铁环上，如图所示。此时环心  $O$  的磁感应强度为多大？

[解答] 对环心来说，电流分布是对称的，故上、下半环在环心产生的磁感应强度数值相等；但两者的方向却相反：上半环在环心的磁场方向是垂直纸面向里，而下半环的则是垂直纸面向外。所以整个铁环在环心产生的磁感应强度等于零。

3628. 图中，把通电的直导线放在蹄形磁铁的两个磁极的上方。设导线可以自由地沿各个方向移动和转动。如果电流的方向如图中箭头所示，那么在磁场作用下，导线将发生怎样的运动？

[解答] 根据左手定则，在磁极  $S$  附近的部分载流导线，要受到垂直纸面向里的磁场力；在磁极  $N$  附近的部分载流导线，要受到垂直纸面向外的磁场力，于是载流导线将要围绕着  $OO'$  轴旋转。同时，一旦导线转离起始位置，它将会再受到一个向下的磁场力。所以，如果向下看导线，它将在沿逆时针方向转动的同时还向下移动。

3629. 图中，在无限长的载流直导线  $ab$  的一侧，放着一条有限长度的可以自由运动的均匀载流直导线  $cd$ ，开始  $cd$  放置在和  $ab$  相垂直的位置， $ab$ 、 $cd$  上的电流方向如图所示。问：导线  $cd$  将怎样运动？

[解答] 均匀载流直导线  $cd$  在  $I_1$  的磁场中，该磁场的方向是垂直纸面向里。根据左手定则可以判定：导线  $cd$  受到向上的磁场力；但由于靠近  $ab$  的  $c$  端的磁场比远离  $ab$  的  $d$  端的磁场强，故  $c$  端受向上的磁力比  $d$  端受向上的磁力大些。所以  $cd$  导线一方面向上运动；同时又沿顺时针方向旋转，并且向右运动。

3630. 把一根柔软的螺旋形弹簧挂起来，使它的下端和盛在杯里的水银面刚好接触着，形成串联电路，再把它们接到直流电源上，如图所示。当电键  $K$  接通后，弹簧将发生什么现象？怎样解释？

[解答] 弹簧将作机械振动。因为弹簧通电后，弹簧相邻两圈中的电流可以看成是同向平行的，同向平行电流相互吸引，促使弹簧收缩，弹簧的下端离开水银面。这时回路就断开，电流消失，磁场力消失，弹簧恢复原状；于是电路又被接通，弹簧又被压缩……这样周而复始地进行下去，弹簧就不停地振动。

3631. 有两个竖直放置的环形导体，它们的直径几乎相等，可以绕轴线  $OO'$  自由转动，把它们放在互相垂直的位置上，如图所示。如果通过它们的电流方向如图中箭头所示，则它们将发生怎样的运动？

[解答] 两个线圈都在对方的磁场中，都要受到磁力矩的作用。对于垂直于纸面的那个线圈，它所处的磁场是由平行于纸面的线圈产生的，方向垂直纸面向外，所以如从上往下看，这个线圈在磁力矩作用下要沿逆时针方向转动。按同样的方法

讨论，平行于纸面的那个线圈，将沿顺时针方向转动。可见，两载流线圈同时沿相反方向绕轴线  $OO'$  旋转，转到同一平面上因为两线圈上的电流方向一致，它们不再转动，处在稳定平衡位置。

3632. 在球面上铅直和水平的两个圆环中，通以强度相等的电流，电流方向如图所示。问在球心  $O$  处磁感应强度的方向？

[解答]  $O$  点的磁感应强度是两个圆电流在该点分别产生的磁感应强度的矢量和。由于两圆电流的强度相等，两圆半径相等，所以在  $O$  点两个分磁场的大小相等。由安培定则可知，铅直圆电流在  $O$  点的磁场方向是垂直纸面向里；水平圆电流在  $O$  点的磁场方向是竖向下；即两者相互垂直。所以它们的合磁场方向向里且向下，跟水平方向与铅直方向都成  $45^\circ$  角。

3633. 在一个无限长的载流直导线的旁边放置一个通电的刚性矩形线圈。试讨论在下述三种放置中，线圈在磁场的作用下将作怎样的运动？

- (1) 线圈跟直导线在同一平面，其中  $a$  边和  $c$  边跟导线平行如图(a)；
- (2) 线圈的平面跟直导线垂直，且它的  $a$  边两端点到导线上任一点等距如图(b)；
- (3) 线圈平面跟直导线平行，且  $b$  边两端点到导线上任一点等距如图(c)。

[解答] 由于线圈是刚性的，因此磁场力不引起线圈的形变。下面分别讨论上述三种情况：

(1) 直导线产生的磁场，在线圈所在的位置，方向垂直纸面向里。根据磁场对电流的作用规律，可判断线圈各边的受力情况如图(d)所示。其中  $F_b$  和  $F_d$  两力等值反向是一对平衡力。而由于  $a$  边较  $c$  边靠近  $I_1$ ，所以  $F_a > F_c$  线圈要向  $I_1$  平移。

(2) 这里画出了图(b)的俯视图(e)，作直线  $OO'$  通过  $I_1$  且垂直于  $a$ 、 $c$  边。根据磁场对电流的作用规律，可判断出  $OO'$  线上部导线所受磁场力垂直纸面向外，下部导线则相反。又上、下两部分的对称性，它们受磁场力的大小是相等的。所以线圈受到一个磁力矩的作用，以  $OO'$  为轴旋转， $b$  转向读者， $d$  离开读者。同时考虑到直导线周围的磁场的均匀，线圈从图(e)位置转到图(f)位置过程，还受一个指向电流  $I_1$  的力，所以线圈的运动是既转动又向  $I_1$  移动。

(3) 对于图(c)，可以从线圈各边的受力情况分析它的运动。图(g)为侧视图。我们先看到  $I_1$  再看到  $abcd$ ，因此  $I_1$  的磁场在线圈的左半边是向外，右半边是向里。所以  $b$ 、 $d$  边受力之和为零。再看图(g)的俯视图(h)， $a$  边受力垂直  $a$  边指向  $I_1$ ， $c$  边受力垂直  $c$  边离开  $I_1$ ，线圈顺时针转动。又因为在转动过程中  $F_a > F_b$ ，所以线圈边转动边向  $I_1$  靠拢。

3634. 在匀强磁场中放置两个线圈。这两个线圈的面积相等，且通过相等电流强度的电流，其中一个三角形，另一个是矩形。问两者所受到的最大磁力矩是否相等？磁力的合力是否相等？

[解答] 通电线圈在磁场中所受的最大磁力矩只限磁场的磁感应强度  $B$ ，线圈的面积  $S$  以及流过线圈的电流  $I$  三者有关；即  $M=BIS$ 。可见，对于面积相等，电流相等的两线圈，处在同一个匀强磁场中，所受的最大磁力矩是相等的，跟它们的形状无关。

在匀强磁场中，磁场作用在截流平面线圈上的合力都等于零，这跟线圈的形状，线圈的方位无关。

3635. 在空间有三根同样的导线，相互间的距离相等，各通以同强度同方向

的电流，如图所示。设除了相互作用的磁场力外，其他的作用力可以忽略，则它们将如何运动？

[解答] 如俯视图所示，导线2处在导线1的磁场 $B_1$ 和导线3的磁场 $B_3$ 中， $B_1$ 和 $B_3$ 的数值相等，方向见图。根据磁场对电流作用规律，导线1作用在导线2的力 $F_{12}$ 数值上等于导线3作用在导线2的力 $F_{32}$ ，两力的方向见图。导线2所受合力 $F_2=F_{12}+F_{32}$ 。显然， $F_2$ 应指向由三导线截面连线构成的等边三角形的中心。同理导线1和导线3所受合力 $F_1$ 和 $F_3$ 也指向等边三角形的中心。所以三条导线分别在 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 的作用下，都向着三角形的中心运动。

3636. 用弯曲的导线把一块铜片和一块锌片相连接，装在一块绝缘浮标上，然后浸在盛稀硫酸的容器里如图所示。如果把这样的装置放在赤道上某地，并使弯曲导线平面的法线指向正东方。则在地磁场的作用下，浮标将怎样运动？

[解答] 铜板和锌板浸在稀硫酸溶液中，组成了一个化学电池，铜板的电位比锌板高，前者为正极，后者为负极。当用导线连接两板时，就有电流从铜板经导线流向锌板，再由锌板经电池内部流向铜板，形成闭合电流。这个导线处在地磁场中，会受力而发生运动。

由于装置放在赤道上，所以磁力线是水平的，且跟导线平面平行，如图所示。选择导线上a、b、c三点作典型分析。由左手定则可知，a点受磁场力水平向外，c点受磁场力水平向里，b点不受磁场力。这样导线圈将受到转动力矩，带动浮标转动，直到转过 $90^\circ$ 后，线圈电流的磁场和地磁场方向一致为止。

另外，当线圈转离起始位置后，b点就会受到磁场力，根据左手定则可判定这个力的方向向上，且随着转离角度增大也增大，直转到 $90^\circ$ 时为最大。所以浮标除了发生转动外，还要同时向上浮，因此浮力减小。在转到 $90^\circ$ 的位置上达到新的平衡。

3637. 一根有限长的载流直导线，在均匀磁场中沿着磁力线移动。磁场力对它是否做功？为什么？

[解答] 有限长的载流直导线在均匀磁场中沿磁力线移动，磁场力对它不做功。这是因为载流直导线在磁场中所受的磁场力必跟磁力线方向垂直，所以沿磁力线移动直导线，它的位移方向必跟磁场力方向垂直，所以磁场力不做功。

3638. 通过匀强磁场和匀强电场正交的粒子速度选择器的带电粒子

的速率满足公式 $v = \frac{E}{B}$ 。试由电场强度E和磁感应强度B的单位来推出速率

的单位：米/秒。

[解答] 电场强度E的单位为牛/库，磁感应强度B的单位为牛/安·米，所以速度v的单位为

$$\frac{\text{牛/库}}{\text{牛/安·米}} = \frac{\text{安·米}}{\text{库}} = \frac{\frac{\text{库}}{\text{秒}} \cdot \text{米}}{\text{库}} = \text{米/秒}。$$

3639. 一个电子以初速度为 $v_0$ ，以垂直场的方向分别进入匀强电场和匀强磁场。这时电子所受的电场力或洛仑兹力的方向都是垂直于 $v_0$ 的方向，为什么电子运动的轨迹将分别是抛物线和圆弧呢？

[解答] 电子以速度 $v_0$ 垂直进入匀强电场后，只受到一个大小和方向都不变

的恒定的电场力作用。它的初速度方向跟加速度方向垂直，即时速度不断变化，而加速度恒定不变，所以其运动轨迹为抛物线。

电子以速度  $v_0$  垂直进入匀强磁场后，只受到一个大小不变，方向不断变化的洛仑兹力作用，且这个力始终跟即时速度方向垂直。所以其运动轨迹为圆弧。

3640. 图中，三个完全相同的质点 a、b、c 都带有同样的正电荷，它们从相同的高度开始自由下落。当落下  $h_1$  高度后，质点 a 和 b 分别进入水平方向的匀强电场和匀强磁场。如果它们最后都落在同一高度的地面上，并设它们落地的速率分别为  $v_a$ 、 $v_b$ 、 $v_c$ ，试讨论它们的速率。

[解答] 设三个质点的质量都为  $m$ ，落下的总高度都为  $H$ 。

先分析质点 c，它下落过程只有重力做功，机械能守恒。  $mgH =$

$$\frac{1}{2}mv_0^2,$$

$$v_c = \sqrt{2gh}。$$

然后分析质点 b，它和质点 c 不同处是，在下落过程中，在匀强磁场中运动了一段时间；但由于洛仑兹力对带电质点是不做功的，所以对质点 b 来就，下落过程也只有重力做功。所以

$$v_b = \sqrt{2gh}。$$

最后分析质点 a，它在下落过程中，在匀强电场中运动了一段时间，这期间电场力对它做正功。所以对质点 a 来说，下落过程除了有重力做功，还有电场力做正功，总功为两者之和。这个总功一定大于  $mgH$ 。所以

$$v_a > \sqrt{2gH}。$$

最后可得到

$$v_a > v_b = v_c。$$

3641. 设想有一位观察者坐着的房间里充满着匀强磁场，磁感应强度  $B$  的方向竖直向下，在观察者的正前方有两个电子突然以大小相等、方向相反的速度沿水平方向左、右射出。试讨论

(1) 这两个电子的运动情况；

(2) 如果这两个电子，一个是负电子，一个是正电子，它们的运动情况又怎样？

[解答] (1) 由于磁场方向竖直向下，电子的初速度沿水平方向，所以这两个电子必定在同一水平面上作圆周运动。初速向左的那个电子的圆轨道远离观察者，另一个电子的圆轨道靠近观察者，且两圆外切。如果俯视观察，两上电子都沿顺时针运转，且有相等的轨道半径。

(2) 如果这两个粒子分别是负电子和正电子，则它们将在同一水平面的同一圆周上运转，而运转方向正好相反。

3642. 一个均匀磁场充满空间某立方体区域。我们能否把一个电子从外面射入这个立方体区域内，使它在里面沿一个闭合的圆轨道运行？

[解答] 不能。因为电子是从外界射入该区域。如果电子从某处 A 进入立方形区域，设其速度  $v$  的方向跟界面有一个夹角  $\theta$ 。要使电子在正方形空间作圆周运动，那么速度  $v$  必和磁场方向垂直且轨道的圆心一定在过 A 点，垂直于速度  $v$  的直线上。很明显，以这个直线上的任一点为圆心，过 A 点画圆，一定有一部分超出这个立方体区域。也就是说，电子在立方体区域内无法沿闭合的圆轨道运行一周，如图所示。

3643. 我们为什么不把作用在运动电荷的磁场力方向定义为磁感应强度  $B$  的指向？

[解答] 磁感应强度  $B$  是描写磁场的力的性质的一个基本物理量。对于给定的一个磁场，其中任一点的  $B$  有确定的方向和确定的大小，和该点有无运动电荷通过无关。而运动电荷在给定的磁场中某点  $P$  所受的磁场力  $F$  的方向，一般要随着运动电荷的速度  $v$  的方向的改变而改变。而且总是跟磁场在该点的磁力线的切线垂直，所以我们不能把作用在运动电荷的磁场力方向定义为磁感应强度  $B$  的指向。

3644. 如果一个电子在通过空间某一区域时不偏转，我们能否肯定这个区域中没有磁场？

[解答] 不能肯定。根据运动电荷在磁场中所受洛仑兹力的规律，当  $B=0$  时，则  $F_m=0$ ；但当  $B \neq 0$  时，只要  $v$  和  $B$  的夹角为  $0$  或  $180^\circ$  时， $F_m$  也等于零。可见，一个电子通过空间某一区域，如果该区域中没有磁场，电子不发生偏转；如果该区域存在磁场，但电子的速度方向刚好与磁场方向一致或相反时，电子也不发生偏转。还有另一种情况，在电子通过的某一区域既有电场又有磁场存在时，如果电子受到的电场力跟它受到的磁场力等值、反向即合力为零，这时电子同样不会发生偏转。

3645. 如果一个电子在通过空间某一区域时发生侧向偏转，我们能否肯定那个区域中存在着磁场？

[解答] 不能肯定。因为电场也能使电子发生侧向偏转。当电子的运动速度  $v$  的方向跟电场  $E$  的方向不一致也不相反时，电子便受一个侧向力。这个力使电子发生侧向偏转。

3646. 一束质子发生了侧向偏转，造成这个偏转的原因是电场还是磁场？如果可能是电场或磁场在起作用，那么你怎样才能说出是哪一种场存在？

[解答] 质子带有正电荷，它在电场中要受电场力作用。当质子的运动速度  $v$  的方向不与电场  $E$  的方向一致或相反时，它受到一个侧向电场力作用要发生偏转。当质子在磁场中运动， $v$  的方向不与磁场  $B$  的方向一致或相反时，质子要受磁场力作用而发生偏转。

所以，使一束质子发生侧向偏转的原因可以是电场，也可以是磁场。究竟是电场还是磁场在起作用，一般来说，我们可以从质子运动的轨迹来判断，如果轨迹是抛物线，则只存在电场；如果轨迹是圆弧，则只存在磁场。

3647. 一个导体，它虽然载有电流，但并没有净电荷。那么，为什么磁场能对这个导体施加作用力？

[解答] 一个导体，例如金属导体，其中的电流是自由电子的定向运动形成的。当载流导体处在磁场中时，定向运动的自由电子便受到洛仑兹力而向侧向漂移，不断跟晶格上的正离子碰撞，将力传给导体。所以在宏观上就表现为载流导体受到磁场力的作用。

3648. 在静止着的电子附近放着一根载流金属导线，此时电子是否发生运动？如果以一束电子流代替载流导线，电子是否发生运动？

[解答] 载流金属导线附近的静止电子不发生运动。因为载流导线内部没有多余电荷，所以在附近空间没有电场只有磁场，而磁场对静止的电子没有力的作用，因此它仍保持静止状态。

以一束电子射线来代替载流导线，静止的电子就发生运动了。这是因为电子射线是一束运动电子，它既具有电流性质，又具有负电荷的性质。所以，在它周围的空间，既有磁场又有电场存在，因而静止电子在它的电场中受到电场力作用，而发生离开电子射线的运动。又因为电子流周围存在磁场，所以这个电子的运动轨迹

还要发生弯曲。

3649. 云室是借助于过饱和水蒸汽在离子上凝结，来显示通过它的带电粒子的径迹的装置。这里有一张云室中拍摄的照片示意图。云室中加了垂直纸面向里的磁场，图中 a、b、c、d、e 是从 O 点出发的一些正电子或负电子的径迹。

(1) 哪些径迹是属于正电子的，哪些属于负电子的？

(2) a、b、c 三条径迹中，哪个粒子的能量（速率）最大？哪个最小？

[解答] (1) 由于磁场垂直于纸面向里，正、负电子的速度方向向下，根据左手定则，可以判定正电子受向右的力，向右偏转；负电子受向左的力，向左偏转。所以图中 a、b、c 是负电子的径迹，d、e 是正电子的径迹。

(2) 由粒子运动的轨道半径公式  $R = \frac{mv}{Bq}$  可知，R 跟 v 成正比。

a、b、c 三条径迹中，a 线的偏转最大，R 最小，所以 a 线粒子的能量（速率）最小；同理，c 线的偏转最小，R 最大，所以它的粒子的能量（速度）最大。

3650. 将一单摆放进一个匀强磁场中，磁场方向和摆动平面垂直，如果摆球带电，那么它的周期跟没有磁场时比较，有没有变化？为什么？

[解答] 单摆周期不变。因为带电摆球在磁场中运动的速度方向始终和磁力线垂直，所以它所受的洛仑兹力也始终垂直于速度方向，即在摆线方向上；这样洛仑兹力并不改变单摆摆球在运动轨迹的切线方向的受力情况，所以周期不变。

3651. 图为云室照片的示意图。它显示了一个带电粒子的径迹。云室内加了垂直纸面向里的磁场，中央部分为一块竖直放置的铅板。

(1) 请从带电粒子穿过铅板前后的轨迹，判断这个粒子穿过铅板的方向；

(2) 指出带电粒子所带电荷的正负。

[解答] (1) 带电粒子是从 a 点出发，穿过铅板的 b 点，而到达 c 点的。

因为带电粒子在垂直于磁场的平面上作圆运动，半径  $R = \frac{mv}{Bq}$ ；粒子在穿过铅板的过程中，将要损失动能；在粒子质量 m，电量 q 和所处的磁场

B 都不变的情况下，圆轨道半径跟运动速率成正比；图上 ab 的曲率半径

显然比 bc 的大，因而带电粒子沿 ab 运动的速度率比沿 bc 运动的速率大；这正好说明了，带电粒子是由 a 出发穿过铅板，由于动能损失，速率减小，表现出轨道半径变小。

(2) 由磁感应强度的方向和粒子运动的偏转方向，利用左手可以判定，粒子所带的电荷为正。

3652. 图中，匀强磁场的方向是沿 y 轴的正向。有一电荷 +q 从坐标原点以初速度  $v_0$  射出， $v_0$  在 yz 平面内，和 y 轴夹角为  $\theta$ ，问电荷将作怎样的运动？

[解答] 速度  $v_0$  可以分解为两个分量。 $v_0 \sin \theta$  这个分速度跟磁场方向垂直，使电荷受到一个洛仑兹力，在平行于 xz 平面作匀速圆周运动。 $v_0 \cos \theta$  这个分速度跟磁场方向平行，使电荷同时沿 y 轴正向作匀速直线运动。所以电荷的运动是匀速圆周运动和匀速直线运动的合运动，即作等距螺旋线运动。

3653. 如果带电粒子以某一角度射入匀强磁场中，它的速度方向跟磁感应强度方向的夹角小于  $\pi/2$ ，带电粒子将怎样运动？如果磁场不均匀，沿电荷前进方向加强，这个粒子又怎样运动？如果磁场沿电荷前进方向减弱，情况又怎样？

[解答] 如果带电粒子的初速度 v 跟 B 的夹角为  $\theta$ ，我们可将 v 分解成两个分

量：垂直于 B 的分量  $v_{\perp} = v \sin \theta$ ，平行于 B 的分量  $v_{\parallel} = v \cos \theta$ 。在磁场作用下，分量  $v_{\perp}$  不改变大小，只改变方向，使带电粒子在垂直于磁场方向的平面内以速率  $v_{\perp}$  作匀速圆周运动；分量  $v_{\parallel}$  不受磁场影响，使带电粒子同时以  $v_{\parallel}$  的速率沿着磁场方向作匀速直线运动。所以粒子的

运动轨迹是一等螺距螺旋线，螺旋线的半径  $R = \frac{mv_{\perp}}{Bq}$ ，螺距  $h = \frac{2\pi mv_{\parallel}}{Bq}$ ，

如图(a)所示。

如果沿着电荷前进方向，磁感应强度增强，这时运动轨迹仍是螺旋线。只是由公式  $R = \frac{mv_{\perp}}{Bq}$  知道，随着 B 的增大，R 减小；又由公式

$h = \frac{2\pi mv_{\parallel}}{Bq}$  得出，随着 B 的增大，h 减小。所以此螺旋线的半径和螺距

随着 B 增大的方向而减小，如图(b)所示。

如果沿着电荷前进的方向，磁感应强度减弱，粒子的运动轨迹也是一个螺旋线，不过它的螺距和半径随着 B 的减小而增大，如图(c)所示。

总之，无论磁场是均匀的或是不均匀的，带电粒子在其中运动时，一般总是绕着磁力线运行，好像被磁场捕捉住一样。

3654. 在回旋加速器中，电场和磁场各起着什么主要的作用？

[解答] 回旋加速器中的电场和磁场是互相垂直的。强大的磁场由电磁铁提供；电场是交变的，主要存在于两个 D 形盒之间的缝隙里。当粒子以速率  $v_1$  进入  $D_1$  盒中，受到磁场的作用作圆周运动，它的半径

$R_1 = \frac{mv_1}{Bq}$ 。粒子在  $D_1$  内运动半个圆周后，进入电场。电场使它受到跟运动方向一致的电场力，粒子被加速。然后以  $v_2 > v_1$  的速率进入  $D_2$  盒中，又在磁场作用下作圆周运动，半径  $R_2 = \frac{mv_2}{Bq}$ ， $R_2 > R_1$ 。接着粒子以  $v_2$  的

速率再次进入电场，这时电场恰好反向，又使粒子进一步被加速……这样不断运动下去，带电粒子可以获得足够大的能量。

可见，在回旋加速器中，电场对带电粒子运动起加速作用，而磁场只使带电粒子偏转。在这样的电、磁场作用下，带电粒子在两个不太大的 D 形盒内，多次被加速，从而得到高能粒子。

3655. 在玻尔的氢原子理论中，把电子设想为在以质子为中心作半径为 r 的圆周运动。如果把这样一个原子放在磁场中，电子的轨道平面跟磁感应强度 B 正交。问：

(1) 如果顺着 B 的方向看，电子在顺时针方向上旋转，它的角频率是增加还是减小？

(2) 如果电子在反时针方向上旋转，它的角频率怎样变化？

假定电子的轨道半径始终不变。

[解答] 把一个质子和一个绕它旋转的电子组成的原子放在磁场中, 电子作圆周运动所需的向心力是两个力的合力。一是磁场力  $F_m$ , 另一是电子和质子间的电场力  $F_e$ ,

(1) 如果顺着  $B$  看, 电子在顺时针方向上旋转, 这两个力方向相同, 如图(a)所示。所以向心力  $F=F_e+F_m$ , 比没有磁场时大。如果轨道半径  $R$  不变, 由向心力公式  $F=m \omega^2 R$  可得,  $F$  增大, 电子运动的角频率  $\omega$  也增大。

(2) 当电子在反时针方向上旋转中, 它受到的洛仑兹力  $F_m$  的方向和库仑力  $F_e$  的方向相反, 如图(b)所示。向心力  $F=F_e-F_m$ , 比没有磁场存在时要小, 因而电子作圆周运动的角频率  $\omega$  要变小。

3656. 固定的金属板放在匀强磁场中, 磁感应强度的方向和板面垂直, 板中通以自左向右的电流, 如图所示。在这种情况下, 金属板的上下两侧会出现电位差。如何解释这一现象?

[解答] 金属板中的电流是自由电子的定向运动形成的。移动的电子在磁场中要受洛仑兹力。根据题意, 电流向右即电子向左运动, 磁感应强度向里, 所以电子受向上的洛仑兹力而向上方偏转。这样, 在金属板的上方就出现多余的电子带负电, 下方缺少电子带正电, 所以金属板上下两侧出现电位差。这一现象叫做霍尔效应。

3657. 图(a)表示某种磁强计的原理。在一块导体上接 a、b、c、d 四根引线, 将导体放在磁场中, a、b 间通以电流, 即可由 c、d 的电压来测定空间的磁感应强度的大小和方向。试说明这种磁强计的原理。

[解答] 在这片导体中通以电流  $I$ , 导体中的载流子就作定向移动。如将导体放在磁场中, 如图(b), 由于洛仑兹力作用, 这些载流子将在导体的一侧聚集, 于是在 cd 间将出现电压; 假如磁场方向和原来相反, 这电压也将反向; 所以这个装置能检定磁场的方向。

再讨论  $U_{cd}$  和磁感应强度  $B$  的关系。设导体的宽为  $L$ , 厚为  $D$ , 导体中载流子密度为  $n$ ; 则当聚集电荷产生的电场对载流子的作用力和洛仑兹力平衡时,  $U_{cd}$  达到稳定值。此时,  $eE=Bve$ , 其中  $v$  为载流子的平均漂移速度, 而  $E = \frac{U_{cd}}{L}$ 。

$$\text{因为 } I = nevS = nevDL \text{ 所以 } v = \frac{I}{neDL}。$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{U_{cd}/L}{I/neDL} = \frac{neDU_{cd}}{I}。$$

由于其中  $n$ 、 $e$ 、 $D$  都是常量, 所以只要  $I$  为定值,  $B \propto U_{cd}$ 。这样, 通过测定  $U_{cd}$  就可确定  $B$  的大小和方向。当然, 在使用这个装置之前, 应将这装置先在已知磁场中定好标度。

3658. 两个相同的矩形线圈, 通以相同的电流, 放入同一个匀强磁场中, 线圈平面都和磁力线方向平行, 它们的转轴  $OO'$  的位置不同。试证明: 它们所受的磁力矩一样大, 都等于  $BIS$ 。

[证明] 设矩形线圈的长边长为  $L_1$ ，短边长为  $L_2$ 。图(a)中，线圈 ad 和 bc 两边不受磁场力，ab 和 cd 两边所受磁场力等值反向，这两个力对于转轴  $OO'$  的力矩方向相同，所以

$$F_{ab} = F_{cd} = BIL_1, M_{ab} = M_{cd} = BIL_1 \times \frac{L_2}{2},$$

$$M = M_{ab} + M_{cd} = 2 \times BIL_1 \times \frac{L_2}{2} = BIL_1L_2 = BIS。$$

图(b)中设线圈的 dc 边与磁力线夹角为  $\alpha$ 。线圈的四条边都受磁场力， $F'_{ab}$  和  $F'_{cd}$  等值、反向， $F'_{ad}$  和  $F'_{cb}$  等值、反向。

$$F'_{ab} = F'_{cd} = BIL_1 \sin \alpha, F'_{ad} = F'_{cb} = BIL_2 \cos \alpha。$$

这四个力对于  $OO'$  的力矩方向相同，大小为

$$M'_{ab} = M'_{cd} = BIL_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} BIL_1^2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$M'_{ad} = M'_{cb} = BIL_2 \cos \alpha \times \frac{L_2}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} BIL_2^2 \sin \alpha \cos \alpha。$$

所以合力矩

$$M' = M'_{ab} + M'_{cd} + M'_{ad} + M'_{cb}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} BIL_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \times \frac{1}{2} BIL_2^2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= BIL \sin \alpha \cos \alpha (L_1^2 + L_2^2) = BIL \sin \alpha \cos \alpha \overline{bd}^2$$

$$= BI \overline{bd} \sin \alpha \times \overline{bd} \cos \alpha = BIL_1L_2$$

$$= BIS。$$

所以  $M = M' = BIS。$

3659. 一根导线长  $L$ ，载有电流  $I$ ，求证：如果把这根导线弯成一个圆形线圈，则当线圈只有一匝时，它在给定的磁场  $B$  中所受的力矩最大，而且这个最大力矩的数值

$$M_{\max} = \frac{1}{4} L^2 IB。$$

[证明] 设把这根导线弯成  $N$  匝圆形线圈，则线圈所受到的力矩

$$M = NBIS = NBI R^2。$$

又  $2\pi R \cdot N = L, R = \frac{L}{2\pi N},$

所以  $M = NBI \frac{L^2}{4\pi^2 N^2}$

$$= \frac{BIL^2}{4\pi N}。$$

当  $N=1$  时  $M$  为最大，即

$$M_{\max} = \frac{1}{4} L^2 IB。$$

3660. 如图所示，一块半导体样品板放在垂直于板平面的水平向里的匀强磁场中。当有稳恒电流垂直于磁场方向通过样品板时，在板的上、下两个侧面之间会产生一个恒定的电势差  $U_1 - U_2$ 。

(1) 如果测得  $U_1 - U_2 > 0$ ，则这块样品板的载流子是正电荷还是负电荷？说明理由。

(2) 设磁感应强度为  $B$ ，样品板的厚度为  $d$ ，宽度为  $b$ ，每个载流子所带电量的绝对值  $e$ ，证明：样品板在单位体积内参加导电的载流子

$$\text{数为 } n = \frac{IB}{ed} \cdot \frac{1}{U_1 - U_2}。$$

[解答] (1) 样品板的载流子带正电荷。因为正电荷定向运动的方向和电流的方向一致，根据左手定则可以确定，洛仑兹力使它们向上侧板偏转，因而出现了  $U_1 - U_2 > 0$  的结果。

(2) 设样品板内以载流子以平均速率  $\bar{u}$  定向运动。每个载流子在磁场中受到洛仑兹力

$$F_m = B e \bar{u}。$$

当上下两个侧面间产生恒定的电势差  $U_1 - U_2$  后，载流子还受到一个恒定的电场力，方向和洛仑兹力相反。

$$F_e = eE = e \frac{U_1 - U_2}{b}。$$

达到稳定状态时， $F_m$  和  $F_e$  两力平衡。

$$B e \bar{u} = e \frac{U_1 - U_2}{b}。$$

此外，还有关系式

$$I = b d \bar{u} n e, \quad \bar{u} = \frac{I}{b d n e},$$

所以，可以得到

$$n = \frac{IB}{ed} \cdot \frac{1}{U_1 - U_2}。$$

3661. 回旋加速器 D 型盒的最大半径为  $R$ ，如果它的高频电源的频率  $\nu$  保持不变，试证明：

(1) 加速不同的带电粒子时，需加的磁感应强度  $B$ ，只跟粒子的质荷比  $m/q$  成正比；

(2) 不同粒子获得的最大能量  $E_{\max}$  只跟粒子的质量  $m$  成正比。

[证明] (1) 带电粒子在回旋加速器的 D 型盒中，受洛仑兹力而作半个圆周的匀速圆周运动。由于粒子在电场被加速的时间远小于它在磁场作圆运动的时间，为达到回转后逐次加速的目的，可认为粒子作圆运动的转速  $n$  跟它高频电源的频率  $\nu$  相等。所以有

$$Bvq = m \frac{v^2}{r}, \quad v = 2\pi nr,$$

$$B = \frac{m v}{q r} = 2\pi n \frac{m}{q} = 2\pi v \frac{m}{q}。$$

$$B = \frac{m}{q}。$$

(2) 随着粒子的回转半径逐步增大，粒子所具有的能量也在逐步增大；加速结束时半径最大为  $R$ ，这时粒子的能量也最大。

$$\begin{aligned} E_{\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m (2\pi n R)^2 = 2\pi^2 m n^2 R^2 \\ &= 2\pi^2 v^2 R^2 m_0 \\ E_{\max} &\propto m_0 \end{aligned}$$

3662. 回旋加速器 D 型盒的最大半径为  $R$ ，如果其中磁场的磁感应强度  $B$  保持不变，试证明：

(1) 加速不同的带电粒子时，它的高频电源的频率  $\nu$ ，跟粒子的荷质比  $q/m$  成正比；

(2) 不同粒子获得的最大能量  $E_{\max}$ ，跟粒子的电量平方和质量的比值  $q^2/m$  成正比。

[证明] (1) 带电粒子在回旋加速器的 D 型盒中，受洛仑兹力作半个圆周的匀速圆周运动。

$$Bvq = mv^2/r。$$

又粒子作圆运动的转速  $n$ ，跟其高频电源的频率  $\nu$  相等。

$$\nu = 2\pi nr = 2\pi v/r，$$

$$\nu = \frac{B}{2\pi} \cdot \frac{q}{m}。$$

$$\nu \propto \frac{q}{m}。$$

(2) 当带电粒子被加速到最大轨道半径  $R$  时，它获得了最大的能量  $E_{\max}$

$$\begin{aligned} E_{\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \frac{R^2 B^2 q^2}{m^2} = \frac{R^2 B^2}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \\ E_{\max} &\propto \frac{q^2}{m} \end{aligned}$$

3663. 回旋加速器是给带电粒子多次重复加速，而使离子获得大能量的装置。离子在路程终了获得的能量等于  $\frac{1}{2} m v^2 = eU \cdot 2n$ ，式中  $n$  为离子绕螺线旋转的次数，那么当  $n$  无限增加时，能量是否也会无限增大？

[解答] 离子在回旋加速器时，不可能获得无穷大的能量。当粒子能量到一定程度以后，回旋加速器将不能继续工作。因为设计这种加速器时，假设之一是粒子在磁场中循环运动的频率跟它们的速度无关，满足

公式  $v = \frac{Bq}{2m}$ 。而这个假设只有在粒子速率远小于光速的情形下成立。

随着粒子的速率增大，公式  $v = \frac{Bq}{2m}$  中的  $m$  不再是恒量，而是跟速率  $v$  有关，随着  $v$  增大  $m$  也增大， $q/m$  不再是常数，所以旋转的频率  $v$  将随速度增加而减小，从而粒子的循环运动与产生电场的交变频率不再合拍，循环运动的粒子能量就不能无限增加。

3664. 图中，有一个质量为  $m$ 、带电量为  $+q$  的粒子，一开始静止在原点  $O$ 。今在正  $y$  方向有一个匀强电场  $E$ ，同时有一个指向读者的匀强磁场  $B$ 。可以证明，这粒子的运动轨迹是一个旋轮线，在顶点的曲率半径是该点  $y$  坐标的两倍。试证明：

(1) 在任一点的速率等于  $\sqrt{2qEy_s / m}$ ；

(2) 在顶点的速率是  $2E/B$ 。

[解答] (1) 任取一点  $S$ ，设粒子在该点的速率是  $v_s$ ，根据动能定理：

$$q(U_s - U_0) = E_k$$

设在原点电势为  $0$ ，即  $U_0 = 0$ ，

所以 
$$qU_s = \frac{1}{2}mv_s^2$$

又 
$$U_s = Ey_{s0}$$

所以 
$$v_s = \sqrt{2qEy_s / m}$$

(2) 粒子运动到顶点  $P$  时，受电场  $F_e$  和洛伦兹力  $F_m$  作用，它们的合力为向心力。

$$F_m - F_e = \frac{mv_p^2}{r}$$

$$Bv_p q - qE = mv_p^2 / 2y_p \quad (1)$$

又根据第(1)小题的结论有

$$v_p = \sqrt{2qEy_p / m} \quad (2)$$

解(1)、(2)式得：

$$\begin{aligned} v_p &= \sqrt{\frac{2qE \times \frac{mv_p^2}{2(Bv_p q - qE)}}{m}} \\ &= v_p \sqrt{\frac{qE}{Bv_p q - qE}} \end{aligned}$$

得 
$$\frac{qE}{Bv_p q - qE} = 1$$

即 
$$v_p = 2E/B$$

3665. 两个正离子，它们的电荷  $q$  相同，但质量不同，分别是  $m_1$  和  $m_2$ 。它们通过一电位差  $U$ ，从静止开始沿水平方向加速。然后进入一个匀强磁场  $B$  的区域， $B$  的方向和轨道平面垂直。求证：如果这个离子束是沿  $x$  轴方向进入这磁场的，则在任何时刻  $t$ ，每一离子的  $y$  坐标值为

$$y = Bx^2 \left( \frac{q}{8mU} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

[证明] 由  $Bvq = \frac{mv^2}{R}$ 。以及  $\frac{1}{2}mv^2 - 0 = qU$ ，得

$$R = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}.$$

如图建立坐标，则

$$x^2 + (R - y)^2 = R^2, \text{ 可得: } y = \frac{x^2}{2R} + \frac{y^2}{2R}.$$

由于  $y \ll R$ ，则  $y = \frac{x^2}{2R}$ ，将  $R = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$  代入得

$$y = Bx^2 \left( \frac{q}{8mU} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

3666. 在匀强磁场中，从一个粒子源发出许多速率相同的同种带电粒子。试证明凡包含在跟磁力线方向成一个很小立体角之内的那些粒子，近似地都能会聚在一点。如图所示。

[证明] 设粒子的质量为  $m$ ，带电量为  $q$ ，不计重力；粒子的速率为  $v_0$ ，那个立体角为  $\theta_0$ ；磁场的磁感应强度为  $B$ 。

任一个粒子，如果它的速度  $v_0$  和  $B$  的夹角为  $\theta$ ， $\theta < \theta_0$ ，则： $v_0$  沿  $B$  方向以及垂直  $B$  方向的分量分别为

$$v_{\parallel} = v_0 \cos \theta = v_0 \quad (\theta \text{ 很小时, } \cos \theta = 1),$$

$$v_{\perp} = v_0 \sin \theta.$$

所以在  $\theta < \theta_0$  的各个粒子，沿  $B$  方向的分速度近似相等，各个粒子将作等螺距螺旋运动。而每个粒子前进一个螺距所需时间

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}.$$

$T$  和  $v$  无关。

这段时间内粒子沿  $B$  方向前进的距离

$$h = v_{\parallel} T = v_0 T = \frac{2\pi m v_0}{Bq}.$$

$h$  近似地和  $\theta$  无关。所以，跟  $B$  成很小的角度的各粒子经过一个螺距运动，近似地都能会聚在一点上。

3667. 图中，电子在两块带电平行板中央，以速度  $v_0$  垂直于电场强度  $E$  的方向射入匀强电场，结果打在距荧光屏中心  $h$  的地方。但当电场中再加一个磁感应强度为  $B$ ，垂直于纸面向外的匀强磁场后，电子就恰好水平打在屏的中心点  $O$  上。如果平行板长为  $L$ ，板的末端到屏的距离为  $D$ ，电子质量为  $m_e$ ，所带电量为  $e$ 。试证明电子的荷质比为

$$\frac{e}{m_e} = \frac{Eh}{B^2} \left( LD + \frac{L^2}{2} \right)^{-1}.$$

[证明] 加了磁场后，电子不发生偏转而沿直线运动，表明了它所受的电场

力跟洛伦兹力平衡。

$$Bv_0e = Ee, v_0 = \frac{E}{B}。$$

电子通过平行板的时间以及离开电场后的运动时间分别为

$$t_1 = \frac{L}{v_0}, t_2 = \frac{D}{v_0}。$$

在极板之间，电子运动的加速度为

$$a = \frac{eE}{m_e}。$$

所以

$$h_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_e} \frac{L^2}{v_0^2}。$$

又飞出电场时的竖直分速度

$$v = at = \frac{eEL}{m_e v_0}。$$

所以

$$h = v_1 t_2 = \frac{eELD}{m_e v_0^2}。$$

可以得到结论

$$h = h_1 + h_2 = \frac{eE}{m_e} \frac{1}{v_0^2} \left( LD + \frac{L^2}{2} \right),$$

$$\frac{e}{m_e} = \frac{v_0^2 h}{E} \left( LD + \frac{L^2}{2} \right)^{-1}$$

$$= \frac{Eh}{B^2} \left( LD + \frac{L^2}{2} \right)^{-1}。$$

3668. 在显像管中，从电子枪射出的电子，以速度  $v$  沿  $OO'$  方向垂直进入磁感应强度为  $B$  的圆形偏转匀强磁场区域，如图所示。如果电子质量为  $m$ ，带电量为  $e$ ，磁场区域的半径为  $R$ ，磁场中心到荧光屏的

距离为  $L$ 。当偏转角度很小时，试证明偏转量  $D$  约为  $\frac{2eRLB}{mv}$ 。

[证明] 因为偏转角 很小，所以有

$$D = Ltg \theta \cdot L = L \theta = \frac{OA \cdot L}{r} = \frac{2RL}{r}。$$

电子的重力可以忽略不计，根据运动的带电粒子在匀强磁场中受到的洛伦兹作用，提供了它作圆周运动的向心力，有：

$$Bve = \frac{mv^2}{r}。$$

将上式代入得

$$Bve = \frac{mv^2}{2RL} ,$$

$$D = \frac{2eRLB}{mv} .$$

### 图线和作图题

3669. 图中，线圈通电后，小磁针如图中位置且处于平衡状态。请在图中标出电源的正负极，线圈的N、S极以及线圈的一条软铁被磁化后的极性。

[解答] 由于小磁针在磁场中静止时，它的北极指向就是该处磁场的方向，再根据安培定则，运用右手可作出判断，具体见图。

3670. 要使两个电磁铁的极性如图示的要求，它的线圈应怎样绕，请在图中画出。

[解答] 根据安培定则，用右手判断，具体画在图中。

3671. 关于电流的磁场，已知下列各图中的电流方向或磁力线方向，请画出相应的磁力线方向或标出相应的电流方向。

[解答] 根据安培定则，可用右手判断，具体见图。

3672. 下列各种情况中，导线通电后，小磁针怎样转动，请在图中标出。图(a)、(b)中三个小磁针和导线、线圈处在同一竖直平面；图(c)、(d)中三个磁针和线圈处在同一水平面上。

[解答] 小磁针北极在磁场中的受力方向，即磁力线的方向，判断小磁针的转动情况，如图所示。图中 $\otimes$ 表示向里转， $\otimes$ 表示向外转，（正

视）； 表示顺时针转， 表示逆时针转（俯视）。

3673. 如图所示的通电螺线管，试判断并标出它的N、S极。如果在A、B以及螺线管内部的C处放置小磁针，它们的N极指向何方，请在图中画出。

[解答] 小磁针静止时，其北极的指向，跟该处的磁力线方向一致，具体见图。

3674. 图中为一条形磁铁，试标出在跟磁铁同一水平面的A、B、C三处的小磁针平衡时N极的指向。

[解答] 小磁针静止时，它北极的指向，跟该处的磁力线方向一致，具体见图。

3675. 已知电流的磁场方向。请按图(a)、(b)标出导线中的电流方向。

[解答] 根据安培定则，可以用右手判断电流方向如图(a')、(b')。

3676. 关于通电导线在磁场中的受力问题，请按图(a)、(b)标出导线的受力方向；请按图(c)、(d)标出电流方向。

[解答] 根据左手定则，可以用左手来判断。图(a')、(b')中的导体受力方向，和图(c')、(d')中的电流方向。具体见图。

3677. 根据图(a)、(b)、(c)、(d)给出的电流方向和磁场方向，标出通电导线受到的磁场力方向。

[解答] 根据左手定则，可用左手来判断，图(a')、(b')、(c')、(d')标出了各通电导线所受磁场力的方向。

3678. 小磁针在图中位置处于静止状态，在图中画出螺线管的线圈绕组。

[解答] 如图所示。

3679. 通电小线圈在两电磁铁中间的图中位置上，受磁力矩而沿顺时针方向

转动。请在图中画出螺线管的线圈绕组。

[解答] 如图所示。

3680. 已知条件如图(a)、(b)、(c)、(d)、(e)所示。标出各图中的通电线圈在磁场中转动的方向。

[解答] 先用左手定则判断线圈各边的受力方向，再根据有关各力对于转轴的力矩方向，确定线圈的转动方向。具体如图(a')、(b')、(c')、(d')、(e')所示。

3681. 下列各图表示一个放在匀强磁场中的通电直导线。图(a)、(b)、(c)、(d)中已标出电流强度，磁感应强度和安培力这三个物理量中的两个量的方向，试画出第三个量的方向。(已知三个量的方向都相互垂直)

[解答] 可以根据左手定则来判断，具体见图(a')、(b')、(c')、(d')。

3682. 按下列各图，标出通电导线 ab 所受的安培力的方向。

[解答] 我们可以用左手定则来判断。结论见图(a')、(b')、(c')、(d')。

3683. 按下列各图(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f)的各种情形，画出运动的带电粒子在磁场中的受力方向。

[解答] 如图(a')、(b')、(c')、(d')、(e')、(f')所示。

3684. 一个环形铁芯上绕两个线圈，为了产生如图中虚线所示的磁场，两个线圈应怎样联在电池上？请画在图上。磁环中心有一束向纸内射去的电子流，它将向哪边偏转？也请画在图上。

[解答] 线圈连接方式如图。

电子流将向右边偏转。

### 实验题

3685. 为了正党进行汤姆逊的测定电子荷质比  $e/m$  的实验，电子的速率是否必须相当恒定？

[解答] 电子的速率必须有相当恒定的数值。测量电子荷质比  $e/m$  的过程是这样的：先只加一个电场  $E$ ，电子发生偏转，可以算出偏转的距

离  $y = \frac{eEL^2}{2mv_0^2}$ 。再加一个磁场  $B$ ，并调节它的大小，使电子的偏转为零，

由  $F_e = F_m$ ，即  $eE = Bv_0e$ ，求得电子速率  $v_0 = E/B$ ，代入上式，得比值

$e/m = \frac{2yE}{B^2L^2}$ 。此式的右端各量都可测出，所以可得到  $e/m$  的数值。显然，

只有在电场作用下电子的入射速率  $v_0$ ，跟电场、磁场同时作用下电子的

入射速率是同一数值时，才能用  $v_0 = \frac{E}{B}$  代入式  $y = \frac{eEL^2}{2mv_0^2}$ 。从而得到荷质

比的关系式。

3686. 为了证实洛仑兹力的存在，我们将环形电解器放在一个铅直的磁场内，如图所示。试说明当环形电解器和电源接通后，电解液中的离子将怎样流动？如果不加磁场，则离子又将如何运动？

[解答] 当环形电解器和电源接通后，电解液中的正-负离子带动液体一起作环形流动。因为中心金属柱是正极，外圈壁为负极，电解液处于沿半径辐射的电场中，正-负离子在电场力的作用下沿半径方向运动，它们的运动方向正好相反。这

些运动的离子在垂直于运动方向的磁场作用下，受到洛仑兹力，力的方向垂直于原运动方向，且平行于液面。由于正、负离子在电场作用下反向运动，所以受到同向的洛仑兹力。按俯视观察在这些力的作用下，离子并带动液体沿逆时针的方向流动。

如果不加磁场，离子只在电场力作用下沿半径的方向流动，正离子沿半径向壁运动，负离子则沿半径中心柱运动。

所以，我们可以利用这样的装置，来证实洛仑兹力是否存在。

### 电磁感应

#### 填充题

3687. 图中  $I$  是原线圈内的电流， $I'$  是副线圈内的感生电流，则图(a)是原线圈跟电源接通瞬间产生的现象；图(b)是原线圈跟电源断开瞬间产生的现象。

3688. 把一根条形永久磁铁从闭合螺线管中的左端插入，则右端抽出，如图所示。则在磁铁插入过程中，螺线管内感生电流方向是 ADCBA；在磁铁抽出过程中，螺线管内感生电流方向是 ABCD。

3689. 在一个小铁棒上，绕着一个许多匝数的闭合线圈，线圈上方的棒上自由地套着一个良导体做成的环，环和线圈之间连接着一个绝缘的小弹簧，环受力后可以上下运动。铁棒下方有一个螺线管，如图所示。当 K 合上瞬时，环将向上运动，当 K 断开瞬时，环将向下运动。

3690. 用导线把两台磁电式灵敏电流计的正负接线柱按图(a)串联和按图(b)并联连接。两台电流计的指针和各自的线圈同步转动，如向右拨动其中一台的指针；则图(a)中的另一台的指针将反向偏转；图(b)中的另一台的指针将同向偏转。

3691. 图中，a、d 是闭合导线框 abcd 的两个端面，这个线框可绕中心轴 O 转动。当变组器的活动触片 m 滑动时，线框会发生转动。为使导线框沿逆时针方向转动，则活动触片 m 滑动的方向应该是向右；线框中磁通量的变化情况应该减小。

3692. 如图所示，当电键 K 闭合时或 K 断开时或 K 闭合而电位器 R 阻值变化时，图中铝环 D、电流计 G 的指针、磁针、线圈 MJLH、导线 xy 将如何运动？把你判断的结果填入下表。（整个装置由北向南竖直放置）

	铝环 D	G 表中电流方向	左磁针转动方向	线圈 MJLH 转动方向	右磁针转动方向	导线 xy
将 K 闭合瞬时	斥开	E F	N 极转离读者	MH 转向读者	N 极转离读者	吸向左
将 K 断开瞬时	吸引	F E	N 极转向图示位置	MH 离开读者	N 极转向读者	斥向右
K 闭合，变阻器滑动头向右移动	斥开	E F	N 极转离读者	MH 转向读者	N 极转离读者	吸向左
K 闭合，变阻器滑动头向左移动	吸引	F E	N 极逐渐转回图示位置	MH 离开读者	N 极转向读者	斥向右

3693. 图中，匀强磁场的磁感应强度为  $B$ ，导线 abc 的  $ab=bc=l$ ，bc 和水平方

向夹角为  $\theta$ 。如果使导线以速度  $v$  向上匀速运动，则  $ac$  两端的电势差  $U_{ac}$  为  $Bvl\cos\theta$ ；如果使导线以速度  $v$  向右匀速运动，则  $ac$  两端的电势差  $U'_{ac}$  为  $Bvl(1+\sin\theta)$ 。

3694. 图中，在一根通有稳定电流的长直导线旁，有一根金属棒  $ab$ ，它可绕其中点  $O$  旋转，旋转平面跟长直导线在同一平面内。当金属棒顺时针方向旋转，经过水平位置和竖直位置时，其两端电势分别为  $U_a$ 、 $U_b$  和  $U'_a$ 、 $U'_b$  那么它们大小关系如下： $U_a > U_b$ ， $U'_a = U'_b$ 。

3695. 试比较图中三种不同情况下，铝盘边缘  $a$  点的电势  $U_a$  和中心  $b$  点的电势  $U_b$  的高低。

- (a) 导线不动，铝盘转动， $U_a = U_b = 0$ ；
- (b) 磁铁不动，铝盘转动， $U_b > U_a$ ；
- (c) 磁铁绕轴自转，铝盘不动， $U_a > U_b$ 。

3696. 图中， $MM'$ 、 $NN'$  两导线分别和  $L_1$ 、 $L_2$  两上线圈组成闭合回路，而且可以在水平光滑导轨上自由滑动，导轨所处的匀强磁场方向如图。当  $MM'$  导线向左匀加速滑动时， $L_1$  线圈中的电流方向是  $b \rightarrow a$ ， $L_2$  线圈中的电流方向是  $c \rightarrow d$ ， $NN'$  导线开始向左运动。

3697. 图中，一圆环形线圈放在磁场中，磁力线垂直于线圈平面。

如果磁感应强度  $B$  随时间  $t$  和变化关系为  $B = B_0 \sin \frac{2}{T} t$  ( $B_0$  为常数)。

请根据下列要求作出判断，并将结论填入表格内：在  $0$  到  $\frac{T}{4}$ ， $\frac{T}{4}$  到  $\frac{T}{2}$ ， $\frac{T}{2}$  到  $\frac{3T}{4}$ ， $\frac{3T}{4}$  到  $T$  的各时间间隔内，线圈中感生电流方向是顺时针还是

逆时针？线圈中感生电流强度随时间增加还是减少？

时间范围	$0 \sim \frac{T}{4}$	$\frac{T}{4} \sim \frac{T}{2}$	$\frac{T}{2} \sim \frac{3T}{4}$	$\frac{3T}{4} \sim T$
感生电流方向	逆时针	顺时针	顺时针	逆时针
感生电流强	减小	增加	减小	增加

3698. 图中，导电线圈的面积为  $10 \text{ 厘米}^2$ ，使线圈某一点断开，接上一个电容器，其电容量为  $10 \text{ 微法}$ 。线圈放在均匀变化的匀强磁场中，线圈平面跟磁力线垂直。磁感应强度以  $0.01 \text{ 特/秒}$  的速度均匀减少。则电容器极板所带的电量为  $10^{-10} \text{ 库}$ ，其中带正电荷的是  $b$  板。

3699. 图(a)中，有一根闭合绝缘导线，电阻为  $R$ ，围成半径为  $r$  的

圆线圈，处在磁感应强度  $B$  随时间均匀减少的变化磁场中，且  $\frac{dB}{dt} = K$ ，

则导线中感生电流的大小为  $\frac{Kr^2}{R}$ 。如果将该线圈折成如图(b)所示的8

字形，两圆圈的面积相等，仍让它处在同一个变化磁场中，则导线中感生电流的大小为零。

3700. 图中, 匀强磁场方向垂直纸面向里, 线圈 abcd 绕 bc 边旋转。线圈从位置 I 转到位置 II 的过程, 其感生电流方向为 abcda; 线圈从位置 II 转到位置 III 的过程, 其感生电流方向为 abcda。

3701. 图中, 直径为 10 厘米的柔韧圆形回线, 处在 1.2 特的匀强磁场中。在箭头指示的两点上提拉这回线, 并在 0.20 秒内形成面积为零的回路。则电路中的平均感生电动势为  $4.7 \times 10^{-2}$  伏; 电阻 R 中的电流方向 指向下方。

3702. 一个螺线管由 100 匝线圈组成。如果它两端有恒定的感生电动势 50 伏, 则说明其中的磁通量是在 均匀地 变化着, 且每匝线圈的磁通量变化率为 0.5 韦/秒。

3703. 有一个 50 匝的线圈, 长 40 厘米, 宽 30 厘米。在磁感应强度为 0.02 特的匀强磁场中, 由平行于磁力线的位置转到垂直于磁力线的位置, 共用了 0.01 秒。在这一过程中线圈中的平均感生电动势为 12 伏, 这一过程末, 每匝线圈中的磁通量的瞬时变化率为 零。

3704. 有一个匀强磁场, 磁感应强度大小为 B, 方向跟一个圆环的平面垂直, 如图所示。这圆环由直径为 2.54 毫米的铜导线做成, 圆环的直径为 10.0 厘米, 铜的电阻率为  $1.7 \times 10^{-3}$  欧·米。这一圆环导线的电阻为  $1.05 \times 10^{-3}$  欧。如果圆环中出现 10.0 安的感生电流, 则 B 随时间的变化率为 1.34 特/秒。

3705. 每边边长为 L 的正方形线圈共 N 匝, 把线圈放在变化的磁场中, 线圈平面和磁场方向始终成      角度, 如果线圈的电阻为 R, 线圈中所流过的感生电量为 Q, 则线圈所在处磁场的磁感应强度变化了

$$\frac{QR}{NL^2 \sin \quad}。$$

3706. 图中, 在均匀变化的磁场中, 放有用同样规格的导线做成的金属环  $r_1$  和  $r_2$ 。已知两环的电阻分别为  $R_1$  和  $R_2$ , 且  $R_2=2R_1$ , 则两环中感生电动势的比  $\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \underline{1}$ , 感生电流的比  $\frac{I_1}{I_2} = \underline{1}$ 。

3707. 用一根长  $L=50$  厘米, 直径  $d=0.98$  毫米的铜导线做成圆环回路, 铜的电阻率  $=1.7 \times 10^{-8}$  欧·米。这一回路跟匀强磁场正交, 这磁场以  $\frac{dB}{dt} = 0.010$  特/秒的恒定速率随时间增加。写出计算回路中感生电

流的文字表达式:  $\frac{Ld^2}{16} \cdot \frac{B}{t}$ 。回路中产生的焦耳热功率为  $3.5 \times 10^{-6}$  瓦。

3708. 图中, 在直线 PQ 上部有一个匀强磁场, 它的磁感应强度为 B, 方向垂直纸面向里。有一个半径为 a 的直角扇形回路 TOS, 顶点固定在直线 PQ 上 O 点, 绕顶点以角速度  $\omega$  逆时针匀速转动。

(1) 以扇形的一条边 OS 跟 PQ 重合时为起始时刻, 在  $\Phi \sim t$  图上画出穿过回路的磁通量  $\Phi$  随时间 t 变化的函数图像。磁通量的最大值  $\Phi_m$

$$\text{为 } \frac{1}{4} a^2 B。$$

(2) 以扇形的一条边 OS 跟 PQ 重合时为起始时刻, 在  $\mathcal{E} \sim t$  图上画出回路感生电动势  $\mathcal{E}$  随时间 t 变化的函数图像。感生电动势的最大值  $\mathcal{E}_m$

$$\text{为 } \frac{1}{2} Ba^2 \omega。$$

3709. 线圈里的电流强度在  $1/1000$  秒内, 由  $0.020$  安增加到  $0.040$  安, 所产生的自感电动势是  $50$  伏。则线圈的自感系数为 2.5 亨; 如果电路中的电流变化率为  $40$  安/秒, 则其自感系数为 2.5 亨, 自感电动势为 100 伏。

选择题

3701. 关于楞次定律的表达, 下列哪几句是正确的?

- A. 感生电流的方向, 总是要使感生电流的磁场加强引起感生电流的磁通量的变化;
- B. 感生电流的方向, 总是要使感生电流的磁场跟引起感生电流的磁场反向;
- C. 感生电流的方向, 总是要使感生电流的磁场阻碍引起感生电流的磁通量的变化;
- D. 感生电流的方向, 总是要使感生电流的磁场跟引起感生电流的磁场同向。

答 C

3711. 图中, 如果大环中突然通以电流  $I$ , 则就图中所画出的观察者看来, 小环中感生电流方向为

- A. 穿过环心而去;
- B. 穿过环心而来;
- C. 无感生电流;
- D. 顺时针方向;
- E. 逆时针方向。

答 D

3712. 如图所示, 有一个带负电的粒子, 沿一个圆环形导体的直径方向, 在圆环表面匀速掠过。则

- A. 圆环中没有感生电流;
- B. 圆环中有顺时针方向的感生电流;
- C. 圆环中有逆时针方向的感生电流;
- D. 粒子靠近时, 有顺时针方向电流; 离开时则相反;
- E. 粒子靠近时, 有逆时针方向电流, 离开时则相反。

答 A

3713. 下列哪些情况, 能使图中  $L_1$  回路中有自左向右的感生电流通过电流计  $G$ ?

- A. 电键  $K$  接通瞬时;
- B. 电键  $K$  接通后, 滑线变阻器  $R$  的滑动头向右滑动;
- C. 电键  $K$  接通后, 滑线变阻器  $R$  的滑动头向左滑动;
- D. 电键  $K$  接通后, 将软铁芯插入  $L_2$  中;
- E. 电键  $K$  接通后, 将软铁芯插入  $L_1$  中。

答 A、C、D、E

3714. 矩形线圈  $abcd$  在磁感应强度为  $B$  的广大匀强磁场中运动。下列哪些说法是正确的?

- A. 线圈向右运动时,  $ad$  段电势高于  $bc$  段, 线圈中没有感生电流;
- B. 线圈向右运动时,  $bc$  段电势高于  $ad$  段, 线圈中没有感生电流;
- C. 线圈向右运动时, 感生电动势和感生电流方向都向上;
- D. 线圈向右运动时, 感生电动势和感生电流方向都向下;
- E. 线圈在垂直于磁场的平面内绕  $c$  点沿顺时针方向转动时,  $a$  点电势高于  $c$  点电势, 线圈中没有感生电流。

答 A、E

3715. 图中, 小线圈  $abcd$  的线度远小于大线圈  $ABCD$  的线度, 两者彼此绝缘,

abcd 有一半面积在 ABCD 内，当 K 闭合的瞬间，在线圈 abcd 内，

- A. 有 abcda 方向感生电流；
- B. 有 abcba 方向感生电流；
- C. 没有感生电流；
- D. 有感生电流，但方向无法确定。

答 C

3716. 如图所示，一个铜质圆环，没有初速地自位置 I 下落到位置 II，所需时间

- A. 等于  $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ；
- B. 大于  $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ；
- C. 小于  $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ；
- D. 无法确定。

答 B

3717. 在电磁感应现象中，下列几种说法，哪些是对的？

- A. 感生电流的磁场总是跟原来磁场的方向相反；
- B. 感生电动势的大小跟穿过线圈的磁通量的变化率成正比；
- C. 感生电动势的大小跟穿过线圈的磁通量的变化量成正比；
- D. 感生电动热的大小跟单位时间内穿过线圈的磁通量的变化量成正比；
- E. 穿过线圈的磁通量越多，磁通量的变化率一定越大，产生的感生电动势也一定越大。

答 B、D

3718. 两个线圈 A、B 平行放置，分别通有如图所示方向的电流  $I_1$ 、 $I_2$ 。如使线圈 B 中的电流能在某一瞬时有所增大，可以采取下列哪些方法？

- A. 保持线圈的相对位置不变，增大线圈 A 中的电流；
- B. 保持线圈的相对位置不变，减小线圈 A 中的电流；
- C. 保持线圈 A 中的电流不变，将线圈 A 向右平移；
- D. 保持线圈 A 中的电流不变，将线圈 A 向上平移；
- E. 保持线圈 A 中的电流不变，将线圈 A 绕水平的、通过圆心的轴线转动。

答 B、C、D、E

3719. 图中，N、S 是一个条形永磁铁的两个磁极。导线框 abcd 的平面跟磁铁的上表面保持垂直，而跟磁铁的端面保持平行。下列说法中，哪些是正确的？

- A. 沿  $Ox$  方向，从图中位置匀速运动到 S 端的过程中，框内先有 abcda 的感生电流，后有与之相反方向的电流；
- B. 沿  $Ox$  方向，从图中位置匀速运动到 S 端的过程中，感生电流和 A 说法相反；
- C. 沿  $Oy$  方向匀速运动时，有 abcda 的感生电流，但越来越小；
- D. 沿  $Oy$  方向匀速运动时，感生电流的方向和 C 说法相反，但保持不变。

答 A、C

3720. 一个水平放置的矩形闭合线圈 abcd，在细长磁铁的 S 极附近垂直下落，下落过程保持 bc 边在纸外，ad 边在纸内。由位置 I 经过 II 到 III，且位置 I 和 III 都靠近 II，则下落过程，线圈中的感生电流方向为

- A. abcda；
- (b)adcba；
- C. 从 I 到 II：abcda，从 II 到 III：abcba；

D. 从 I 到 II : adcba, 从 II 到 III ; abcda。

答 B

3721. 图中, 虚线所围区域内为一个匀强磁场。闭合线圈 abcd 由静止开始运动时, 磁场对 ab 边的作用力的方向向上, 那么线圈所做的运动是

- A. 以 ab 为轴开始向里转动;
- B. 以 bc 为轴开始向里转动;
- C. 整个线圈向右平动;
- D. 整个线圈向左平动。

答 D

3722. 图中, 在软铁棒 F 插入线圈的过程中, 电阻 R 上的电流方向是

- A. 从 A 流向 B ;
- B. 从 B 流向 A ;
- C 先从 A 流向 B 再从 B 流向 A ;
- D. 没有电流。

答 A

3723. 在下列情况下, 图中电阻 R 上的电流方向为

- A. 开关 K 刚合下瞬时, 电流向左 ;
- B. 开关 K 合下不久, 电流向左 ;
- C. 开关 K 刚合下瞬时, 电流向右 ;
- D. 开关 K 合下不久, 没有电流 ;
- E. 开关 K 开启瞬时, 电流向右。

答 A、D、E

3724. 如图所示, 当螺线管  $L_2$  向螺线管  $L_1$  匀速靠拢时, 在电流计 G 中

- A. 没有电流通过 ;
- B. 有电流通过, 但跟图示方向相反 ;
- C. 有电流通过, 方向如图所示 ;
- D. 没有电流, 只是加速靠拢时才有电流。

答 C

3725. 图中, 当  $L_1$  中的电流均匀变小时, 在  $L_4$  中

- A. 产生感生电流, 方向不能肯定 ;
- B. 产生感生电流, 方向能判定 ;
- C. 不产生感生电流 ;
- D. 有没有感生电流以及感生电流的方向都不能肯定。

答 C

3726. 在赤道平面上空, 沿东西方向水平地放置一根直导线。如果让它保持水平位置自由落下, 那么导线的电势

- A. 东端较高 ;
- B. 西端较高 ;
- C. 中间高、两端低 ;
- D. 各处都相同。

答 A

3727. 竖直放置的一个闭合线圈 abcd 从上到下, 匀速掠过通有稳恒电流 I 的长直导线, 导线中电流方向自左向右, 在线圈经过图中(I)、(II)、(III)三个位置时, 其感生电流方向

- A. 都沿 abcda ;
- B. 都沿 adcba ;

- C. 经(I)位置时沿 abcda, 经(II)位置时没有电流, 经(III)位置时沿 abcda;
- D. 经(I)位置时沿 adcba, 经(II)位置时沿 abcda, 经(III)位置时沿 adcba;
- E. 经(I)位置时沿 abcda, 经(II)位置时沿 adcba, 经(III)位置时沿 abcda.

答 E

3728. 图中, 当导线 ab 在金属导轨上运动时, 线圈 c 将向右摆动。则 ab

- A. 向左作匀速运动;
- B. 向右作匀速运动;
- C. 向右作匀减速运动;
- D. 向右作匀加速运动。

答 C

3729. 导体棒在光滑的斜导轨上向下滑动。图中四种情况, 除了磁场方向不同之外, 其他条件都相同。当它们下滑速度相同时, 所受磁场力的情况为

- A. 四棒受力大小都相同, (1)和(3)方向相同, (2)和(4)方向相同;
- B. (1)和(3)受力大小相同, 方向相反, (2)和(4)受力大小相同, 方向相反;
- C. (1)和(3)受力大小和方向都相同, (2)和(4)受力大小和方向都相同;
- D. 四棒受力大小都相同, (1)和(3)方向相反, (2)和(4)方向相反;
- E. 四棒受力大小和方向都不同。

答 C

3730. 在一个水平方向的匀强磁场中, 有一根水平放置的金属棒 MN 由离地 H 高处自由落下。MN 两端的电势差  $U_{MN}$  跟时间 t 的函数图像

- A. 如图(1)所示;
- B. 如图(2)所示;
- C. 如图(3)所示;
- D. 如图(4)所示。

答 C

3731. 在匀强磁场中, 有 ab、cd 两根导线棒, 在两根导轨上分别以  $v_1$  和  $v_2$  的速度滑动。下面几种情况中, 哪一种能使电容器获得最多电量, 而且左边极板上带正电?

- A.  $v_1=v_2$ , 方向都向右;
- B.  $v_1=v_2$ , 方向都向左;
- C.  $v_2 > v_1$ , 方向都向右;
- D.  $v_1 > v_2$ ,  $v_1$  向右,  $v_2$  向左;
- E.  $v_1 > v_2$ ,  $v_1$  向左,  $v_2$  向右。

答 E

3732. 图中, 金属三角形导轨 COD 上放有一根金属棒 MN, 拉动 MN 使它以速度  $v$  向右匀速平动。如果导轨和金属棒都是粗细相同的均匀导体, 电阻率都为  $\rho$ 。那么 MN 运动过程中, 闭合回路的

- A. 感生电动势保持不变;
- B. 感生电流保持不变;
- C. 感生电动势逐渐增大;
- D. 感生电流逐渐增大。

答 B、C

3733. 图中,  $L_1$ 、 $L_2$  是绕在同一铁芯上的两个线圈,  $L_1$  的两端平行导体  $I_1$ 、 $I_2$  相连。在  $I_1$ 、 $I_2$  间有一个匀强磁场, 方向如图。ab 是根硬导体, 可以跟  $I_1$ 、 $I_2$  紧贴而上下滑动。为了使  $L_2$  中有感生电流, 则 ab

- A. 必须匀速向上滑动；
- B. 必须匀速向下滑动；
- C. 必须变速滑动；
- D. 无论怎样滑动都可以，只要能切割磁力线就行。

答 C

3734. 电压的单位伏是

- A. 韦·秒；
- B. 韦/秒；
- C. 韦·米；
- D. 韦/米<sup>2</sup>。

答 B

3735. 穿过一个内阻为 1 欧的闭合线圈的磁通量每秒种均匀地减少 2 韦，则

- A. 线圈中感生电动势，每秒钟增加 2 伏；
- B. 线圈中感生电动势，每秒钟减少 2 伏；
- C. 线圈中感生电流，每秒钟减少 2 安；
- D. 线圈中感生电流，每秒钟增加 2 安；
- E. 线圈中感生电流不变，等于 2 安。

答 E

3736. N 匝线圈的总电阻为 R，当它的磁通量由  $\Phi_1$  变到  $\Phi_2$  的过程中，通过线圈截面的总电量为

- A.  $N(\Phi_2 - \Phi_1)/R$ ；
- B.  $(\Phi_2 - \Phi_1)NR$ ；
- C.  $R(\Phi_2 - \Phi_1)/N$ ；
- D.  $NR/(\Phi_2 - \Phi_1)$ ；
- E.  $(\Phi_2 - \Phi_1)/R$ 。

答 A

3737. 一个 N 匝的正方形线圈，放在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，线圈平面跟磁场成 30° 角。现保持线圈两端的电压 U 不变，为了使这个线圈所受的磁场作用力矩增大一倍，可采用下列哪一种方法？（如果要改绕线圈，则采用同样规格的导线）

- A. 改变线圈平面跟磁场的夹角，
- B. 将线圈的匝数增加一倍；
- C. 将线圈的每边长增加一倍；
- D. 将线圈的面积增加一倍。

答 C

3738. 有一个铜环电阻为 R，铜环所围的面积为 S。放在磁场中，让磁力线垂直穿过铜环，在  $t = t_2 - t_1$  的时间内，磁感应强度从  $B_1$  均匀地变为  $B_2$ ，则通过铜环截面上的电量和下列哪些因素有关？

- A. 时间  $t$ ；
- B. 磁感应强度的变化量  $B = B_2 - B_1$ ；
- C. 磁感应强度的变化率  $\frac{B}{t}$ ；
- D. 铜环的电阻 R；
- E. 铜环所围的面积 S。

答 B、D、E

3739. 图中，M 和 N 是两条在同一水平面内互相平等的光滑金属导轨，ef 和 cd 为两根导体棒，整个装置放在广大的匀强磁场中。如果 ef 在外力作用下，沿导

轨运动，回路产生了感生电流；于是 cd 在磁场力作用下向右运动。那么，感生电流方向以及 ef 的运动方向分别为

- A. c 到 d，向右；
- B. c 到 d，向左；
- C. d 到 c，向右；
- D. d 到 c，向左。

答 A

3740. 一个矩形线圈，在匀强磁场中绕一个固定轴作匀速转动，当线圈处于图示位置时，它的

- A. 磁通量最大，磁通量变化率最小，感生电动势最小；
- B. 磁通量最大，磁通量变化率最大，感生电动势最大；
- C. 磁通量最小，磁通量变化率最大，感生电动势最大；
- D. 磁通量最小，磁通量变化率最小，感生电动势最小；
- E. 磁通量变化率为零，但感生电动势最大。

答 C

3741. 如图所示，磁感应强度为 B 的匀强磁场垂直穿进纸面。矩形线圈 abcd 放在这个磁场中，先后以相同的角速度  $\omega$ ，相同的转动方向，分别绕轴  $OO_1$ 、 $O_1O_1'$ 、 $O_2O_2'$  旋转，轴间距离  $OO_1=O_1O_1'=O_2O_2'$

$\frac{1}{4}ad$ 。当转动相等的时间后，

- A. 三种情况下，线圈 abcd 产生的热量相等；
- B. 绕  $OO_1$  轴旋转时，线圈 abcd 产生的热量最多；
- C. 绕  $O_1O_1'$  轴旋转时，线圈 abcd 产生的热量最多；
- D. 绕  $O_2O_2'$  轴旋转时，线圈 abcd 产生的热量最多。

答 A

3742. 一个闭合螺旋线圈，放在匀强磁场中，线圈的轴线跟磁场方向成  $60^\circ$  角。磁感应强度随时间均匀变化，在下述办法中，（如需改绕则利用原规格导线）用哪些办法可以使线圈中产生的感生电流增加一倍？

- A. 把线圈的匝数增加 1 倍；
- B. 把线圈所围的面积增加 1 倍；
- C. 把线圈的半径增加 1 倍；
- D. 改变线圈轴线对磁场的方向，使它跟磁场同向；
- E. 导线长度不变，把线圈的匝数减少到原来的一半。

答 C、D

3743. 矩形线圈 abcd 的 ab 边长为  $L_1$ ，bc 边长为  $L_2$ ，放在足够大的匀强磁场中，如图所示。磁场的磁感应强度为 B，线圈绕平行于 ad 边的  $OO_1$  轴以频率 f 匀速转动，则转动过程中最大的感生电动势为

- A.  $4 fL_1L_2B$ ；
- B.  $2 fL_1L_2B$ ；
- C.  $fL_1L_2B$ ；
- D.  $\frac{1}{2} fL_1L_2B$ ；
- E.  $fL_1L_2B$ 。

答 B

3744. 从上题的图中位置起，线圈转过多少角度后，感生电动势第一次开始改变方向？

- A.  $\omega/4$  ; B.  $\omega/2$  ;  
 C.  $\omega$  ; D.  $\frac{3}{2}\omega$  ;  
 E.  $2\omega$  .

答 C

3745. 直角三角形导线框 abc 处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直于纸面向里。线框在纸面上绕 b 点以角速度  $\omega$  作顺时针方向的转动。  $\angle b=60^\circ$ ， $\angle c=90^\circ$ ， $ab=L$ ，则  $U_{ac}$  为

- A. 零；  
 B.  $\frac{3}{4}BL^2\omega$  ；  
 C.  $-\frac{3}{4}BL^2\omega$  ；  
 D.  $\frac{15}{32}BL^2\omega$  ；  
 E.  $\frac{3}{8}BL^2\omega$

答：E

3746. 放在垂直于纸面向里的匀强磁场里的三角形导线框 abc. 已知  $\angle c=90^\circ$ ， $\angle a=30^\circ$ . 如果框架向某一方向作匀速直线运动，测得  $U_{bc}=1$  伏，则框架沿纸面的运动方向以及  $U_{ab}$  各是 [ ]

- A. 向右， $\frac{\sqrt{3}}{2}$  伏 B. 向左， $\frac{\sqrt{3}}{2}$  伏  
 C. 向右，2 伏 D. 向上，1 伏  
 E. 向下，? 1 伏 F. 向下，? 2 伏

答：E

3747. 一根铜棒沿垂直于磁场的方向运动，产生 1 伏的电动势。在同一磁场以同样速度沿跟磁场方向成  $60^\circ$  角运动，铜棒所产生的电动势是 [ ]

- A. 0.50 伏 B. 0.87 伏  
 C. 1.15 伏 D. 2.0 伏

答：B

3748. 图中，虚线表示矩形线圈 abcd 的初位置，绕转轴  $OO'$  转过角度  $\theta$  实线表示矩形线圈 abcd 的末位置。设线圈面积为 S，磁感应强度为 B，则图(1)、(2)两种情况下，线圈内磁通量的增量  $\Delta\Phi_1$  和  $\Delta\Phi_2$  分别为 [ ]

- A.  $BScos\theta$ ， $BSsin\theta$  B.  $BS(sin\theta - 1)$ ， $BScos\theta$   
 C.  $BSsin\theta$ ， $BScos\theta$  D.  $BS(cos\theta - 1)$ ， $BSsin\theta$

答：D

3749. 图中，导线 OA 长 L，在匀强磁场 B 中，以角速度  $\omega$  沿图中所示方向绕通过悬点 O 的竖直轴旋转，则 OA 所产生的感生电动势 [ ]

- A. 大小为  $BL^2\omega\sin\theta$ ，且 A 点电势高  
 B. 大小为  $BL^2\omega\sin\theta$ ，且 O 点电势高

C. 大小为  $\frac{1}{2}BL^2\sin^2\theta$  , 且A点电势高

D. 大小为  $\frac{1}{2}BL^2\sin^2\theta$  , 且O点电势高

答: C

3750. 一个线圈的电流强度在均匀增大, 则这个线圈的 [ ]

- A. 自感系数也将均匀增大
- B. 自感电动势也将均匀增大
- C. 磁通量也将均匀增大
- D. 自感系数、自感电动势、磁通量都不变

答: C

3751. 线圈 1~2 和线圈 3~4 是绕在图中铁芯上的两组线圈. 为使自感系数最大, 应该 [ ]

- A. 把 1 和 3 连接起来
- B. 把 1 和 4 连接起来
- C. 把 2 和 4 连接起来
- D. 把 2 和 3 连接起来

答: AC

3752. 图中, A、B 是两个完全相同的小灯泡, 灯泡电阻为  $r$ ,  $r \gg R$ . L 是一个自感系数相当大的线圈, 它的电阻和  $R$  相等. 由于自感现象, 开关接通和断开时, 灯泡 A 和 B 的情况, 下列哪些说法是正确的? [ ]

- A. 开关接通时, 看到 A 先亮, B 后亮
- B. 开关接通时,  $I_A = I_B$
- C. 开关断开时, 看到 B 先暗, A 先亮一下再暗
- D. 开关断开时,  $I_A = I_B$

答: AC

3753. 下述哪些单位是磁通量的单位? [ ]

- A. 牛·米/安
- B. 伏·秒
- C. 安·米
- D. 焦/安
- E. 焦/库
- F. 特·米<sup>2</sup>

答: ABDF

3754. 图中, 有一个水平放置的铜盘, 放在竖直向上的匀强磁场中, 当铜盘按图中方向绕中心轴匀速转动时, 铜盘即相当于一个直流发电机. 当  $aO$  跟外电路  $R$  接通时, 流过  $R$  的电流为  $I_1$ ; 当  $ab$  跟外电路  $R$  接通时, 流过  $R$  的电流为  $I_2$ . 则

[ ]

- A.  $I_1$  的方向为  $aROa$ ,  $I_2$  的方向为  $aRba$
- B.  $I_1$  的方向为  $ORaO$ ,  $I_2$  为零
- C.  $I_1$  的方向为  $aROa$ ,  $I_2$  为零
- D.  $I_1$  为零,  $I_2$  的方向为  $aRba$
- E. 以上结果都不对

答: C

3755. 图中, 在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中, 有一个半径为  $r$ , 光滑的半圆形导体框架.  $Oc$  为一个能绕  $O$  在框架上滑动的导体棒,  $Oa$  之间连接一个电阻  $R$ , 导体框架和导体棒的电阻都不计. 如果要使  $Oc$  能以角速度  $\omega$  匀速转动, 则外力做功的功率应是 [ ]

- A.  $\frac{B^2\omega^2r^2}{R}$       B.  $\frac{B^2\omega^2r^4}{2R}$   
 C.  $\frac{B^2\omega^2r^4}{4R}$       D.  $\frac{B^2\omega^2r^4}{8R}$   
 E.  $\frac{B^2\omega^2r^4}{16R}$

答：C

3756. 匀强磁场的磁感应强度沿水平方向，且自左向右。一根导线（图中的圆圈表示它的截面）以速度  $v$  水平抛出。下列哪种说法是正确的？ [ ]

- A. 因为导线运动的水平速度不变，故它两端电势差不变  
 B. 因为导线运动的速度方向跟磁力线的夹角越来越大，故它两端电势差越来越小  
 C. 因为导线的竖直分速度越来越大，所以它两端的电势差越来越大  
 D. 导线运动过程中，不产生感生电动势，它两端电势差为零

答：C

3757. 图中，当滑动变阻器的滑动头向 F 移动时，右面导轨上的导线 MN 向左移动。试比较 a 点和 b 点，c 点和 d 点的电势高低。 [ ]

- A.  $U_a > U_b, U_c > U_d$       B.  $U_a < U_b, U_c > U_d$   
 C.  $U_a > U_b, U_c < U_d$       D.  $U_a < U_b, U_c < U_d$

答：C

3758. 图中，匀强磁场的磁感应强度为  $B$ ，一根长为  $L$  的金属棒在外力作用下，在水平的光滑导轨上匀速运动。当速度从  $v$  变到  $2v$  时，那么 [ ]

- A. 作用力应增为 4 倍  
 B. 感生电动势将增为 2 倍  
 C. 感生电功率将增为 4 倍  
 D. 作用力应增为 2 倍  
 E. 感生电动势将增为 4 倍

答：BCD

3759. 上题中，如果速度仍为  $v$ ，而磁感应强度增为  $2B$ ，那么 [ ]

- A. 作用力应增为 4 倍  
 B. 感生电动势将增为 2 倍  
 C. 感生电功率增为 4 倍  
 D. 作用力应增为 2 倍  
 E. 感生电动势将增为 4 倍

答：ABC

3760. 磁感应强度为  $B$  的匀强磁场有理想界面，用力将矩形线圈从磁场中匀速拉出磁场（如图）。在其他条件不变的情况下，当 [ ]

- A. 速度越大时，拉力做功越多  
 B. 线圈越长时，拉力做功越多  
 C. 线圈越宽时，拉力做功越多  
 D. 线圈电阻越大时，拉力做功越多  
 E. 磁感应强度越大时，拉力做功越多

答：ABCE

3761. 有一个电阻可以忽略的光滑导体框放在匀强磁场中，另一根有一定电阻的导体棒 L 能在框上滑动，如图。用力将导体棒以大小不同的速度，分别两次从 I 位置匀速平移到 II 位置。下列哪些说法是错误的？ [ ]

- A. 棒产生的感生电动势相同
- B. 棒中流过的感生电流相同
- C. 棒的截面上通过的总电量相等
- D. 棒产生的热量相等
- E. 外力所做功的功率相等

答：ABDE

3762. 图中，正方形导线框的边长为 L，总电阻为 R。用力以速度 v 匀速把它拉过宽为 D，磁感应强度为 B 的有限匀强磁场。如果  $L > D$ ，则拉过磁场过程中，线框增加的内能分别为 [ ]

- A.  $\frac{B^2 L^2 D v}{R}$
- B.  $\frac{2 B^2 L^2 D v}{R}$
- C.  $\frac{2 B^2 L^3 v}{R}$
- D.  $\frac{2 B^2 L^2 D v}{R}$

答：D

3763. 导体框架平面跟水平面夹角为  $\theta$ ，磁场方向跟竖直方向夹角为  $\alpha$ 。则导体棒从框架上滑下，最后达到稳定速度的大小跟  $\theta$  的关系是 [ ]

- A. 随  $\theta$  的增大而增大
- B. 随  $\theta$  的增大而减小
- C. 不随  $\theta$  的变化而变化
- D. 不能确定。在某一范围随  $\theta$  增大而增大，在另一范围，随  $\theta$  的增大而减小

答：D

3764. 有一铜块，重为 G，密度为  $\rho$ ，电阻率为  $R_0$ 。用它拉成半径为 r 的导线，做成一个半径为 R 的圆形回路 ( $R \gg r$ )。现加上一个方向垂直于回路平面的匀强磁场，磁感应强度 B 的大小均匀变化。则 [ ]

- A. 回路中感生电流的大小和导线的粗细成正比
- B. 回路中感生电流的大小和回路的半径成反比
- C. 回路中感生电流的大小和回路的半径的平方成正比
- D. 回路中感生电流的大小和导线的粗细和回路的半径都无关

答：D

3765. 图中，为水平面上的一个有电源的电路。其中一段导线 AC 可以沿光滑导轨自由滑动，整个回路放在磁感应强度为 B 的广大均匀磁场中。电路中除电阻 R 外，其余部分电阻不计。请回答下列两个问题： [ ]

(1) 当电键闭合后，载流导线 AC 受磁场力作用而移动，下列的描述，哪些是正确的？

- A. AC 的加速度越来越大，最后趋向一个极限值
- B. AC 的速度越来越大，最后趋向一个极限值
- C. 流过 AC 的电流越来越大，最后趋向一个极限值
- D. AC 所受的磁场力越来越小，最后趋向于零

答：BD

(2) 当电键闭合后，有关能量的描述，下列哪些是正确的？

- A. 开始时，电源供给的能量全部转化为 AC 导线的动能
- B. 开始时，电源供给的能量一部分转化为 AC 导线的动能，另一部分转化为电阻上的热量
- C. 最后（达到稳定后），电源供给的能量转化为 AC 的动能
- D. 最后（达到稳定后）电源不再供给能量

答：BD

3766. 有一个回路竖直放在匀强磁场中，磁场 B 的方向垂直该回路所在平面，其中导线 MN 可以自由地沿很长的光滑导轨滑动而不分离，回路电阻除 R 外都可忽略不计，如图所示。当 MN 无初速度释放后，回答下列四个问题： [ ]

(1) 下列哪些叙述是正确的？

- A. MN 受到磁场阻力，以小于 g 的加速度匀加速下落
- B. MN 加速下落，最后趋向一个恒定的收尾速度（即最后作匀速运动）
- C. 回路中电流越来越大，最后趋向一个恒定的极限值
- D. MN 受到磁场力越来越大，最后趋向和导线 MN 的重力相平衡

答：BCD

(2) 欲使 MN 下落的收尾速度减小为原来的一半，可以采取下列哪些办法？

- A. 把 MN 的质量减为原来的一半，但长度不变
- B. 把 MN 的长度增为原来的两倍，但质量不变
- C. 把电阻 R 减为原来的一半
- D. 把磁感应强度 B 增为原来的  $\sqrt{2}$  倍

答：ACD

(3) 欲使 MN 中的电流的极限值（即达到平衡时的电流值）增为原来的两倍，可以采取下列哪些办法？

- A. 把 MN 的质量减为原来的一半，但长度不变
- B. 把 MN 的长度减为原来的一半，但质量不变
- C. 把电阻 R 减为原来的一半
- D. 把磁感应强度 B 减为原来的一半

答：BD

(4) 电流达到稳定以后，欲使在 R 上产生的热功率为原来的两倍，可以采取下列哪些办法？

- A. 把 MN 的质量增为原来的两倍，但长度不变
- B. 把 MN 的长度减为原来的  $1/\sqrt{2}$ ，但质量不变
- C. 把电阻 R 增为原来的两倍
- D. 把磁感应强度 B 减为原来的  $1/2$

答：BC

### 计算题

3767. 矩形线圈长 a 米，宽 b 米，共 n 匝，在磁感应强度为 B 特的匀强磁场中，以角速度  $\omega$  弧度/秒，绕轴 OO' 匀速旋转，如图所示。

- (1) 在转经图示位置时刻，线圈中磁通量多大？磁通量的变化率多大？
- (2) 从图中位置起到转过  $\pi/6$  弧度的过程中，感生电动势的平均值为多大？

[解答]

- (1) 线圈转经图示位置时，磁通量  $\Phi = 0$ 。而磁通量的变化率为最大，即

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\bar{\varepsilon}}{n} = \frac{nBS\omega}{n} = Bab\omega \text{ 韦 / 秒 .}$$

(2) 平均感生电动势  $\bar{\varepsilon}$  , 可用法拉第电磁感应定律来计算 :

$$\bar{\varepsilon} = n \frac{\Delta\phi}{\Delta t} .$$

这里 ,  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = BS\cos 60^\circ - 0 = \frac{1}{2} Bab$  ,

$$\Delta t = \frac{\pi/6}{2\pi} T = \frac{1}{12} T = \frac{1}{12} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{6\omega} ,$$

$$\bar{\varepsilon} = n \frac{\frac{1}{2} Bab}{\frac{\pi}{6\omega}} = \frac{3nBab\omega}{\pi} \text{ 伏 .}$$

3768 . 在一个横截面积  $S=0.0010$  米<sup>2</sup> 的铁质圆柱上 , 绕了  $n=100$  匝绝缘铜线 , 铜线的两端连接一个电阻器 . 电路的总电阻  $R=10$  欧 . 如果铁柱中的纵向磁场由某一方向量值为  $B_1=1$  特 , 改变到相反方向 , 量值为  $B_2=?$  1 特 , 则在这个过程中有多少电量流过这一电路 ?

[解答]

由法拉第电磁感应定律、欧姆定律和电流强度的定义式可得

$$\varepsilon = -n \frac{\Delta\phi}{\Delta t} , I = \frac{\varepsilon}{R} , q = I\Delta t = -n \frac{\Delta\phi}{R} .$$

将各物理量数值代入

$$\begin{aligned} q &= -n \frac{1}{R} (\phi_2 - \phi_1) = -n \times \frac{1}{R} \times (B_2 - B_1) \times S \\ &= -100 \times \frac{1}{10} \times (-1 - 1) \times 0.0010 \text{ 库} \\ &= 2 \times 10^{-2} \text{ 库} . \end{aligned}$$

3769 . 测量磁场用的探测线圈 , 半径  $r=2.0$  厘米 . 把这线圈放在  $B=0.10$  特的匀强磁场中 , 使线圈平面跟磁场方向垂直 , 然后把它翻转  $180^\circ$  , 测得有  $Q=10^{-4}$  库的总电量流过冲击电流计 . 整个回路的电阻  $R=50$  欧 . 问此线圈应有多少匝 ?

[解答]

$$\text{由 } Q = I\Delta t = \frac{N}{R} \Delta\phi ,$$

$$\begin{aligned} \text{得 } N &= \frac{QR}{\Delta\phi} = \frac{QR}{2BS} = \frac{10^{-4} \times 50}{2 \times 0.10 \times \pi \times (0.02)^2} \text{ 匝} \\ &= 20 \text{ 匝} . \end{aligned}$$

3770 . 图示的铁芯有效截面积  $S=8.0$  厘米<sup>2</sup> ; 线圈  $L_2$  的匝数  $n_2=200$  匝 , 它的电阻  $r_2=5.0$  欧 ; 外接一个电阻  $R=7.0$  欧的用电器 . 当线圈  $L_1$

的电路切断时 , 铁芯内的磁感应强度在  $\Delta t = \frac{1}{20}$  秒内由  $B_1 = 1.0$  特减少到

$B_2 = 0.25$  特 . 求 :

(1) 此时 a、b 的正负极性 ;

(2) 用电器在这段时间所消耗的功率 .

[解答]

(1) 由楞次定律和安培定则可判断, 此时  $L_2$  中的感生电动势方向为  $b \rightarrow a$ . 所以  $a$  为正极,  $b$  为负极.

(2) 由法拉第电磁感应定律和电功率计算式,

$$\begin{aligned} \text{得 } \varepsilon_2 &= -n_2 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -n_2 \frac{S\Delta B}{\Delta t} = -n_2 \frac{S(B_2 - B_1)}{\Delta t} = \frac{n_2 S(B_1 - B_2)}{\Delta t} \\ P &= \frac{U^2}{R} = \left(\frac{\varepsilon_2 R}{r+R}\right)^2 / R = \frac{\varepsilon_2^2 R}{(r+R)^2} = \frac{n_2^2 S^2 (B_1 - B_2)^2 R}{\Delta t^2 (r+R)^2} \\ &= \frac{200^2 \times (8 \times 10^{-4})^2 \times (1.0 - 0.25)^2 \times 7.0}{\left(\frac{1}{20}\right)^2 \times (5.0 + 7.0)^2} \text{瓦} = 0.28 \text{瓦}. \end{aligned}$$

3771. 图中, 在虚直线 PQ 的上方有一个磁感应强度  $B=0.40$  特的匀强磁场, 磁场的方向垂直于纸面向里. 现在有一个电阻  $R=0.20$  欧的半圆形电路  $abc0a$ , 绕通过圆心  $O$  并垂直于纸面的轴顺时针匀角速转动. 转动的角速度  $\omega=2$  弧度/秒, 半圆形的半径  $r=0.10$  米. 如果从图中所示的位置 ( $ac$  垂直于  $PQ$ ) 算起, 则

- (1) 在头  $1/4$  周期内, 电路中的感生电流是多少?
- (2) 绕一周的过程中, 电路中感生电动势的方向如何变化?

[解法一]

(1) 由于半圆形电路绕圆心作匀角速转动, 所以在头  $1/4$  周期内, 回路的磁通量发生均匀的变化, 电路中有恒定的感生电动势. 根据欧姆定律和法拉第电磁感应定律可得

$$\begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{1}{R} \frac{\frac{1}{4} \pi r^2 B}{\frac{1}{4} T} = \frac{1}{R} \frac{\pi r^2 B}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{r^2 B \omega}{2R} \\ &= \frac{0.10^2 \times 0.40 \times 2\pi}{2 \times 0.2} \text{安} = 6.3 \times 10^{-2} \text{安}. \end{aligned}$$

(2) 根据楞次定律可知, 在头  $1/4$  周期内, 电动势的方向是沿  $abca$ ; 接着半个周期内沿  $acba$ ; 最后  $1/4$  周期内沿  $abca$ .

[解法二]

(1) 在头  $1/4$  周期内, 只有导线  $0a$  作切割磁力线运动; 其上的每一小段导线跟速度以及跟磁力线都两两垂直, 但是各小段运动速度从  $0$  到  $r$  不等; 由于各小段速度是连续线性变化, 所以可以取  $\frac{1}{2} r$  作为它们的共同速度.

$$\text{得 } I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL}{R} = \frac{B \frac{1}{2} \omega r^2}{R} = \frac{B \omega r^2}{2R} = 6.3 \times 10^{-2} \text{安}.$$

(2) 根据右手定则可知, 在头  $1/4$  周期内,  $0a$  切割磁力线, 电动势的方向沿  $0abc0$ ; 接着半个周期内,  $0c$  切割磁力线, 电动势的方向沿  $0cba0$ ; 最后  $1/4$  周期内, 又是  $0a$  切割磁力线, 电动势的方向沿  $0abc0$ .

3772. 用粗细均匀的绝缘导线折成一个圆环, 环内用相同绝缘导线折成的内接正方形, 把它们放在均匀变化的磁场中, 磁场方向和它们所在的平面垂直, 已测

得圆环中产生的感生电流  $I_1=0.707$  毫安，求内接正方形中所产生的感生电流。

[解答]

设磁场的磁感应强度的变化率为  $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ ；圆环的半径为  $r$ ，正方形边长为  $a$ ，导线每单位长度的电阻为  $R_0$ ，则：

圆环内感生电动势为

$$\varepsilon_1 = S_2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} ;$$

正方形线圈内感生电动势为

$$\varepsilon_2 = S_2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = a^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = 2r^2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} ;$$

圆环内的感生电流为

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1} = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} / 2\pi r R_0 = \frac{r}{2R_0} \frac{\Delta B}{\Delta t} ;$$

正方形线圈内的感生电流为

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R_2} = 2r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} / 4aR_0 = 2r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} / 4\sqrt{2} rR_0 = \frac{r}{2\sqrt{2}R_0} \frac{\Delta B}{\Delta t} ;$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} , I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{2}} = \frac{0.707}{\sqrt{2}} \text{毫安} = 0.50 \text{毫安} .$$

3773. 图示匀强磁场中有两根固定的平行金属导轨，两者相距  $L_1=20$  厘米。导轨上放置  $ab$ 、 $cd$  两根平行的可动金属细棍，在两棍中点  $O$ 、 $O'$  拴一根  $L_2=40$  厘米的丝线，线长保持不变。设磁感应强度  $B$  以每秒  $1.0$  特的变化率均匀减小。abcd 回路的电阻  $R=0.50$  欧。求当  $B$  减小到  $B=10$  特时，两可动边所受磁场作用力各多少？abcd 回路的电功率为多少？

[解答]

根据法拉第电磁感应定律，以及欧姆定律，得到

$$\varepsilon = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{S \Delta B}{\Delta t} , I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{S}{R} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} ,$$

所以两可动边受到的磁场力大小为

$$\begin{aligned} F_m &= BIL = \frac{BS}{R} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} L \\ &= \frac{10 \times 0.20 \times 0.40}{0.50} \times 1.0 \times 0.20 \text{牛} = 0.32 \text{牛} . \end{aligned}$$

回路的电功率为

$$\begin{aligned} P &= I^2 R = \frac{S^2}{R^2} \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 R = \frac{S^2}{R} \left( \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 \\ &= \frac{(0.40 \times 0.20)^2}{0.5} \times (1.0)^2 \text{瓦} = 0.013 \text{瓦} . \end{aligned}$$

3774. 图中是一个具有三根辐条的金属圆轮。它的半径为  $r$ ，可沿中心轴转动。整个圆轮处于磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，轮面跟磁场方向垂直。用两个电刷  $a$  和  $a'$  分别跟轮轴和轮缘作滑动接触，并用导线和外电阻  $R$  联成一个闭合回路。导线和金属轮的电阻都可不计。今使圆轮以匀角速度  $\omega$  转动，求通过电阻  $R$  的电流强度。

[解答]

一根辐条在  $t$  时间内扫过的面积为

$$\Delta S = \frac{\omega \Delta t}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} \omega r^2 \Delta t,$$

所以一根辐条产生的感生电动势为

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} B \omega r^2.$$

其他两根辐条也同样切割磁力线,因而也应产生感生电动势  $\varepsilon_0$ ;但是各辐条产生的电动势  $\varepsilon_0$  并联在闭合回路中,所以总电动势  $\varepsilon = 0$ .那么,通过电阻  $R$  的电流为

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{B \omega r^2}{2R}.$$

3775. 设半圆形导体  $ab$  的一部分跟两根和圆心  $O$  点相连的导体  $Oc$ 、 $Od$  构成一个扇形闭合回路  $cdOc$ , 如图所示. 设  $Oc$  和  $Od$  分别以角速度  $\omega_1$  和  $\omega_2$  绕圆心作匀速转动, 并在转动中始终跟  $ab$  接触. 它们的转动方向以顺时针为正, 逆时针为负. 在半圆平面内有垂直向里的匀强磁场, 磁感应强度为  $B$ .  $Oc$ 、 $Od$  的长度为  $L$ . 求:

(1) 当  $\omega_1 = 4$  弧度/秒,  $\omega_2 = 4$  弧度/秒时, 扇形回路  $cdOc$  中感生电动势为多大? 写出它的表达式, 并在图上标出感生电流的方向.

(2) 当  $\omega_1 = \omega_2 = 4$  弧度/秒, 回路中感生电动势多大?

[解答]

(1) 由于  $Oc$  和  $Od$  沿反方向转动, 故回路的面积增加, 磁通量增加. 根据法拉第电磁感应定律有

$$\varepsilon = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

由于  $Oc$  和  $Od$  转动的角速度大小相等, 所以回路增加的面积  $\Delta S$  为每根导线转动所增加的面积的两倍.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2B \frac{\frac{\Delta \theta}{2\pi} \cdot \pi L^2}{\Delta t} = B \frac{\Delta \theta}{\Delta t} L^2 = B \omega L^2 \\ &= 4BL^2, \end{aligned}$$

它的方向为  $cOdc$ .

(2) 当  $\omega_1 = \omega_2 = 4$  弧度/秒时, 回路的面积始终不变, 磁通量始终不变, 感生电动势为零.

$$\varepsilon = 0.$$

3776. 图中, 长为  $L$  的一段铜棒  $ab$ , 和长为  $K$  的一段绝缘棒  $Oa$  连接在一起; 在垂直于纸面的匀强磁场中, 绕  $O$  点以角速度  $\omega$  旋转. 磁感应强度为  $B$ . 求在铜棒两端  $ab$  间产生的电动势, 并指出哪一端电势高.

[解答]

根据法拉第电磁感应定律, 有

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} \\ &= B \frac{\pi(L+K)^2 - \pi K^2}{\frac{2\pi}{\omega}} \\ &= \frac{1}{2} B\omega L(L+2K).\end{aligned}$$

由右手定则判定： $U_a > U_b$ ，即 a 端电势高。

3777. 图中，在一个匀强磁场中，固定着粗细相同的同种导线组成的同心圆环 a 和 b，圆环平面跟匀强磁场方向垂直，圆环 a 的半径是圆环 b 的半径的两倍，匀强磁场的磁感应强度随时间均匀变化，规律为  $B=Kt$  ( $K$  为定值)。求：

- (1) 两环中感生电流的电功率之比；
- (2) 要使两环中产生感生电流相同，那么环 a 应绕  $OO'$  轴转过多少角度？

[解答]

(1) 设单位长度导线的电阻为  $R_0$ ，根据电功率计算公式，得

$$P_a = \frac{\varepsilon_a^2}{R_a} = \frac{(S_a \frac{\Delta B}{\Delta t})^2}{2\pi r_a R_0} = \frac{(\pi r_a^2 K)^2}{2\pi r_a R_0} = \frac{1}{2} \frac{\pi r_a^3 K^2}{R_0};$$

$$P_b = \frac{\varepsilon_b^2}{R_b} = \frac{(S_b \frac{\Delta B}{\Delta t})^2}{2\pi r_b R_0} = \frac{1}{2} \frac{\pi r_b^3 K^2}{R_0};$$

$$P_a : P_b = r_a^3 : r_b^3 = 8 : 1$$

(2) 设环 a 应绕  $OO'$  轴转过  $\theta$  角度，则

$$I_a = \frac{\varepsilon_a'}{R_a} = \frac{S_a \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos\theta}{2\pi r_a R_0} = \frac{1}{2R_0} r_a K \cos\theta;$$

$$I_b = \frac{\varepsilon_b}{R_b} = \frac{1}{2R_0} r_b K;$$

要使  $I_a = I_b$ ，则

$$\frac{1}{2R_0} r_a K \cos\theta = \frac{1}{2R_0} r_b K,$$

$$\cos\theta = \frac{r_b}{r_a} = \frac{1}{2},$$

$$\theta = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ.$$

3778. 如图所示的装置中，圆线圈 c 和线框 d 都放在竖直平面内，线圈 c 的面积  $S=6 \times 10^2$  厘米<sup>2</sup>，线圈 c 中磁感应强度  $B_1$  的变化是均匀的，线框 d 放在另一个磁感应强度为  $B_2=0.5$  特的稳定的匀强磁场中，两个磁场的方向见图。直导线 ef 跟线框 d 都是裸导线，而且接触良好，ef 可以在线框上自由滑动，它的长度  $L=20$  厘米，质量  $m=3$  克，闭合电路的总电阻  $R=0.1$  欧。试问：

- (1) 当 ef 恰好处于静止状态时， $B_1$  的变化率 ( $B_1/t$ ) 应为多少？( $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>)

(2)  $B_1$  磁场是减弱还是增强? 简述理由.

[解答]

(1) 直线  $ef$  受重力和安培力作用, 处于静止状态. 因此这两力平衡, 两力必等值、反向,

即  $G = F_m$ .

$$mg = B_2 IL = B_2 \frac{\varepsilon}{R} L = B_2 \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \frac{L}{R} = \frac{B_2 L}{R} \frac{\Delta B_1}{\Delta t} S$$

$$\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = \frac{mgR}{SB_2 L} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.1}{6 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 0.2} \text{ 特/秒} = 0.5 \text{ 特/秒}.$$

(2)  $B_1$  磁场是在减弱. 因为直导线  $ef$  所受的安培力方向应竖直向上, 由左手定则可判定, 其中感生电流方向应向左 (即  $f \rightarrow e$ ), 故线圈  $c$  中的感生电流方向为顺时针方向, 这样可由楞次定律判断  $B_1$  是减弱的.

3779. 图中, 长  $L_1 = 0.30$  米, 宽  $L_2 = 0.40$  米, 共  $n = 50$  匝的线圈, 在磁感应强度  $B = 0.10$  特的匀强磁场中, 以中线  $YY'$  为轴匀速转动, 角速度  $\omega = 10$  弧度/秒. 问:

(1) 线圈从图示位置起转过  $\pi/2$  角度这个过程中, 平均感生电动势和最大感生电动势各为多大?

(2) 如果线圈以中线  $xx'$  为轴, 仍以  $\omega = 10$  弧度/秒的角速度匀速转动, 则 (1) 中结论是否改变? 如有改变, 当为何值?

(3) 线圈总电阻  $R = 2.0$  欧, 且不计其电感作用, 则当线圈以  $XX'$  为轴和以  $YY'$  为轴, 从图示位置转过  $\pi/4$  时, 所受的作用力矩各为多大?

[解答]

(1) 根据法拉第电磁感应定律, 平均感生电动势为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= -n \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -n \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} = -n \frac{0 - BS}{\frac{2\pi}{4\omega}} = \frac{2n\omega BS}{\pi} \\ &= \frac{2 \times 50 \times 10 \times 0.10 \times 0.30 \times 0.40}{3.14} \text{ 伏} = 3.8 \text{ 伏}. \end{aligned}$$

最大感生电动势, 由公式  $\varepsilon = BvL$  可得

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= 2nBv_1 L_1 = 2nB\omega \frac{L_2}{2} L_1 = nB\omega L_1 L_2 \\ &= 50 \times 0.10 \times 10 \times 0.30 \times 0.40 \text{ 伏} \\ &= 6.0 \text{ 伏}. \end{aligned}$$

(2) 当以中线  $XX'$  为轴时, 仍可算得

$$\bar{\varepsilon} = -n \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2n\omega BS}{\pi} = 3.8 \text{ 伏},$$

$$\varepsilon_{\max} = 2nBv_2 L_2 = 2nB\omega \frac{L_1}{2} L_2 = nB\omega L_1 L_2 = 6.0 \text{ 伏}.$$

即当以中线  $XX'$  为轴时, (1) 中的结论不改变.

(3) 不论线圈以  $XX'$  为轴, 还是以  $YY'$  为轴, 这时都有即时感生电动势

$$\varepsilon' = 2nBv_1' L_1 = 2nBv_2' L_2 = nB\omega S \sin \frac{\pi}{4}.$$

由于不计线圈的电感作用, 故相应的感生电流为

$$I' = \frac{\varepsilon'}{R} = \frac{nB\omega S \sin \frac{\pi}{4}}{R} .$$

线圈所受的磁场作用力矩都为

$$\begin{aligned} M &= 2nF_1 \frac{L_2}{2} \cos \frac{\pi}{4} = 2nF_2 \frac{L_1}{2} \cos \frac{\pi}{4} = nBI'S \cos \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{n^2 B^2 S^2 \omega \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}}{R} = \frac{50^2 \times 0.10^2 \times 0.12^2 \times 10 \times \frac{1}{2}}{2.0} \text{牛} \cdot \text{米} \\ &= 0.90 \text{牛} \cdot \text{米} . \end{aligned}$$

所以, 不论以  $XX'$  为轴, 还是以  $YY'$  为轴, 线圈所受的磁场作用力矩相等.

3780. 图中, 匀强磁场方向水平向外, 磁感应强度  $B=0.20$  特. 金属棒  $0a$  长  $L=0.60$  米, 绕  $O$  点在竖直平面内以  $n=100$  转/秒匀速顺时针转动. 求:

(1)  $0a$  两端哪端电势高;

(2) 金属棒中感生电动势的大小;

(3) 如果  $OO' = \frac{L}{3}$ , 现金属棒绕  $O'$  点转动; 其他条件不变, 则再回答

(1)、(2) 这两个问题.

[解答]

(1) 根据右手定则, 可知棒内的电动势方向为  $a \rightarrow O$ , 所以  $U_O > U_a$ .

(2)  $0a$  转一周切割磁力线条数为  $\Delta\phi = B \Delta S = B L^2$ , 转一周所用时间为  $t = \frac{1}{n}$ , 则棒中感生电动势的大小为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\pi L^2}{\frac{1}{n}} = nB\pi L^2 \\ &= 100 \times 0.20 \times 3.14 \times 0.60^2 \text{伏} = 23 \text{伏} . \end{aligned}$$

(3) 当金属棒绕  $O'$  点沿顺时针转动时,  $0O'$  段的感生电动势方向为  $O' \rightarrow O$ ,  $aO'$  段的感生电动势方向为  $a \rightarrow O'$ . 由于  $U_{O'O} > U_O$ ,  $U_{O'a} > U_a$ , 且  $U_{O'O} < U_{O'a}$ , 所以  $U_O > U_a$ .

金属棒中的总电动势大小为

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon_{aO'} - \varepsilon_{OO'} \\ &= nB\pi \left(\frac{2}{3}L\right)^2 - nB\pi \left(\frac{L}{3}\right)^2 \\ &= nB\pi \left[\left(\frac{2L}{3}\right)^2 - \left(\frac{L}{3}\right)^2\right] \\ &= 100 \times 0.20 \times 3.14 \times \left[\left(\frac{2 \times 0.60}{3}\right)^2 - \left(\frac{0.60}{3}\right)^2\right] \text{伏} \\ &= 7.5 \text{伏} . \end{aligned}$$

3781. 图中, 边长  $L=1.0$  米的立方体处在沿正  $y$  方向的匀强磁场中, 磁感应强度  $B=0.20$  特, 导线  $a$ 、 $c$ 、 $d$  都以  $v=0.50$  米/秒的速度沿所示方向运动.

(1) 每根导线内的感生电动势为多大?

(2) 在图中画出其电动势方向.

[解答]

(1) 由导线切割磁力线产生感生电动势公式, 得到

$$\varepsilon_a = BvL \sin \theta_1 = 0;$$

$$\varepsilon_c = BvL \sin \theta_2 = 0.20 \times 0.50 \times 1.0 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 伏} = 0.071 \text{ 伏};$$

$$\varepsilon_d = Bv(L' \sin \varphi) \sin \theta_3 = 0.20 \times 0.50 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1.0 \text{ 伏} = 0.10 \text{ 伏}.$$

(2) 由右手定则, 可以判断感生电动势方向, 具体见图.

3782. 图中, 匀强磁场方向竖直向下, 磁感应强度  $B=0.20$  特, 磁场内有一根长  $L=0.20$  米的细软金属丝, 一端系于  $O$  点, 另一端系一个小金属球  $P$ , 且使小球以  $\omega=7.0$  弧度/秒的角速度, 在水平面上作匀速圆周运动, 俯视时为逆时针方向. 如果金属丝距竖直方向的夹角为  $30^\circ$ .

(1) 说明  $O$ 、 $P$  两点的电势高低;

(2) 求出金属丝  $OP$  的感生电动势.

[解法一]

导线  $OP$  跟磁场不垂直, 并且  $OP$  上的各点切割磁力线情况也不同.

感生电动势的方向仍可以用右手定则判断, 只是让磁力线倾斜地穿过手心, 得到其方向为  $P$  到  $O$ , 所以  $U_O > U_P$ .

感生电动势的大小即等于导线在单位时间内切割磁力线的条数. 金属丝  $OP$  转一圈所切割过的磁力线, 恰等于穿过圆锥摆底面的磁通量  $\Phi_T$ , 而转一圈所用的时间为周期  $T$ , 所以得

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Phi_T}{T} = \frac{B\pi r^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{B\omega L^2 \sin^2 30^\circ}{2} \\ &= \frac{0.20 \times 7.0 \times 0.20^2 \times 0.50^2}{2} \text{ 伏} = 7.0 \times 10^{-3} \text{ 伏}. \end{aligned}$$

[解法二]

金属丝  $OP$  在转动过程中, 切割磁力线的有效长度即为  $OP$  在锥摆底面上的投影, 也就是锥摆底面半径  $r=L\sin 30^\circ$ . 根据这根半径切割磁力线的方向, 用右手可判定, 感生电动势方向为  $P$  到  $O$ , 故  $U_O > U_P$ . 但这根半径切割磁力线过程中, 各点的速度是不相同的, 因此必须取它各点速度的平均值来计算感生电动势的大小. 所以得

$$\begin{aligned} \varepsilon &= B\bar{v}r = B \times \frac{0 + \omega r}{2} \times r = \frac{B\omega L^2 \sin^2 30^\circ}{2} \\ &= \frac{0.20 \times 7.0 \times 0.20^2 \times 0.50^2}{2} \text{ 伏} = 7.0 \times 10^{-3} \text{ 伏}. \end{aligned}$$

3783. 有一个折成直角的两条平行的导电轨道, 轨道之间的距离  $L=40$  厘米, 安放在水平木板上, 同时处在方向竖直向上的磁感应强度  $B=0.50$  特的匀强磁场中. 有两根金属导线  $ab$  和  $cd$ , 它们的两端分别用等长的绝缘线连接起来, 水平地放在导轨上; 每根导线的有效电阻  $r=0.25$  欧; 导线以  $v=2.0$  米/秒的速度在导轨上运动, 如图所示. 不计导轨的电阻. 试求:

(1) 金属导线和导轨组成的回路中感生电动势的大小和方向;

(2)  $ab$  两端的电势差, 并指出哪端电势高.

[解答]

(1)由公式  $\varepsilon = BvL\sin\theta$  和右手定则可得

$$\varepsilon_{ab} = BvL\sin 90^\circ = 0.50 \times 2.0 \times 0.40 \times \sin(90^\circ) = 0.20 \text{ 伏},$$

它的方向由 a 向 b;

$$\varepsilon_{cd} = BvL\sin 90^\circ = 0.50 \times 2.0 \times 0.40 \times \sin(90^\circ) = 0.35 \text{ 伏},$$

它的方向由 c 向 d;

对回路而言,这两个电动势方向相反,故回路电动势为

$$\varepsilon = \varepsilon_{cd} - \varepsilon_{ab} = 0.15 \text{ 伏},$$

且方向为 cdbac.

(2)流过导线 ab 的电流为

$$I = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{0.15}{2 \times 0.25} \text{ 安} = 0.30 \text{ 安}$$

它的方向由 b 向 a;所以 ab 两端电势差为

$$U_{ab} = \varepsilon_{ab} - Ir = (0.20 - 0.30 \times 0.25) \text{ 伏} = -0.23 \text{ 伏}.$$

式中负号表示 a 端电势比 b 端低.

3784. 在磁感应强度  $B=1.2$  特的匀强磁场中,有两根长都为  $L=0.50$  米,电阻都为  $r=2.0$  欧的导线 ab 和 cd,在光滑的导电框架 efhg 上都以  $v=0.20$  米/秒的速度向右滑动.连接在框架两端的电阻  $R_1=R_2=10$  欧.如图所示.导线和框架的电阻不计.问 efba、abdc、cdhg 三个回路中的感生电流的方向如何?大小各为多少?

[解答]

ab 和 cd 在运动中所产生的感生电动势大小相等,方向都向上,即 a 向 b, c 向 d.

$$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{cd} = BLv = 1.2 \times 0.50 \times 0.20 \text{ 伏} = 0.12 \text{ 伏}.$$

对于整个回路来说,相当于两个电源  $\varepsilon_{ab}$  和  $\varepsilon_{cd}$  并联后向并联电阻  $R_1$  和  $R_2$  供电.

$$I = \frac{\varepsilon_{ab}}{\frac{R_1}{2} + \frac{r}{2}} = \frac{0.12}{5.0 + 1.0} \text{ 安} = 0.020 \text{ 安},$$

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 0.010 \text{ 安}.$$

所以回路 efba 中感生电流为 0.010 安,方向为 abfea;回路 cdhg 中感生电流为 0.010 安,方向为 cdhgc;回路 abdc 中,合电动势为零,回路电流为零,但 ab 和 cd 都有方向向上的电流.

3785. 图中,匀强磁场的磁感应强度  $B=5.0$  特,金属棒 ab 长  $L=0.10$  米,可以在光滑的金属框架上滑动,如图所示.回路的总电阻始终为  $R=10$  欧.

(1)当棒以  $v=10$  米/秒的速度向右滑动时,回路中的电流多大?维持这电流的能量从何而来?

(2)如果回路电阻增大,而棒 ab 仍保持原速运动,则所需的外力将怎样变化?为什么?

[解答]

(1)根据公式  $\varepsilon = BvL$  和  $I = \frac{\varepsilon}{R}$ ,

$$\text{得 } I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL}{R} = \frac{5.0 \times 10 \times 0.10}{10} \text{ 安} = 0.50 \text{ 安}.$$

维持这个电流的能量，要靠外力不断对 ab 棒做功，才能使它保持作匀速滑动。

(2) 如果回路的电阻增大，为使棒 ab 保持原速运动，作用在棒 ab 的外力就要减小。这是因为  $I = \frac{BvL}{R}$ 。当 R 增大而 v 不变时，I 必减小，棒受到的安培力  $F_m = BIL$  也随之减小，所以和  $F_m$  相平衡的外力也应相应地减小。

3786. 下列各图中，每个电阻都为  $R=0.10$  欧；每条运动导线的长都为  $L=0.050$  米，作匀速运动的速度都为  $v=10$  米/秒；除电阻 R 外，其他导线的电阻不计；匀强磁场的磁感应强度  $B=0.30$  特。求通过各图中每一个电阻 R 的电流大小和方向。

[解答]

(1) 图(a)中，两条运动导线产生的电动势，对回路来说等值、反向，所以回路总电动势为零。

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R} = \frac{BvL - BvL}{R} = 0.$$

(2) 图(b)中，两条运动导线产生的电动势，对回路来说是等值、同向，所以回路总电动势为两者之和。

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R} = \frac{BvL + BvL}{R} = \frac{2 \times 0.30 \times 10 \times 0.050}{0.10} \text{ 安} = 3.0 \text{ 安}.$$

(3) 图(c)相当于电源两端并联两个等值电阻，而电源内阻为零。

$$I_3 = I_4 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL}{R} = \frac{0.30 \times 10 \times 0.05}{0.10} \text{ 安} = 1.5 \text{ 安}.$$

对两个电阻来说，电流流向均为自上向下。

(4) 图(d)相当于内阻为 R 的电源两端并联两个阻值为 R 的电阻。

$$I_5 = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2} + R} = \frac{BvL}{\frac{3R}{2}} = \frac{2 \times 0.30 \times 10 \times 0.050}{3 \times 0.10} \text{ 安} = 1.0 \text{ 安},$$

作为内电路的 R 中电流流向自下向上。

$$I_6 = I_7 = \frac{1}{2} I_5 = 0.5 \text{ 安},$$

对左右两个电阻来说，电流流向都自上向下。

3787. 图中，导体棒 ab、cd 在相等大小外力作用下沿着光滑的导轨各自朝相反方向以  $v=0.10$  米/秒的速度匀速运动。棒长都为  $L=0.50$  米，棒的电阻都为  $r_0=0.50$  欧。导轨上接有一只电阻  $R=1.0$  欧，以及两板相距  $D=1.0$  厘米的平板电容器 C。匀强磁场的磁感应强度  $B=4.0$  特。试求：

(1) 电容器 C 板间的电场强度的大小和方向；

(2) 外力各为多大？

[分析] 导线 ab 和 cd 在磁场中作切割磁力线的运动，对闭合回路来说，它们产生的电动势等值、同向都沿 abcda，所以回路总电动势为两者之和。电容两板间的电势差，即为电阻 R 两端的电压。要维持 ab、cd 匀速运动，需要对它们分别加以外力，以跟它们所受的磁场力平衡。从能量观点看，外力克服磁场力对导线做功过程，也就是外界的机械能转化为回路电能的过程。

[解答]

(1) 回路的总电动势为

$$= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2BvL,$$

它的方向沿 abcda。回路的电流方向也沿 abcda，大小为

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{2r_0 + R} .$$

电阻和电容并联电路两端的电压即电阻上的电压 .

$$U = IR = \frac{\varepsilon R}{2r_0 + R} .$$

所以电容器两板间的电场强度为

$$\begin{aligned} E &= \frac{U}{D} = \frac{\varepsilon R}{(2r_0 + R)D} = \frac{2BvLR}{(2r_0 + R)D} \\ &= \frac{2 \times 4.0 \times 0.10 \times 0.50 \times 1.0}{(2 \times 0.50 + 1.0) \times 0.010} \text{伏 / 米} = 20 \text{伏 / 米} . \end{aligned}$$

它的方向自右指向左 .

(2)作用在 ab、cd 上的外力方向如图,大小都为

$$\begin{aligned} F = F_m = BIL &= \frac{B\varepsilon L}{2r_0 + R} = \frac{2B^2vL^2}{2r_0 + R} \\ &= \frac{2 \times 4.0^2 \times 0.10 \times 0.50^2}{2 \times 0.50 + 1.0} \text{牛} = 0.4 \text{牛} . \end{aligned}$$

3788 . 图(a)中直导线中的电流为  $I$  . 边长为  $L$  的正方形金属线框 abcd 的 ab 和 cd 两边跟直导线平行,且在同一平面内.线框固定不动,其电阻为  $R$  . 当直导线以速度  $v$  向左运动时,求:

(1)线框中感生电流的方向;

(2)当直导线离线框 ab 边距离为  $x$  时,线框中通过的电流以及此时线框所受的磁场作用力 .

[分析]

直线电流的磁场方向可由安培定则判断,磁感应强度  $B = K \frac{I}{r}$  . 线

框不动,直线电流向左运动;相当于直线电流不动,线框向右运动.这样线框内的磁通量发生变化,产生感生电流,同时受安培力的作用 .

[解答]

(1)由上述分析可知,直线电流向左运动过程,线框内垂直纸面向里的磁力线减少.由楞次定律可知,产生的感生电流方向沿 adcba .

(2)当直线电流离 ab 边为  $x$  时,ab、cd 两边所在处的磁感应强度分别为

$$B_1 = K \frac{I}{x} , B_2 = K \frac{I}{x + L} .$$

所以 ab、cd 两边切割磁力线所产生的感生电动势大小分别为

$$\varepsilon_1 = B_1 vL = K \frac{ILv}{x} , \varepsilon_2 = B_2 vL = K \frac{ILv}{x + L} .$$

这两个电动势的方向是相反的,  $\varepsilon_1$  为顺时针方向,  $\varepsilon_2$  为逆时针方向,且  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  ,

所以线框中电流

$$\begin{aligned} I' &= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R} = \frac{KILv/x - KILv/(x + L)}{R} \\ &= \frac{KIvL^2}{R(x + L)x} , \end{aligned}$$

它的方向为顺时针方向,即沿 adcba .

此时 线框各边受力情况如图(b)所示 其中  $F_{ad}$  与  $F_{bc}$  等值、反向 相互抵消 而

$$\begin{aligned} F_{ab} &= B_1 I' L \\ &= K \frac{I}{x} \cdot \frac{KIvL^2}{R(x+L)x} \cdot L \\ &= \frac{K^2 I^2 v L^3}{R x^2 (x+L)} , \\ F_{dc} &= B_2 I' L \\ &= K \frac{I}{x+L} \cdot \frac{KIvL^2}{R(x+L)x} L \\ &= \frac{K^2 I^2 v L^3}{R x (x+L)^2} . \end{aligned}$$

故线框所受的合力为

$$\begin{aligned} F &= F_{ab} - F_{dc} = \frac{K^2 I^2 v L^3}{R x^2 (x+L)} - \frac{K^2 I^2 v L^3}{R x (x+L)^2} \\ &= \frac{K^2 I^2 v L^4}{R x^2 (x+L)^2} . \end{aligned}$$

合力的方向水平向左 .

3789 . 图中 ,  $abcd$  是水平放置的矩形金属框 ,  $00'$  是金属导体 , 可以沿着框无摩擦地滑动 , 整个框放在竖直向下的匀强磁场中 . 磁感应强度为  $B$  特 ;  $00'$  长为  $L$  米 , 电阻为  $R$  欧 ;  $ab$ 、 $cd$  的电阻都为  $2R$  欧 ;  $ad$ 、 $bc$  的电阻不计 . 当  $00'$  向右以速度为  $v$  米/秒匀速滑动时 , 求 :

- (1) 作用在  $00'$  上的外力应为几牛 ?
- (2) 滑动过程中 , 金属导体  $00'$  两端的电压多大 ?

[解答]

(1) 当  $00'$  向右以速度  $v$  米/秒匀速滑动时 , 产生的感生电动势和感生电流如下 :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= BvL \text{ 伏} , \\ I &= \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{2R}{2}} \text{ 安} = \frac{BvL}{2R} \text{ 安} . \end{aligned}$$

磁场对感生电流的磁场力作用为

$$F_m = BIL \text{ 牛} , \text{ 它的方向向左} .$$

由于导体作匀速运动 , 所以外力必定跟磁场力平衡

$$F = F_m = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{2R} \text{ 牛} , \text{ 且方向向右} .$$

(2) 根据外电路上的欧姆定律 , 在滑动过程中 , 金属导体  $00'$  两端的电压为

$$U_{00'} = IR_{\text{外}} = I \cdot \left( \frac{2R}{2} \right) = \frac{1}{2} BvL \text{ 伏} .$$

3790 . 图中 , 粗细均匀的金属圆环放在磁感应强度  $B=1.0$  特的匀强磁场中 , 整个圆环的电阻  $R_1=0.40$  欧 , 由圆心  $O$  点连接环上的竖直导线  $Ob$  长  $l=1.0$  厘米 , 电阻  $R_2=0.10$  欧 . 金属转柄  $Oa$  的电阻  $R_3=0.10$  欧 , 它以  $n=10$  转/秒的转速沿逆时针方向匀速转动 , 在转动过程中  $a$  端始终和环接触 . 问当  $Oa$  由  $Ob$  位置开始转过  $180^\circ$  时 ,

该导线中电流多大？方向如何？

[分析]

在整个闭合电路中，只有  $Oa$  作切割磁力线的运动，我们可以把  $Oa$  看作是电源的内电路。当  $Oa$  转过  $180^\circ$  时，外电路由两个半圆环并联后，再和  $Ob$  串联而组成。

[解法一]

为计算  $Oa$  运动时所产生的感生电动势，可以将  $Oa$  看作是由许多微小的小段所组成。由于各小段离圆心距离不同，转动时的线速度也不同；我们可以取  $Oa$  的中点速度，也即各小段的速度的平均值来计算。

$$\bar{v} = 2\pi n \cdot \frac{l}{2} = \pi n l,$$
$$\varepsilon = B\bar{v}l = B\pi n l^2.$$

然后根据全电路欧姆定律来算电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{B\pi n l^2}{\left(\frac{R_1}{2} + R_2\right) + R_3} = \frac{1.0 \times 3.14 \times 10 \times 0.010^2}{(0.1+0.1)+0.1} \text{ 安}$$
$$= 1.05 \times 10^{-2} \text{ 安}.$$

由右手定则得：在  $Oa$  上的电流方向为  $a \rightarrow O$ 。

[解法二]

由于  $Oa$  在  $\Delta t = T/2$  的时间内转过  $180^\circ$ ，扫过的面积为  $\Delta S = \frac{1}{2} \pi l^2$ ，

所以

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{B\pi l^2}{T} = B\pi n l^2,$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{B\pi n l^2}{\left(\frac{R_1}{2} + R_2\right) + R_3} = 1.05 \times 10^{-2} \text{ 安}.$$

由楞次定律和安培定则得， $Oa$  上的电流方向为  $a \rightarrow O$ 。

3791. 在磁感应强度  $B=1.0$  特的匀强磁场中，移动长  $L=20$  厘米的垂直场强方向放置的直导线。为使导线两端得到恒定的  $\varepsilon=1.0$  伏电势差，导线应怎样运动？为使导线两端得到每秒均匀增加  $\varepsilon/t=1.0$  伏/秒的电势差，导线又应怎样运动？

[解答]

导线在磁场中切割磁力线平动，如果是匀速运动，则产生恒定的电动势；如果是加速运动，则产生变化的电动势；如果是匀加速运动，则产生的电动势将均匀地变化。

所以，当  $\varepsilon=1.0$  伏时，有

$$v = \frac{\varepsilon}{BL} = \frac{1.0}{1.0 \times 0.20} \text{ 米/秒} = 5.0 \text{ 米/秒},$$

即导线以  $5.0$  米/秒的速度匀速切割磁力线。

当  $\varepsilon/t=1.0$  伏/秒时，有

$$\varepsilon = \frac{d}{dt}(BLv) = BL \frac{dv}{dt} = BL a,$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = BL \frac{\Delta v}{\Delta t} = BL a ,$$

$$a = \frac{\Delta \varepsilon / \Delta t}{BL} = \frac{1.0}{1.0 \times 0.20} \text{米 / 秒}^2 = 5.0 \text{米 / 秒}^2 ,$$

即导线以 5.0 米/秒<sup>2</sup> 的加速度匀加速切割磁力线 .

3792 . 在磁感应强度  $B=1.0$  特的匀强磁场中 , 垂直磁场方向放一个半径  $r=20$  厘米的金属圆盘 , 如图所示 . 电池的电动势  $E=2.0$  伏 , 闭合回路的总电阻  $R=1.0$  欧 ,  $D$  为保险丝 , 它的熔断电流为  $I_0=1.0$  安 . 问当圆盘的角速度 达到何值时 , 开启电键  $K$  , 可使保险丝不致熔断 , 并指出 的变化范围 .

[分析]

顺着磁力线方向看 , 如果圆盘沿逆时针方向转 , 它产生的感生电动势和电池的电动势同向 , 回路总电动势总是大于  $E$  , 所以无法达到上述要求 ; 如果圆盘沿顺时针方向转 , 它产生的感生电动势和电池的电动势反向 . 当 较小时 , 电池放电 ; 当 较大时 , 电池被充电 . 这也就是说回路的电流可能有两个方向 . 但不管怎样 , 总要使回路电流  $I < I_0$  .

[解答]

设圆盘的角速度为  $\omega$  , 则它的感生电动势

$$\varepsilon' = Brv_M = Br \frac{\omega r}{2} = \frac{1}{2} B \omega r^2 .$$

当  $\omega = \omega_1$  时 , 电池放电 , 且  $I_1 = I_0$  , 则

$$E - \varepsilon' = E - \frac{1}{2} B \omega_1 r^2 = I_0 R ;$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{2(E - I_0 R)}{Br^2} = \frac{2 \times (2.0 - 1.0 \times 1.0)}{1.0 \times (0.20)^2} \text{弧度 / 秒} \\ &= 50 \text{弧度 / 秒} . \end{aligned}$$

当  $\omega = \omega_2$  时 , 电池被充电 , 且  $I_2 = I_0$  , 则

$$\varepsilon' - E = \frac{1}{2} B \omega_2 r^2 - E = I_0 R ;$$

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{2(I_0 R - E)}{Br^2} = \frac{2 \times (1.0 \times 1.0 + 2.0)}{1.0 \times (0.20)^2} \text{弧度 / 秒} \\ &= 150 \text{弧度 / 秒} . \end{aligned}$$

所以圆盘的角速度变化范围为

$$50 \text{ 弧度 / 秒} < \omega < 150 \text{ 弧度 / 秒} .$$

开启  $K$  , 保险丝不会被熔断 .

3793 . 由绝缘导线构成的闭合线圈 , 相交处的  $M$  点在  $N$  点之上 , 回路 I 的半径为  $r_1$  , 回路 II 的半径为  $r_2$  , 如图所示 . 磁力线垂直向里穿过线圈平面 , 且磁感应强度的变化规律为  $B=B_0 t$  .

(1) 如果线圈如图(a)所示 , 确定  $M$  点和  $N$  点的电势差 ;

(2) 如果线圈如图(b)所示 , 确定  $M$  点和  $N$  点的电势差 .

[解答]

设  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  为回路 I、II 在某瞬间的感生电动势 ;  $R_1$ 、 $R_2$  为回路 I、II 的电阻 ,

和  $S$  分别为线圈材料的电阻率和导线截面积 . 则

(1) 图(a)中对闭合线圈来说 , 回路 I 所产生的感生电动势跟回路 II 的反向 ,

所以

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2} .$$

代入得  $U_{MN} = \varepsilon_1 - IR_1 = \varepsilon_2 + IR_2 ,$

$$U_{MN} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 + R_2} .$$

由电磁感应定律和电阻定律，上式中的有关量为

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta\phi_1}{\Delta t} = \frac{\pi r_1^2 \Delta B}{\Delta t} = \pi r_1^2 B_0 ,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta\phi_2}{\Delta t} = \pi r_2^2 B_0 ,$$

$$R_1 = \rho \frac{2\pi r_1}{S} , R_2 = \rho \frac{2\pi r_2}{S} ,$$

所以

$$U_{MN} = r_1 r_2 B_0 .$$

(2)图(b)中对闭合线圈来说，回路 I 所产生的感生电动势跟 II 的同向，所以

$$I' = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} ;$$

同理可得

$$U'_{ML} = \varepsilon_1 - I'R_1 = \varepsilon_1 - \frac{R_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{R_1 + R_2} .$$

将有关量代入得

$$U'_{MN} = \pi r_1 r_2 \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} B_0 .$$

3794. 直流电动机电枢电阻  $R=2.0$  欧，外加电压  $U=200$  伏，工作电流  $I=20$  安。问：

(1)这时电动机电枢产生的反电动势以及输入功率各是多少？

(2)当负载增加时，输入功率如何变化？为什么？

[解答]

(1)当电路中有反电动势存在时，加在电路两端的电压  $U$  等于反电动势 和电枢电阻上电压降  $IR$  之和。所以

$$U = \varepsilon' + IR = 200 \text{ 伏} + 20 \times 2.0 \text{ 伏} = 160 \text{ 伏} .$$

电动机的输入功率

$$P = UI = 200 \times 20 \text{ 瓦} = 4000 \text{ 瓦} .$$

(2)当负载增加时，阻碍电枢转动的反抗力矩增大，电枢的转速减小。

由电磁感应规律可知，反电动势  $\varepsilon'$  将随着减小，又  $I' = \frac{U - \varepsilon'}{R}$  可知，这

时电流强度增大；当然输入功率  $P' = UI'$  比  $P$  大。

3795. 图中 A 为一个直流电机，既可作发电机用，又可作电动机用。它的内阻  $r_A=0.30$  欧。B 为蓄电池组，平均电动势  $E_B=12$  伏，内阻为  $r_B=0.10$  欧。现在先把 A 作为发电机，以  $I=5.0$  安的电流向 B 充电；再把 A 作为电动机，让 B 用相同时间以  $I=5.0$  安向 A 放电。求在这个循环中能量损耗的百分比及能量转换效率。

[解答]

设充电和放电时间都为  $t$  ,

当 A 作发电机用时 ,

$$I = \frac{\varepsilon_A - E_B}{r_A + r_B} , \quad \varepsilon_A = E_B + I(r_A + r_B) .$$

输入发电机的机械能 , 转化成的化学能以及损耗在发电机和蓄电池的内阻上能量分别为

$$\begin{aligned} E_{\text{机}} &= \varepsilon_A I t , \\ E_{\text{化}} &= E_B I t , \\ E &= E_{\text{机}} - E_{\text{化}} = I^2 (r_A + r_B) t . \end{aligned}$$

当 A 作电动机用时 ,

$$I = \frac{E_B - \varepsilon'_A}{r_A + r_B} , \quad \varepsilon'_A = E_B - I(r_A + r_B) .$$

转换成的机械能以及损耗在内阻上的能量为

$$\begin{aligned} E'_{\text{机}} &= \varepsilon'_A I t , \\ E &= I^2 (r_A + r_B) t . \end{aligned}$$

在这个循环中 , 能量损耗的百分比为

$$\begin{aligned} \eta_{\text{损}} &= \frac{2\Delta E}{E_{\text{机}}} = \frac{2I^2 (r_A + r_B) t}{\varepsilon_A I t} = \frac{2I(r_A + r_B)}{E_B + I(r_A + r_B)} \\ &= \frac{2 \times 5.0 \times (0.30 + 0.10)}{12 + 5.0 \times (0.30 + 0.10)} = 29\% . \end{aligned}$$

能量的转换效率

$$= 1 - \eta_{\text{损}} = 71\% \quad \text{或}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E'_{\text{机}}}{E_{\text{机}}} = \frac{\varepsilon'_A I t}{\varepsilon_A I t} = \frac{E_B - I(r_A + r_B)}{E_B + I(r_A + r_B)} = \frac{12 - 5.0 \times (0.30 + 0.10)}{12 + 5.0 \times (0.30 + 0.10)} \\ &\approx 71\% . \end{aligned}$$

3796 . 在  $t_1 = 0.0010$  秒内 , 线圈中电流发生  $I_1 = 0.20$  安的变化 , 并产生了  $\varepsilon_1 = 50$  伏的自感电动势 .

(1) 求线圈的自感系数  $L$  ;

(2) 如果线圈中电流在  $t_2 = 0.020$  秒内由某一数值变为  $I_2 = 1.8$  安 , 产生的自感电动势  $\varepsilon_2 = 10$  伏 , 求线圈中原来的电流强度  $I_1$  .

[解答]

由于不要求讨论电流和自感电动势方向 , 我们可以取各量的绝对值来计算 .

$$(1) \quad L = \frac{\varepsilon_1}{\Delta I_1 / \Delta t_1} = \frac{50}{\frac{0.20}{0.0010}} \text{ 亨} = 0.25 \text{ 亨} .$$

$$(2) \quad \Delta I_2 = \frac{\varepsilon_2 \Delta t_2}{L} = \frac{10 \times 0.020}{0.25} \text{ 安} = 0.80 \text{ 安} .$$

讨论 : 如果电流减小 , 则

$$I_1 = I_2 + \Delta I_2 = (1.8 + 0.80) \text{ 安} = 2.6 \text{ 安} .$$

如果电流增加 , 则

$$I_1 = I_2 - \Delta I_2 = (1.8 - 0.80) \text{ 安} = 1.0 \text{ 安} .$$

3797 . 一个电路的自感系数是  $L = 1000$  微亨 , 来自左向右通过  $I_1 = 4.0$  安的电

流，在  $t=0.20$  秒内变化为自右向左的  $I_2=2.0$  安的电流。求自感电动势的大小和方向。

[解答]

设从左向右的电流为正值，那么从右向左的电流为负值，根据自感电动势公式

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -1000 \times 10^{-6} \times \frac{-2.0 - (+4.0)}{0.20} \text{ 伏} = 0.030 \text{ 伏} .$$

因为原电流的变化过程是 4 安  $\rightarrow$  2 安。在电流变化由 4 安  $\rightarrow$  0 的过程中，自感电动势和电流同向，因此原电流方向是从左向右，自感电动势的方向也是从左向右；当电流变化由 0  $\rightarrow$  2 安的过程中，自感电动势和电流反向，因此原电流方向从右向左，所以自感电动势的方向仍从左向右。

3798. 图中，是观察自感现象的实验装置。已知小灯泡的电阻  $R_1=15$  欧，线圈的直流电阻  $R_2=10$  欧，电池组的电动势  $E=4.0$  伏，内阻  $r=2.0$  欧。问：

(1) 电键 K 闭合电流达到稳定后，灯泡两端的电压为多大？通过灯泡和线圈的电流分别为多大？

(2) 在切断电源的瞬间，通过灯泡的电流方向怎样？为什么？

(3) 试说明，切断电源的瞬间，为什么会看到灯泡比原来还亮，且闪一下后就熄灭的现象？

[分析]

从图中可以看出，K 闭合后线圈和灯泡并联，接在电源两端；K 断开后线圈和灯泡串联。由于回路中使用的是直流电源，只有在 K 闭合或断开瞬间线圈中才会产生自感电动势；在 K 闭合以后，经一段时间，在线圈中的电流也达到稳定状态。

[解答]

(1) K 闭合达到稳定后，线圈相当于阻值为  $R_2$  的电阻。所以可由稳恒电流知识算得

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} , I = \frac{E}{r + R} .$$

灯泡两端电压  $U_1$ 、通过灯泡和线圈的电流  $I_1$ 、 $I_2$  分别为

$$U_1 = E - Ir = E - \frac{Er}{r + R} = E - \frac{Er}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$= 4.0 \text{ 伏} - \frac{4.0 \times 2.0}{2.0 + \frac{15 \times 10}{15 + 10}} \text{ 伏} = 3.0 \text{ 伏} ;$$

$$I_1 = U_1 / R_1 = \frac{3.0}{15} \text{ 安} = 0.20 \text{ 安} ;$$

$$I_2 = U_1 / R_2 = \frac{3.0}{10} \text{ 安} = 0.30 \text{ 安} .$$

(2) 切断电源时，电池立即停止对外供电。但是由于线圈中电流减少，引起穿过线圈的磁通量减小，就会产生自感电动势，它的方向和线圈中原来的电流方向相同。此时由线圈和小灯泡组成的闭合回路中，这个自感电动势对灯泡来说是个电源，所以灯泡中将通过由上向下的电流，方向和原来电流相反。

(3) 由于线圈中的电流不能突变，所以切断电源瞬时，通过灯泡的电流即时值

可认为是  $I_2=0.30$  安，这比切断电池电源前灯泡中通过的电流  $I_1=0.20$  安大，所以看到灯泡亮闪一下。但是，由于线圈中储藏的磁场能有限，自感电流很快从  $I_2$  衰减到零，所以灯泡亮闪一下后即熄灭。

3799. 图中，匝数  $N=20$  匝、面积  $S=0.02$  米<sup>2</sup> 的矩形线圈扎在一起，把它们头尾连接组成一个闭合回路。整个回路的电阻  $R=1$  欧，放在磁感应强度  $B=1$  特的匀强磁场中。现在让线圈绕它的中心对称轴  $OO'$  匀速转动，转速  $n=3000$  转/分。问：

- (1) 线圈转动过程，感生电动势最大值为多少？
- (2) 当穿过线圈的磁通量最大时，线圈受到的磁场力矩为多少？
- (3) 不计线圈的自感，为使线圈匀速转动，则线圈转到什么位置时，外力应提供最大的即时功率？其值为多大？

[解答]

(1) 当线圈转到图中位置时，有最大的感生电动势

$$\begin{aligned}\epsilon_{\max} &= NB\omega S = NB \times 2\pi n \times S \\ &= 20 \times 1 \times 2 \times 3.14 \times \frac{3000}{60} \times 0.02 \text{ 伏} = 126 \text{ 伏}.\end{aligned}$$

(2) 当穿过线圈的磁通量最大时，磁通量的变化率为零，感生电动势为零，感生电流为零。所以这一时刻线圈不受磁场力作用，力矩也为零。

(3) 当线圈匀速转到图中位置时，线圈中有最大感生电流，它受到最大的磁阻力矩，这时需要最大的外力矩跟它平衡，所以这时外力将提供最大的即时功率。

根据能量守恒定律，由于不计线圈的自感，外力提供的即时功率等于这时回路内的电功率。

$$P_{\max} = P_e = \frac{\epsilon_{\max}^2}{R} = \frac{126^2}{1} \text{ 瓦} = 159 \times 10^4 \text{ 瓦}.$$

3800. 图中，矩形线圈  $abcd$  在磁感应强度  $B=2.0$  特的匀强磁场中，绕通过  $ad$ 、 $bc$  中点的  $OO'$  轴，以角速度  $\omega$  匀速转动，轴  $OO'$  跟磁力线垂直。已知  $ab$  长  $L_1=30$  厘米， $ad$  长  $L_2=20$  厘米，线圈电阻  $r=0.10$  欧，外电路  $R=0.20$  欧，其余电阻不计。如果线圈平面由图(a)位置，逆时针转动到跟磁力线夹角  $\theta=60^\circ$  时，线圈受磁场的阻力矩  $M=0.30$  牛·米。求此时  $ab$  和  $cd$  边的线速度  $v$ 。

[解答]

线圈在磁场中转动要产生感生电动势，在图(a)位置，其值为最大  $\epsilon_{\max}=B\omega S$ 。逆时针转过  $60^\circ$  后，感生电动势

$$\epsilon = \epsilon_{\max} \cos 60^\circ = B\omega S \cos 60^\circ.$$

这时电路中的电流

$$I = \frac{\epsilon}{r+R} = \frac{BS\omega \cos 60^\circ}{r+R}.$$

线圈中有了感生电流， $ab$ 、 $cd$  就要受磁场力  $F_m=BIL$ ，这一对等值反向的力要产生阻力矩，见图(b)。

$$M=BIS\cos 60^\circ.$$

所以

$$M = B \frac{BS\omega \cos 60^\circ}{r+R} S \cos 60^\circ = \frac{B^2 S^2 \frac{v}{L_2/2} \cos^2 60^\circ}{r+R} .$$

$$v = \frac{M \times (r+R) \times L_2 / 2}{B^2 S^2 \cos^2 60^\circ} = \frac{0.30 \times (0.10+0.20) \times 0.10}{2.0^2 \times (0.3 \times 0.2)^2 \times 0.5^2} \text{米/秒}$$

$$= 2.5 \text{米/秒} .$$

3801. 一根细绝缘棒长为  $L$ ，跟一个正方形导体框固定连接，使导体框跟绝缘棒始终在同一平面内，且导体框跟纸面垂直。绝缘棒上端挂于  $O$  点，可以在竖直向下的匀强磁场中平行于纸面摆动。当导体框向下摆动通过竖直位置时，角速度为  $\omega$ ；已知磁感应强度的大小为  $B$ ，导体框的边长为  $a$ ，组成导体框的导线的截面积为  $S$ ，而截面半径远小于  $a$ ，电阻率为  $\rho$ ；求：这时

- (1) 导体框中感生电流的大小和方向；
- (2) 导体框所受磁场力对  $O$  点的合力矩的大小。

[解答]

(1) 这时导体框上下两边切割磁力线产生的感生电动势方向都垂直纸面向里，因此两者相互削弱，导体框内的合电动势为

$$\begin{aligned} &= \varepsilon_{\text{下}} - \varepsilon_{\text{上}} \\ &= Ba\omega(L+a) - Ba\omega L = Ba\omega a^2, \\ I &= \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Ba\omega a^2}{4a\rho \frac{S}{4a}} = \frac{Ba\omega Sa}{4\rho} . \end{aligned}$$

感生电流方向在图中标出。

(2) 由于导体框上下两边的感生电流方向相反，所以两者所受磁场力对  $O$  点的力矩相互削弱，合力矩为

$$\begin{aligned} M &= M_{\text{下}} - M_{\text{上}} = B I a [(L+a) - L] = B I a^2 \\ &= \frac{\omega S B^2 a^3}{4\rho} . \end{aligned}$$

3802. 图中，一个矩形线圈长  $b=0.40$  米，宽  $a=0.20$  米，共  $n=100$  匝。在磁感应强度  $B=0.50$  特的匀强磁场中，以  $\omega=10$  弧度/秒的角速度匀速转动。如果线圈总电阻  $r=1.0$  欧，外电路电阻  $R=4.0$  欧。问：

- (1) 外电阻  $R$  上所能获得的最大即时功率是多大？
- (2) 当线圈转到它的平面跟磁力线成  $30^\circ$  角时，所受磁场对它作用力矩为多大？

[解答]

(1) 只有在通过外电阻  $R$  的电流为最大即时电流时，它才能获得最大即时功率；这时，必定是线圈产生最大感生电动势的时刻。所以

$$\begin{aligned} P_{\text{max}} &= \frac{U_{\text{max}}^2}{R} = \left( \frac{\varepsilon_{\text{max}} R}{r+R} \right)^2 / R = \frac{(nB\omega S)^2}{(r+R)^2} R = \frac{(nB\omega ab)^2}{(r+R)^2} R \\ &= \frac{(100 \times 0.50 \times 10 \times 0.080)^2}{(1.0+4.0)^2} \times 4.0 \text{瓦} = 2.6 \times 10^2 \text{瓦} . \end{aligned}$$

(2) 当线圈平面转到跟磁力线夹角为  $30^\circ$  时，它的感生电动势的即时

值为  $\varepsilon = \varepsilon_{\max} \cos 30^\circ$ ，通过线圈的电流为  $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ 。因此磁场对线圈的阻碍转动的力矩为

$$\begin{aligned} M &= nBIS \cos 30^\circ = \frac{nB\varepsilon ab}{r+R} \cos 30^\circ = \frac{nB\varepsilon_{\max} ab \cos^2 30^\circ}{r+R} \\ &= \frac{n^2 B^2 \omega a^2 b^2 \cos^2 30^\circ}{r+R} = \frac{(100 \times 0.50 \times 0.080 \times \frac{\sqrt{3}}{2})^2 \times 10}{1.0 + 4.0} \text{牛} \cdot \text{米} \\ &= 24 \text{牛} \cdot \text{米} . \end{aligned}$$

3803. 图中， $\widehat{ab}$  是半径为  $r$ 、电阻不计的四分之一圆周的金属环，圆心为  $O$ 。 $Oa$  是质量不计的轻金属杆，电阻为  $R$ ；它的一端挂于  $O$  点，另一端连一个金属小球，小球质量为  $m$ ，且跟金属环接触始终良好，没有摩擦。 $Ob$  是金属导线。整个装置竖直放置，在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，如图所示。当小球从  $a$  滑到  $b$  时的速度为  $v$ ，求：

- (1) 这一过程中回路的平均感生电动势；
- (2) 这一过程所经历的时间。

[分析]

小球带着金属杆从  $a$  运动到  $b$  的过程，因金属杆切割磁力线，而产生感生电动势，于是闭合回路中就有感生电流；这样  $Oa$  杆的运动必然要受到安培力的阻碍作用，所以机械能不再守恒，其中有一部分转化为回路的电能；当然，整个过程能量守恒。

[解答]

- (1) 根据能量转化和守恒定律，有

$$\begin{aligned} E_p &= E_k + E, \\ mgr &= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{\varepsilon^2}{R} \Delta t; \end{aligned}$$

根据法拉第电磁感应定律，有

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = B \frac{\frac{1}{4} \pi r^2}{\Delta t}, \\ \Delta t &= \frac{B \pi r^2}{4\varepsilon}, \text{ 所以} \\ mgr &= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{\varepsilon^2}{R} \cdot \frac{B \pi r^2}{4\varepsilon}, \\ \varepsilon &= \frac{4R(mgr - \frac{1}{2} mv^2)}{B \pi r^2} = \frac{2Rm(2gr - v^2)}{B \pi r^2}. \end{aligned}$$

- (2) 这个过程经历的时间

$$\Delta t = \frac{B \pi r^2}{4\varepsilon} = \frac{(B \pi r^2)^2}{8Rm(2gr - v^2)} = \frac{B^2 \pi^2 r^4}{8Rm(2gr - v^2)} .$$

3804. 用均匀导线弯成正方形闭合线框  $abcd$ ，线框每边长  $L=8.0$  厘米，每边的电阻  $r=0.010$  欧。把线框放在磁感应强度  $B=0.050$  特的匀强磁场中，并使它绕轴  $OO'$  以  $\omega=100$  弧度/秒的角速度旋转，旋转方向如图所示，已知  $\angle d=30^\circ$ ， $\angle c=30^\circ$ 。当

线框平面转到和B平行的瞬时,问 ab 和 cd 中点 ,e、 f 两点间的电势差  $U_{ef}$  是多大?

[分析]

线框在磁场中旋转过程只有 ab 边和 cd 边产生电动势,回路的总电动势为两者之和.又线框的每边都有电阻,所以这一回路是电源和电阻间隔串联的闭合回路. e、 f 分别为两个内电路的中点,  $U_{ef}$  可以采用电势的升降法来分析.

[解答]

设线框旋转时 ab 边和 cd 边产生的感生电动势分别为  $\epsilon_1$ 、  $\epsilon_2$ , 则

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= Bv_1L = B\omega \cdot \frac{L}{4} \cdot L = \frac{1}{4}B\omega S = \frac{1}{4} \times 0.050 \times 100 \times 6.4 \times 10^{-3} \text{ 伏} \\ &= 0.0080 \text{ 伏};\end{aligned}$$

$$\epsilon_2 = Bv_2L = B\omega \cdot \frac{3}{4}L \cdot L = \frac{3}{4}B\omega S = 0.024 \text{ 伏}.$$

回路的总电动势为

$$= \epsilon_1 + \epsilon_2 = 0.032 \text{ 伏}.$$

它的方向为 adcba. 感生电流方向也为 adcba, 大小为

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{\epsilon}{4r} = \frac{0.032}{0.040} \text{ 安} = 0.80 \text{ 安}.$$

要计算  $U_{ef}$ , 可以分析从 e 经 a、 d 到 f 这段电路的电势降落情况.

$$U_{ef} = U_{ea} + U_{ad} + U_{df}.$$

$$\text{因为 } U_{ea} = I \times \frac{r}{2} - \frac{1}{2}\epsilon_1,$$

$$U_{ad} = Ir$$

$$U_{df} = I \times \frac{r}{2} - \frac{1}{2}\epsilon_2,$$

$$\text{所以 } U_{ef} = \frac{Ir}{2} - \frac{1}{2}\epsilon_1 + Ir + \frac{Ir}{2} - \frac{1}{2}\epsilon_2$$

$$= 2Ir - \frac{1}{2}(\epsilon_1 + \epsilon_2) = 2 \times 0.80 \times 0.010 \text{ 伏} - \frac{1}{2} \times 0.032 \text{ 伏}$$

$$= 0.016 \text{ 伏} - 0.016 \text{ 伏} = 0.$$

3805. 图中, 两只半径为  $r_1$  和  $r_2$  的金属环放在磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 外环和内环分别跟两平行金属板连接, 当金属杆 ab 跟环接触, 并绕 O 轴匀速转动时, 质量为 m、 带电量为 +q 的粒子在平行板间处于静止状态, 已知金属板间的距离为 d, 问:

(1) Oab 的转动方向应该怎样?

(2) 转动角速度大小应为多少?

[解答]

带电粒子在平行板间的匀强电场中处于静止状态, 必满足条件

$$mg = q \frac{U}{d}; \text{ 且电场的方向竖直向上.}$$

(1) 要求下板的电势高于上板的电势, 即  $U_a > U_b$ , 所以 Oab 应该沿顺时针方向转动.

(2) 根据电磁感应规律, 可知

$$\begin{aligned}
 U &= U_{ab} = BL\bar{v}, \\
 &= B(r_2 - r_1) \cdot \frac{r_2 + r_1}{2} \omega \\
 &= \frac{1}{2} B\omega(r_2^2 - r_1^2),
 \end{aligned}$$

所以，

$$\omega = \frac{2U}{B(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{2mgd}{Bq(r_2^2 - r_1^2)}.$$

3806. 一段导线 ab 在通电状态下，能拖动重物 m 作匀速运动，如图所示。已知 ab 长  $L=0.10$  米，运动速度  $v=2.0$  米/秒，磁感应强度  $B=0.60$  特，电源电动势  $E=10.12$  伏，电阻  $R=2.0$  欧，重物质量  $m=0.10$  千克。不计电源内阻和导线电阻，不计 ab 跟导轨之间的摩擦。g 取  $10$  米/秒<sup>2</sup>。求重物跟水平桌面间的摩擦系数  $\mu$ ？

[解答]

由于重物作匀速运动，所以它所受的拉力和摩擦力等值、反向，且在数值上等于通有电流的导线 ab 在磁场中受到的安培力。

$$F_m = \mu mg = BIL.$$

又

$$I = \frac{E_{\text{总}}}{R} = \frac{E - \varepsilon}{R} = \frac{E - BvL}{R}$$

所以

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{BIL}{mg} = \frac{B(E - BvL)L}{mgR} \\
 &= \frac{0.60 \times (10.12 - 0.60 \times 2.0 \times 0.10) \times 0.10}{0.10 \times 10 \times 2.0} \\
 &= 0.30.
 \end{aligned}$$

3807. 图中，一个宽度  $L=1.0$  米的导电框架，它跟水平面交角  $\theta=30^\circ$ ，其电阻可以忽略不计。匀强磁场方向竖直向上，磁感应强度  $B=0.20$  特。今有一根条形导体 ab，质量  $m=0.20$  千克，有效电阻  $R=0.10$  欧，跨放在框架上，并能无摩擦地滑动。求：

(1) 导线 ab 下滑的最大速度；

(2) ab 作匀速运动时，每秒钟通过框架的感应电量。

[解答]

(1) ab 下滑过程受重力  $G$ ，弹力  $N$  和安培力  $F_m$  作用，作加速运动。随着速度的增加，感生电流增加，安培力增大。如果框架足够长，安培力能增大到使  $G$ 、 $N$ 、 $F_m$  三力平衡，这时加速度减为零，速度达到最大值。

$$F_m \cos \theta = mg \sin \theta,$$

$$BIL \cos \theta = mg \sin \theta,$$

$$B \frac{BLv_{\text{max}} \cos \theta}{R} L \cos \theta = mg \sin \theta,$$

$$v_{\text{max}} = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta} = \frac{0.20 \times 9.8 \times 0.10 \times 0.5}{0.20^2 \times 1.0^2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \text{米/秒}$$

$$= 3.3 \text{米/秒}.$$

(2) 由于是作匀速运动，回路中为稳恒电流，所以

$$Q = It = \frac{LBv_{\max} \cos \theta}{R} t = \frac{0.20 \times 1.0 \times 3.3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1.0}{0.10} \text{ 库}$$

$$= 5.7 \text{ 库} .$$

3808. 有一根导线长  $L=0.20$  米, 电阻  $R=0.010$  欧, 放在含有电源, 倾角  $\theta=60^\circ$  的光滑斜导轨上. 匀强磁场的磁感应强度  $B=1.0$  特, 方向竖直向上. 当加在导线两端的电压  $U=0.50$  伏时, 能以  $v=2.0$  米/秒的速度沿导轨向上匀速运动. 求:

- (1) 这时导线中的电流;
- (2) 输入给导线的电功率;
- (3) 导线耗损的功率;
- (4) 导线输出的机械功率.

[解答]

(1) 电源加在导线两端的电压  $U$  跟导线沿斜导轨向上运动产生的感生电动势方向相反, 所以这时流过导线的电流为

$$I = \frac{U - \varepsilon}{R} = \frac{U - BvL \cos \theta}{R}$$

$$= \frac{0.50 - 1.0 \times 2.0 \times 0.20 \times 0.50}{0.010} \text{ 安}$$

$$= 30 \text{ 安} .$$

(2) 电源输入给导线的电功率为

$$P_i = UI = 0.50 \times 30 \text{ 瓦} = 15 \text{ 瓦} .$$

(3) 导线耗损的功率为

$$P_L = I^2 R = 30^2 \times 0.010 \text{ 瓦} = 9.0 \text{ 瓦} .$$

(4) 导线输出的机械功率为

$$P_M = P_i - P_L = 6.0 \text{ 瓦} .$$

或

$$P_M = F_m v \cos 60^\circ = BILv \cos 60^\circ$$

$$= 1.0 \times 30 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.5 \text{ 瓦} = 6.0 \text{ 瓦} .$$

3809. 图中, 金属棒  $ab$  重  $G = \frac{1}{\sqrt{3}}$  牛, 长  $L = 0.20$  米, 电阻  $R = 0.40$

欧; 回路中电池电动势  $E=0.30$  伏, 内电阻  $r=0.10$  欧; 其余电阻不计.  $ab$  棒可沿倾角  $\theta=60^\circ$  的导轨无摩擦地滑动. 竖直向上的匀强磁场的磁感应强度  $B=1.0$  特. 为使  $ab$  棒能沿导轨以  $v=2$  米/秒的速度匀速向上运动, 须沿导轨方向上加多大的力? 这时  $ab$  棒对导轨的压力多大?

[分析]

$ab$  棒受到重力  $G$ 、弹力  $N$ 、外力  $F$  和安培力  $F_m$  等四力作用, 处于平衡状态, 四个共点力相平衡. 在这个过程中  $ab$  棒切割磁力线会产生感生电动势, 它的方向跟电池电动势方向一致, 回路电动势为两者之和.

[解答]

由共点力平衡的条件, 可以得到

$$F_x = 0, \quad F - G \sin \theta - F_m \cos \theta = 0 .$$

$$F_y = 0, \quad N + F_m \sin \theta - G \cos \theta = 0 .$$

由于  $E_{\text{总}} = E + \varepsilon = E + BLv \cos \theta$ ,

所以 
$$I = \frac{E_{\text{总}}}{r + R} = \frac{E + BLv \cos \theta}{r + R} .$$

$$F_m = BIL = BL \times \frac{E + BLv \cos \theta}{r + R}$$

$$= 1.0 \times 0.20 \times \frac{0.30 + 1.0 \times 0.20 \times 2.0 \times 0.5}{0.10 + 0.40} \text{牛}$$

$$= 0.20 \text{牛} .$$

进一步可以解得

$$F = G \sin \theta + F_m \cos \theta = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.20 \times 0.5 \right) \text{牛}$$

$$= 0.60 \text{牛} ,$$

$$N = G \cos \theta - F_m \sin \theta = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} - 0.20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{牛}$$

$$= 0.12 \text{牛} ,$$

由牛顿第三定律可得棒对导轨压力  $N'$  的大小 .

$$N' = N = 0.12 \text{牛} .$$

3810 . 中间接有电池的硬导线  $ab$  长为  $L$  , 以速度  $v$  在水平光滑金属轨上向右匀速运动 . 电池的电动势为  $E$  , 内电阻为  $r$  ; 回路中还接有电阻  $R$  , 其他部分电阻不计 ; 磁感应强度为  $B$  , 且跟水平面成  $\theta$  角 ; 如图所示 . 求外力的机械功率 .

[解答]

$ab$  向右运动 , 切割磁力线 , 产生感生电动势

$$= BLv \sin \theta .$$

这个电动势跟电池电动势同向 , 所以回路的电流为

$$I = \frac{E + \varepsilon}{r + R} = \frac{E + BLv \sin \theta}{r + R} .$$

设外力  $F$  的方向水平向右 , 则  $ab$  匀速运动时外力和安培力的水平分量平衡

$$F = F_m \sin \theta = BIL \sin \theta .$$

所以外力的机械功率为

$$P = Fv = BIL \sin \theta \times v$$

$$= B \times \frac{E + BLv \sin \theta}{r + R} \times L \sin \theta \times v$$

$$= BLv \sin \theta \times \frac{E + BLv \sin \theta}{r + R} .$$

3811 . 图中 , 金属棒  $cd$  质量  $m=0.050$  千克 , 长  $L=0.50$  米 , 可在水平导轨上无摩擦地滑动 , 整个回路的电阻保持不变  $R=0.20$  欧 ; 匀强磁场的磁感应强度  $B=0.50$  特 , 方向斜向上 , 且跟导轨平面成  $\theta=30^\circ$  角 . 问当  $cd$  水平向右滑动的速度多大时 , 它将对导轨没有压力 .

[分析]

设  $cd$  在水平向右的外力作用下向右运动 , 这时回路中有感生电流 ,  $cd$  受安培力作用 . 安培力的方向跟  $B$  垂直 , 即向左上方 . 它跟竖直向上方向夹角  $\theta=30^\circ$  . 因此只要安培力的竖直分量跟  $cd$  的重力平衡 ,  $cd$  将对导轨没有压力 .

[解答]

由上述分析可得

$$F_m \cos \theta = mg,$$

$$BIL \cos \theta = mg,$$

$$B \frac{\varepsilon}{R} L \cos \theta = mg,$$

$$B \frac{BvL \sin \theta}{R} L \cos \theta = mg,$$

所以 
$$v = \frac{mgR}{B^2 L^2 \sin \theta \cos \theta}$$
$$= \frac{0.050 \times 9.8 \times 0.20}{0.50^2 \times 0.50^2 \times \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ} \text{米/秒}$$
$$= 3.6 \text{米/秒}.$$

3812. 图中, 金属棒 ab 可以在水平导轨上没有摩擦地左右平移. 回路中电源电动势  $E=3.0$  伏, 内电阻  $r=0.10$  欧, 外电路的总电阻始终为  $R=0.20$  欧; ab 的长  $L=0.20$  米, 质量  $m=0.010$  千克, 通过定滑轮连接的重物质量  $M=0.050$  千克. 磁感应强度  $B=1.0$  特, 方向竖直向上.  $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>. 求:

- (1) K 闭合的瞬间, ab 所受安培力以及加速度.
- (2) ab 开始运动后, 它的速度、加速度以及回路电流如何变化?
- (3) ab 可能达到的最大速度.
- (4) ab 达到最大速度后, 电源的输出功率以及这个装置的机械功率.

[分析]

K 闭合后, ab 中即有电流通过, 这个电流在磁场中受向左的安培力. 以这个力为动力, ab 和重物 M 产生加速度, ab 向左作加速运动. ab 有速度, 就切割磁力线产生感生电动势; 这个电动势方向跟电源电动势方向相反, 回路电流减小, 安培力减小, 加速度减小, 但是速度增加; 如果导轨足够长, 安培力小到使 ab 受力平衡时, ab 的速度达到最大值, 且保持匀速运动. 这时电源有稳定的输出功率, 装置有恒定的机械功率.

[解答]

(1) K 闭合瞬间, ab 中电流受安培力

$$F_m = BIL = B \frac{E}{r+R} L = 1.0 \times \frac{3.0}{0.10+0.20} \times 0.20 \text{牛} = 2.0 \text{牛}.$$

它的方向向左. 安培力克服重物 M 的重力, 使 ab 和重物同时获得加速度

$$a = \frac{F_m - Mg}{m+M} = \frac{2.0 - 0.050 \times 10}{0.010 + 0.050} \text{米/秒}^2 = 25 \text{米/秒}^2,$$

ab 加速度向左, 重物加速度向上.

(2) 从前面分析可知, ab 开始运动后, 加速度不断减小, 速度不断增加, 回路总电动势不断减小, 电流不断减小; 当加速度减为零时, 速度达到最大值, 电流达到最小值.

(3) 当安培力减小到等于重物的重力时, 系统的加速度减为零, ab 速度达到最大值  $v_{\max}$ .

$$F'_m = B I' L = Mg,$$

$$B = \frac{E - B v_{\max} L}{r+R} L = Mg,$$

$$\begin{aligned}
 v_{\max} &= \frac{E}{BL} - \frac{Mg(r+R)}{B^2L^2} \\
 &= \frac{3.0}{1.0 \times 0.20} \text{米/秒} - \frac{0.050 \times 10 \times (0.10 + 0.20)}{1.0^2 \times 0.20^2} \text{米/秒} \\
 &= 11 \text{米/秒} .
 \end{aligned}$$

(4) ab 以  $v_{\max}$  速度匀速运动时，电源输出功率  $P_0$  以及装置的机械功率  $P_M$  分别为：

$$\begin{aligned}
 P_0 &= UI = [E - Ir]I = \left[ E - \frac{(E - Bv_{\max}L)r}{r+R} \right] \times \frac{E - Bv_{\max}L}{r+R} \\
 &= \left[ 3.0 - \frac{3.0 - 1.0 \times 11 \times 0.20}{0.10 + 0.20} \times 0.10 \right] \times \frac{3.0 - 1.0 \times 11 \times 0.20}{0.10 + 0.20} \text{瓦} \\
 &= 2.73 \times 2.67 \text{瓦} = 7.3 \text{瓦} . \\
 P_M &= F'_m v_{\max} = Mg v_{\max} = 0.050 \times 10 \times 11 \text{瓦} \\
 &= 5.5 \text{瓦} .
 \end{aligned}$$

3813. 在一竖直向下的磁感应强度  $B=0.20$  特的匀强磁场中，水平地放置一个金属框架。框架上有 ab 和 cd 两可动边，长都为  $L=0.50$  米，总电阻  $r=2.0$  欧，导轨电阻不计；它们跟导轨间的摩擦阻力分别为  $f_1=0.02$  牛， $f_2=0.01$  牛（假定都恒定不变）。如图所示，用一个跟 ab 垂直的力  $F$  拉 ab 向右运动。当 ab 和 cd 都达到匀速运动时， $F$  将是多大？这时 ab 和 cd 的速度之差是多少？（ $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）

[分析]

ab 和 cd 达到匀速运动时，它们各自一定受力平衡。ab 和 cd 都受磁场力作用，回路中必有电流。所以回路的合电动势不为零。

[解答]

根据共点力平衡条件，有

$$\begin{aligned}
 F &? F_{m1} ? f_1 = 0 , \\
 F_{m2} &? f_2 = 0 .
 \end{aligned}$$

又  $F_{m1}=F_{m2}=BIL$ ，所以得到

$$F = f_1 + f_2 = (0.02 + 0.01) \text{牛} = 0.03 \text{牛} .$$

回路中总电动势不为零。且 ab 和 cd 产生的感生电动势对回路而言是反向的，所以

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r} = \frac{BLv_1 - BLv_2}{r} = \frac{BL}{r}(v_1 - v_2) ,$$

$$\text{而} \quad I = \frac{F_{m2}}{BL} = \frac{f_2}{BL} ,$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以} \quad v_1 - v_2 &= \frac{r}{BL} \times \frac{f_2}{BL} = \frac{f_2 r}{B^2 L^2} \\
 &= \frac{0.01 \times 2.0}{0.20^2 \times 0.50^2} \text{米/秒} = 2.0 \text{米/秒} .
 \end{aligned}$$

3814. 图中，有一个磁感应强度  $B=0.10$  特的匀强磁场，方向水平向外。在垂直于磁场的竖直面内放有金属导轨，棒 ab 可以没有摩擦地在导轨上上下下平动。棒 ab 的质量  $m=0.20$  克，长  $L=10$  厘米，电阻  $R=0.20$  欧。导轨电阻不计，空气阻力不计， $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>。

(1) 在图中画出 ab 下落时框中电流的方向；

(2) 求出 ab 下落的最大速度；

(3) 这时，如果导轨上电键 K 突然断开，则 ab 的运动情况如何？

[解答]

(1) 根据右手定则，可判断感生电流方向，具体见图。

(2) 下落过程，棒 ab 受重力和磁场力作用。开始时速度较小，所受磁场力较小，重力和磁场力的合力较大，加速度较大。随着速度增大，磁场力增大。只要导轨足够长，磁场力可增大到等于重力，这时合力为零，加速度减小到零，速度达到最大值。此后以这一速度作匀速运动。设这一速度为  $v_{\max}$ ，则

$$F_m = G,$$

$$BIL = mg,$$

$$B \frac{Bv_{\max}L}{R} L = mg,$$

$$v_{\max} = \frac{mgR}{B^2L^2} = \frac{0.20 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.20}{0.10^2 \times 0.10^2} \text{米/秒}$$
$$= 4.0 \text{米/秒}.$$

(3) 如果 K 突然断开，ab 只受重力作用，且速度为 4.0 米/秒，ab 将作初速度为 4.0 米/秒的竖直下抛运动。

3815 图中，放在水平实验台面上的两根互相平行的金属导轨间的距离  $d=0.50$  米。金属棒 ab 能在导轨上作无摩擦的滑动。ab 棒的质量  $m=0.10$  千克，电阻  $r_0=0.50$  欧。电路中电源电动势  $E=8.0$  伏，内阻  $r=1.0$  欧，外电阻  $R=1.0$  欧，其他部分的电阻都不计。竖直向下的匀强磁场的磁感应强度  $B=2.0$  特。接通电键 K 后，问：

(1) 随着 ab 棒开始运动，安培表和两只伏特表的读数将如何变化？

(2) 当伏特表  $V_1$  的读数为 6.0 伏时， $V_2$  的读数是多少？此时，ab 棒的运动速度是多大？加速度是多大？输入 ab 棒的电功率及 ab 输出的机械功率各为多大？

(3) 如果导轨平面离地高度为 1.25 米，则当 ab 棒离开导轨落到地面时的最大水平位移是多少？(g 取  $10 \text{米/秒}^2$ )

(4) ab 棒在下落过程中，两端的电势差是否会发生变化？为什么？

[分析]

接通电键 K 后，ab 棒中有 b → a 的电流流过，这电流将要受到水平向右的磁场力，ab 棒就向右加速运动。随着速度增大，ab 棒切割磁力线产生的 a → b 的感生电动势也逐渐增大。由于这个电动势和回路电池的电动势反向，所以回路总电动势减小，总电流减小。这个电流所受磁场力就减小，加速度减小，但速度仍在增加，只要导轨足够长，可使感生电动势和电池电动势大小相等，这时电流为零，速度最大，且保持这个速度匀速向右运动。

[解答]

(1) 从以上分析可知，K 闭合后，随着 ab 棒开始运动，安培表读数将减小，最终可达到零。又根据闭合回路欧姆定律，由于回路电流减小，两只伏特表  $V_1$ 、 $V_2$  的读数都要增大；最后电流为零时， $V_1$ 、 $V_2$  的读数都等于电动势，即 8 伏。

(2) 当  $V_1 = 6$  伏时, 可知回路电流为  $I = \frac{E - V_1}{r}$ . 所以  $V_2$  为

$$V_2 = V_1 - IR = V_1 - \frac{E - V_1}{r} R$$

$$(6.0 - \frac{8.0 - 6.0}{1.0} \times 1.0) \text{ 伏} = 4.0 \text{ 伏} .$$

$V_2$  即是 ab 棒两端电压, 所以  $V_2 = \epsilon + Ir_0$ . 可知  $\epsilon = V_2 - Ir_0 = BvL$ . 得到

$$v = \frac{V_2 - Ir_0}{BL} = \frac{V_2 - Ir_0}{Bd} = \frac{4.0 - \frac{8.0 - 6.0}{1.0} \times 0.50}{2.0 \times 0.50} \text{ 米 / 秒}$$

$$= 3.0 \text{ 米 / 秒} .$$

ab 棒此时的加速度 a、输入的电功率 P、输出的机械功率 P' 分别为

$$a = \frac{F}{m} = \frac{BIL}{m} = \frac{B \times \frac{E - V}{r} \times d}{m} = \frac{2.0 \times 2.0 \times 0.50}{0.10} \text{ 米 / 秒}^2$$

$$= 20 \text{ 米 / 秒}^2 ,$$

$$P = V_2 I = 4.0 \times 2.0 \text{ 瓦} = 8.0 \text{ 瓦} ,$$

$$P' = Fv = BILv = 2.0 \times 2.0 \times 0.5 \times 3.0 \text{ 瓦} = 6.0 \text{ 瓦} .$$

(3) 当 ab 棒离开导轨后, 具有一水平速度, 因此将在重力作用下作平抛运动. 要使落地时有最大的水平位移, 必须使 ab 棒在离开导轨时有最大的水平速度. 由前面分析可知  $\epsilon_{\max} = E$  时, 回路电流为零, 加速度为

$$\text{零, 速度达到最大值. 所以, } \epsilon_{\max} = Bv_{\max} L = E, v_{\max} = \frac{E}{BL} =$$

$$\frac{8.0}{2.0 \times 0.50} \text{ 米 / 秒} = 8.0 \text{ 米 / 秒} . \text{ 可知落地时能达到的最大水平位移为}$$

$$x_{\max} = v_{\max} t = v_{\max} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 8.0 \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} \text{ 米} = 4.0 \text{ 米} .$$

(4) ab 棒下落过程的速度可分解为水平分速度和竖直分速度; 竖直分速度和磁场方向一致, 不产生感生电动势; 因此, 在 ab 棒下落的过程中, 其感生电动势决定于它的水平分速度. 由平抛运动特点可知, 它的水平分速度始终不变; 因此, 在棒下落过程, 两端的电势差保持不变. 如果棒以  $v_{\max}$  速度平抛, 则:

$$\epsilon = Bv_{\max} L = 2.0 \times 8.0 \times 0.50 \text{ 伏} = 8.0 \text{ 伏} .$$

3816. 两根互相平行的导电轨道, 放在倾角  $\theta = 30^\circ$  的斜面上, 有一个磁感应强度  $B = 0.80$  特的匀强磁场垂直于这个斜面, 如图所示. 电源、可变电阻和金属棒跟两导轨组成闭合回路. 其中电源的电动势  $E = 12$  伏, 内电阻  $r = 0.10$  欧; 金属棒 ab 长  $L = 25$  厘米, 重  $G = 2.0$  牛, 棒跟导轨间摩

擦系数  $\mu = \sqrt{3}/6$ , 不计棒和导轨的电阻. 问:

(1) 可变电阻 R 应调在什么阻值范围, 金属棒才能静止在斜面上.

(2) 当可变电阻 R 调到 1.1 欧时, 金属棒作匀速运动的速度是多大?

[分析]

金属棒受到四个力作用; 重力 G, 弹力 N, 磁场力  $F_m$ , 摩擦力 f. 当这四个力平衡时, 金属棒可以处于静止状态或匀速直线运动状态. 如果金属棒有下滑趋势,

则摩擦力  $f$  向上；反之，向下。如果四个力不平衡，合力不为零；金属棒就要作变速运动。由于速度的变化，它产生的感生电动势发生变化，回路电流也发生变化，磁场力也发生变化；直到四个力平衡，金属棒就保持这时的速度，作匀速直线运动。

[解答]

(1) 先找出临界状态的两点，

$$\begin{cases} G_x - (F_m + f) = 0, & G_y = N, & F_m = BI_1 L. \\ G_x + f - F'_m = 0, & G_y = N, & F'_m = BI_2 L. \end{cases}$$

解方程得

$$F_m = G_x - f,$$

$$B \frac{E}{r + R_1} L = G \sin \alpha - \mu G \cos \alpha,$$

$$R_1 = \frac{BEL}{G(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} - r = \frac{0.80 \times 12 \times 0.25}{2.0 \times (0.5 - \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2})} \text{ 欧} - 0.1 \text{ 欧}$$

$$= 4.7 \text{ 欧}.$$

$$F'_m = G_x + f,$$

$$B \frac{E}{r + R_2} L = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha,$$

$$R_2 = \frac{BEL}{G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - r = \frac{0.80 \times 12 \times 0.25}{2.0 \times (0.5 + \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2})} \text{ 欧} - 0.1 \text{ 欧}$$

$$= 1.5 \text{ 欧}.$$

所以当可变电阻调在 1.5 欧  $R$  4.7 欧的范围时，金属棒能静止在斜面上。

(2) 当可变电阻  $R=1.1$  欧  $< 1.5$  欧时，棒中电流受到安培力  $F_m > G_x + f$ ，金属棒将沿导轨向上加速，速度不断增加；金属棒不仅出现了感生电动势，且这个电动势不断增加；由于这感生电动势和电源电动势反向，所以回路电流减小，安培力减小；只要导轨足够长，金属棒速度增加到使回路合电动势产生的回路电流，在棒中受到的安培力  $F'_m = G_x + f$  时，金属棒将开始作匀速直线运动。设这时棒的速度为  $v$ ，则

$$BIL = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha,$$

$$B \frac{E - \varepsilon}{r + R} L = G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

$$B \frac{E - BvL}{r + R} L = G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

$$v = \frac{E}{BL} - \frac{G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)(r + R)}{B^2 L^2}$$

$$= \frac{12}{0.80 \times 0.25} \text{ 米/秒} - \frac{2.0 \times (0.5 + \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \times (0.10 + 1.1)}{(0.80)^2 \times (0.25)^2} \text{ 米/秒}$$

$$= 15 \text{ 米/秒}.$$

3817. 图中，一个无限长的导线框架放在广大的匀强磁场中，框架跟水平面成  $=30^\circ$  的倾角，框架两边的间距  $L=50$  厘米，它的电阻可以忽略不计。设磁感应强度  $B=0.2$  特，方向垂直框架平面。今有一条直导体棒  $ab$  跨放在框架上，且平行

于 cd，能无摩擦地滑动。它的质量  $m=0.2$  千克，有效电阻  $R=0.1$  欧。释放直导体棒，让它沿框架向下平移。问：

(1) 当直导体棒 ab 平移速度达到 2 米/秒时，回路中的电流多大？

(2) 回路电流所能达到的最大值多大？

(3) 回路中电功率所能达到的最大值多大？

[解答]

(1) 直导体棒 ab 下滑过程，切割磁力线，产生感生电动势 和感生电流  $I$ 。

因为  $\varepsilon = BvL$ ， $I = \frac{\varepsilon}{R}$ ，

所以  $I = \frac{BvL}{R} = \frac{0.2 \times 2 \times 0.5}{0.1}$  安 = 2 安。

(2) 导体棒有感生电流流过，就会受到磁场力  $F_m$  的作用，方向跟运动方向相反。只要导体棒的下滑力  $F=G\sin\theta$  大于磁场力  $F_m$ ，导体棒总是在沿框架作加速运动。随着导体棒向下平移的速度增大，感生电流也增大，磁场力也增大。这个过程一直进行下去，直到磁场力  $F_m$  增大到等于下滑力，这时导体棒所受的重力、弹力、磁场力的合力为零，加速度为零，速度达到最大值，感生电流也达到最大值。此后导体棒保持这一状态，继续匀速下滑。

因为  $F = G \sin\theta = mg \sin\theta$ ， $F_m = BI_{\max}L$ ，

所以  $I_{\max} = \frac{mg \sin\theta}{BL} = \frac{0.2 \times 10 \times \sin 30^\circ}{0.2 \times 0.5}$  安 = 10 安。

(3) 当回路中电流达到最大值时，电流的功率也达到最大值：

$$P_{\max} = I_{\max}^2 R = 10^2 \times 0.1 \text{ 瓦} = 10 \text{ 瓦}。$$

3818. 一个边长  $L=0.5$  米的正方形金属框 abcd，质量  $m=0.1$  千克，整个回路的电阻  $R=0.5$  欧，放在倾角  $\theta=30^\circ$  的光滑不导电的斜面上。斜面上有一段宽  $L=0.5$  米的有限匀强磁场，方向垂直斜面向上，磁感应强度  $B=0.5$  特。金属框由静止开始下滑，沿斜面下滑了一段距离  $s_1$  后进入磁场区域。问：

(1) 金属框进入磁场区域后，可能作什么运动，试加以讨论。

(2) 欲使金属框匀速穿过磁场区域，金属框应从何处下滑，即  $s_1=?$

(3) 金属框穿过磁场的过程中共产生多少热量？

[解答]

(1) 金属框未进入磁场前，它受到重力和斜面弹力的作用，合力为  $mg\sin\theta$ 。所以它以加速度  $a=g\sin\theta$  沿斜面向下做匀加速运动。当它进入磁场后，由于 ab 边切割磁力线而产生感生电流，所以除了上述两个力外，还受到磁场力的作用，方向沿斜面向上。由于 ab 边进入磁场时的速度不同，因此进入磁场后可能有三种运动情况：

进入磁场时，金属框恰好有某一特定速度，使它受到的磁场力跟下滑力平衡，这样框架所受的重力、弹力和磁场力的合力为零，将作匀速运动。

进入磁场时，金属框的速度小于上述特定速度，使磁场力小于下滑力，金属框将开始作加速运动。这个加速度在逐渐减小。

进入磁场时，金属框的速度大于上述特定速度，使磁场力大于下滑力，金属框将开始作减速运动。这个加速度在逐渐减小。

(2) ab 边未进入磁场时作匀加速运动，

$$mg \sin\theta = ma, a = g \sin\theta。$$

设 ab 边进入磁场时的速度为 v，那末

$$v^2 = 2as_1 = 2gs_1 \sin \theta \quad (1)$$

ab 边进入磁场后受到磁场力

$$F_m = BIL = B \frac{\varepsilon}{R} L = B \frac{BvL}{R} L = \frac{B^2 L^2}{R} v .$$

由于 ab 匀速，所以  $F_m = mgsin \theta$ ，

$$\text{即} \quad \frac{B^2 L^2}{R} v = mg \sin \theta . \quad v = \frac{Rmg \sin \theta}{B^2 L^2} \quad (2)$$

由(1)式和(2)式解得

$$s_1 = \frac{R^2 m^2 g \sin \theta}{2B^4 L^4} = \frac{0.5^2 \times 0.1^2 \times 10 \times 0.5}{2 \times (0.5)^4 \times (0.5)^4} = 1.6 \text{米} .$$

(3) 由于金属框的边长恰好等于磁场的宽度，ab 从磁场出来时，cd 边恰好进入磁场，金属框继续作匀速运动。所以自 ab 边进入磁场起，到 cd 边出磁场，在 2L 的路程中，金属框匀速穿过磁场。

根据能量转换和守恒定律，金属框穿过磁场过程所产生的热能是由电能转化来的，而电能又是由机械能克服磁场力做功转化来的，所以

$$Q = F_m \times 2L = mgsin \theta \cdot 2L = 0.1 \times 10 \times 0.5 \times 2 \times 0.5 \text{焦} \\ = 0.5 \text{焦} .$$

或者可以由焦耳定律算得

$$Q = I^2 R \Delta t = \frac{(BvL)^2}{R} \cdot \frac{2L}{v} = \frac{2B^2 v L^3}{R} = \frac{2 \times 0.5^2 \times 4 \times 0.5^3}{0.5} \text{焦} \\ = 0.5 \text{焦} .$$

3819. 如图(a)所示，两根相距 20 厘米的平行铜线固定在绝缘板上，它们的一部分和绝缘板平行，另一部分跟绝缘板成  $\theta = 30^\circ$  角。ab、cd 是两根平行放置的铜条，它们的质量都是 2.0 克。铜条可以在铜线上滑动，摩擦系数都为  $\mu = 0.25$ 。除接触电阻  $R = 0.20$  欧外，其他电阻不计。整个装置放在竖直向上的匀强磁场中，磁感应强度  $B = 0.10$  特。问：

(1) 让铜条 ab 由静止开始从斜面顶端下滑，ab 的加速度为多大时，cd 才开始运动？

(2) cd 开始运动时，其中的感生电流是多少？(设  $g = 10$  米/秒<sup>2</sup>)

[解答]

(1) cd 开始运动，表明了它所受到的安培力已增大到等于最大静摩擦力， $F_{m2} = f_2$ ，如图(b)所示。

$$\text{因为} \quad F_{m2} = BIL = B \frac{\varepsilon_1}{R} L = \frac{B^2 L^2 v_1 \cos \alpha}{R} ,$$

$$f_2 = \mu mg ,$$

$$\text{所以} \quad v_1 = \frac{\mu mg R}{B^2 L^2 \cos \alpha} .$$

这时 ab 所受的合力为

$$F_1 = mgsin \theta - \mu N_1 = F_{m1} \cos \theta \\ = mgsin \theta - \mu (mg \cos \theta + F_{m1} \sin \theta) = F_{m1} \cos \theta .$$

$$\text{因为} \quad F_{m1} = BIL = F_{m2} = \mu mg ,$$

所以  $F_1 = mg \sin \alpha - \mu (mg \cos \alpha + \mu mg \sin \alpha) - \mu mg \cos \alpha$   
 $= m[(1 - \mu^2)g \sin \alpha - 2\mu g \cos \alpha]$ .

由牛顿第二定律得

$$a_1 = \frac{F_1}{m} = (1 - \mu^2)g \sin \alpha - 2\mu g \cos \alpha$$

$$= (1 - 0.25^2) \times 10 \times 0.5 \text{ 米/秒}^2 - 2 \times 0.25 \times 10 \times 0.866 \text{ 米/秒}^2$$

$$= 0.36 \text{ 米/秒}^2.$$

(2) 对于 cd 铜条来说, 因为  $BIL = \mu mg$

所以通过 cd 的电流为

$$I = \frac{\mu mg}{BL} = \frac{0.25 \times 2.0 \times 10^{-3} \times 10}{0.10 \times 0.20} \text{ 安} = 0.25 \text{ 安}.$$

3820. 图中, abc, a'b'c' 是两条互相平行且相距为 L 的金属轨道, 其电阻略去不计. ab、a'b' 部分在水平面上, 且足够长. bc、b'c' 部分跟水平面成  $\alpha$  角. 现有两根质量和电阻分别为  $m_1$ 、 $m_2$  和  $R_1$ 、 $R_2$  的金属棒跟轨道垂直, 且分别放在水平面和斜面的轨道上. 两根金属棒通过固定在 bb' 上的定滑轮用一条绝缘细线相连接. 假定两条金属棒分别保持在两个面的轨道上作无摩擦滑动. 整个装置放在磁感应强度为 B, 方向竖直向下的匀强磁场中, 求两棒运动的最大速度为多大?

[分析]

开始时, 由于重力  $G_2$  的作用, 两棒从静止开始作加速运动, 速度不断增加. 由于速度的增加, 回路中电流也随着增加, 磁场对两棒的安培力也随着增大. 当两棒所受的合力为零时, 加速度为零, 此时速度达到最大值.

[解答]

由右手定则判定两棒上的感生电流方向, 见下图. 并分别作出两棒的受力图.  $m_1$  棒受重力  $G_1$ 、弹力  $N_1$ 、拉力 T、安培力  $F_1$ ;  $m_2$  棒受重力  $G_2$ 、弹力  $N_2$ 、拉力 T'、安培力  $F_2$ . 其中  $F_1 = F_2 = BIL$ .

建立直角坐标系, 分别对  $m_1$ 、 $m_2$  列出平衡方程

$$T - F_1 = 0,$$

$$m_2 g \sin \alpha + F_2 \cos \alpha - T' = 0,$$

$$T = T'.$$

解方程得

$$m_2 g \sin \alpha = F_1 - F_2 \cos \alpha = BIL(1 - \cos \alpha),$$

$$I = \frac{m_2 g \sin \alpha}{BL(1 - \cos \alpha)}.$$

因为  $I = \frac{\epsilon_{\text{总}}}{R_{\text{总}}} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{BvL - BvL \cos \alpha}{R_1 + R_2},$

所以有  $\frac{m_2 g \sin \alpha}{BL(1 - \cos \alpha)} = \frac{BvL(1 - \cos \alpha)}{R_1 + R_2},$

$$v = \frac{(R_1 + R_2)m_2 g \sin \alpha}{B^2 L^2 (1 - \cos \alpha)^2}.$$

3821. 图中, 水平的框架上放一根金属棒 ab. 通过框架的匀强磁场

和平面成  $30^\circ$  角, 磁感应强度  $B = 1.0$  特. 棒长  $L = 0.10$  米, 棒重  $G = \frac{\sqrt{3}}{10}$

牛；电源电动势  $E=0.40$  伏；电路总电阻  $R=0.50$  欧，可以认为始终不变；

ab和棒间的摩擦系数  $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 。如果要使ab沿框架向左以  $v = 2.0$  米/秒的

速度匀速运动，加在 ab 上水平向左的力必须多大？（g 取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）

[分析]

这实际上是一个共点力平衡的问题。首先要作金属棒的受力分析。棒在向左运动过程受五个力作用：重力  $G$ ，弹力  $N$ ，摩擦力  $f_k$ ，安培力  $F_m$ ，外力  $F$ 。具体见图。

[解答]

由于金属棒作匀速运动，所以这五个力的合力为零。

首先要分析出安培力的大小和方向。根据右手定则，判定感生电动势和电源电动势同向，回路的总电动势为两者之和。因为  $B$  和  $v$  成  $30^\circ$  角，所以

$$\begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon + E}{R} = \frac{Bv \sin \alpha L + E}{R} \\ &= \frac{1.0 \times 2.0 \times 0.5 \times 0.10 + 0.40}{0.50} \text{ 安} = 1.0 \text{ 安} . \end{aligned}$$

在 ab 上的电流方向为 b → a。又  $B$  和电流垂直，所以磁场对 ab 的安培力大小为

$$F_m = BIL = 1.0 \times 1.0 \times 0.10 \text{ 牛} = 0.10 \text{ 牛} .$$

其方向垂直于  $B$  和电流所决定的平面，即斜向上，跟竖直方向成  $60^\circ$  角。

其次建立坐标系，并列出力平衡方程组。

$$\begin{aligned} F_x &= 0, F - (f_k + F_m \sin 60^\circ) = 0 \\ F_y &= 0, (N + F_m \cos 60^\circ) - G = 0 . \end{aligned}$$

解方程

$$\begin{aligned} f_k &= \mu N = \mu (G - F_m \cos 60^\circ) ; \\ F &= F_m \sin 60^\circ + f_k = F_m \sin 60^\circ + \mu (G - F_m \cos 60^\circ) \\ &= (0.10 \times 0.50 + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times 0.10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ 牛} \\ &= 0.10 \text{ 牛} . \end{aligned}$$

3822. 在一个磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，有一弯成  $45^\circ$  角的水平光滑金属导轨  $POx$ ，导轨平面垂直于磁场方向。一根导线  $MN$  垂直于  $Ox$ ，且跟  $OP$ 、 $Ox$  分别相交于  $a$ 、 $b$  两点。MN 以速度  $v$  从导轨上的  $O$  处开始匀速滑动，速度  $v$  的方向跟  $Ox$  平行，如图所示。所有导线的单位长度电阻都为  $r$ 。求：

- (1) 闭合电路中感生电动势如何随时间而变化？
- (2)  $aOb$  中感生电流及其方向；
- (3) 作用在  $MN$  上的外力；
- (4) 外力的功率；
- (5) 感生电流消耗在电阻上的功率。

[分析]

随着  $MN$  向右作匀速运动，对于闭合回路  $aOb$  来说，由于切割磁力线的那条边  $ab$  长度在不断增大，感生电动势也随着增大，因此导线  $MN$  所受的磁场力、消耗在电阻上的功率等物理量都在随时间而变化。

[解答]

(1) 闭合回路 aOb 中的感生电动势，即 ab 切割磁力线产生的感生电动势。因为 aOb=45°，所以 ab=Ob=vt，得到

$$=BvL=B \cdot v \cdot ab=Bv^2t。$$

(2) 由右手定则判定，感生电流的方向为 baOb。通过闭合回路的感生电流为

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bv^2t}{(2x + \sqrt{2}x)r} = \frac{Bv \cdot vt}{(2 + \sqrt{2})xr} = \frac{Bvx}{(2 + \sqrt{2})r}$$

$$= \frac{Bv}{(2 + \sqrt{2})r}。$$

(3) 作用在 MN 上的外力 F，跟其通有电流部分 ab 所受到的安培力  $F_m$  等值反向，这样才能维持 MN 作匀速直线运动。

$$F = F_m = BIL_{ab} = B \cdot \frac{Bv}{(2 + \sqrt{2})r} \cdot x$$

$$= \frac{B^2v^2t}{(2 + \sqrt{2})r}。$$

(4) 外力的功率为

$$P = Fv = \frac{B^2v^3t}{(2 + \sqrt{2})r}。$$

(5) 感生电流消耗在电阻上的功率为

$$P_e = I\varepsilon = \frac{Bv}{(2 + \sqrt{2})r} \cdot Bv^2t$$

$$= \frac{B^2v^3t}{(2 + \sqrt{2})r}。$$

这里， $P=P_e$ ，符合能量守恒定律。

3823. 图中，设有一个水平放置在匀强磁场内的足够长导体框架，宽度  $L=0.50$  米，接有电阻  $R=0.20$  欧。匀强磁场跟框架平面垂直，磁感应强度  $B=0.40$  特，方向如图所示。现有一条形导体 ab 跨放在框架上，并能无摩擦地沿框架滑动，框架和导体 ab 的电阻都可不计。当 ab 以  $v=4.0$  米/秒的速度向右匀速运动时，

(1) 求导体 ab 上的感生电动势的大小；

(2) 求回路上感生电流的大小，并在图上标出电流的方向；

(3) 要维持导体 ab 作匀速运动，必须要有外力 F 作用在导体上，为什么？求出 F 的大小和方向；

(4) 如果作用在导体 ab 上的外力突然减小为  $F'$ ，试简要讨论导体 ab 的运动情况。

[解答]

(1) ab 切割磁力线产生的感生电动势为

$$=BvL=0.40 \times 4.0 \times 0.50 \text{ 伏}=0.80 \text{ 伏}。$$

(2) 由欧姆定律得

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.80}{0.20} \text{ 安} = 4.0 \text{ 安}，$$

它的方向为 aRba，如图所示。

(3) 导体 ab 向右运动时，闭合电路就有 aRba 的感生电流。此时，磁

场对感生电流有作用，ab 就受到磁场力  $F_{m0}$  的作用。为了维持 ab 作向右的匀速运动，就必须有一个外力  $F$  和  $F_{m0}$  平衡，两者等值反向。由左手定则得  $F_{m0}$  向左，故  $F$  向右，则安培力公式  $F_m = BIL$ ，得

$$F = F_{m0} = BIL = 0.40 \times 4.0 \times 0.50 \text{ 牛} = 0.80 \text{ 牛}。$$

(4) 当加在导体 ab 上的外力突然减小为  $F'$  时，导体受力就不平衡。由于  $F' < F_{m0}$ ，所以 ab 所受合力向左，将做减速运动，速度  $v$  减小。感生电动势  $\varepsilon = BvL$  减小，感生电流以及 ab 受到的磁场力都同时减小，直到  $F'_m = F'$  时，两力平衡。导体以  $v'$  向右作匀速直线运动。显然  $v' < v_0$ 。

所以，ab 上的外力突然减小为  $F'$  后，ab 先作加速度不断减小的变减速直线运动；然后作匀速直线运动。

3824. 图中，导体棒 ab 长  $L = 1.0$  米，放在很长的水平的光滑框架上。框架中串联一个不计内阻、电动势  $\varepsilon_0 = 2.0$  伏的电源和一个阻值  $R = 5.0$  欧的电阻。匀强磁场方向如图所示，磁感应强度  $B = 0.80$  特。

(1) 开始时，ab 静止，它受到多大的力？

(2) 当 ab 运动速度达到  $v_1 = 1.0$  米/秒时，它受到多大的力？

(3) ab 的最大速度可达多少？

(4) 如果要使 ab 以  $v_2 = 3.0$  米/秒的速度向右作匀速运动，则必须对 ab 导体施以多大的作用力？

[分析] ab 静止时，回路中只有一个电源电动势。ab 运动时，回路中除了有一个电源电动势外，还有一个感生电动势；在计算回路电流时，要用回路的合电动势。

[解答] (1) ab 静止时，通过它的电流为

$$I_1 = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{2.0}{5.0} \text{ 安} = 0.40 \text{ 安}。$$

所以受到的磁场力为

$$F_{m1} = BI_1L = 0.80 \times 0.40 \times 1.0 \text{ 牛} = 0.32 \text{ 牛}，$$

它的方向向右。

(2) ab 受力后开始向右作加速运动。这样 ab 又因切割磁力线而产生感生电动势。这个电动势因和回路的电流方向相反，又称为反电动势。由于这个反电动势的作用，回路中的电流将减小，因此 ab 所受的磁场力也将减小。当 ab 的速度达  $v_1 = 1.0$  米/秒时，感生电动势和电流分别为

$$\varepsilon_1 = Bv_1L = 0.80 \times 1.0 \times 1.0 \text{ 伏} = 0.80 \text{ 伏}，$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{R} = \frac{2.0 - 0.80}{5.0} \text{ 安} = 0.24 \text{ 安}。$$

此时的磁场力为

$$F_{m2} = BI_2L = 0.80 \times 0.24 \times 1.0 \text{ 牛} = 0.19 \text{ 牛}，$$

它的方向向右。

(3) 从上述分析可看出，随着  $v$  的增大， $\varepsilon$  也增大，而  $I$  将减小，因而  $F_m$  也将减小。当然， $F_m$  的减小只是导致 ab 的加速度减小，但它的速度

仍在增大。最后当  $v$  增至  $v_{\max}$  时， $\varepsilon$  增至  $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_0$ ，则  $I = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{\max}}{R} = 0$ ，

故  $F'_m = 0$ ，此后速度不再增大。从  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\max} = Bv_{\max}L$ ，得

$$v_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{BL} = \frac{E_0}{BL} = \frac{2.0}{0.80 \times 1.0} \text{米/秒} = 2.5 \text{米/秒},$$

它的方向向右。

(4)在磁场力的作用下,导体 ab 的最大速度只能达到 2.5 米/秒,如果要使 ab 的速度达到 3.0 米/秒,就必须对导体 ab 施以水平向右的作用力。此时,感生电动势为

$$\varepsilon_2 = Bv_2L = 0.80 \times 3.0 \times 1.0 \text{伏} = 2.4 \text{伏}.$$

因为  $\varepsilon_2 > \varepsilon_0$ , 所以电流方向为 baERb, 电动势  $\varepsilon_0$  变为反电动势, 电路中电流为

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}{R} = \frac{2.4 - 2.0}{5.0} \text{安} = 0.08 \text{安}.$$

由左手定则判断,此时磁场对 ab 的作用力方向水平向左。其大小为

$$F_{m3} = BI_3L = 0.8 \times 0.080 \times 1.0 \text{牛} = 0.064 \text{牛}.$$

为了使 ab 能保持  $v_2 = 3.0$  米/秒的速度向右匀速运动,就必须对 ab 施加向右的外力作用,其大小为

$$F = F_{m3} = 0.064 \text{牛}.$$

3825. 图中,金属棒 ab 搁在两根水平放置的长直金属导轨上,导轨间的距离  $L = 0.5$  米,ab 棒的质量  $m = 0.10$  千克。已知电源电动势  $E = 9.0$  伏,内阻  $r = 0.50$  欧,  $R_1 = 2.5$  欧,  $R_2 = 6.0$  欧,其他电阻及摩擦都不计。垂直导轨平面的磁感应强度  $B = 2.0$  特。问

(1)电键 K 闭合瞬时,电路中的电流为多大?电源路端电压多大?电源释放的总电功率多大?ab 棒所受的磁场力多大?

(2)如果导轨足够长,ab 棒所能达到的最大速度是多少?此时电路中的总电流是多大?电阻  $R_2$  上消耗的电功率是多大?

[分析]在电键 K 闭合瞬间,ab 棒速度为零,相当于一根电阻为零的导线并联在  $R_2$  两端;过一段时间,ab 棒有了一定的速度,相当于一个电源,且它的电动势方向跟回路原来的电流方向相反。

[解答](1)K 闭合时,ab 棒将  $R_2$  端“短路”,回路的电流就是通过 ab 棒的电流。它的大小为

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{E}{r + R_1} = \frac{9.0}{0.5 + 2.5} \text{安} = 3.0 \text{安}.$$

电源路端电压为

$$U = E - Ir = (9.0 - 3.0 \times 0.5) \text{伏} = 7.5 \text{伏}.$$

电源释放的总电功率为

$$P = EI = 9.0 \times 3.0 \text{瓦} = 27 \text{瓦}.$$

ab 棒所受的磁场力为

$$F_m = BIL = 2.0 \times 3.0 \times 0.5 \text{牛} = 3.0 \text{牛}.$$

(2)ab 棒在磁场力作用下,向左作加速运动。由于它切割磁力线运动而产生跟电流反向的感生电动势;因此,通过 ab 中的电流逐渐减小。如果导轨足够长,ab 中电流最终可减为零,相当于 ab 开路,棒不再受磁场力作用。这时,棒的加速度为零而速度达到最大值,棒保持这一速度向右匀速运动。这时回路中的总电流为

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{E}{r + R_1 + R_2} = \frac{9.0}{0.50 + 2.5 + 6.0} \text{安} = 1.0 \text{安}.$$

电阻  $R_2$  上消耗的功率为

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 = 1.0 \times 6.0 \text{ 瓦} = 6.0 \text{ 瓦}。$$

由于这时 ab 棒上的感生电动势达到最大值  $\epsilon_{\max}$ ，且大小和  $U_2 = I R_2$  相等，所以 ab 棒能达到的最大速度

$$v_{\max} = \frac{\epsilon_{\max}}{BL} = \frac{U_2}{BL} = \frac{I R_2}{BL} = \frac{1.0 \times 6.0}{2.0 \times 0.5} \text{ 米 / 秒} = 6 \text{ 米 / 秒}。$$

3826. 如图所示的电路中，电源电动势  $\epsilon = 6$  伏（内阻不计），固定电阻  $R_1 = 1.0$  欧，小灯泡 D 的规格为“6V, 6W”。af、mn 为两根很长的平行放置的金属导轨，相距  $L = 0.20$  米（电阻不计）。金属棒 ab 是一根电阻率很大的导体，阻值  $R_2 = 2.0$  欧，广大的匀强磁场垂直纸面向里，磁感应强度大小  $B = 3.6$  特。试求：

- (1) K 刚一接通的瞬时，小灯泡 D 的功率为多少？
- (2) K 接通后 ab 匀速运动时，小灯泡 D 的功率为多少？
- (3) ab 运动的最大速度为多少？
- (4) ab 受到的最大作用力为多少？

[解答] (1) 小灯泡 D 的实际功率，在它的电阻不变的条件下，决定于它的两端的电压。电键 K 刚一接通的瞬时，金属棒 ab 的速度为零，相当于在  $R_D$  两端并联一个电阻  $R_2$ ，如图所示。则

$$R_D = \frac{U^2}{P} = \frac{36}{6} \text{ 欧} = 6 \text{ 欧}。和 R_2 \text{ 并联后的总电阻 } R_{ab} = 1.5 \text{ 欧}。通过 R_1$$

的总电流为  $I_1 = \frac{\epsilon}{R_{ab} + R_1} = \frac{6}{1.5 + 1.0} \text{ 安} = 2.4 \text{ 安}。ab \text{ 两端的电压为 } U_{ab} = I_1 R_{ab} = 2.4 \times 1.5 \text{ 伏} = 3.6 \text{ 伏}。所以$

$$P_D = \frac{U_{ab}^2}{R_D} = \frac{3.6^2}{6} \text{ 瓦} = 2.16 \text{ 瓦}。$$

(2) ab 作匀速运动时，通过 ab 的电流必为零，此时相当于  $R_2$  是断开的

的，这时，总电流为  $I' = \frac{\epsilon}{R_D + R_1} = \frac{6}{6 + 1} \text{ 安} = 0.86 \text{ 安}。所以相应的小灯泡的实际功率为$

$$P_D' = I'^2 R_D = 0.86^2 \times 6 \text{ 瓦} = 4.4 \text{ 瓦}。$$

(3) 因为 ab 作加速减小的加速运动，所以当 ab 的加速度为零时，它的速度达到最大值，且以此速度作匀速直线运动。因为  $\epsilon = Bv_{\max} L = U_{ab}' = I' R_D$ ，

所以  $v_{\max} = \frac{I' R_D}{BL} = \frac{0.86 \times 6}{3.6 \times 0.2} \text{ 米 / 秒} = 7.2 \text{ 米 / 秒}。$

(4) 电键 K 合下后，流过 ab 棒的电流逐渐减小到零，最后作匀速直线运动。在 K 刚合下时，流过 ab 棒的电流最大，它所受的作用力最大

$$F_{\max} = BI_2 L = B \cdot \frac{U_{ab}}{R_2} L = 3.6 \times \frac{3.6}{2.0} \times 0.2 \text{ 牛} = 1.3 \text{ 牛}。$$

3827. 图中， $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$  欧， $E = 12$  伏，内阻不计。ab 是一根裸导线。两端套在两根延伸在匀强磁场中的裸导线上。磁场的磁感应强度  $B = 0.50$  特，ab 长  $L = 0.50$  米，电阻不计，可以自由滑动。

- (1) 当 K 断开时，求安培表和伏特表的示数；
- (2) 当 K 闭合的瞬间，ab 被卡住不动，求安培表和伏特表的示数，以及 ab 所

受的磁场力。

(3)当 ab 自由后,它将向什么方向运动?安培表和伏特表的示数如何变化?请作定性说明。

(4)当伏特表示数逐渐接近 12 伏时,安培表的示数将怎样?ab 的速度最后将趋向多大?

(5)限制 ab 的速度在 16 米/秒,求伏特表和安培表的示数。

[分析]当 K 断开时,ab 中没有电流流过,不受安培力,也没有感生电动势。当 K 闭合后,ab 中有电流流过;如果被卡住不动,则受安培力且受外力,两力平衡。因为不运动没有感生电动势;如果自由运动,则受安培力,且产生感生电动势,它对于回路来说是一个反电动势。

[解答](1)K 断开时,  $I_1=0$ , 安培表读数为零。而  $V_1=E-I_2(R_1+R_2)=E=12$  伏,伏特表读数为 12 伏。

(2)K 闭合后,ab 被卡住不动,相当于一段导线。

$$I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{12}{40} \text{安} = 0.30 \text{安},$$

$$V_2 = E - I_2(R_1 + R_3) = (12 - 0.30 \times 20) \text{伏} = 6.0 \text{伏},$$

$$F = B I_2 L = 0.50 \times 0.30 \times 0.50 \text{牛} = 0.075 \text{牛}.$$

(3)这时 ab 中的电流方向为 a b,所以它受向右的安培力,从静止开始向右加速运动。一旦 ab 有了向右的速度后,将产生 b a 的感生电

动势  $\epsilon$ ,对回路来说,它和电池电动势 E 反向,所以  $I_3 = \frac{E_{\text{总}}}{R_{\text{总}}} = \frac{E - \epsilon}{R_{\text{总}}}$   
 $= \frac{E - BvL}{R_{\text{总}}}$ , v 增加,  $I_3$  必减小,  $V_3 = E - I_3(R_1 + R_2)$  增大,将不断增

大,所以安培表示数将不断减小,伏特表示数不断增大。

(4)因为  $I_4 = \frac{E - V_4}{R_1 + R_3}$ ,当  $V_4$  接近 12 伏时  $I_4$  趋近于零,即安培表读数接近于零。而  $V_4 = Bv_{\text{max}}L = E - I_4 R_{\text{总}} = 12$  伏,所以

(5)当  $v=16$  米/秒时时,ab 产生的反电动势小于电源电动势,所以

$$I_5 = \frac{E - BvL}{R_{\text{总}}} = \frac{12 - 0.50 \times 16 \times 0.50}{40} \text{安} = 0.20 \text{安},$$

$$V_5 = E - I_5(R_1 + R_3) = 12 \text{伏} - 0.20 \times (10 + 10) \text{伏} = 8.0 \text{伏}.$$

实际上这时作用在 ab 一个向左的外力,和安培力平衡,ab 将以 16 米/秒速度匀速前进。

3828. 图中,为某一个电路装置的俯视图。mn、xy 为竖直放置的很长的平行金属板,板间有匀强磁场。它的磁感应强度大小  $B=0.80$  特,方向竖直向下。金属棒 ab 长  $L=0.20$  米,电阻  $R_0=0.10$  欧,可以搁置在两板的上缘,在水平方向沿左右无摩擦地滑动。电路中电阻  $R_1=R_2=3.9$  欧,电容器的电容量  $C=10$  微法。现有不计重力的带电粒子以  $v_0=1.95$  米/秒的初速度水平射入两板间。为使粒子能继续作匀速直线运动,则

(1)棒 ab 应向哪边运动?运动的速度多大?

(2)为使 ab 保持匀速滑动,作用在 ab 上的外力为多大?方向怎样?

(3)如果棒在运动过程突然停止的瞬间,那么,在棒上的磁场力多大?方向怎

样？

[分析] ab 在磁场中作切割磁力线运动过程，在 ab 中产生感生电动势。在回路中，ab 可看作为电源，电容 C 跟  $R_2$  串联后再跟  $R_1$  并联，接在电源 ab 两端。这时外电路总电阻即为  $R_1$ ；当电路稳定后， $R_2$  支路中没有电流，外电路总电阻等于  $R_1$ ，电容两端的电压等于此时的路端电压。

ab 在运动过程突然停止的瞬时，ab 中不再有感生电动势，这时电容器 C 向  $R_1$  跟  $R_0$  并联后再跟  $R_2$  串联的电路放电。

[解答] (1) 不论粒子带正电还是负电，为保持其匀速直线运动，对于竖直向下的匀强磁场，两板间的匀强电场方向都为水平方向由 mn 指向 xy。这就要求  $U_a > U_b$ ，棒 ab 应向右边运动。

粒子所受的洛仑兹力跟电场力平衡，得

$$Bv_0q = q \frac{U_{ab}}{L},$$
$$U_{ab} = Bv_0L.$$

由闭合电路欧姆定律，得

$$U_{ab} = \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + R_0} = \frac{BLvR_1}{R_1 + R_0},$$

$$Bv_0L = \frac{BLvR_1}{R_1 + R_0},$$

$$v = \frac{R_1 + R_0}{R_1} v_0 = \frac{4.0}{3.9} \times 1.95 \text{米/秒} = 2.0 \text{米/秒}.$$

(2) 为使 ab 保持匀速运动，作用在 ab 上的外力应跟它所受到的安培力等值反向。外力的大小

$$F = F_A = BIL = B \frac{\varepsilon}{R_1 + R_0} L = B \frac{BLv}{R_1 + R_0} L = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_0}$$
$$= \frac{0.80^2 \times 0.20^2 \times 2.0}{4.0} \text{牛} = 0.013 \text{牛}.$$

外力的方向跟安培力相反，应该向右。

(3) 如果棒在运动过程中突然停止，这一时刻电容 C 向回路放电，这时流过棒的电流方向为 a b，所以棒所受安培力的方向向右。

这时流过棒的电流大小为

$$I' = I_{\text{总}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_0}$$
$$= \frac{U_C}{R_2 + \frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_0} = \frac{U_C R_1}{R_2 (R_1 + R_0) + R_1 R_0},$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } U_c &= U_{ab} = \frac{BLvR_1}{R_1 + R_0} \\ &= \frac{0.80 \times 0.20 \times 2.0 \times 3.9}{3.9 + 0.10} \text{伏} = 0.312 \text{伏}, \\ I' &= \frac{U_c R_1}{R_2(R_1 + R_0) + R_1 R_0} \\ &= \frac{0.312 \times 3.9}{3.9(3.9 + 0.10) + 3.9 \times 0.10} \text{安} = 0.076 \text{安}. \end{aligned}$$

这时棒所受的安培力的大小为

$$\begin{aligned} F'_A &= BI'L \\ &= 0.80 \times 0.076 \times 0.20 \text{牛} = 0.012 \text{牛}. \end{aligned}$$

3829. 闭合的正方形导线框边长为  $a$ ，总电阻为  $R$ 。用外力把它以速度  $v$  匀速拉过宽为  $L$ 、磁感应强度为  $B$  的匀强磁场区域，如图所示。如果  $a > L$ ，则拉过磁场这一过程，外力做功为多少？这一过程中，通过导线截面的总电量为多少？

[解答] 由于  $a > L$ ，所以线框右边切割磁力线运动时，左边在磁场外，这样右边中有感生电流流过，就会受到一个磁场力  $F'_m$  阻碍运动。当线框匀速通过磁场时，外力  $F$  做功等于克服磁场力  $F_m$  做功。同样当线框左边切割磁力线运动时，也有相同的情况。因此外力做功

$$W = 2FL = 2F_m L,$$

$$\text{又 } F_m = BIa, I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bva}{R},$$

$$\text{所以 } W = \frac{2B^2 a^2 Lv}{R}.$$

因为整个过程中，线框内的磁通量变化为零，即  $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - 0 = 0$ ，所以通过导线截面的总的净电量为零。

也可以这样理解：线框通过磁场区域，右边在切割磁力线运动过程跟左边在切割磁力线运动过程，所产生的感生电流，对回路而言，大小是相等的，方向是相反的，所以整个过程通过导线截面的总的净电量为零。

3830. 一个边长  $L=0.1$  米，质量  $m=0.032$  千克，电阻  $R=0.05$  欧的正方形线圈，从  $H=5$  米的高处由静止开始自由下落，如图所示。然后进入一个厚度  $h=0.1$  米的匀强磁场。进入磁场后，由于受到一个磁场力作用，线圈恰好做匀速运动。（ $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）。求：

(1) 磁场的磁感应强度  $B$  的大小；

(2) 通过磁场整个过程，线圈中产生多少热量？这是一个怎样的能量转换过程？

[解答] (1) 由机械能守恒定律或自由落体的规律，可以求出线圈刚进入磁场时的速度：

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 10 \times 5} \text{米/秒} = 10 \text{米/秒}.$$

线圈的下边进入磁场，切割磁力线运动过程，会产生感生电流。该感生电流在磁场中要受到磁场力  $F_m$  的作用，由于线圈进入磁场后，正好做匀速运动，所以磁场力  $F_m$  跟重力  $G$  相平衡。

$$\text{有 } G = F_m.$$

$$mg = BIL = B \frac{\varepsilon}{R} L = B \frac{BvL}{R} L = \frac{B^2 v L^2}{R}, \text{ 所以}$$

$$B = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{mgR}{v}} = \frac{1}{0.1} \sqrt{\frac{0.032 \times 10 \times 0.05}{10}} \text{ 特} = 0.4 \text{ 特}.$$

(2) [解法一] 根据电流的热效应, 可得到

$$Q = I^2 R t = \frac{\varepsilon^2}{R} t,$$

$$\text{又 } \varepsilon = BvL = 0.4 \times 10 \times 0.1 \text{ 伏} = 0.4 \text{ 伏}.$$

由于在下边离开磁场时, 上边恰好进入磁场, 使线圈继续作匀速运动,

$$t = 2 \frac{h}{v} = 2 \frac{L}{v} = \frac{2 \times 0.1}{10} \text{ 秒} = 0.02 \text{ 秒},$$

$$\text{所以 } Q = \frac{0.4^2}{0.05} \times 0.02 \text{ 焦} = 0.064 \text{ 焦}.$$

[解法二] 因为整个线圈穿过磁场, 经历了下边切割磁力线匀速运动过程以及上边切割磁力线匀速运动过程, 所以线圈实际上匀速下落了  $2L$  的路程。这全过程, 线圈动能不变, 重力势能减少了  $mg \times 2L$ , 这就是转化为内能的能量。所以

$$Q = mg \times 2L = 0.032 \times 10 \times 0.1 \text{ 焦} = 0.064 \text{ 焦}.$$

可见, 这是一个重力势能转化为电能, 电能又转化为内能的过程。

3831. 由金属导线做成的长  $L_1 = 0.25$  米、宽  $L_2 = 0.20$  米的闭合矩形线框  $abcd$ , 以速度  $v = 0.50$  米/秒匀速从无场区进入磁感应强度  $B = 2.0$  特、宽  $D = 0.50$  米的有限匀强磁场区域, 最后又进入无场区, 如图所示。线圈电阻  $R = 0.40$  欧, 质量  $m = 2.5$  克。求:

(1) 从图中位置  $A_1$  开始计时, 经  $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  位置到  $A_5$  位置, 画出线框中电流强度和时间的函数关系图线;

(2) 如果这个过程线圈的热量没有损失, 则线框温度升高多少度? (金属比热容为  $c = 0.096$  卡/克·度。)

[解答] (1) 由于线框作匀速直线运动, 所以线框每前进  $0.25$  米所需的时间相等。

$$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = \frac{s}{v} = \frac{0.25}{0.50} \text{ 秒} = 0.50 \text{ 秒}.$$

在  $t_1$  时间内,  $I_1 = 0$ ;

在  $t_2$  时间内,

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL_2}{R} = \frac{2.0 \times 0.50 \times 0.20}{0.40} \text{ 安} = 0.50 \text{ 安},$$

它的方向为  $abcda$ ;

在  $t_3$  时间内,  $I_3 = 0$ ;

在  $t_4$  时间内,

$$I_4 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL_2}{R} = 0.50 \text{ 安},$$

它的方向为  $abcda$ 。

(2) 这个过程中, 机械能转化为电能, 又全部转化为线框的内能。

$$Q = \Delta E = I^2 R t,$$

所以

$$0.24I^2Rt = cm\Delta T,$$

$$\Delta T = \frac{0.24I^2R(t_2 + t_4)}{cm} = \frac{0.24 \times 0.50^2 \times 0.40(0.50 + 0.50)}{0.096 \times 2.5} K = 0.1K。$$

3832. 图中, 一个有限的匀强磁场。它的磁感应强度为  $B$ , 方向垂直纸面向里。离开磁场上界面为  $h$  高处, 有三个相同金属材料制成的正方形线圈、  
、  
。它们的边长一样, 都为  $L$ ; 但其中线圈 I 的导线较粗, 线圈、  
的导线相同都较细; 且线圈、  
是闭合的, 线圈  
是不闭合的。如果把它们同时放手自由落下, 试讨论三者落地时间谁最大, 谁最小。

[分析] 线圈的运动可分三个阶段来分析: 三个线圈在进入磁场前都作自由落体运动。在运动了  $h$  的距离, 刚进入磁场时, 由于有一条边切割磁力线, 而产生了感生电动势。对于闭合线圈, 就有感生电流, 就要受磁场力作用, 合力产生的加速度不再等于  $g$ , 且随即时速度  $v$  而变化, 故不再继续作自由落体运动而作初速不为零的加速运动; 在线圈全部进入磁场后, 磁通量不再发生变化, 线圈中没有感生电动势, 所以又作加速度为  $g$  的匀加速运动。

[解答] 由于上述分析中一、三阶段三个线圈都作加速度为  $g$  的匀加速运动。所以要比较它们落地时间的长短, 关键是看第二阶段的情况。由于线圈  
的整个运动是自由落体, 所以主要看线圈、  
的情况。

它们一进入磁场就以  $v_1 = v_2 = \sqrt{2gh} = v$  的速度切割磁力线, 产生了感生电动势, 就出现了感生电流, 同时受到了安培力的作用。

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = BvL = BL\sqrt{2gh},$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1} = \frac{\varepsilon_1}{\rho \frac{L_T}{S_1}} = \frac{\varepsilon_1 S_1}{\rho L_T},$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R_2} = \frac{\varepsilon_2}{\rho \frac{L_T}{S_2}} = \frac{\varepsilon_2 S_2}{\rho L_T}。$$

式中  $\rho$  为金属的电阻率,  $L_T$  为线圈导线的总长度,  $S_1$ 、 $S_2$  为线圈、  
的导线的截面积。

$$F_1 = BI_1L = \frac{B^2L^2v_1S_1}{\rho L_T},$$

$$F_2 = BI_2L = \frac{B^2L^2v_2S_2}{\rho L_T}。$$

根据牛顿第二定律, 可知它们进入磁场时的即时加速度分别为

$$a_1 = \frac{m_1 g - F_1}{m_1} = g - \frac{F_1}{m_1} = g - \frac{\frac{B^2 L^2 v_1 S_1}{\rho L_T}}{DL_T S_1}$$

$$= g - \frac{B^2 L^2 v}{D \rho L_T^2},$$

$$a_2 = \frac{m_2 g - F_2}{m_2} = g - \frac{F_2}{m_2} = g - \frac{\frac{B^2 L^2 v_2 S_2}{\rho L_T}}{DL_T S_2} = g - \frac{B^2 L^2 v}{D \rho L_T^2}.$$

其中,  $D$  为这种金属材料的密度。可见线圈、在进入磁场时, 它们的即时速度  $v_1=v_2$ , 即时加速度  $a_1=a_2$ 。由此可进一步得出结论, 即两线圈从刚进入磁场到全部进入磁场所用的时间是相等的; 而在线圈全部进入磁场到落地, 两者都以相同的初速, 作加速度相同的竖直向下的加速运动, 经历时间也相等。所以线圈、的总的落地时间相等, 而线圈 全过程为自由落体运动。显然可以得出结论:  $t_1=t_2 > t_3$ 。

3833. 图中, 矩形线圈  $abcd$  共 100 匝, 线圈长  $ab=0.5$  米, 宽  $bc=0.4$  米。垂直穿出线圈平面的匀强磁场的磁感应强度以 5 特/秒的速度均匀地减小。线路电阻  $R=10$  千欧, 平行金属板  $M$ 、 $N$  之间的距离  $d=2$  厘米。电子流以恒定的速度  $v_0=3 \times 10^7$  米/秒不断地射入两板之间, 速度方向和板平行。问:

(1) 电子流在运动过程, 将向哪板偏转?

(2) 如电子流从两板距离的中点射入, 为使电子流能从另一端飞出, 而不落到板上, 则板长  $L$  最大不能超过多少?

(3) 在第(2)小题的条件下, 电子经过平行金属板间的电场, 电场力对每个电子作了多少功? 电子飞出平行金属板时的速度多大?

[解答] (1) 矩形线圈内磁通量变化, 产生感生电动势。因此平行金属板  $M$ 、 $N$  之间有电压,  $U_N > U_M$ , 所以两板间电场方向向上, 电子流受向下的电场力而向  $N$  板偏转。

(2) 平行金属板之间的场强

$$E = \frac{U_{NM}}{d} = \frac{\varepsilon}{d},$$

由于  $\varepsilon = n \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = n \frac{S \Delta B}{\Delta t} = 100 \times \frac{0.2 \times 5}{1}$  伏 = 100 伏, 所以,

$$E = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{100}{0.02} \text{ 伏/米} = 5000 \text{ 伏/米}.$$

由于竖直方向偏转的最大距离为

$$\text{取 } y_{\max} = \frac{1}{2} d, \quad y_{\max} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 = \frac{1}{2} d,$$

$$\text{代入上式} \quad t = \sqrt{\frac{md}{qE}} = \sqrt{\frac{9.1 \times 10^{-31} \times 0.02}{1.6 \times 10^{-19} \times 5000}} \text{ 秒} = 4.77 \times 10^{-9} \text{ 秒}.$$

板的最大长度

$$L_{\max} = v_0 t = 3 \times 10^7 \times 4.77 \times 10^{-9} \text{ 米} = 0.143 \text{ 米}.$$

(3) 电场力对每个电子做功为

$$W = qU = q \times \frac{1}{2} dE = 1.6 \times 10^{-19} \times 0.01 \times 5000 \text{焦} = 8 \times 10^{-18} \text{焦}。$$

根据能量守恒定律，电子飞出两板时的速度  $v$  的大小，满足下列关系式：

$$\frac{1}{2} mv_0^2 + qU = \frac{1}{2} mv^2,$$

$$v' = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qU}{m}} = \sqrt{(3 \times 10^7)^2 + \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 50}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{米/秒}$$

$$= 3.0 \times 10^7 \text{米/秒}。$$

3834. 图中，矩形框架的右面中央有个小孔，当框架在水平方向的广大匀强磁场中，以  $v=2$  米/秒的速度，向右匀速运动时；有一个计重力的带电油滴，水平向左射入孔中，它相对于磁场速度为  $u$ 。结果油滴恰好在框架内作匀速圆周运动。问：

- (1) 油滴必须带什么性质的电？
- (2) 油滴作匀速圆周运动的周期  $T$  是多少？
- (3) 为使油滴能在框架中完整地运动一周，速度  $u$  要满足什么条件？框架宽度  $L$  要满足什么条件？

[解答] (1) 金属框架在磁场中运动，穿过它所围面积的磁通量不变，所以没有感生电流。但由于两竖直面在均匀地切割磁力线的运动，上下两板间有电势差，且形成了一个竖直向下的匀强电场。又因为运动油滴恰好作匀速圆周运动，说明它所受的重力  $G$  跟电场力  $F_e$  平衡，净受洛仑兹力  $f$  作用。所以，由题意可知，油滴必带负电荷。

(2) 根据二力平衡以及电磁感应的规律，有  $G=F_e$ ，即

$$mg = qE = q \frac{U}{L} = q \frac{BvL}{L} = qBv,$$

得  $B = \frac{mg}{qv}。$

因为洛仑兹力  $f$  提供向心力，

有  $quB = \frac{mu^2}{R},$

$$R = \frac{mu}{qB} = \frac{mu}{q \frac{mg}{qv}} = \frac{uv}{g}。$$

油滴的运动周期

$$T = \frac{2\pi R}{u} = 2 \frac{\pi uv}{ug} = \frac{2\pi v}{g} = 0.4\pi \text{秒} = 1.26 \text{秒}。$$

(3) 要使油滴不跟框架右壁相碰，应满足条件：

$$\frac{3}{4} T \times v > R,$$

$$R < \frac{3}{4} \times 1.26 \times 2 \text{米} = 1.88 \text{米}。$$

$$\frac{uv}{g} < 1.88 \text{米}, u < \frac{1.88g}{v} = 9.4 \text{米/秒},$$

要使油滴不跟框架上壁相碰，就满足条件； $2R < \frac{L}{2}$ 。

所以  $L > 2 \times 2R = 7.54$  米

3835. 有一个粗细均匀的  $\square$  形铜导线框，线框下面的两端分别插在两个水银槽里，水银槽跟电源  $E$  连接，如图所示。如果线框重  $G=0.50$  牛、长  $L=20$  厘米。匀强磁场的磁感应强度  $B=2.0$  特，方向垂直纸面向里，在  $K$  接通的瞬间，该线框立即距离水银，且竖直跳起  $h=3.2$  厘米。（ $g$  取  $10$  米/秒<sup>2</sup>）问：

(1) 如果通电时间  $t=0.010$  秒，忽略这瞬间线框中的感生电动势，那么在通电瞬间，通过线框截面积的电量是多少？

(2) 线框从离开水银槽断电起直到达到最高点的过程中，产生感生电动势的平均值是多少？

(3) 如果回路内外电阻总值  $R=0.10$  欧，则导线重新落回到水银槽瞬间，消耗在回路中的电功率多大？

[解答] (1) 在通电瞬间，导线受到向上的安培力和向下的重力，它们的合冲量等于导线框的动量变化。导线框的末动量，可由跳起高度，根据机械能守恒定律算出速度来求得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh, v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.032} \text{ 米/秒} = 0.80 \text{ 米/秒}。$$

根据动量定理

$$F\Delta t = m\Delta v, \text{ 即 } (BIL - mg)\Delta t = mv - 0,$$

$$BIL\Delta t = mv + mg\Delta t。$$

$$\text{所以 } Q = I\Delta t = \frac{mv + mg\Delta t}{BL} = \frac{0.050 \times 0.80 + 0.50 \times 0.010}{2.0 \times 0.20} \text{ 库} = 0.11 \text{ 库}。$$

(2) 导线框从离开水银槽起到最高点过程，切割磁力线产生的感生电动势平均值为

$$\bar{\varepsilon} = BvL = 2 \times \frac{0.8}{2} \times 0.2 \text{ 伏} = 0.16 \text{ 伏}。$$

(3) 导线框重落回水银槽时，电路又被接通，这时回路电动势等于电源电动势  $E$  和感生电动势  $\varepsilon$  之和。由第(1)小题中的结论可得

$$E = IR = \frac{Q}{\Delta t} R = 1.1 \text{ 伏}, \varepsilon = BvL = 0.32 \text{ 伏}。 \text{ 那么, } P = \frac{(E + \varepsilon)^2}{R} \\ = \frac{(1.1 + 0.32)^2}{0.1} \text{ 瓦} = 20 \text{ 瓦}。$$

说理和论证题

3836. 下列各情况，线圈中是否产生感生电动势？为什么？如果产生感生电动势，它们的方向各如何？

(1) 在匀强磁场中线圈变形，从圆形变为椭圆形。图(a)。

(2) 在磁铁产生的磁场中，线圈向右移动。图(b)

(3) 有螺线管  $L_1$  和  $L_2$ ， $L_1$  中电流改变时，试分别讨论在增加减少的情况下， $L_2$  中感生电动势情况。图(c)。

[解答] (1) 图(a)中，线圈从圆形变成椭圆形时，所包围的面积减小，穿过线圈的磁通量减少，因而产生感生电动势。根据楞次定律和安培定则，感生电动势方向如图(a)中所标。

(2)图(b)中,线圈向右移动,穿过线圈的磁通量减少,因而产生感生电动势。其方向如图(b)所标。

(3)图(c)中,当螺线管  $L_1$  中电流增加时,  $L_2$  中感生电动势方向为线圈的右端经线圈指向左端[如图(c)所标];当螺线管  $L_1$  中电流减少时,情况相反。

3837. 在无限长的载流直导线附近放置一个矩形线圈,开始时线圈跟导线同在一平面内,且线圈中的两个边跟导线平行,当线圈做下述三种平动时,能否产生感生电动势,方向怎样?

(1)线圈平动方向跟导线中电流方向一致。图(a)。

(2)平动方向跟导线中电流方向垂直,并保持跟导线在同一平面内。图(b)。

(3)平动方向跟导线中电流方向以及线圈平面相垂直。图(c)。

[解答](1)图(a)中,线圈平动时,穿过线圈的磁通量不发生变化,因而线圈中不产生感生电动势。

(2)图(b)中,线圈平动时,穿过线圈的磁通量减小,线圈中产生感生电动势。根据楞次定律和右手定则,且电源内电流方向和电动势方向相一致,感生电动势方向为图(b)中所表示的顺时针方向。

(3)图(c),线圈的平动,不管是“向里”或“向外”,穿过线圈的磁通量都减少。同理,产生的感生电动势方向为图(c)中所表示的顺时针方向。

3838. 把一根无限长的载流直导线穿过一个导体圆环,但载流直导线跟圆环互相绝缘,并且载流导线通过环心,如图所示。当圆环绕直导线为轴转动时,问圆环中是否有感生电流?

[解答]当圆环绕通电直导线为轴转动时,由于圆环中的磁通量始终没有变化,因此不会产生感生电动势,圆环中也就不会有感生电流。

3839. 有两根互相平行的直导线 a、b,其中 a 导线通有电流。当它们互相靠近时,如图(a);或互相离开时,如图(b);请在图中标出 b 导线上的感生电动势方向。

[解答]用安培定则判断 a 导线周围的磁场方向,用右手定则判断 b 导线上的感生电动势方向,具体见图所示。

3840. 一矩形线圈在匀强磁场中平动,磁感应强度 B 的方向跟线圈平面垂直,如图所示。问在线圈中有没有感生电流?在线圈上的 a 点和 b 点之间有没有电势差?为什么?

[解答]矩形线圈在匀强磁场中,按图示方向运动时,它的上、下两边不切割磁力线,所以不产生感生电动势;左、右两边以相同的速度切割磁力线,各自产生的感生电动势大小相等,方向相同。在整个线圈中的感生电动势为  $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$ ,整个线圈回路的总电动势为零,没有感生电流。但是 a、b 两点之间有电势差,a 点电势高,b 点电势低,  $U_{ab} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ ,这相当于两个相同的电池并联。

3841. 两个互相绝缘的环形导体 a 和 b。b 环固定并通以电流 I。开始时两个环面互相垂直,如果 a 环从垂直于 b 环位置转到 b 环的位置,如图所示,请在图中标出 a 环中感生电流的方向。

[解答]用安培定则判断 b 环内的磁场方向;再根据楞次定律,判断出 a 环转动过程的感生电流方向。由于 a 环的磁通量增加,所以它的感生电流所产生的磁场应阻碍本身磁通量的增加,具体见图。

3842. 图中,金属杆 ab 可以在竖直放置的金属导体上没有摩擦地上下滑动。匀强磁场的方向如图。ab 的电阻为定值,框的其他边的电阻可以忽略不计。在图(a)和图(b)两种情况中,ab 棒都从静止开始自由落下。问运动状态和能量转换情况各

有什么不同？

[解答]图(a)中，ab 在下滑过程中只产生感生电动势而没有感生电流，它只受重力的作用，而不受磁场力作用，所以 ab 作自由落体运动。下落过程是重力势能转换成动能的过程。

图(b)中，ab 先作加速运动，随着速度增加，感生电流增加，所受磁场力增加，合力减小，加速度减小；当加速度减小到零时，速度达到最大值，ab 作匀速运动。在 ab 作加速运动中，重力势能转换成动能和回路的电能；在 ab 作匀速运动过程中，动能不再变化，重力势能全部转换成回路的电能。

3843. 一个闭合圆线圈在匀强磁场中运动，下列几种情况，哪些会产生感生电流，为什么？

- (1)线圈沿磁场方向平移；
- (2)线圈沿垂直磁场方向平移；
- (3)线圈以自身的直径为轴转动，轴跟磁场方向平行；
- (4)线圈以自身的直径为轴转动，轴跟磁场方向垂直。

[解答]第(1)、(2)、(3)小题中，当闭合圆形线圈运动时，穿过线圈内的磁通量不发生变化，线圈中的感生电动势为零，所以不产生感生电流。

第(4)小题中，穿过闭合圆形线圈内的磁通量发生了变化，线圈中产生了感生电动势，因而有感生电流。

3844. 在非匀强磁场中，导线由于运动而切割磁力线所产生的感生电动势能否用公式 $\varepsilon=BvL$ 来计算？为什么？

[解答]只要满足 B、L、v 三者相互垂直，且导线上各点的磁感应强度相等，就可以用这个公式。当然，这里的 v 是即时速度，求出的 $\varepsilon$ 是相应时刻的即时感生电动势。导线在非匀强磁场中产生的感生电动势一般说来是不相同的。

3845. 当汽车在南极附近的水平路面上行驶时，如果考虑到地磁场的作用，则：

- (1)在汽车轮子的钢轴上是否会产生感生电动势？
- (2)如果产生感生电动势，当汽车以相同速率向不同方向行驶时，感生电动势的大小是否相等？
- (3)当汽车沿同一方向以不同的速率行驶时，感生电动势的大小是否相等？

[解答]地球南极附近的地磁场方向可认为是竖直向上的，且磁感应强度大小是一样的。

(1)由于汽车行驶时轮子的钢轴切割了磁力线，所以轴上会产生感生电动势。

(2)不论汽车向什么方向运动，汽车的钢轴都是垂直切割磁力线，只要汽车运动速率相同，根据 $\varepsilon=BvL$ ，产生的感生电动势的大小就相等。

(3)由于钢轴垂直切割磁力线的速率不同，所以感生电动势的大小不同。

3846. 有一个铜环和一个木环，两环的尺寸完全一样。今以两条相同的磁铁用相同的速度插入，问在同一时刻，通过这两个环的磁通量是否相同？为什么？

[解答]不相同，在同一时刻通过铜环的磁通量少些。因为木环是绝缘体，其中没有感生电流；铜环是导体，其中要产生感生电流。按楞次定律，感生电流的磁场要阻碍磁通量的改变，所以铜环中的磁通量增加的速度要慢些。

3847. 让一块磁铁在一根竖直放置的铜管中顺着管子落下。试说明如果空气的阻力可以忽略不计，只要管子足够长，磁铁一定会达到一个恒定的收尾速度。

[解答]一块磁铁顺着—根竖直放置的铜管落下的过程中，铜管中要产生感生电流。磁铁下落速度 v 逐渐增大时，铜管中的感生电流也逐渐增大。如果铜管足够

长，使铜管中的感生电流增大到足够大，从而使磁铁在感生电流的磁场中受到的磁场力跟重力平衡，磁铁所受的合力就为零，于是磁铁就以恒定的收尾速度匀速下落。

3848. 有一个水平放置的铜盘，处在匀强磁场中。磁感应强度的方向垂直于盘面向外。当铜盘绕中心轴转动时，转动的方向从上往下看是逆时针，问这个铜盘产生感生电动势和感生电流的情况如何？

[解答] 铜盘转动过程要切割磁力线，因而会产生由铜盘中心沿半径方向的感生电动势，如图所示。如果铜盘为圆盘，则边缘任意两点，跟中心间的电动势值都相等。

由于不存在闭合回路，所以在铜盘中没有感生电流。

3849. 小矩形金属框 abcd，在长直电流 I 的磁场中，以 ab 为轴，按图示方向旋转 180°。试分析 abcd 在旋转过程中感生电流的变化情况。

[解答] 小矩形金属框 abcd 按箭头方向从 0 度转到其磁通量为零的角度位置过程，磁通量逐渐减少。根据楞次定律和安培定则，框中的感生电流方向为 adcb。金属框从角度转到 180° 时，其磁通量逐渐增加，但这过程的磁通量方向和刚才相反，是从框的另一面穿入，所以框中的感生电流方向仍为 adcb。

下面进一步计算角度的大小。设长直电流 I 到 ab 的距离为 R，d=bc=r。当 cd 边转到跟电流 I 的距离也为 R 时，穿过金属框中的磁通量为零，此时金属框所转过的角度为  $\alpha$ 。很明显，直角三角形 OOb 中，有

$$\frac{r/2}{R} = \cos \alpha,$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{r}{2R}。$$

3850. 将一根磁铁插入一个和电流表串联在一起的线圈中，电流表的指针会发生偏转。然后用一个跟电流表内阻相等的线框代替电流表；再把磁铁以同样的速度插入线圈中，问这两种情况下，感生电流的强度是否相同？为什么？

[解答] 不相同。磁铁以同样速度插入线圈。只说明磁通量的变化率相同，即感生电动势相同。但感生电流并不一定相同。对于电流表，它的线圈除了有电阻以外，还有一定的自感系数，当磁铁插入线圈引起感生电流通过它时，自感电动势要阻碍原来感生电流的增加；电流表的线圈在磁场中转动时，还要产生一个附加的感生电动势，它对原来感生电流的增加，也起一个阻碍作用。由于这两个原因，在接入电流表的情况下，感生电流的强度要小一点。

3851. 设想让一块磁铁，沿着一个平放在地板上的铜环的轴线，从天花板上落下。如果用频闪摄影技术拍摄这个下落过程中的磁铁，那么在铜环处在室温下和铜环埋藏在干冰里，照像底片上的记录有没有区别？如果有区别，区别在哪里？

[解答] 这两种情形下，照相底片上的记录是有区别的。因为放在干冰里的铜环的电阻比室温下铜环的电阻小，磁铁下落时，在干冰里的铜会产生较大的感生电流，它对磁铁的阻碍作用也大；这样磁铁下落的加速度，就比铜环处在室温下的要小些；也就是说，铜环埋藏在干冰里时，磁铁下落就要慢一些。因而照相底片在各个时间间隔记录的相邻两像之间的距离，在干冰里的比在室温下的要短一些。

3852. 举出一些例证来说明磁能是贮藏在磁场中的。

[解答] 在含有自感线圈 L 的电路中，断开电源后如果仍然构成闭合回路，则通过 L 的电流并不马上消失，而是按指数规律逐渐衰减的；与此同时，它要放出相应焦耳-楞次热。很显然，电源断开后，不可能再对回路提供能量，这以后通过 L

的电流所消耗的能量只可能来自线圈的磁场，因为随着热能的放出，磁场也就消失了，这说明磁场贮藏有能量。

又如接通电路时，随着电流从零开始增加，回路中出现自感电动势，它对电流的增加起阻碍作用，电流要增加，必须克服自感电动势的阻碍。这时，电源提供的能量，除一部分转化成焦耳-楞次热以外，另有一部分要克服自感电动势做功，做功的结果，电流逐渐增加，在导线周围建立起磁场。电源提供的部分能量，换来建立磁场，这说明磁场具有能量。

3853. 图(a)中当金属棒在导轨上向右运动时，回路中有感生电流；图(b)中当电键K闭合瞬时，电阻R中也有感生电流。试问：这两种情况下，产生的感生电流的能量是从哪里来的？

[解答]图(a)中，感生电流的能量是由外力对金属棒做功转换来的。当导线向右运动时，产生感生电流I，感生电流I又受到磁场力 $F_m$ 的作用。由左手定则可知， $F_m$ 的方向和F的方向相反，它阻碍金属移动。为使回路中继续保持感生电流I，金属棒必须继续向右移动，在这个过程中，外力不断克服磁场力做功，这些功使回路获得了感生电流的能量。

图(b)中，电阻R中的感生电流的能量，是由电池的电能通过磁场转换而来的。这里电源和电阻R之间没有电的直接联系，只有磁场把两个回路中的两个线圈相互联系起来，它们之间是通过磁场作为媒介而传递能量的。

3854. 在下列各种情况中，闭合线圈在匀强磁场中转动，是否会产生感生电流？如果产生感生电流，请指出它们的方向？

- (1)线圈绕垂直于磁感应强度B的竖直轴转动。图(a)。
- (2)线圈绕垂直于B的水平轴转动。图(b)
- (3)线圈绕平行于B且通过线圈平面中心的水平轴转动。图(c)。

[解答](1)线圈绕垂直于磁感应强度B的竖直转动时，能产生感生电流。感生电流方向可由楞次定律和安培定则确定：如果以图(a)中abcd线圈平面垂直于磁感应强度B的位置作为转动的起始位置，从 $0^\circ$ 转到 $180^\circ$ 过程中，感生电流的方向为adcba；从 $180^\circ$ 转到 $360^\circ$ 的过程中，感生电流的方向为abcda。线圈继续转动，重复以上的过程。

(2)线圈绕垂直于B的水平轴转动时，能产生感生电流。同第(1)小题所述，从 $0^\circ$ 转到 $180^\circ$ 过程，感生电流方向是adcba；从 $180^\circ$ 转到 $360^\circ$ 过程，感生电流方向为abcda。线圈继续转动，重复以上过程。

(3)线圈中不产生感生电流，因线圈转动的，穿过线圈的磁通量没有变化。

3855. 图中，表示一根磁铁的N极分别插入和缺抽出一只已知绕组的螺线管，用楞次定律判断这两种情况下螺线管中感生电流的方向，并说a、b两点电势的高低。

[解答]图(a)中磁铁的N极插入螺线管，此时螺线管内的磁场方向向下，且在增加；由楞次定律可知，为阻碍其磁通量的增加，管内感生电流的磁场方向应向上；由安培定则可确定，螺线管中的电流方向应从b端流向a端。这时可将螺线管看作电源的内电路，内电路的电流是低电势流向高电势，所以a端的电势比b端的高， $U_a > U_b$ 。

图(b)中的情况恰好相反，用同样方法可分析出，管内感生电流从a到b， $U_b > U_a$ 。

3856. 在两个磁极之间放置一个圆形的线圈，线圈平面和磁场方向互相垂直。如果(1)把线圈拉扁；(2)把N极很快移去；(3)把两上磁极慢慢地同时移去。在上

述三种情况下，线圈是否产生感生电流？请分别加以说明，并指出它们的方向。

[解答] (1) 线圈拉扁，面积减小，穿过线圈的磁通量减少，顺磁力线方向看，线圈中有顺时针方向的感生电流。

(2) 把 N 极很快移去的过程，穿过线圈的磁通量减少，产生感生电流的方向同上。

(3) 情况同第 (2) 小题，只是和第 (2) 小题的情况相比，它的感生电流要小一些。

3857. 图中摆球下的针尖总是浸在槽内的水银中，摆绳为金属导线，且用另一根导线和水银槽中的水银构成闭合回路，使单摆在两个大磁铁之间，垂直于磁场的平面上摆动，试分析摆动过程中，回路中感生电流的方向。

[解答] 单摆由 a 向 b 摆动，闭合回路的面积增加，磁通量增加。根据楞次定律和安培定则可知，顺磁力线方向看去，回路的感生电流方向沿逆时针方向。如图所示。当单摆由 b 向 a 摆动时，情况相反，回路的感生电流沿顺时针方向。

3858. 图中，一条狭长铜片安装成绕 O 点的一个摆，这条铜片可以在垂直于纸面的有限磁场内自由地摆动。如果在铜片上开有如图 (a) 所示那样的长孔，铜片就会在磁场中摆动很多次。如果换一个没有开长孔的铜片，振动就要受到强烈的阻尼，试解释这象。

[解答] 没有开长孔的铜片，在磁场中摆动时，铜片中的磁通发生了变化，因而在铜片内会出现感生电流，这种感生电流称为涡流，电流在磁场中要受力的作用。图 (b) 中表示了铜片向右摆动时，涡流 I 的方向和涡流受磁场力  $F_m$  的方向。显然，不论是铜片进入磁场，或是退出磁场，涡流在磁场中受的力都和运动方向相反，阻碍着铜片的运动。同理，铜片向左摆动时，涡流受力的方向仍然是阻碍铜片运动的。这也就是感生电流的效果总是反抗引起感生电流的原因，即感生电流的作用要阻碍摆和磁场的相对运动。因此，铜片摆动因受阻而迅速停止。如将铜片开有长孔 [图 (a)]，就把涡流限制在除长孔外的几条细铜片上，这样实际上大大减少了维持涡流的时间，从而使涡流所受的磁场力减弱，阻尼也随之削弱，所以摆次数增多。

3859. 有一回路放在匀强磁场中，磁感应强度 B 的方向垂直于回路平面向外，其中导线 ab 可以自由移动。在下面两种情况下，使导线 ab 从静止开始以同样的加速度滑动，问外力所做功的功率哪一种较大？

(1) 回路中只有电阻 R，如图 (a)；

(2) 回路中有电阻 R 和自感线圈 L，如图 (b)。

[解答] 在这两种情况下，由于 ab 运动情况相同，因此它产生的感生电动势相同。当回路中只有电阻 R 时，可以不考虑自感电动势的阻碍作用，回路中的感生电流较大；在回路中同时有电阻 R 和电感 L 时，必须考虑自感电动势的阻碍作用，回路中的感生电流较小。

根据牛顿第二定律  $F - F_m = ma$ ，

外力  $F = F_m + ma = BIL + ma$ ，

外力的功率  $P = Fv = BILv + mav$ 。

根据题意，B、L、v、m、a 各量都相同。现知图 (a) 回路中的电流比图 (b) 回路中的电流大，所以前者外力做的功比后者大。

3860. 为了探测钢梁或钢轨的结构是否均匀，有时采用一种由原、副线圈跟电源、电流表组成的探测仪，如图所示。检查时把线圈套在钢梁或钢轨上，并且沿着它移动，当移到结构不均匀的地方，电流表的指针就会摆动，也就是有电流通过。怎样来解释这个现象？

[解答]图中可知,探测仪的原线圈接有电源和电键,副线圈跟电流表连接。检查时把原副线圈一起套在钢梁或钢轨上,使原线圈接通电源,然后沿着钢梁移动。如果钢梁是均匀的,穿过原副线圈的磁通量不发生变化,副线圈中没有感生电流,电流表的指针不动。当移动到结构不均匀的地方时,穿过原副线圈的磁通量会发生变化,副线圈中产生感生电流,电流表的指针就会摆动。

3861.图中,当金属杆向右运动时,导线中的感生电流沿  $abRb$  方向流动。有人说,由于正电荷总是从高电势流向低电势,因此  $b$  点的电势比  $a$  点高。这种看法对不对?为什么?

[解答]不对。正电荷从高电势流向低电势是有条件的。它的条件是:只有电场力的作用。这里,电荷之所以会从  $b$  点沿杆流向  $a$  点,并非电场力的作用,而是由于导体中的自由电荷随杆运动时,受到洛仑兹力作用,这是一种非静电力。所以在磁场中切割磁力线运动的滑杆,相当于一个电源。在电源内部,由于非静电力的作用,正电荷从低电势流向高电势。因此,正确的结论是: $a$  点的电势比  $b$  点的电势高。

在外电路,金属框未动,不存在洛仑兹力,只有电场力,正电荷从高电势  $a$  点流向低电势  $b$  点,正好构成一个闭合电路。

3862.图中,马蹄形磁铁可以绕  $OO$  轴旋转,矩形线圈  $abcd$  也可以绕  $OO$  轴自由转动。问:

(1)当马蹄形磁铁转动时,矩形线圈会不会转动?如果会转动,它的转动方向和马蹄形磁铁的转动方向有什么关系?为什么?

(2)矩形线圈转动的速度和马蹄形磁铁的旋转速度有可能相同吗?为什么?

[解答](1)当马蹄形磁铁转动时,矩形线圈会转动,两者转动方向一致。

这是因为马蹄形磁铁转动时,线圈中的磁通量发生了变化,会产生感生电流。根据楞次定律,感生电流要阻碍磁铁和线圈的相对运动,因此当磁铁旋转时,线圈会跟着转动,以阻碍这种相对运动。

我们也可以从  $abcd$  线圈中感生电流受磁铁的磁场力的作用来分析。如俯视图时,磁铁顺时针转动,由楞次定律可知,线圈中的电流方向为  $abcda$ ;又由左手定则可知, $ab$  边受力  $F_1$  向里, $cd$  边受力  $F_2$  向外,在  $F_1$  和  $F_2$  的力矩作用下,线圈跟着磁铁顺时针转动。

(2)矩形线圈转速和马蹄形磁铁转速不可能相同。因为如果相同,它们之间就不会有相对运动,线圈上就不再产生感生电流,磁场对线圈的力偶矩就等于零;所以实际上线圈的转速总是比磁铁的转速稍慢。

3863.如果要使处于匀强磁场中、在平衡位置左右来回摆的线圈很快停止,可将此线圈两端和一个开关相连,只要按下开关,使线圈短路就能达到这个目的。这种开关称为阻尼开关。试解释其原因。

[解答]线圈在匀强磁场中来回摆时,穿过它的磁通量也在不断变化,线圈中会产生感生电动势。但是当线圈两端未闭合时,线圈中就没有感生电流,它在磁场中也不受磁场力矩的阻尼,不会很快停下来。如果用开关使线圈闭合,将有感生电流通过,感生电流在磁场中受到的安培力,总是对线圈的来回摆动起一种阻碍作用,它使线圈很快停止。例如,图中磁场方向向右,线圈顺时针转动时,穿过它的磁通量减少,感生电流的磁场跟外磁场的方向相同。它受到的安培力的力矩,将阻碍线圈的顺时针转动。同理,如果线圈沿反时针方向转动,磁通量增加,感生电流受到的安培力的力矩,将阻碍线圈沿反时针方向转动,磁通量增加,感生电流受到的安培力的力矩,将阻碍线圈沿反时针方向转动。线圈既然在正反两个方向运动时

都要受到阻尼，必然很快停止。

3864. 图中  $L_1$  是接有电源的原线圈， $L_2$  是套在  $L_1$  外的副线圈， $M$  是软铁棒。

(1) 拔出软铁棒过程，比较  $a$  点和  $b$  点的电势高低。

(2) 匀速拔出软铁棒需要做功吗？是否存在能量的转换？

[解答] (1) 拔出软铁棒瞬间，线圈  $L_2$  内部的磁通量减少。按楞次定律，感生电流磁场和原磁场同向；按右手法则，判定  $L_2$  上感生电流方向如图。由于  $L_2$  是内电路，所以  $U_a > U_b$ 。

(2) 匀速拔出软铁棒需要做功，即外力克服磁场力做功。这是一个机械能转换成电能的过程。

3865. 有一个可转动的铜盘，轻轻拨动它，能长时间地自由转动。但如果在转动时，用一个蹄形磁铁卡在铜盘边缘，但不与铜盘接触，如图所示，它能使铜盘在较短的时间内停止。这是什么原因？

[解答] 因为铜盘在磁场中运动，产生了感生电动势，在铜盘中出现了涡电流；由于磁场对涡流的作用力的力矩方向跟铜盘转动的方向相反，会阻碍铜盘的转动。如果自上而下看，铜盘沿顺时针转动，则在磁场中的涡电流自盘心流向盘边，此电流受到的磁场力对转轴的力矩为逆时针方向，所以将阻碍铜盘继续沿顺时针转动。铜盘就会在较短的时间里停止下来。

3866. 图中，如果线圈电阻为零，问在下述四种情况下， $c$ 、 $d$  两点哪点电势较高？

(1) 电键  $K$  断开一定时间后；

(2)  $K$  闭合瞬间；

(3)  $K$  闭合一定时间后；

(4)  $K$  断开瞬间。

[解答] (1)  $K$  断开一定时间后，导线中的电流为零， $U_c = U_d$ 。

(2)  $K$  闭合瞬间，线圈内会产生感生电动势。根据楞次定律和安培定则可知，在线圈内电路的电动势方向由  $d$  向  $c$ ，所以  $U_c > U_d$ 。

(3)  $K$  闭合一定时间后，线圈内有稳定的电流通过，没有感生电动势又因线圈电阻为零，所以线圈两端没有电压降， $U_c = U_d$ 。

(4)  $K$  断开瞬间，线圈内也会产生感生电动势。方向和第(2)小题相反，所以  $U_c < U_d$ 。

3867. 图中，在一根无限长的通电直导线旁，有一个用导线折成的闭合的三角形回路  $abc$ 。当回路向上平动时，

(1) 回路中有没有感生电流？为什么？

(2) 比较  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三点电势的高低？

[解答] (1) 回路中没有感生电流。因为在运动过程中回路的磁通量始终不变，所以不产生感生电动势，没有感生电流。

(2) 由右手定则判断  $ab$ 、 $bc$ 、 $ac$  切割磁力线产生的感生电动势方向，可得  $U_a > U_b > U_c$ 。

3868. 在匀强磁场中匀速转动的线圈，当线圈平面跟中性面重合时，穿过线圈的磁通量最大而感生电动势等于零；当线圈平面跟磁力线平行时，穿过线圈的磁通量等于零而感生电动势最大。这是不是跟法拉第电磁感应定律有矛盾？为什么？

[解答] 没有矛盾。当线圈平面跟中性面重合时， $\phi$  最大，但  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 0$ ，

所以 $\varepsilon = 0$ ，符合法拉第电磁感应定律。我们可以从  $\phi \sim t$ 图线、 $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \sim t$ 图线以及 $\varepsilon \sim t$ 图线的分析来看。由于函数图像上某点的斜率表示函数在该点的变化率，在  $\phi \sim t$ 图线上a点的  $\phi$  为正值且极大，但斜率为零即变化率  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  为零，感生电动势为零，和  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \sim t$ 图线以及 $\varepsilon \sim t$ 图线上的a点相对应。

当线圈平面转至跟磁力线平行时， $\phi = 0$ ，但  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  最大， $\varepsilon$ 最大，也符合法拉第电磁感应定律。如图线中的b点，在  $\phi \sim t$ 图线上b点的  $\phi$  为零，但斜率为负值极大，即变化率  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  为负值极大，感生电动势 $\varepsilon$ 为正值极大，和  $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \sim t$ 图线以及 $\varepsilon \sim t$ 图线上的b点相对应。

3869. 一个质量为  $m$ ，电阻力为  $R$  的闭合金属线框，自离地高  $h$  处自由落下，途中穿过一马蹄形磁铁的磁极间的匀强磁场，问：

- (1) 磁铁的存在，对线框的落地速度有何影响？
- (2) 磁铁离地高度  $h$  不同，线框的落地速度有何不同？

[解答] 线框在进入和穿出磁场过程，由于磁通量变化，线框回路中就会出现感生电流。这说明了线框一定要损失一部分机械能转换成回路的电能。

当线框进入磁场时，磁通量从零增到  $\Delta\phi$ ，经历时间为 $\Delta t_1$ ；穿出磁场时，从  $\Delta\phi$  减到零，经历时间为 $\Delta t_2$ 。在这两段时间内产生的平均感生电动势分别为 $\bar{\varepsilon}_1 = \frac{\Delta\phi}{\Delta t_1}$ ， $\bar{\varepsilon}_2 = \frac{\Delta\phi}{\Delta t_2}$ ；转换成电路的机械能为

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_1 + E_2 = \bar{\varepsilon}_1 I_1 \Delta t_1 + \bar{\varepsilon}_2 I_2 \Delta t_2 = \frac{(\Delta\phi)^2}{R\Delta t_1} + \frac{(\Delta\phi)^2}{R\Delta t_2} \\ &= \frac{(\Delta\phi)^2}{R} = \left( \frac{1}{\Delta t_1} + \frac{1}{\Delta t_2} \right) \cdot (\Delta\phi)^2 \end{aligned}$$

(1) 在不存在磁铁的情况下，线框的机械能守恒，势能全部转换成动能，落地速度为  $v$ ，

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2, \quad v = \sqrt{2gh}.$$

在存在磁铁的情况下，线框的机械能不守恒，其中一部分要转化为电能，落地速度为  $v'$ ，

$$mgh - \Delta E = \frac{1}{2}mv'^2, \quad v' = \sqrt{2gh - \frac{2\Delta E}{m}}.$$

所以，磁铁的存在将使线框的落地速度减小。

(2) 虽然线框在这两段时间内作变速运动，但由于一般情况下 $\Delta t_1$  和 $\Delta t_2$  较小，所以这两段时间内线框的运动速度跟进入磁场的速度相差不大。而进入磁场速度越大，这两段时间越短，损失的机械能越多。所以磁铁位置越低，损失的机械能越多，线框落地速度越小。

3870. 图中两个圆形闭合电路在同一个平面内。问当滑动变阻器的触点  $P$  向右或向左迅速滑动时，小回路中各小段所受的磁场力的方向如何？

[解答]当触点 P 向右迅速滑动时,大线圈的电流减小;根据楞次定律和安培定则可知,小回路中将产生跟大回路方向相同的感生电流;又根据左手定则可知,小回路中感生电流受大回路所产生的磁场的作用力是沿着半径离开圆心的。

同理,当触点 P 向左滑动时,小回路将产生跟大回路方向相反的感生电流,小回路各小段所受的磁场力是沿着半径指向圆心的。

3871. 请讨论下列各种情况各个电流表的指针偏转情况。

(1)原来  $K_2$  不通,当  $K_1$  断开瞬间;

(2)原来  $K_2$  接通,当  $K_1$  断开瞬间。

[解答](1) $K_1$  断开瞬间,线圈  $L_1$  两端有自感电动势。但由于  $K_1$ 、 $K_2$  都断,因而没有自感电流。 $G_2$  指针原来就没有偏转, $G_1$ 、 $G_2$  指针立即回到零点; $G_4$  有感生电流,由楞次定律判断,它的方向向上,指针偏转一下,然后回到零点。

(2)由于  $K_2$  通路,因而  $K_1$  断开瞬间线圈  $L_1$  产生的自感电动势可以通过  $G_2$ 、 $G_3$  组成闭合回路,而形成自感电流,但因  $K_1$  断开, $G_1$  指针就立即回到零点。这时  $L_1$  的自感电动势是下正上负,所以通过  $G_3$  的电流方向和原来相同,仍是自右向左;但通过  $G_2$  的电流方向和原来相反,它的方向自下而上, $G_2$  的指针先反向偏转一下,然后回到零点; $G_3$  的指针不立即回到零点。 $G_4$  的电流方向仍向上,还是偏转一下,然后回到零点。

3872. 图为磁流体发电机的示意图。将气体加热到很高的温度,使它成为高温电离的等离子气体。让它以流速  $v$  通过磁感应强度为  $B$  方向为垂直于纸面向外的匀强磁场区。其中  $a$ 、 $b$  又是间距为  $d$  的电极。试说明磁流体发电机的原理。并指出哪个电极为正极?发电机的电动势为多大?

[解答]根据左手定则,可以判断正离子通过磁场时,所受洛仑兹力。因为这个力的方向向下,所以正离子偏到  $b$  极;负离子则偏到  $a$  极。这样在  $a$ 、 $b$  两极上分别积累了异号电荷,两极间就会产生从  $b$  指向  $a$  的电场。随着离子的积累,电场增强;直到正负离子所受到的电场力跟洛仑兹力平衡时;离子不再偏射到  $a$ 、 $b$  两极,两极间的电场达到稳定,强度为  $E$ ,两极间的电压也达到稳定值。

当外电路断开时, $a$ 、 $b$  两极间的电压等于这个发电机的电动势  $\varepsilon$ ,

$b$  极是正极。这时  $F_m = F_e$ ,  $Bvq = qE = q \frac{\varepsilon}{d}$ , 所以  $\varepsilon = Bvd$ 。

当外电路接通后,即可不断对外供电;同时,离子束中的正负离子又不断偏射到  $b$  极和  $a$  极,及时补充极板上的不足。

3873. 为了不使灵敏电流表因指针的摆动而损坏,在搬运时常用导线把它的正、负接线柱连接起来。试解释这样做的原因。

[解答]当电流表搬运时,因振动使指针摆动,从而带动线圈转动而产生感生电动势。如果使灵敏电流表正负接线柱短路,线圈就会产生感生电流。根据楞次定律,感生电流的效果总是反抗引起感生电流的原因;因此这里线圈中产生的感生电流,将阻碍线圈转动,使指针摆动迅速减弱,达到保护灵敏电流表的目的。

3874. 图中,当电位器触头  $M$  向右移动时,请指出以下几个物理量的方向并说明理由:

(1) $L_2$  上感生电流方向;

(2)导线  $ab$ 、 $cd$  相互作用力方向;

(3)线圈  $efgh$  的运动方向。

[解答]当电位器触头  $M$  向右移动时, $L_1$  回路的电阻减小,电流增加;由右手

螺旋法则可知， $L_1$  所产生的向右的磁场增强。

(1) 由于  $L_2$  中的磁通量增加，根据楞次定律， $L_2$  产生的感生电流的磁场方向应是阻碍这种增加，所以方向向左。再根据右手螺旋法则，判定  $L_2$  中的电流是从 c 流进、a 流出。

(2) 导线 ab、cd 中的电流方向相反。它们各自处于对方电流的磁场中而受安培力。由右手螺旋法则可确定对方电流的磁场方向，由左手定则可确定各自受安培力的方向，得到 ab、cd 间的作用力是斥力。

(3) 线圈 efgh 中的电流方向为 efgh。同样可以由左手定则判断，eh 和 fg 两边不受安培力，而 ef 边受力垂直纸面向外，gh 边受力垂直纸面向里，从上向下看，整个线圈是逆时针方向转动的。

3875. 用手捏住变压器或电视线圈的两端，和普通手电筒的电池两极接触一下，然后离开。为什么会有强烈的电击感觉？如果变压器或电机线圈发生故障，在用电表检查时要注意什么？

[解答] 用手捏住线圈两端去接触电池两极相当于人体电阻和自感线圈并联后去接电源，如图。由于人体电阻  $R$  很大，线圈电阻  $R_L$  一般很小，因此通过线圈的电流比通过人体的电流大得多。

脱离接触后，人体和线圈仍构成一个闭合回路。由于自感作用，将有一个断路时的短暂电流通过人体，这个电流的初始值等于原来通过线圈的电流，它比原来通过人体的电流大得多。因此将有一个很高的瞬时电压加在人体上。举例来说，设线圈电阻为 5 欧，人体电阻为 50 千欧，接在 1.5 伏的电池上，稳定后通过线圈的电流为 0.3 安。断路瞬间，LR 回路中的暂态电流为 0.3 安加在人体上的初始电压将达 1.5 万伏。所以有强烈的电击感觉。当然，这个过程是极短的，电流将从 0.3 安按指数规律衰减，电压也很大衰减。人体的电阻越大，加在它上面的电压的初始值就越高，衰减得也越快。只要线圈的自感系数和原来通过它的电流一定，放出的总能量也就一定。

用电表检查自感较大的线圈时，因表内有电池，如上所述，不要用手捏住线圈的两端再去接触表笔，以免断开时受到电击。应当手握表笔的绝缘棒，直接让表笔接触线圈两端。这样，在表笔脱离接触时，人体和线圈不构成回路，可以避免电流通过人体放电。

3876. 发电机的电枢在有负载和空载两种情形下，以同样的转速转动，单位时间内外界供给发电机的能量是否相同？如果不同，在哪一种情形下单位时间内外界供给发电机的能量较多？为什么？

[解答] 不同。在有负载时，单位时间内外界供给发电机的能量较多。这是因为空载时，相当于电枢回路断开，可以认为其中的电流为零。为使转子匀速转动，外界只需克服摩擦阻力做功。当有负载时，电枢中有较大电流通过，磁场对电流的作用要阻碍电枢转动。要想维持匀速转动，外界就必须用较大的外力对发电机做功，所以单位时间内，外界供给发电机的能量就较多。

3877. 有人说：“反正发电机是在运行着的，多用或少用几盏电灯，对发电机来讲，消耗的能量是一样的。”这句话对不对？为什么？

[解答] 不对。多用几盏灯，就是多并联几盏灯。并联支路增多，外电阻要减小。根据全电路欧姆定律，干路电流要增大；从而使发电机电枢线圈所受安培力增大，阻力矩增大；为了维持匀速转动，必须增大动力矩，也就是输入更多的机械能，这是符合能量守恒的。所以，多用电灯，对发电机来讲，一定要多消耗能量。此外，如果外电阻减小，干路电流增大，损耗在发电机电枢线圈上的能量也要增大。

3878. 图中, 电磁铁的线圈 L 的电阻和另一支路中电阻器的电阻 R 相同。问当电键 K 接通瞬间, 两个安培表的读数是否相等? 为什么?

[解答] 接通瞬间读数不同, 稳定以后读数才相同。

当电键 K 接通后, 电池的端电压 U 同时加在电阻器和电磁铁线圈两

端。通过电阻器的电流马上从零达到稳定值  $I = \frac{U}{R}$ , 并在安培表  $A_1$  中指

出来。但是, 当通过电磁铁的电流增加时, 由于自感作用, 电流是按指数规律增加的, 因此安培表  $A_2$  中指示的电流是逐渐增加的, 直到稳定以后, 才和  $A_1$  的读数相同。

3879. 在有些电路中串联一个自感系数很大的线圈, 这起什么作用?

[解答] 自感在电路中的作用, 要根据实际情况进行具体分析。一般说来, 在通电时, 它对电流的变化起抑制作用。由于电流的任何变化都会在线圈中引起自感电动势, 这个电动势对电流的变化总是起阻碍作用, 因此它可以稳定电路中的电流。在交流电路, 特别是变频交流电路各, 线圈的限流作用相当显著。在断路时, 自感电动势可以产生一个瞬时高压。例如日光灯启动时, 就是利用镇流器的线圈产生的自感电动势, 获得瞬时高压。这个瞬时高压是很有用的。

3880. 制造电阻箱的时候, 要用双线绕法, 这样能使自感现象的影响减弱到可以忽略的程度, 这是什么原因?

[解答] 电阻线的绕向相反; 每相邻的两条电阻线中的电流大小相等, 方向相反; 所以电流所产生的磁场几乎完全抵消。这样, 不管电流如何变化, 穿过线圈的磁通量几乎恒等于零, 不产生自感电动势。

3881. 有两个螺线管, 长度相同, 半径接近相等。试分析在下述三种情况下, 哪一种情况互感系数最小? 哪一种最大?

(1) 两个螺线管靠得很近, 轴线在同一直线上;

(2) 两个螺线管靠得很近, 轴线互相垂直;

(3) 把其中一个螺线管套在另一个外面。

[解答] 第二种情况互感系数最小, 趋近于零。因为两螺线管的轴线互相垂直, 当一个螺线管通以一定的电流时, 它的磁场在另一个螺线管中产生的磁通量趋近于零, 根据互感的定义, 这种情况下它们的互感系数也接近于零。

第三种情况互感系数最大。因为两螺线管套在一起, 当螺线管通以一定的电流时, 它们的磁力线几乎都要穿过另一个螺线管, 在另一个螺线管中产生的磁通量最大, 因此互感系数也最大。

第一种情况, 介于上述两者之间。

3882. 一块金属板在匀强磁场中旋转, 金属板中是否会有涡流? 为什么?

[解答] 这要从金属板在匀强磁场中的旋转情况作具体分析。当金属板旋转时, 如果穿过金属板的磁通量发生了变化, 就会出现涡流。如图(a); 当金属板旋转时, 如果穿过金属板的磁通量不发生变化, 则金属板中就没有涡流。如图(b)中, 转轴和磁场平行, 且垂直金属平面时, 金属板中没有涡流。

3883. 在制造电灯泡时, 为了使灯泡里的空气能更好地排出, 必须对灯泡加热。有时把灯泡放在声速交变的磁场中, 在这种情况下, 灯泡的玻璃并不发热, 但却能达到加热的目的, 这是什么原因呢?

[解答] 制造灯泡时要抽气封口, 但灯泡内金属上吸附的气体只有在高温下, 才能迅速释放出来而被抽走。有时把灯泡放在迅速交变的磁场中, 利用灯泡内金属吕产生的涡流来使金属发热, 在发热过程中抽去吸附在金属中上的气体, 然后封

口。这种加热称为感应加热。它有一个好处是，“热源”不跟被加热的材料直接接触。玻璃是绝缘体，当磁场迅速变时，在玻璃中没有涡流发生，所以它不发热。

3884. 画出感应圈结构示意图，并说明它的工作原理。

[解答] 感应圈的结构示意如图。当电键 K 接通后，通过原线圈的电流，因断续器作用忽通忽断，引起公共铁芯的磁通量忽有忽无，因而在副线圈中产生感生电动热；又因副线圈的匝数比原线圈多很多，所产生的感生电动热就很大，特别在原线圈断路时为更大，所以路端电压  $U_{ab}$  就很大。

3885. 试用能量守恒定律，推导出导线切割磁力线所产生的感生电动势的大小的计算公式： $\varepsilon = Blv$ 。

[证明] 设匀强磁场的磁感应强度为 B，在外力 F 作用下，线框中边长为 L 的 ab 边，以速度 v 匀速切割磁力线，产生感生电流 I，如图所示。

由于 ab 边有电流 I，且处在磁场中，所以受磁场力  $F_m = BIL$  作用。因为导线作匀速运动，根据平衡条件  $F = F_m$ ；所以在 t 的时间内，外力所做的功为  $W_F = Fv t = BILv t$ 。

同时，根据电流做功的规律，得到感生电流在 t 的时间内所做的功为

$$W_I = I^2 R t$$

因为这一过程中外力对线框所做的功全部转化为回路的电能，所以根据能量守恒定律可以得到：

$$W_F = W_I$$

$$\text{即 } BILv t = I^2 R t,$$

$$= BLv$$

3886. 有一矩形回路，匝数为 N，长为 a，宽 b。使这回路在匀强磁场中旋转，旋转的频率为 f，如图所示。

(1) 求证在线圈中产生的感生电动势为

$$e = e_{\max} \sin 2\pi f Nab \sin 2\pi ft$$

(2) 设计一个回路，即算出其回路面积和匝数之积，使这回路在磁感应强度  $B = 0.50$  特的匀强磁场中以  $f = 60$  转/秒的转速运动时，这回路产生的感生电动势  $E_m = 150$  伏。

[解答] (1) 在线圈转动过程中，两条边长为 b 的边，切割磁力线产生的感生电动势，回路的电动势为两者的和。线圈在图示位置转过  $\theta = \omega t$  角度时产生的电动势

$$e = 2NBbv \sin \theta$$

$$= 2NBb \cdot \frac{a}{2} \omega \sin \theta$$

因为  $\omega = 2\pi f$

所以  $e = 2\pi f Nabv \sin 2\pi ft$ 。

$$e_{\max} = 2\pi f Nabv$$

(2) 当  $e = e_{\max} = 2\pi f Nabv = 2\pi \times 60 \text{ 转/秒} \times Nabv = 150 \text{ 伏}$ ，由

$$e_{\max} = 2\pi f Nabv, \text{ 可得}$$

$$abN = \frac{E_m}{2\pi f B} = \frac{150}{2 \times \pi \times 60 \times 0.50} \text{ 米}^2 \text{ 匝} = 0.80 \text{ 米}^2 \text{ 匝}。$$

3887. 有一个匀强磁场，磁感应强度为 B，B 的量值以恒定的速率， $\frac{\Delta B}{\Delta t}$  变化，有一块铜，质量为 m，用它来拉成半径为 r 的导线，做成一个

半径为  $R$  的圆形回路。试证明，回路中的感生电流跟导线的粗细无关，跟回路的半径也无关。假定  $B$  垂直于回路平面，证明这回路中的感生电流

$$I = \frac{m}{4} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}。$$

式中  $\rho$  表示铜的电阻率， $\gamma$  表示铜的密度。

[证明] 回路中的感生电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R'} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \frac{1}{R'} = S \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R'} \quad (1)$$

式中  $R$  为铜导线的电阻  $R' = \frac{L}{S} = \frac{2R}{\pi r^2} = \frac{2\rho R}{r^2}$ ，圆形回路的面积  $S = \pi R^2$ 。

代入(1)式 
$$I = R^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{r^2}{2\rho R} = \frac{\pi}{2} R r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\rho}。$$

又 
$$m = \gamma V = \gamma \cdot \pi r^2 \cdot 2R = 2\gamma r^2 R，$$

$$r^2 R = \frac{m}{2}，$$

所以

$$I = \frac{R r^2}{2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{m}{4} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}。$$

3888. 图中，为非匀强磁场中的一个矩形导线回路，设回路电阻为  $R$ ，回路平面跟磁场垂直，回路的自感可以忽略。如果在外力作用下，回路以水平向右的速度匀速平动，试证明在任一时刻外力做功的功率等于这个时刻回路所消耗的电功率。

[证明] 设某一时刻，回路以速度  $v$  向右运动，回路的感生电流方向如图所示。bc 和 ad 两边所受的磁场力相削弱，ab 和 cd 两边所受的磁场力分别为  $F_1$  和  $F_2$ 。ab 边处在强磁场中，所以  $F_1 > F_2$ ；要使回路以速度  $v$  匀速前进，外力必须克服  $(F_1 - F_2)$  这个阻力而做功，所以在这一时刻外力做功的功率为

$$P = Fv = (F_1 - F_2)v。$$

如果 ab 和 cd 的长度为  $L$ ，ab 所在处的磁感应强度为  $B_1$ ，cd 所在处的为  $B_2$ ，则有

$$\begin{aligned} (F_1 - F_2)v &= (B_1 IL - B_2 IL)v \\ &= I(B_1 vL - B_2 vL) \\ &= I(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) \\ &= I\mathcal{E}。 \end{aligned}$$

式中  $\mathcal{E}_1$  是 ab 中产生的感生电动势， $\mathcal{E}_2$  是 cd 产生的感生电动势， $\mathcal{E}$  是回路的总电动势。所以

$$(F_1 - F_2)v = I_2 R。$$

等式左边为外力以恒定速度推动回路向右运动，在某一时刻的即时功率；右边为在该时刻回路电阻所消耗的电功率。此结果表明回路中的电能是由机械能（即外力所做的功）转化而来的，这是能量守恒和转化定律在电磁感应过程中的体现。

### 图线和作图题

3889. 图中，电阻为  $R$ 、面积为  $S$  的矩形回路，以匀角速  $\omega$  绕  $y$  轴旋转。此回路处在沿正  $x$  方向，磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中。请画出下列图线：

(1) 穿过此回路的磁通量  $\Phi$  随时间  $t$  变化的函数曲线图 (设  $t=0$  时, 回路在图示位置上) ;

(2) 磁通量变化率  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \sim t$  图线 ;

(3) 感生电动势  $\varepsilon \sim t$  图线 ;

(4) 使回路以匀角速度旋转所需外力矩  $M \sim t$  图线 ;

(5) 角速度加倍时的感生电势  $\varepsilon \sim t$  图线 ; (忽略回路自感)

[解答] (1) 回路从图示位置起, 匀角速转动, 因此它的磁通量按余弦规律变化:  $\Phi = \Phi_{\max} \cos \omega t = BS \cos \omega t$ 。如图(a)。

(2) 从  $\Phi \sim t$  图线的斜率变化规律, 可得到磁通量变化率随时间的变化规律:  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)_{\max} \sin \omega t = -BS \omega \sin \omega t$ 。如图(b)。

(3) 从法拉第电磁感应定律, 可得到感生电动势随时间的变化规律:  $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = BS \omega \sin \omega t = E_{\max} \sin \omega t$ 。如图(c)。

(4) 为使回路匀角速旋转, 所需外力矩来克服感生电流的磁力矩。外力矩的方向始终不变, 大小按正弦规律变化:  $M = BS \frac{\varepsilon}{R} \sin \omega t = \frac{BSE_{\max}}{R} \sin^2 \omega t$ 。如图(d)。

(5) 因为  $\varepsilon = BS \omega \sin \omega t$ , 当  $\omega$  加倍时  $E'_{\max} = 2E_{\max}$ ,  $\varepsilon' = 2E_{\max} \sin 2\omega t$ 。如图(e)

3890. 边长为  $L$  的正方形金属线圈, 电阻为  $R$ 。以  $v$  的恒定速度, 通过磁感应强度为  $B$  的有限匀强磁场, 磁场宽为  $D (D > L)$ 。线圈平面和磁场垂直。如图所示。

(1) 作图表示开始进入磁场到完全离开磁场这段时间内, 穿过线圈的磁通量跟时间的函数关系;

(2) 作图表示线圈中感生电动势跟时间的函数关系;

(3) 作图表示外力所做功的功率跟时间的函数关系。

[解答] 分别见图(a)、(b)、(c)。

3891. 有一根长螺线管, 竖直放置, 通以电流  $I$ , 如图(a)所示。今有一个较重的环形闭合线圈沿竖直方向落入螺线管内, 线圈的平面始终跟螺线管的轴相垂直。

(1) 在图(b)中画出螺线管内磁力线的分布情况;

(2) 在图(b)中画出线圈落到 A、B、C 三个位置时感生电流的方向;

(3) 在图(b)中画出线圈在 A、B、C 三个位置时线圈受到磁场作用力的合力方向。

[解答] 见图(b)。

3892. 一个矩形线圈以匀速度  $v$  自没有磁场的空间进入磁感应强度为  $B_1$  的匀强磁场, 然后再进入磁感应强度为  $B_2 (B_2 < B_1)$  的匀强磁场, 最后进入没有磁场的右边空间, 如图所示。下面各个图线中, 正确反映线圈中感生电动势  $\varepsilon$  和时间  $t$  的关系的是 [ ]

- A. 如图(1)所示;      B. 如图(2)所示;  
C. 如图(3)所示;      D. 如图(4)所示;

答 C

3893. 有一个金属框, 以匀速度  $v$  进入一个匀强磁场, 该磁场被局限在截面为正方形的空间, 金属框由左侧进入磁场, 从右侧移出。金属框的  $ab$   $ef$   $cd$ ,  $bc$   $af$   $ed$ ,  $bc$   $cd$ , 且  $bc$  和磁场的边界平行, 如图所示。如果规定感生电流沿  $abcdefa$  为正方向, 则金属框中感生电流波形应是下列图线中的哪一个? [ ]

- A. 如图(1)所示;      B. 如图(2)所示;  
C. 如图(3)所示;      D. 如图(4)所示;  
E. 如图(5)所示。

#### 实验题

3894. 图中所示, 为一个观察电磁感应现象的装置。左边  $a$  为闭合导体圆环, 右边  $b$  为有缺口的导体圆环, 两环用细杆连接支在杆的中点  $O$ , 且可绕  $O$  在水平面内自由转动。用足够强的磁铁在任何一极插入圆环, 当插入环  $a$  时, 可观察到环退离磁铁; 插入环  $b$  时, 环不动; 试解释所观察到的现象。

[解答] 磁铁的任何一极分别插入  $a$ 、 $b$  两环时, 都会使两环的磁通量增加, 在环中出现电动势。因为  $a$  环是闭合的, 就有感生电流, 它的磁场跟原来磁铁的磁场方向相反, 所以磁铁和  $a$  环中感生电流间的相互作用是斥力。如同同性磁极相对放着时, 它们要相互排斥一样。这就是  $a$  环后退的原因。因为  $b$  环有缺口, 所以只有感生电动势, 而没有感生电流, 它跟磁铁之间就没有相互作用力, 这就是  $b$  环不动的原因。

## 交流电

### 填空题

3895. 交流电和直流电都是电荷的定向移动形成的。在金属导体中稳恒电流可看做是自由电子沿某一方向做匀速运动形成的；而交流电可看作是自由电子做简谐振动运动形成的。

3896. 线圈在匀强磁场中以 3000 转/分的转速匀速转动，所产生的交流电的频率是 50 赫，角频率是 100 弧度/秒，线圈平面转过  $45^\circ$  所需的时间为 2.5 毫秒。

3897. 闭合线圈在匀强磁场中作匀速转动，线圈转速为 240 转/分，若线圈平面转到与磁场方向平行时的电动势为 2 伏。从中性面开始计时，

所产生的交流电动势的瞬时表达式为  $e = 2\sin 8\pi t$  伏。 $t = \frac{1}{48}$  秒的时的电动势为 1 伏。

3898. 图示的矩形线框长  $2l$ ，宽  $l$ ，绕长边的中心轴  $OO'$  在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中匀速转动。如果短边的线速度为  $v$ ，则感生电动势的最大值为  $2Blv$ ，周期是  $2\pi l/v$ 。如果从中性面起计时，则感生

电动势的瞬时值为  $2Blv\sin(\frac{v}{l})t$ 。如果线框的长边缩短为  $l$ ，转轴仍在中央，如仍保持原短边的线速度不变，则感生电动势的瞬时值为

$2Blv\sin 2(\frac{v}{l})t$ ，频率为原来的 2 倍。

3899. 相位为  $\pi/6$  的正弦交流电的电动势的瞬时值为 120 伏，则这一交流电的最大值是 240 伏，有效值是 170 伏。

3900. 我国照明用电的交流电压是 220 伏，频率是 50 赫。它的有效值是 220 伏，最大值是 311 伏，周期是 0.02 秒。我国动力供电线路的交流电压是 380 伏，它的有效值是 380 伏，最大值是 537 伏，频率是 50 赫，周期是 0.02 秒。

3901. 市用照明电的电压是 220 伏，这是指电压的有效值，当接入一个标有“220V、100W”字样的灯泡后，灯丝上通过的电流有效值是 0.45 安，电流的最大值是 0.64 安。

3902. 一只标着“220V、25W”的白炽灯泡，接在 220 伏照明电路上，通过灯丝电流的最大值是 0.16 安。

3903. 已知正弦交流电压  $u = 220\sqrt{2} \sin 100\pi t$  伏，此交流电压的有效值为 220 伏，交流电的频率为 50 赫。

3904. 一个“200V、1kW”的电炉，接入  $u = 156\sin 314t$  伏的电流电路中，则通过电炉的电流瞬时值表示式为  $i = 3.9\sin 314t$  安；和电炉串联的电流表的读数为 2.8 安；和电炉并联的电压表的读数为 110 伏。

3905. 电阻为  $R$  欧的用电器接入 2 伏的直流电路中，其功率为  $P$  瓦；

如果把电阻为  $\frac{R}{2}$  欧的用电器接入最大值为 2 伏的交流电路中，它的功率是  $P$  瓦。

3906. 在电阻  $R$  两端加 10 伏的直流电压，它的功率是 4 瓦。在这个电阻上加  $u = 10\sin 314t$  伏的交流电压后，它的功率是 2 瓦，通过电阻的电流瞬时表达式为  $i = 0.4\sin 314t$  安。

3907. 一长直螺线管中通有交变电流，其表达式为  $i = I_m \sin \omega t$ 。现有一电量为  $q$  的粒子，以速度  $v$  沿线圈轴线方向射入线圈。如果不计粒子的重力和粒子运动

时所受的空气阻力，则粒子在螺线管中的运动的位移方程为  $s=vt$ 。

3908 . 自感系数是 100 毫亨的线圈，对频率是 1000 千赫的高频电流的感抗是  $6.28 \times 10^5$  欧；对频率是 1 千赫的音频电流的感抗是 628 欧；对直流电的感抗是零。所以电感线圈在电路中有通直流、阻交流或通低频、阻高频的特性。

3909 . 一线圈的自感系数为 0.5 亨，电阻可以忽略。把它接在频率为 50 赫、电压为 220 伏的交流电源上，通过线圈的电流为 1.4 安。

3910 . 将自感系数为 100 毫亨的线圈(导线电阻不计)接入电压为  $u=537\sin 100t$  伏的交流电路中，线圈的感抗为 31.4 欧，线圈中电流为

12.1 安，线圈中电流瞬时值的表达式为  $i = 17.1\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  安。

3910 . 将自感系数为 100 毫亨的线圈(导线电阻不计)接入电压为  $u=537\sin 100t$  伏的交流电路中，线圈的感抗为 31.4 欧，线圈中电流为

12.1 安，线圈中电流瞬时值的表达式为  $i = 17.1\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  安。

3911 . 有一线圈，其电阻可忽略不计。把它接在 220 伏、50 赫的交流电源上，测得通过线圈的电流为 2 安。此线圈的自感系数为 0.35 亨。

3912 . 电阻不计的电感线圈和 110 欧的电阻器并联于频率为 50 赫的交流电路中。如果通过线圈的电流为 0.5 安，通过电阻器的电流为 2 安，则线圈的电感为 1.4 亨。

3913 . 下图为某交流电的波形图线。该交流电电压的有效值为 70.7 伏，频率为 5 赫。将它加在自感系数为 10 亨的纯电感电路中，电路中的电流为 0.23 安，电流的瞬时值表达式为  $i=0.32\sin 31.4 t$  安。

3914 . 电容量为 1000 皮法的电容器，对频率是 1000 千赫的高频电流的容抗是 159 欧；对频率是 1 千赫的音频电流的容抗是  $1.59 \times 10^5$  欧；对直流电的容抗为\_\_。所以电容器在电路各有通交流、隔直流或通高频、阻低频的特性。

3915 . 把电容为 5 微法的电容器接到达 220 伏、50 赫的交流电源上，通过电容器的电流为 0.35 安；如把电容器换为 0.05 微法，则通过的电流为 3.5 毫安。

3916 . 把电容为 0.1 微法的电容器接到电压为  $u=311\sin 314t$  伏的交流电路中，电容器的容抗为 31.8 千欧，通过电容器的电流为 6.9 毫安，

电容器中电流瞬时值的表达式为  $i = 9.8\sin(314t + \frac{\pi}{2})$  毫安。

3917 . 一个电容器接在 50 赫、220 伏的交流电源上，用交流电流表测得电流强度为 3.45 安。这电容器的电容为 50 微法。

3918 . 某交流电压随时间变化的规律如下列图线所示。该交流电的频率是 50 赫，交流电压的有效值是 127 伏；若将这交流电压加在电容为 10 微法的电容器上，通过电容器的电流是 0.4 安，电容器的耐压应大于 180 伏。

3919 . 计算电感器  $L_1=0.5$  亨、 $L_2=0.05$  亨，电容器  $C_1=20$  微法、 $C_2=50$  皮法，分别接入频率为 50 赫，800 千赫和 5 兆赫的交流电路中的感抗和容抗。把计算得的结果填入下表。

x \ f		50Hz	800kHz	5MHz
		L	0.5H	157
	0.05H	15.7	0.251M	1.57M
C	20 $\mu$ F	159	0.010	$1.59 \times 10^{-2}$
	50pF	63.7	3.98k	637

3920. 在纯电感的交流电路中, 电感两端的电压和通过电感的电流间的相位差  $u - i = \underline{\pi/2}$ ; 在纯电容的交流电路中, 电容两端的电压和流过电容的电流间的相位差  $u - i = \underline{-\pi/2}$ 。

3921. 下图中, 电阻  $R=10$  欧, 电容  $C=10$  微法, 电感线圈的自感系数  $L=10$  亨。线圈的电阻与三个安培表  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  的内阻均可不计。

当所加交流电压  $u = 100\sqrt{2}\sin 314t$  伏时, 三个安培表的示数分别为:  
 $i_1 = \underline{10}$  安;  $i_2 = \underline{0.314}$  安;  $i_3 = \underline{0.032}$  安。三个电路中的电流表达式分别为:

$$i_1 = \underline{10\sqrt{2}\sin 314t} \text{ 安}; i_2 = \underline{0.314\sqrt{2}\sin(314t + \frac{\pi}{2})} \text{ 安}; i_3 = \underline{0.032\sqrt{2}\sin(314t - \frac{\pi}{2})} \text{ 安}。$$

3922. 有一电阻  $R=100$  欧, 纯电感  $L=100$  毫亨, 纯电容  $C=100$  微法。

(1) 将  $R$ 、 $L$ 、 $C$  分别接  $U=100$  伏的直流电压时, 电流  $I_R = \underline{1}$  安;  $I_L = \underline{\quad}$ ;  $I_C = \underline{\quad}$ 。

(2) 将它们分别接  $f=50$  赫,  $U=100$  伏的交流电压时, 电流  $I_R = \underline{1}$  安;  $I_L = \underline{3.18}$  安;  $I_C = \underline{3.14}$  安。

3923. (1) 某电器的功率因数为 0.85, 额定电压为 220 伏, 额定电流为 5 安, 则此用电器实际消耗的功率为 935 瓦;

(2) 某车间所需功率为 100 千瓦, 现供给电压 220 伏, 电流为 757 安, 则功率因数为 0.6。

3924. 将四个二极管连成如图所示的接法,  $a$ 、 $b$ 、 $d$  分别是四个接线柱。为了把这四个二极管组成一个桥式整流电路, (1)  $b$ 、 $d$  两个接线柱应接在电源变压器的副线圈两端; 而 (2)  $a$ 、 $c$  两上接线柱应接在负载电阻的两端; (3) 输出的直流电压的“+”端是  $c$  接线柱。

3925. 有一理想变压器, 原线圈 1100 匝, 接 220 伏交流电源, 如果用它对 10 只“36V、60W”灯泡供电, 副线圈需要 180 匝, 通过原线圈的电流为 0.27 安。

3926. 有一变压器, 它的原线圈有 1140 匝, 副线圈有 570 匝, 把原线圈的两端接在 220 伏的交流电源上, 在副线圈两端接一个 50 欧的电阻。如果变压器本身的损耗可以忽略不计, 这时副线圈两端的电压是 110 伏, 原线圈中的电流是 1.1 安, 电源的输出功率是 242 瓦。

3927. 理想变压器的原线圈共 660 匝, 副线圈共 72 匝。输入电压为 220 伏, 输出端接上一只额定电压 30 伏、额定功率 450 瓦的白炽灯泡, 流过灯泡的电流为 12 安, 变压器的原线圈电流为 1.3 安。

3928. 在一个闭合铁芯上缠上两上线圈, 当原线圈和交流电源连接时, 在副线圈上电压是 3.0 伏。当副线圈接入同样的电源时, 在原线圈上电压是 48 伏。则原线圈和副线圈匝数的比是 4:1。

3929. 有一降压变压器, 输入电压的最大值为 200 伏。另有一电阻 R, 当它接在电压是 20 伏的直流电路上, 消耗功率为 P; 如果将它接在上述变压器的输出电路中, 将消耗 P/2 的功率, 则此变压器的原、副线圈的匝数比为 10:1。

3930. 图中, 当电键  $K_1$ 、 $K_2$  都断开时, 安培表  $A_2$  的读数为零,  $A_1$  的读数很小; 当电键  $K_1$  接通  $K_2$  断开时,  $A_2$  的读数增大,  $A_1$  的读数增大; 然后把电键  $K_1$  断开、 $K_2$  接通,  $A_2$  的读数减小,  $A_1$  的读数减小。

3931. 一个变压器, 原、副线圈的匝数不清楚, 为了测定它, 用绝缘细导线在变压器线包和铁芯的空隙里绕 5 匝, 将原线圈接在 220 伏电源上, 用交流电压表测得用绝缘导线新绕的线圈两端电压为 1.25 伏, 原来的副线圈两端的电压为 4 伏, 那么, 原线圈有 880 匝, 副线圈有 16 匝。如果副线圈接有两个“4V、8W”的电灯具, 这时原线圈的电流是 0.07 安。

3932. 图(a)是一个电压互感器, 它的作用是扩大电压表的量程(或把高电压变成低电压); 图(b)是一个电流互感器, 它的作用是扩大电流表的量程(或把大电流变成小电流)。图(a)中原线圈的匝数  $n_1$  要比副线圈的匝数  $n_2$  来得多, 图(b)中原线圈的匝数  $n_1'$  则比副线圈的匝数  $n_2'$  来得少, 而图(b)中原线圈导线的横截面积要比副线圈导线的横截面积大。如果在图(a)装置的铭牌上注明的变压比是 25, 伏特表的读数为 100 伏, 可算得电路的电压为 2500 伏, 若在图(b)装置的铭牌上注明的变流比为 10, 当安培表的读数是 0.6 安时, 可算得被测电路的电流为 6 安。

3933. 如果在三相交流电中的一相电动势为  $e_A = \varepsilon_m \sin(\omega t + \frac{x}{6})$ ,

那么其余两相的电动势分别为  $e_B = \varepsilon_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ;  $e_C = \varepsilon_m \sin(\omega t - \frac{7}{6}\pi)$ 。

### 选择题

3934. 下面是一些可能影响交流发电机产生电动势的因素;

[ ]

- A. 磁场的磁感应强度;
- B. 电枢线圈的匝数;
- C. 电枢线圈的每匝的面积;
- D. 电枢的转动速度;
- E. 电枢线圈在磁场中的初始位置。

(1) 哪些因素影响产生电动势的最大值?

答 A、B、C、D

(2) 哪些因素影响交流电动势的频率?

答 D

3935. 某单相交流发电机的电动势为  $e = \varepsilon_m \sin t$ , 如将发电机的电枢转速减小到原来的 1/2, 其他条件不变, 它产生的电动势为 [ ]

- A .  $\epsilon_m \sin \omega t$  ;      B .  $\frac{1}{2} \epsilon_m \sin \omega t$  ;  
 C .  $\epsilon_m \sin(\frac{1}{2} \omega t)$  ;      D .  $\frac{1}{2} \epsilon_m \sin(\frac{1}{2} \omega t)$  。

答 D

- 3936 . 把 220 伏的交流电压加在 440 欧的电阻上，在电阻上 [      ]  
 A . 电压的有效值为 220 伏，电流的有效值为 0.5 安；  
 B . 电压的最大值为 220 伏，电流的有效值为 0.5 安；  
 C . 电压的有效值为 220 伏，电流的最大值为 0.5 安；  
 D . 电压的最大值为 220 伏，电流的最大值为 0.5 安。

答 A

- 3937 . 关于交流电有效值下面一些说法哪些对？ [      ]  
 A . 交流电的电气设备所标的电压和电流都是最大值；  
 B . 交流电流表和电压表测定的是瞬时值；  
 C . 给定交流电数值，如没有特别说明的是指有效值；  
 D . 在相同时间内，通过同一电阻，跟直流电有相同热效应的交流电的数值是交流电有效值。

答 C、D

- 3938 . 一定值电阻 R，当接以电压为 U 的直流电源时，其中的电流强度为 I，消耗的电功率为 P；当接以电压有效值为 U 的交流电源时，其中的电流强度为 I'，消耗的电功为 P'，则 [      ]

- A . I' < I ;              B . I' = I ;  
 C . I' > I ;              D . P' < P ;  
 E . P' = P ;              F . P' > P ;

答 B、E

- 3939 . 一电热器接在 10 伏的直流电源上，产生一定大小的热功率。把它改接到交流电源上，要使产生的热功率是原来的一半，如果忽略电阻随温度的变化，则交流电压的最大值应为 [      ]

- A . 5.0 伏；              B . 7.0 伏  
 C . 10 伏；              D . 14.1 伏。

答 C

- 3940 . 两只阻值相同的电阻，分别通以正弦波和方波（如附图所示）的电流。电流的最大值相等，则两只电阻产生的热功率的比是 [      ]

- A . 1 : 4 ;              B . 1 : 2 ;  
 C . 1 : 1              D . 2 : 1

答 B

- 3941 . 线圈在匀强磁场中以角速度  $\omega$  旋转，产生的感生电动势可用  $e = \epsilon_m \cos(\omega t + \phi_0)$  表示，如果这个线圈在上述磁场中以  $\omega/2$  匀速转动，开始时线圈平面与中性面夹角为  $30^\circ$ ，则产生的感生电动势表达式为 [      ]

- A .  $e = \frac{e_m}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$  ;
- B .  $e = e_m \sin\left(\frac{\omega}{2} t + \frac{\pi}{6}\right)$  ;
- C .  $e = \frac{e_m}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  ;
- D .  $e = \frac{e_m}{2} \sin\left(\frac{\omega}{2} t + \frac{\pi}{6}\right)$  。

答 D

3942 . 一线圈从中性面开始在匀强磁场中匀速转动，电路中产生的交流电流有效值为 2 安，频率为 50 赫，由此电流的瞬时值表达式为

[     ]

- A .  $i = 2 \sin 50t$  安；
- B .  $i = 2\sqrt{2} \sin 50t$  安；
- C .  $i = 2 \sin 314t$  安；
- D .  $i = 2\sqrt{2} \sin 314t$  安。

答 D

3943 . 图中所示为正弦交流电流  $i$  和交流电压  $u$  的图线，它们之间的相位关系是

[     ]

- A .  $i$  超前  $u 90^\circ$  ；
- B .  $i$  超前  $u 120^\circ$  ；
- C .  $i$  落后  $u 90^\circ$  ；
- D .  $i$  落后  $u 120^\circ$  。

答 B

3944 . 有两个交流电： $u_1 = U_{m1} \sin \omega_1 t$ ， $u_2 = U_{m2} \sin \omega_2 t$ ，已知  $U_{m1} = U_{m2}$ ， $\omega_1 = 2\omega_2$ ，下面的叙述中哪一句是对的？

[     ]

- A . 它们的初相相等，任意时刻的相位也相等；
- B . 它们的初相相等，任意时刻的相位不等；
- C . 它们的初相相等，任意时刻的相位差也总相等；
- D . 它们的初相为零，任意时刻的相位差也总为零。

答 B

3945 . 一个长直螺线管通有交流电。把一个带电粒子沿管轴射入管中，如不计粒子的重力和运动中所受的阻力，粒子将在管中

[     ]

- A . 作圆周运动；
- B . 沿轴线来回运动；
- C . 作匀加速直线运动；
- D . 作匀速直线运动。

答 D

3946 . 为了判断点亮的灯泡中的电流是交流还是直流电，用一根很强的磁铁靠近灯泡，则

[     ]

- A . 灯泡变暗是交流电，灯泡亮度不变是直流电；
- B . 灯泡变亮是交流电，灯泡亮度不变是直流电；
- C . 灯泡变暗是直流电，灯泡亮度不变是交流电；

D. 灯泡亮度都不会改变, 因而无法判断是交流还是直流电。

答 A

3947. 一根通有交流电  $i = I_m \sin t$  的长直导线和一个不通电的闭合矩形线框在同一平面内, 如附图所示。当交流电在第一个四分之一周期内, 电磁作用 (不考虑重力) 将使线框 [ ]

- A. 向着直导线平动;
- B. 离开直导线平动;
- C. 绕 OO 轴转动;
- D. 上下振动。

答 B

3948. 如图所示, 直导线中通以交流电流  $i = I_m \cos t$ , 由  $t=0$  开始的一个周期内, 在矩形线圈 abcd 中产生的感生电流的强度变化将是 [ ]

- A. 减弱 增强 减弱 增强;
- B. 增强 减弱 增强 减弱;
- C. 先减弱后增强;
- D. 先增强后减弱。

答 B

3949. 在同一匀强磁场中, 放置三个相同的线圈, 分别绕着跟磁场方向垂直的轴  $d_1c_1$ 、OO 和  $a_3b_3$  匀速转动, 如附图所示。如果线圈  $a_3b_3c_3d_3$  的转速是其他两个线圈转速的 2 倍, 则

(1) 三个线圈产生的最大感生电动势的比  $\epsilon_{1m} : \epsilon_{2m} : \epsilon_{3m}$  为

- A. 1 : 1 : 1;
- B. 1 : 2 : 4;
- C. 1 : 1 : 2;
- D. 2 : 1 : 4。

答 C

(2) 三个线圈所受的最大阻力矩的比  $M_1 : M_2 : M_3$  为

- A. 1 : 1 : 1;
- B. 1 : 2 : 4;
- C. 1 : 1 : 2;
- D. 2 : 1 : 4。

答 C

3950. 如图所示, 三个线圈 A、B、C 的匝数和导线的长度均相同。则它们的自感系数是 (线圈 B 和 C 均绕在铁芯外) [ ]

- A. A 最小, B 和 C 一样大;
- B. A 最小, C 最大;
- C. A 最大, B 和 C 一样大;
- D. A 最大, C 最小。

答 B

3951. 图示电路由交流电供电, 如果交流电频率增大, 则 [ ]

- A. 线圈自感系数增大;
- B. 线圈的感抗减小;
- C. 电路中的电流增大;
- D. 电路中的电流减小。

答 D

3952. 若交流电的频率变为原来的两倍, 则通过电感线圈的电流的有效值是原来的 [ ]

- A . 2倍； B . 4倍；  
C .  $\frac{1}{2}$ 倍； D .  $\frac{1}{4}$ 倍。

答 C

3953 . 交流电通过纯电感电路时，电路中能量的转化和电流做功的情况是

[ ]

- A . 电能转化为内能而对外做功；  
B . 电能跟电场能往复转化而不对外做功；  
C . 电能跟磁场能往复转化而不对外做功；  
D . 电能转化为磁场能而对外做功。

答(c)

3954 . 图示电路由交流电供电。如果交流电频率增大，则

[ ]

- A . 电容器的电容增大；  
B . 电容器的容抗增大；  
C . 电路中的电流增大；  
D . 电路中的电流减小。

答 C

3955 . 如图线圈L的电感是 $\frac{1}{\pi}$ 亨，接在交流电路上，导线电阻不

不计。若已知通入该线圈的电流 $i = 2 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ 安，则此时该线圈

两端的电压是

[ ]

- A .  $200 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ 伏；  
B .  $200\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ 伏；  
C .  $200 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ 伏；  
D .  $200\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ 伏。

答 A

3956 . 在交流电路中，如果电源电动势的最大值不变，频率可以改变。在图示电路的 a、b 两点间逐次将图中电路元件(1)、(2)、(3)单独接入，当使交流电频率增加时，可以观察到下列所述的哪种情况？

[ ]

- A . 安培表  $A_1$ 、读数不变、 $A_2$  增大、 $A_3$  减小；  
B .  $A_1$  读数减小、 $A_2$  不变、 $A_3$  增大；  
C .  $A_1$  读数减小、 $A_2$  不变、 $A_3$  减小；  
D .  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三表的读数都不变。

答 C

3957 . 某用电器接在 220 伏的交流电上，当交流电电压不变而频率由 50 赫变为 60 赫时，通过用电器的电流变小，这用电器可能是

[ ]

- A . 纯电阻的器件；

- B. 纯电感的器件；
- C. 纯电容的器件；
- D. 由电阻和电感组成的器件；
- E. 由电阻和电容组成的器件。

答 B、D

3958. 用双踪示波器可同时显示出电路的电压和电流波形。如某电路的电压  $u$  和电流  $i$  的波形如图所示，则该电路是 [ ]

- A. 纯电阻电路；
- B. 纯电感电路；
- C. 纯电容电路；
- D. 都不是以上三种电路。

答 C

3959. 某元件接在交流信号上，用示波器观察得其电压、电流波形写成函数式分别为

$$u = 2 \sin\left(3140t + \frac{\pi}{3}\right) \text{伏} \text{ 和 } i = 10 \sin\left(3140t - \frac{\pi}{9}\right) \text{毫安},$$

此元件可能是 [ ]

- A. 纯电容的电容器；
- B. 纯电感的线圈；
- C. 纯电阻的电阻器；
- D. 电阻不能忽略的线圈。

答 D

3960. 在交流电路中，下面各式中哪些是正确的？

(1) 纯电阻电路中 [ ]

$$A. i = \frac{U}{R}; \quad B. I = \frac{U_m}{R}; \quad C. R = \frac{U_m}{I_m}; \quad D. U = I_m R.$$

答 C

(2) 纯电感电路中 [ ]

$$A. U_L = iX_L; \quad B. I_m = U_L / 2\pi fL;$$

$$C. i = \frac{U_L}{L}; \quad D. I = U_L / 2\pi fL.$$

答 D

(3) 纯电容电路中 [ ]

$$A. X_C = u/i;$$

$$B. I = U_C / C;$$

$$C. I = U_C C;$$

$$D. U_C = iX_C.$$

答 C

3961. 从同一交流电路上接出两上支路，如图所示。一支路连接一个无泄漏电阻的电容器；另一支路连接一个无电阻的电感线圈。则导线 AB 和 CD 的相互作用是 [ ]

- A. 相吸；
- B. 相斥；

- C. 周期性地吸、斥交替；
- D. 无相互作用。

答 B

3962. 为了提高日光灯电路的功率因数，可以采用下面哪种办法？

[     ]

- A. 电路上并联电感器；
- B. 电路上并联电容器；
- C. 电路上串联电感器；
- D. 电路上串联电容器。

答 B

3963. 某用电器的额定电压为 220 伏，功率因数为 0.6，瓦特表测出的功率为 40 瓦，则用电器正常工作时的电流为

[     ]

- A. 0.18 安；
- B. 0.3 安；
- C. 0.11 安；
- D. 0.43 安。

答 B

3964. 图示为全波整流电路，变压器次级的两组线圈，每组电压为 10 伏。二极管  $D_1$ 、 $D_2$  的耐压值至少应是

[     ]

- A.  $D_1$ 、 $D_2$  都等于 10 伏；
- B.  $D_1$ 、 $D_2$  都等于 20 伏；
- C.  $D_1$ 、 $D_2$  都等于  $10\sqrt{2}$  伏；
- D.  $D_1$ 、 $D_2$  都等于  $20\sqrt{2}$  伏。

答 D

3965. 按下列二极管整流电路图安装的整流器，能正常工作为

[     ]

- A. 电路图(1)；
- B. 电路图(2)；
- C. 电路图(3)；
- D. 电路图(4)。

答 B

3966. 附图是一个晶体二极管半波整流电路，A、B 和 N 都是接线柱。为了使通过负载 R 的电流比较平稳，还应在电路中接入电容器 C 及电感线圈 L，具体的接法是

[     ]

- A. 将 L、C 串联后接入电路中 A、B 之间；
- B. 将 L、C 并联后接入电路中 A、B 之间；
- C. 将 L 接入 A、B 之间，C 接在 A、N 之间；
- D. 将 C 接在 A、B 之间，L 接在 A、N 之间。

答 C

3967. 有一台理想变压器的原、副线圈的匝数比为 4 : 1，若原线圈上加  $u=141\sin 100\pi t$  伏的交流电，则在副线圈两端用交流电压表测得的电压是

[     ]

- A. 35.25 伏；
- B. 25 伏；
- C. 400 伏；
- D. 564 伏。

答 B

3968. 变压器原线圈的电阻是  $r_1$ , 电压是  $U_1$ , 当副线圈接有正常负载时, 原线圈中电流  $I_1$  [ ]

- A. 小于  $\frac{U_1}{r_1}$ ;      B. 大于  $\frac{U_1}{r_1}$ ;  
C. 等于  $\frac{U_1}{r_1}$ ;      D. 等于  $\frac{2U_1}{r_1}$ 。

答 A

3969. 用变压器给负载电阻  $R$  供电。下列哪种办法会增加变压器的输入功率? [ ]

- A. 减小负载电阻  $R$  的阻值;  
B. 增加原线圈的匝数;  
C. 加粗原线圈的导线;  
D. 减少副线圈的匝数。

答 A

3970. 降压变压器的输出端接有负载电阻, 下列说法正确的有:

[ ]

- A. 原、副线圈中交流电的互感现象是变压器工作的物理基础;  
B. 在副线圈和负载断路时, 副线圈中的电流  $I_2=0$ , 根据  $I_1U_1=I_2U_2$ , 可得  $I_1=0$ , 即原线圈中的电流也为零;  
C. 当副线圈和负载断路时, 原线圈中的电流  $I_1$  不为零, 其值是很小的;  
D. 当副线圈和负载断路时, 原线圈中的电流  $I_1$  不为零, 其值是很大的;  
E. 原线圈通过电流小, 可用较细导线绕制; 副线圈通过电流大, 应用较粗的导线绕制。

答 A、C、E

3971. 在三相四线制供电线路上连接三个相同的电灯 (附图所示), 三灯都正常发光。 [ ]

(1) 若中线  $OO'$  断路, 则

- A. 三灯将暗淡;  
B. 三灯将过亮而烧毁;  
C. 三灯仍正常发光;  
D. 三灯立即熄灭。

答 C

(2) 若中线断开后又有一相断路, 则未断路的其他二相中的电灯

[ ]

- A. 将暗淡;  
B. 将过亮而烧毁;  
C. 仍正常发光;  
D. 立即熄灭。

答 A

(3) 若中线断路后又有一相短路, 则未短路的二相中的灯

[ ]

- A. 将暗淡;                      B. 将过亮而烧毁;  
C. 仍正常发光;                D. 立即熄灭。

## 计算题

3972. 在一个 10 欧的电阻上, 有交流电通过, 每秒钟放出热量是 1000 焦。这一交流电的电流和电压的有效值是多少? 最大值又为多少?

[解答] 如果在该电阻中通过的是直流电, 那么在  $t$  时间里放出的热量是

$$Q = I_0^2 R t,$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{Q}{Rt}} = \sqrt{\frac{1000}{10 \times 1}} \text{安} = 10 \text{安},$$

$$Q = \frac{U_0^2}{R} t,$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{QR}{t}} = \sqrt{\frac{1000 \times 10}{1}} \text{伏} = 100 \text{伏}.$$

对照交流电有效值的定义, 可见交流电的电流有效值  $I = I_0 = 10$  安。

电压有效值  $U = U_0 = 100$  伏。

电流的最大值  $I_m = \sqrt{2}I = 1.41 \times 10 \text{安} = 14.1 \text{安}.$

电压的最大值  $U_m = \sqrt{2}U = 1.41 \times 100 \text{伏} = 141 \text{伏}.$

3973. 在电阻为 50 欧的电热丝中通以交流电, 电热丝在 2.5 小时里放出的热量可以使 0.1 千克 0 的冰变成 20 的水。试求通过电热丝中的交流电流的有效值和最大值各为多少?

[解答] 0 的冰变成 20 的水需要热量为

$$\begin{aligned} Q_{\text{吸}} &= m\lambda + mc \cdot \Delta t = 100 \times 80 \text{卡} + 100 \times 1 \times (20 - 0) \text{卡} \\ &= 10^4 \text{卡} = 41900 \text{焦}. \end{aligned}$$

交流电流通过电热丝放出的热量为

$$Q_{\text{放}} = I^2 R t,$$

(式中  $I$  为交流电流的有效值)

因为  $Q_{\text{放}} = Q_{\text{吸}},$

$$\begin{aligned} \text{所以电流有效值} \quad I &= \sqrt{\frac{Q_{\text{放}}}{Rt}} = \sqrt{\frac{Q_{\text{吸}}}{Rt}} \\ &= \sqrt{\frac{41900}{50 \times 2.5 \times 3600}} \text{安} = 0.3 \text{安}, \end{aligned}$$

电流的最大值  $I_m = \sqrt{2}I = 0.42 \text{安}.$

3974. 有一电烙铁, 其电阻为 1075 欧, 通过其交流电流的最大值为 0.29 安, 求电烙铁的功率。

[解答] 电烙铁的功率

$$\begin{aligned} P &= I^2 R = \left( \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \right)^2 R = \frac{I_{\text{max}}^2 \cdot R}{2} \\ &= \frac{0.29^2 \times 1075}{2} \text{瓦} = 45 \text{瓦}. \end{aligned}$$

3975. 把一电热器接在电压为 100 伏的恒压源上, 能产生一定大小的热功率。

如把它接在交流电源上，要使电热器产生的热功率是原来的 1/4，在忽略电阻随温度变化的条件下，电源电压的最大值等于多少？有效值等于多少？

[解答]接在恒压源上，电热器的热功率

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R}。$$

接在交流电源上，热功率

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R}。$$

因为 
$$P_2 = \frac{1}{4}P_1, \frac{U_2^2}{R} = \frac{1}{4} \times \frac{U_1^2}{R}。$$

所以交流电压的有效值

$$U_2 = \frac{1}{2}U_1 = \frac{1}{2} \times 100 \text{伏} = 50 \text{伏}。$$

最大值

$$U_{2m} = \sqrt{2}U_2 = 70.7 \text{伏}。$$

3976. 设电流  $i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$  安，在  $t = 0$  时， $i = 0.866$  安，求电流的最大值有多大？用交流电流表测量时读数为多少？

[解答]  $t = 0$  时， $i = I_m \sin\left(\omega \times 0 + \frac{2}{3}\omega\right)$

$$0.866 = I_m \sin \frac{2}{3}\pi,$$

得 电流电大值  $I_m = \frac{0.866}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{安} = 1 \text{安}。$

交流电流表的指示是有效值，其值为

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 \text{安}。$$

3977. 有一交流电源的电压为  $u = 10\sin 314t$  伏，外电路的负载是  $R = 2$  欧的纯电阻。求外电路的瞬时电流和电流的最大值；如果用一个交流电压表去测量电源两端的电压，其指针指示多少伏？

[解答]因外电路为纯电阻，故电流与电压同相，电流的瞬时值

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin 314t = \frac{U_m}{R} \sin 314t \\ &= \frac{10}{2} \sin 314t \text{安} = 5 \sin 314t \text{安}, \end{aligned}$$

电流的最大值  $I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{10}{2} \text{安} = 5 \text{安},$

交流电压表的指示值为电压的有效值，其值为

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{伏} = 7.07 \text{伏}。$$

3978. 有一正弦交流电压  $u = 535.8\sin 314t$  伏，试求：

- (1) 这个交流电的频率，周期；  
 (2) 这个交流电压的有效值；  
 (3) 当  $t_1 = \frac{1}{200}$  秒、 $t_2 = \frac{1}{100}$  秒时电压的瞬时值。

[解答](1) 由式可知  $\omega = 314$ ， $f = 314$ ，

$$f = \frac{314}{2\pi} \text{ 赫} = 50 \text{ 赫}，T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ 秒} = 0.02 \text{ 秒}。$$

$$(2) \quad U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{535.8}{\sqrt{2}} \text{ 伏} = 380 \text{ 伏}。$$

(3) 当  $t_1 = \frac{1}{200}$  秒时，

$$\begin{aligned} U_1 &= 535.8 \sin 314t = 535.8 \sin 100\pi t \\ &= 535.8 \sin \left( 100\pi \times \frac{1}{200} \right) = 535.8 \sin \frac{\pi}{2} \text{ 伏} \\ &= 535.8 \text{ 伏}。 \end{aligned}$$

( $t_1 = \frac{1}{200}$  秒 =  $\frac{1}{4}T$ ，感生电动势有最大值。)

当  $t_2 = \frac{1}{100}$  秒时，

$$u_2 = 535.8 \sin \left( 100\pi \times \frac{1}{100} \right) = 0。$$

( $t_2 = \frac{1}{100}$  秒 =  $\frac{1}{2}T$ ，感生电动势为零。)

3979. 一段交流电路的端电压随时间的变化规律是

$$u = U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)。$$

在时刻  $t_1 = \frac{T}{12}$  时，电压的瞬时值  $u_1 = 10$  伏。设交流电的周期  $T = 0.01$  秒，试求电压的最大值  $U_m$ 、角频率及频率  $f$ ，并画出电压随时间变化的图像。

[解答] 角频率  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{0.01}$  弧度/秒 = 628 弧度/秒，

$$\text{频率 } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.01} \text{ 赫} = 100 \text{ 赫}，$$

当  $t_1 = \frac{1}{12}T$  时，电压的瞬时值

$$\begin{aligned} u_1 &= U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\ &= U_m \sin \left( \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{12}T + \frac{\pi}{6} \right) = U_m \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_m， \end{aligned}$$

由此得到电压的最大值

$$U_m = \frac{2u_1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}u_1$$

$$= \frac{2 \times 1.73}{3} \times 10 \text{伏} = 11.5 \text{伏}。$$

电压瞬时值的表达式也可写成  $u = 11.5 \sin\left(628t + \frac{\pi}{6}\right)$  伏，其图像如图所示。

3980. 两正弦交流电的电压瞬时值表达式为  $u_1 = 537 \sin\left(100\pi t + \frac{1}{6}\pi\right)$  伏， $u_2 = 311 \sin\left(100\pi t + \frac{1}{2}\pi\right)$  伏，它们的相位差是多少？电压有效值是多少？两电压到达最大值的时间相差多少？当  $u_1 = U_1$  时， $u_2$  等于多少？

[解答]  $u_1$  与  $u_2$  的相位差

$$\Delta\phi = \phi_{01} - \phi_{02} = \frac{1}{6}\pi - \frac{1}{2}\pi = -\frac{1}{3}\pi。$$

$u_1$  的相比  $u_2$  落后  $\frac{1}{3}\pi$ 。

电压的有效值

$$U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{537}{1.414} \text{伏} \approx 380 \text{伏}。$$

$$U_2 = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{311}{1.414} \text{伏} \approx 220 \text{伏}。$$

设两电压到达最大值的时间间隔为  $t$ ，则

$$\omega\Delta t = \Delta\phi, \Delta t = \frac{\Delta\phi}{\omega} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \times T = \frac{\frac{1}{3}\pi}{2\pi} \times T = \frac{1}{6}T = \frac{1}{300} \text{秒}。$$

即当  $u_2$  到达最大值时，经过  $\frac{1}{6}T = \frac{1}{300}$  秒， $u_1$  才到达最大值。

当  $u_1 = U_1$  时，即

$$U_1 = \sqrt{2}U_1 \sin\left(100\pi t + \frac{1}{6}\pi\right),$$

$$\sin\left(100\pi t + \frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$100\pi t + \frac{1}{6}\pi = \frac{\pi}{4},$$

$$100\pi t = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{1}{12}\pi,$$

$$\begin{aligned}
\text{得} \quad u_2 &= 311 \sin\left(100\pi t + \frac{1}{2}\pi\right) \\
&= 311 \sin\left(\frac{1}{12}\pi + \frac{1}{2}\pi\right) \\
&= 311 \cos \frac{1}{12}\pi \\
&= 311 \times 0.9659 \text{伏} \\
&\approx 300 \text{伏。}
\end{aligned}$$

即当  $u_1=U_1=380$  伏时， $u_2=300$  伏。

3981. 有一个交流发电机模型，用示波器观察到它产生的感生电动势波形如图所示。试求：

- (1) 它的周期和频率；
- (2) 电动势的最大值和有效值；
- (3)  $t = \frac{1}{200}$  秒、 $t = \frac{1}{100}$  秒时的电动势的瞬时值，并分别指出这时线圈相对于磁场的位置；
- (4) 线圈转到什么位置时，感生电动势的瞬时值为最大值的一半；
- (5) 已知线圈的面积为  $16$  厘米<sup>2</sup>，共有  $25$  匝，求匀强磁场的磁感应强度。

[解答](1) 由图像可知 (由横轴读得)

交流电的周期

$$T = 2 \times 10^{-2} \text{秒},$$

$$\text{频率 } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-2}} \text{赫} = 50 \text{赫}.$$

(2) 由图像 (纵轴) 读得交流电动势的最大值

$$\varepsilon_m = 5 \text{伏},$$

$$\text{有效值 } = 0.707 \varepsilon_m = 3.5 \text{伏}.$$

(3) 电动势在  $t_1$  时的瞬时值

$$\begin{aligned}
e_1 &= \varepsilon_m \sin 2\pi f t_1 = 5 \sin\left(2\pi \times 50 \times \frac{1}{200}\right) \text{伏} = 5 \sin \frac{2\pi}{2} \text{伏} \\
&= 5 \text{伏}
\end{aligned}$$

这时线圈平面跟磁力线平行，是产生最大电动势的位置。

电动势在  $t_2$  时的瞬时值

$$e_2 = \varepsilon_m \sin 2\pi f t_2 = 5 \sin\left(2\pi \times 50 \times \frac{1}{100}\right) = 5 \sin \pi = 0.$$

这时线圈平面跟磁力线垂直，是线圈平面在中性面处。

(4) 当  $e = \frac{1}{2}\varepsilon_m$  时, 即  $\frac{\varepsilon_m}{2} = \varepsilon_m \sin \omega t$ ,

$$\sin \omega t = \frac{1}{2}, \text{ 可得}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{6}。$$

所以线圈从中性面转过  $\frac{\pi}{6}$  时, 感生电动势的瞬时值为最大值的一半。

(5) 由  $\varepsilon_m = NB \omega S$ ,

$$\text{得 } B = \frac{\varepsilon_m}{N\omega S} = \frac{\varepsilon_m}{N2\pi f S} = \frac{5}{25 \times 2\pi \times 50 \times 16 \times 10^{-4}} \text{ 特} = 0.4 \text{ 特。}$$

3982. 附图是某交流电流的图像, 已知它的周期是 0.02 秒, 试问: (1) 该交流电的初相  $\phi_0$  是多大? (2) 频率  $f$  是多大? (3) 电流最大值  $I_m$  是多大? (4) 当  $t=0.01$  秒时, 电流的瞬时值是多少?

[解答](1) 初相  $\phi_0 = \frac{\pi}{6}$ 。

(2) 频率  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02}$  赫 = 50 赫。

(3) 最大值

$$I_m = 100 \text{ 安。}$$

(4)  $t_1=0.01$  秒时, 电流的瞬时值

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(2\pi ft + \phi_0) \\ &= 100 \sin\left(2\pi \times 50 \times 0.01 + \frac{\pi}{6}\right) \text{ 安} \\ &= 100 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \text{ 安} \\ &= -100 \sin \frac{\pi}{6} \text{ 安} \\ &= -50 \text{ 安。} \end{aligned}$$

3983. 一般的日光灯, 当加于它两端的电压增大到  $u_1=200$  伏时就能发光, 发光后如电压降到  $u_2=114.2$  伏就会熄灭。如果日光灯是接在电压为 220 伏的照明电路中, 试计算日光灯每次发光的延续时间。(日光灯的熄灭电压各异, 本题数值只是一个假设的情况)

[解答] 220 伏照明电压的瞬时值表达式为

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin 2\pi ft \\ &= 220\sqrt{2} \sin 314t \text{ 伏,} \end{aligned}$$

图像如附图所示。

在第一个半周期中, 从  $t=0$  开始, 设经  $t_1$  时间后电压从 0 增大到  $u_1$ , 这时日光灯开始第一次发光, 则

$$u_1 = U_m \sin 2\pi ft_1。$$

$$\begin{aligned} \text{解得 } 2\pi ft_1 &= \arcsin \frac{u_1}{U_m} = \arcsin \frac{200}{220\sqrt{2}} \approx \arcsin 0.6447 \\ &= 40^\circ = \frac{2}{9}\pi, \\ t_1 &= \frac{\frac{2}{9}\pi}{2\pi} \times T = \frac{1}{9}T. \end{aligned}$$

再设经  $t_2$  时间，电压由零增大到电压的最大值又减小到等于  $u_2$ ，这时日光灯开始第一次熄灭，则

$$u_2 = U_m \sin 2\pi ft_2.$$

$$\begin{aligned} \text{解得 } 2\pi ft_2 &= \pi - \arcsin \frac{u_2}{U_m}, \\ \arcsin \frac{u_2}{U_m} &= \arcsin \frac{114.2}{220\sqrt{2}} = \arcsin 0.3681. \\ &= 21.6^\circ = \frac{12}{100}\pi, \\ 2\pi ft_2 &= \pi - \frac{12}{100}\pi = \frac{88}{100}\pi, \\ t_2 &= \frac{\frac{88}{100}\pi}{2\pi} \times T = \frac{11}{25}T. \end{aligned}$$

所以日光灯发光的持续时间

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{11}{25}T - \frac{1}{9}T = \frac{74}{225}T \approx \frac{1}{3}T = \frac{1}{3} \times \frac{1}{50} \text{ 秒} = \frac{1}{150} \text{ 秒}.$$

事实上，当第二个半周期交流电压反向增大到  $u_1$  时，日光灯又会发光，持续时间仍相同。在一个周期内，日光灯明暗交替两次，也就是说

在1秒钟内，亮一百次，暗一百次。由于人眼视觉暂留时间约为  $\frac{1}{10}$  秒，而日光灯两次发光之间的熄灭时间约为  $T - \frac{1}{3}T - \frac{1}{3}T = \frac{1}{3}T = \frac{1}{150}$  秒，所以就感觉不到日光灯的“熄灭”了。

3984. 在磁感应强度  $B=0.5$  特的匀强磁场中匀速转动的矩形线圈，它的面积  $S=200$  厘米<sup>2</sup>，匝数  $N=20$  匝。如果在线圈中产生的感生电动势的最大值  $\epsilon_m=10$  伏，试求矩形线圈的转速，并写出线圈从中性面开始计时的电动势的瞬时值表达式。

[解答] 因为  $\epsilon_m = NBS \omega = NBS \cdot 2\pi n$ ,

所以矩形线圈的转速

$$n = \frac{\epsilon_m}{2\pi NBS} = \frac{10}{2 \times 3.14 \times 20 \times 0.5 \times 200 \times 10^{-4}} \text{ 转/秒} \approx 8 \text{ 转/秒}.$$

交流电的频率  $f=n=8$  赫。

感生电动势的瞬时值表达式为

$$e = \epsilon_m \sin 2\pi ft = 10 \sin 2 \times 3.14 \times 8t \text{ 伏} = 10 \sin 50.24t \text{ 伏}.$$

3985. 已知矩形线圈在匀强磁场中匀速转动的转速  $n=10$  转/秒，线圈中产生的电动势的最大值  $\epsilon_m=3$  伏。试求通过该线圈磁通量的最大值。

[解答]线圈在匀强磁场中匀速转动时,产生的感生电动势的最大值

$$\varepsilon_m = BS \omega = 2 n \cdot BS,$$

所以磁通量的最大值

$$\phi_m = BS = \frac{\varepsilon_m}{2\pi n} = \frac{3}{2 \times 3.14 \times 10} \text{ 韦} = 4.8 \times 10^{-2} \text{ 韦}.$$

要注意的是线圈磁通量为最大时的位置在中性面,该时的感生电动势为零;而感生电动势为最大时的位置是线圈平面与磁场方向平行,而该时通过线圈的磁通量为零。

3986. 如图所示有一面积为  $20 \times 40$  厘米<sup>2</sup>的矩形线圈 abcd, 在匀强磁场中匀速转动。已知磁感应强度  $B=0.2$  特, 求:

- (1) 当线圈以 1800 转/分的转速从图示位置(线圈平面跟磁场方向垂直)转过  $\frac{1}{4}$  周的过程中, 线圈中产生的平均感生电动势;
- (2) 线圈在旋转一周的过程中什么时刻的感生电动势最大? 什么时刻的最小?
- (3) 写出感生电动势的瞬时值表达式。

[解答](1) 
$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{0 - BS}{\frac{1}{4} T} \right| = \left| \frac{0 - 0.2 \times 20 \times 40 \times 10^{-4}}{\frac{1}{4} \times \left( \frac{1800}{60} \right)^{-1}} \right| \text{ 伏}$$

= 1.92 伏。

(2) 因为  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{30}$  秒, 所以线圈在旋转一周的过程中, 在  $t = 0$ ,  $t = \frac{1}{2} T = \frac{1}{60}$  秒, 这两个时刻(线圈都在中性面)的感生电动势为零; 在  $t = \frac{1}{4} T = \frac{1}{120}$  秒,  $t = \frac{3}{4} T = \frac{1}{40}$  秒, 这两个时刻(线圈平面都和磁场方向平行)的感生电动势最大。

(3) 因为  $\varepsilon_m = BS \omega = 2 n f BS = 2 \times 30 \times 0.2 \times 20 \times 40 \times 10^{-4} \text{ 伏} = 3 \text{ 伏}.$

$$f = \frac{1800}{60} \text{ 赫} = 30 \text{ 赫},$$

$$\phi_0 = 0,$$

所以  $e = \varepsilon_m \sin t = 3 \sin 60 t \text{ 伏}.$

3987. 附图是某小型实验用交流发电机示意图。转子为每边长 0.2 米的正方形线圈, 共有 100 匝, 线圈本身的电阻很小, 可以忽略。初始位置时线圈平面和磁力线垂直, 当线圈绕 OO 轴以 600 转/分的转速在磁感应强度为 0.08 特的匀强磁场中匀速旋转时, 试求:

- (1) 线圈从开始起转过  $\frac{1}{4}$  圈的过程中所产生的平均感生电动势大小;
- (2) 写出线圈产生的交流电动势的瞬时值表达式;
- (3) 如用电阻为 2 欧的导线把六只标有“12V、6W”的小灯泡并联到发电机的输出端, 经过计算回答小灯能否正常发光?

[解答](1)在开始旋转的 $\frac{1}{4}$ 圈过程中,线圈产生的平均感生电动势

$$\begin{aligned}\varepsilon &= N \left| \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = N \left| \frac{0 - BS}{\frac{1}{4}T} \right| \\ &= 100 \times \left| \frac{0 - 0.08 \times 0.2^2}{1/(4 \times 10)} \right| \text{伏} = 12.8 \text{伏}.\end{aligned}$$

(2)线圈产生的感生电动势的最大值

$$\varepsilon_m = NB \omega S = NB^2 f S$$

$$= 100 \times 0.08 \times 2 \times 3.14 \times 10 \times 0.2^2 \text{伏} = 20.1 \text{伏}.$$

因为从中性面开始计时,初相 $\phi_0 = 0$ 。

感生电动势瞬时值表达式为

$$e = \varepsilon_m \sin \omega t = 20.1 \sin 20 \pi t \text{ 伏}.$$

(3)考虑连接导线的电阻,要使6只并联小灯正常发光,发电机必须输出的电压有效值

$$\begin{aligned}U' &= U_{\text{灯}} + U_{\text{线}} = U_{\text{灯}} + 6I_{\text{灯}}R_{\text{线}} = U_{\text{灯}} + 6 \times \frac{P_{\text{灯}}}{U_{\text{灯}}} \times R_{\text{线}} \\ &= \left( 12 + 6 \times \frac{6}{12} \times 2 \right) \text{伏} = 18 \text{伏}.\end{aligned}$$

现发电机输出电压的有效值

$$U = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{20.1}{\sqrt{2}} \text{伏} = 14.2 \text{伏},$$

因为 $U < U'$ ,所以小灯不能正常发光(发光较暗)。

3988.如图(a)所示,发电机电枢线框abcd,ab长0.5米,bc长0.4米,线框由5匝组成,处在磁感应强度 $B=1$ 特的匀强磁场中,线框电阻 $r=0.5$ 欧,外接电阻 $R=5$ 欧,转子以20转/秒的转速匀速转动。试求:

(1)设图(a)所示位置,线框平面恰好和磁场方向平行,从这位置转过 $60^\circ$ 角过程中的平均感生电动势及转到这位置时的瞬时电动势;

(2)从图(a)所示位置,转过 $60^\circ$ 时线框受到的阻力矩(忽略摩擦阻力矩);

(3)电阻 $R$ 上电流瞬时值的表达式;

(4)连续运行时发电机的输出电压、输出功率。

[解答](1)线框从图(a)所示位置转过 $60^\circ$ 即转过 $1/6$ 周,在这过程中的平均电动势

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= N \left| \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = N \left| \frac{BS \sin 60^\circ - 0}{\frac{1}{6} \times T} \right| \\ &= N \left| \frac{BS \sin 60^\circ - 0}{1/6f} \right| = 5 \left| \frac{1 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.866 - 0}{1/(6 \times 20)} \right| \text{伏} \\ &= 104 \text{伏}.\end{aligned}$$

线框在新位置的瞬时电动势

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \varepsilon_m \cos 2\pi f t_1 = NB2\pi f S \cos 2\pi f \times \frac{1}{6} \times T \\
&= NB2\pi f S \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} [NB2\pi f S] \\
&= \frac{1}{2} [5 \times 1 \times 2 \times 3.14 \times 20 \times 0.5 \times 0.4] \text{伏} \\
&= 62.8 \text{伏。} \left( \text{这时 } e_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_m \right)
\end{aligned}$$

(2)图(a)的左视图见图(b),图中的感生电流方向是根据图(a)所标的转动方向按右手定则确定的,继而由左手定则确定的ab边与dc边所受的磁场力F方向如图(b)所示。线框受的阻力矩

$$\begin{aligned}
M &= N \cdot 2M_1 = N \cdot 2 \cdot F \cdot \frac{ad}{2} \cdot \cos 60^\circ \\
&= N \cdot 2 \cdot BI \cdot ab \cdot \frac{ad}{2} \cdot \cos 60^\circ \\
&= NBIS \cos 60^\circ = NB \left( e_1 \times \frac{1}{R+r} \right) S \cos 60^\circ \\
&= 5 \times 1 \times \left( 62.8 \times \frac{1}{5+0.5} \right) \times 0.5 \times 0.4 \times \frac{1}{2} \text{牛} \cdot \text{米} \\
&= 5.7 \text{牛} \cdot \text{米}。
\end{aligned}$$

(3)电阻R上电流的最大值

$$\begin{aligned}
I_m &= \frac{\varepsilon_m}{R+r} = \frac{NB2\pi f S}{R+r} \\
&= \frac{125.6}{5+0.5} \text{安} = 22.8 \text{安} ,
\end{aligned}$$

电流的瞬时值表达式为

$$\begin{aligned}
i &= I_m \cos 2\pi f t \\
&= 22.8 \cos 40\pi t \text{安}。
\end{aligned}$$

(4)连续运行时发电机的输出电压

$$\begin{aligned}
U &= \frac{R}{R+r} \cdot \varepsilon = \frac{R}{R+r} \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{5}{5+0.5} \times \frac{125.6}{1.41} \text{伏} = 81 \text{伏}。
\end{aligned}$$

发电机的输出功率

$$\begin{aligned}
P &= U^2 / R \\
&= \frac{81^2}{5} \text{瓦} = 1312 \text{瓦} \approx 1.3 \text{千瓦}。
\end{aligned}$$

3989. 交流发电机的电枢由50匝正方形线框组成,线框边长20厘米,在磁感应强度为0.40特的匀强磁场中,从中性面开始以600转/分的转速匀速转动,内外电路的总电阻是20欧。求交流电动势最大值、有效值,电路上电流的最大值、有效值、周期和频率;写出交流电动势瞬时值表示式、交流电流瞬时值表示式;作出电动势、电流的图像。(设电路是纯电阻性的)

[解答]交流电动势的最大值

$$\varepsilon_m = NB\omega S = 50 \times 0.4 \times \left(2\pi \times \frac{600}{60}\right) \times 0.2^2 \text{ 伏} = 50 \text{ 伏},$$

电动势的有效值

$$= 0.707 \varepsilon_m = 35.4 \text{ 伏},$$

$$\text{频率 } f = \frac{600}{60} \text{ 赫} = 10 \text{ 赫},$$

$$\text{周期 } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} \text{ 秒} = 0.1 \text{ 秒}.$$

交流电动势的瞬时值表示式 (从中性面开始计时)

$$e = \varepsilon_m \sin \omega t = 50 \sin(2\pi \times 10)t = 50 \sin 20\pi t \text{ 伏}.$$

交流电动势的图像, 见图(a)。

电路中电流的最大值

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{r + R} = \frac{50}{20} \text{ 安} = 2.5 \text{ 安},$$

电流的有效值

$$I = 0.707 I_m = 1.8 \text{ 安},$$

电流的瞬时值表示式 (电路是纯电阻性的  $i$  与  $u$  同相)

$$i = I_m \sin \omega t = 2.5 \sin 20\pi t \text{ 安}.$$

电流的图像见图(b)。

3990. 如图(a)所示, 闭合的矩形线圈  $N$  匝, 以  $z$  轴为转动轴, 磁场方向同  $x$  轴方向, 磁感应强度为  $B$  特的匀强磁场中, 初相位  $\phi$ , 绕  $OO'$  轴匀速转动, 转速为  $n$  转/秒, 线圈边长  $ab=l_1$  米,  $bc=l_2$  米, 线圈的电阻为  $R$  欧, 求:

- (1) 线圈在转动中产生的感生电动势的最大值、瞬时值, 平均值和有效值;
- (2) 线圈所受的最大磁力矩和瞬时磁力矩。

[解答](1) 线圈平面和中性面 ( $zOy$  坐标平面) 垂直时 ( $xOz$  坐标平面), 线圈产生感生电动势最大, 它的值

$$\begin{aligned}\varepsilon_m &= NB\omega S = NB2\pi f S \\ &= NB2\pi n l_1 l_2 = 2\pi n l_1 l_2 NB \text{ 伏}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{瞬时电动势 } e &= \varepsilon_m \sin(\omega t + \phi) \\ &= 2\pi n l_1 l_2 NB \sin(2\pi n t + \phi) \text{ 伏}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{有效电动势 } \varepsilon &= \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi n l_1 l_2 NB}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2}\pi n l_1 l_2 NB \text{ 伏}.\end{aligned}$$

平均电动势是指把交流电的正或负半周的绝对值加以平均, 其数值等于线圈从中性面开始转过  $90^\circ$  过程的平均值, 即

$$\bar{\varepsilon} = N \left| \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = N \left| \frac{O - BS}{\frac{1}{4}T} \right| = 4f \cdot NBS = 4nNBS$$

$$= 4nNB_1 l_2 \text{ 伏。}$$

$$(\text{或 } \bar{\varepsilon} = \frac{4nNB_1 l_2 \cdot \pi}{\pi} = \frac{2}{\pi} \varepsilon_m = 0.637 \varepsilon_m = 0.673 \sqrt{2} \varepsilon = 0.9 \varepsilon)$$

(2) 当线圈平面与磁力线平行时，感生电动势最大，感生电流也最大。这时线圈 ab、cd 两边受磁力和磁力臂也最大[图(b)]，所以线圈在该处受的磁力矩也最大，它的值

$$M_m = N2 \cdot F_m \cdot \frac{l_2}{2} = NBI_m l_1 l_2$$

$$= NB \frac{\varepsilon_m}{R} l_1 l_2 = NB \frac{2\pi n l_1 l_2 NB}{R} l_1 l_2 = \frac{2\pi n N^2 B^2 l_1^2 l_2^2}{R} \text{ 牛} \cdot \text{米。}$$

由于线圈在其他位置，ab、cd 边中的感生电流在变，两边所受的磁力的力臂也在变[图(c)]，所以磁力矩  $M_t$  同时由这两者决定。

$$M_t = N \cdot 2F_t \cdot \frac{L_t}{2} = N \cdot 2BI_t l_1 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

$$= N \cdot 2B \frac{\varepsilon_m \sin(\omega t + \phi)}{R} l_1 \cdot \frac{l_2}{2} \sin(\omega t + \phi)$$

$$= NB \frac{\varepsilon_m}{R} l_1 l_2 \cdot \sin^2(2\pi n t + \phi)$$

$$= M_m \sin^2(2\pi n t + \phi)。$$

这里顺便指出，线圈受到的磁力矩为阻力矩，阻碍线圈的转动，所以又叫做反力矩。

3991. 一台小型交流发电机电枢是由 200 匝矩形线圈组成，每匝线圈长 60 厘米、宽 40 厘米，以宽边中点连线为轴，在磁感应强度  $B=0.20$  特的匀强磁场中以 30 弧度/秒的角速度匀速转动。发电机两端通过电刷连接一个阻值为 200 欧的电热丝，已知电枢线圈和连接导线的电阻是 4 欧，求电热丝在 1 小时内放出的热量。

[分析] 电热丝中通的是交流电，计算热量时，必须用交流电的有效值。

[解答] 发电机的最大电动势

$$\varepsilon_m = NB \omega S = 200 \times 0.2 \times 30 \times 0.6 \times 0.4 \text{ 伏} = 288 \text{ 伏，}$$

电动势的有效值  $\varepsilon = 0.707 \varepsilon_m = 204 \text{ 伏，}$

$$\text{电流的有效值 } I = \frac{\varepsilon}{R + R_{\text{线}}} = \frac{204}{200 + 4} \text{ 安} = 1 \text{ 安，}$$

电热丝在 1 小时内放出的热量

$$Q = I^2 R t = 1 \times 200 \times 3600 \text{ 焦} = 7.2 \times 10^5 \text{ 焦。}$$

$$(\text{或 } Q = 0.24 I^2 R T = 1.73 \times 10^5 \text{ 卡})$$

3992. 一个矩形线圈 abcd，它的边长  $ab=0.4$  米， $bc=0.2$  米，线圈共有 100 匝，总电阻为 1 欧。使线圈从附图所示位置开始以 50 转/秒的转速绕轴匀速旋转。已知匀强磁场的磁感应强度为 0.1 特。试求：

(1) 线圈产生的感生电动势的最大值为多少？

(2) 写出感生电动势随时间变化的表达式。

(3)若将线圈的两端与电阻为 88 欧的电热锅相联接,要使 0.5 千克的水由 20 升高到 100 至少需要多少时间?假设电热锅产生的热量有 60%被水吸收。

[解答](1)图示位置线圈平面与磁力线平行,线圈的两条长边 ab、cd 垂直切割磁力线,产生的感生电动势有最大值。线圈的最大电动势

$$\begin{aligned} \varepsilon_m &= nBS\omega = 2 \times 100 \times 3.14 \times 50 \times 100 \times 0.1 \times 0.4 \times 0.2 \text{ 伏} = 251.2 \text{ 伏。} \end{aligned}$$

(2)图示线圈平面位置与中性面成  $90^\circ$  角,所以初相  $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ 。

感生电动势的瞬时值表达式为

$$\begin{aligned} e &= \varepsilon_m \sin(\omega t + \phi_0) \\ &= 251.2 \sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ 伏。} \end{aligned}$$

(3)线圈产生的电动势有效值

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{251.2}{1.41} \text{ 伏} = 178 \text{ 伏。}$$

电热锅的电功率

$$\begin{aligned} P_R &= U_R^2 / R = \left[ \frac{R}{R+r} \varepsilon \right]^2 / R \\ &= \left( \frac{88}{88+1} \times 178 \right)^2 / 88 \text{ 瓦} = \frac{176^2}{88} \text{ 瓦} = 352 \text{ 瓦。} \end{aligned}$$

由  $60\% \times 0.24Pt = cm\Delta T$ ,  
得加热所需的时间

$$\begin{aligned} t &= \frac{cm\Delta T}{0.6 \times 0.24P_R} = \frac{1 \times 0.5 \times 10^3 (100 - 20)}{0.6 \times 0.24 \times 352} \text{ 秒} \\ &= 789.1 \text{ 秒} = 13 \text{ 分 } 9.1 \text{ 秒。} \end{aligned}$$

3993. 将交变电压  $u = 310 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  伏, 加在一个电容量为 10

微法的电容器上, 通过电容器的电流有多大? 它的瞬时值表达式如何?

[解答]通过电容器的电流

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{X_C} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{1/\omega C} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \times \omega C = \frac{310}{1.41} \times 100\pi \times 10 \times 10^{-6} \text{ 安} \\ &= 0.69 \text{ 安。} \end{aligned}$$

纯电容电路中电流的相比电压超前  $\frac{\pi}{2}$ ,

所以 电流的瞬时值表达式为

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2}I \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 1.41 \times 0.69 \sin\left(100\pi t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ &= 0.97 \sin\left(100\pi t + \frac{2}{3}\pi\right) \text{ 安。} \end{aligned}$$

3994. 一台发电机, 绕组与外壳间的绝缘良好。但在绕组(导体部分)与外壳间加上电压为2000伏的50赫交流电时(如图), 则测出有628微安的电流, 计算这绕组与外壳间构成的电容值。

[解答]因为  $I=U/X_C$ , 以  $X_C=1/2\pi fC$ , 所以电动机绕组和外壳间的电容(又称分布电容)值

$$C = \frac{I}{2\pi fU} = \frac{628 \times 10^{-6}}{2 \times 3.14 \times 50 \times 2000} \text{ 法}$$

$$= 1 \times 10^{-9} \text{ 法} = 1000 \text{ 皮法。}$$

3995. 有一电路如图所示, 电源的频率为  $f$ , 电压为  $U$ , 两电容分别为  $C_1$  与  $C_2$ , 电流表的内阻不计。

(1) 试列出流过电流表的电流  $i$  的表达式;

(2) 在  $C_1+C_2=C_0$  ( $C_0$  为常数) 的条件下, 要使电流表读数  $I$  达到极大, 应如何选择  $C_1$ 、 $C_2$ ?

(3) 试列出第(2)小题中电流表读数  $I$  达极大时的表达式; 当  $U=220$  伏,  $f=50$  赫,  $C_0=25$  微法且满足  $I$  有极大条件时,  $I$  的值等于多少?

[解答](1) 电路的总电容由  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ , 求得

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}。$$

电路的容抗  $X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}。$

设电压  $u$  的表达式为

$$u = U_m \sin 2\pi f t。$$

则电流  $i$  的表达式为

$$i = I_m \sin\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right)。$$

(纯电容电路中,  $i$  的相比  $u$  超前  $\frac{\pi}{2}$ )

所以  $i = \frac{U_m}{X_C} \sin\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$= 2\pi f \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_m \sin\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right)。$$

(2)  $C_1+C_2=C_0$  (常数),  $C_2=C_0-C_1$ ,

要使电流表读数  $I$  (即  $i$  的有效值) 有极大值, 需使  $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$  最大。

把  $C_2=C_0-C_1$  代入进行计算, 则

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 (C_0 - C_1)}{C_1 + (C_0 - C_1)} = -\frac{1}{C_0} (C_1^2 - C_0 C_1)$$

$$= \frac{C_0}{4} - \frac{1}{C_0} \left(C_1 - \frac{C_0}{2}\right)^2,$$

当  $C_1 = \frac{C_0}{2}$  时，

I 有极大值。这时  $C_2 = C_0 - C_1 = C_0 - \frac{C_0}{2} = \frac{C_0}{2}$ 。

(3) 电流表读数是 i 的有效值 I，由(1)中已求出  $I_m = 2\pi f \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_m$ ，

$U_m$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } I &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_m \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot \frac{\frac{C_0}{2} \cdot \frac{C_0}{2}}{\frac{C_0}{2} + \frac{C_0}{2}} \cdot U_m \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \pi f C_0 U_m \end{aligned}$$

当  $U=220$  伏， $f=50$  赫， $C_0=25$  微法，

且  $C_1 = C_2 = \frac{1}{2}C_0$  时，

电流表的读数 I 有极大值，其值

$$\begin{aligned} I' &= \frac{\sqrt{2}}{4} \pi f C_0 v_m = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi f C_0 \sqrt{2} U \\ &= \frac{1}{2} \pi f C_0 U \\ &= \frac{1}{2} \times 3.14 \times 50 \times 25 \times 10^{-6} \times 220 \text{ 安} = 0.43 \text{ 安} \end{aligned}$$

3996. 将一交流电加到容量为 5 微法的电容器上时，电容器的容抗为 636 欧，那么将这个交流电加到电感量为 150 毫亨的线圈上时，线圈呈现的感抗有多大？如果此交流电的电压为 220 伏，那么通过线圈的电流是多少？

[解答] 因为 容抗  $X_C = \frac{1}{2\pi f C}$ ，

所以交流电频率  $f = \frac{1}{X_C \cdot 2\pi C}$ 。

$$\begin{aligned} \text{感抗 } X_L &= 2\pi f L = 2\pi \cdot \frac{1}{X_C \cdot 2\pi C} \cdot L = \frac{1}{X_C} \cdot \frac{L}{C} \\ &= \frac{1}{636} \times \frac{150 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} \text{ 欧} = 47.2 \text{ 欧} \end{aligned}$$

线圈中电流（有效值）

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{47.2} \text{ 安} = 4.7 \text{ 安}。$$

3997. 通过某负载的交流电可用下式表示：

$$u = 311 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right) \text{伏},$$

$$i = 14 \sin\left(314t - \frac{\pi}{4}\right) \text{安}。$$

求：(1)交流电的角频率、频率、有效值；

(2)当 $t_1 = 0$ 和 $t_2 = \frac{T}{4}$ 时电压和电流的瞬时值；

(3)电压和电流的初相和它们的相位差，那一个超前？

(4)负载是什么性质？阻抗多大？

(5)画出它们的图像。

[解答](1)角频率  $\omega = 314$  弧度/秒，

$$\text{频率 } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} \text{赫} = 50 \text{赫},$$

$$\text{有效值 } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{311}{1.41} \text{伏} = 220 \text{伏},$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14}{1.41} \text{安} = 10 \text{安}。$$

(2)当  $t_1 = 0$  时，

$$u_1 = 311 \sin\left(314 \times 0 + \frac{\pi}{4}\right) \text{伏} = 311 \sin \frac{\pi}{4} \text{伏} = 220 \text{伏},$$

$$i_1 = 14 \sin\left(314 \times 0 - \frac{\pi}{4}\right) \text{安} = 14 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \text{安} = -10 \text{安},$$

当  $t_2 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4f} = \frac{1}{4 \times 50} \text{秒} = \frac{1}{200} \text{秒}$  时，

$$\begin{aligned} u_2 &= 311 \sin\left(314 \times \frac{1}{200} + \frac{\pi}{4}\right) \text{伏} = 311 \sin\left(\frac{100\pi}{200} + \frac{\pi}{4}\right) \text{伏} \\ &= 311 \sin \frac{3}{4} \pi \text{伏} = 220 \text{伏}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= 14 \sin\left(314 \times \frac{1}{200} - \frac{\pi}{4}\right) \text{安} = 14 \sin\left(\frac{100\pi}{200} - \frac{\pi}{4}\right) \text{安} \\ &= 14 \sin\left(\frac{1}{4} \pi\right) \text{安} = 10 \text{安}。 \end{aligned}$$

(3)电压 $u$ 的初相 $\phi_{01} = \frac{\pi}{4}$ ，电流 $i$ 的初相 $\phi_{02} = -\frac{\pi}{4}$ ，电压与电流的相

位差 $\Delta\phi = \phi_{01} - \phi_{02} = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$ ，即电压的相超前于电流 $\frac{\pi}{2}$ ，这是

纯电感电路。

(4)纯电感电路的感抗

$$X_L = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} \text{欧} = 22 \text{欧}。$$

(5)电压和电流的图像如附图。

3998. 如图所示，把自感系数 10 亨的线圈 L 和电容为 10 微法的电容器 C 并联

起来,接到频率为 50 赫、电压为 100 伏的正弦交流电源上。设线圈的直流电阻为 0。试问:(1)线圈中流过的电流  $i_L$  的最大值是多少?(2)电容器中流过的电流  $i_C$  和  $i_L$  的相位差是多少?(3)然后,假如改变交流电源的频率,当频率是多少时,电流  $i_L$  和  $i_C$  各自的最大值彼此相等?这时由电源供给的总电流  $i$  为多少?

[解答](1)线圈的感抗

$$X_L = 2\pi fL$$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 10 \text{ 欧} = 3140 \text{ 欧},$$

线圈中电流的最大值

$$I_{Lm} = \frac{U_m}{X_L} = \frac{\sqrt{2}U}{X_L} = \frac{141 \times 100}{3140} \text{ 安} = 4.5 \times 10^{-2} \text{ 安} = 45 \text{ 毫安}。$$

(2)因为  $i_C$  的相比  $u$  超前  $\frac{\pi}{2}$ ;  $i_L$  的相比  $u$  落后  $\frac{\pi}{2}$ , 所以  $i_C$  和  $i_L$  的相位差

是  $\pi$ , 即刚好反相。

(3)当线圈和电容器的阻抗相等时,  $i_L$  和  $i_C$  的最大值相等。这时的

频率(即谐振频率)  $f_0$  可由下式求得:  $X_L = X_C$ ,  $2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C}$ ,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{10 \times 10 \times 10^{-6}}} \text{ 赫} = 16 \text{ 赫}。$$

这时由于  $I_{Lm}$ 、 $I_{Cm}$  等值反相, 所以电源供给的总电流  $i$  为零。

3999. 在图示电路中, 已知  $\varepsilon = 80$  伏, 电源内阻不计,  $R_1 = 20$  欧,  $R_2 = 10$  欧,

$L = 4$  亨(线圈电阻不计)。求:

(1)当合上电键 K 的瞬时, 通过电阻  $R_1$  上的电流是多少?

(2)当电路中的电流达到稳定后, 通过电感线圈上的电流是多少?

(3)打开电键 K 的瞬时, 电感线圈两端的电压有多大?

[分析]在直流电路中接入一个电感量较大的电感线圈对电流的影响可分下面两类情况分析: 在电路达到稳定后, 由于电感线圈对直流电的感抗  $X_L = 2\pi fL = 2$

$\times 0 \times L = 0$ , 电感线圈相当于短路导线; 在电路

接通或断开的瞬时, 由于电路中电流变化率  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  很大, 电感线圈就产生

较大的自感电动势  $\varepsilon_{\text{自}} = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ , 它的作用总是阻碍线圈中原电流的突

变。因此, 在接通或断开电路的瞬时, 电感支路的电流将保持原来的大小, 也即电感支路中的电流将不发生突变。

[解答](1)合上电键 K 的瞬时, 电感 L 支路中电流仍将保持为零, 即

该支路相当于断路。通过  $R_1$  的电流  $I_1 = I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{80}{20} \text{ 安} = 4 \text{ 安}。$

(2)当电路达到稳定后, 电感 L 相当于短路, 通过 L 的电流

$$I_L = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2} = \frac{80}{10} \text{ 安} = 8 \text{ 安}。$$

(3)当电键 K 再打开的瞬时, L 和  $R_1$ 、 $R_2$  形成了回路, L 中的电流仍将保持 8 安不变, 所以这时电感 L 两端的电压

$$U_L = I_L (R_1 + R_2) = 8 \times (10 + 20) \text{ 伏} = 240 \text{ 伏}。$$

4000. 交流电路中一用电器上的电压和用电器通过电流的瞬时表达式如下:

$$u = 220\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ 伏}, i = 10\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ 安},$$

求出电流、电压的最大值、有效值、角频率、频率、周期、初相、相差、功率因数。

[解答]电压的最大值  $U_m = 220\sqrt{2}$  伏 = 311 伏, 有效值  $U = 220$  伏;

电流的最大值  $I_m = 10\sqrt{2}$  安 = 14.1 安, 有效值  $I = 10$  安;

电压、电流的角频率、频率、周期相等, 分别为  $\omega = 100\pi$  弧度 /

$$\text{秒}, f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} \text{ 赫} = 50 \text{ 赫},$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ 秒} = 0.02 \text{ 秒};$$

电压的初相为零; 电流的初相为  $-\frac{\pi}{4}$  弧度;

电压的相比电流超前  $\frac{\pi}{4}$ ;

功率因数  $\cos$  中的  $\phi$  是电压和电流之间的相差, 所以  $\cos$   
 $= \cos \frac{\pi}{4} = 0.707$ 。

4001. 图中, M 为交流电动机, W 为瓦特表, A 为电流表, V 为电压表, S 为电源。不考虑各仪表的内部损耗, 试回答下列问题。

(1) 若 A、V、W 的示数分别为 3 安、100 伏、240 瓦。该电动机的功率因数为多少?

(2) 电动机中通过的电流相对于电压的相位差是多少?

[解答](1) 瓦特表的示数为电动机的有功功率  $P$ , 电压表、电表示数的乘积是电动机的视在功率  $S$ 。即  $P=240$  瓦,  $S=UI=100 \times 3$  伏安=300 伏安。

由功率因数的定义得

$$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{240}{300} = 0.8。$$

(2)  $u$  和  $i$  的相差  $= \cos^{-1} 0.8 = 36^\circ 52' 11''$ , 即电动机中电流  $i$  的相比电压  $u$  落后  $36^\circ 52' 11''$ 。

4002. 交流发电机在电路中提供 8 千瓦的电功率, 它的端电压的最大值是 200 伏, 电路中的电流最大值是 100 安。试求电路的功率因数。

[解答] 交流发电机向电路提供的功率是有功功率, 即  $P=8$  千瓦。

而电路电压与电流的乘积为视在功率,

$$\text{即 } S = UI = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} U_m \cdot I_m,$$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times 100 \text{ 伏安} = 10^4 \text{ 伏安} = 10 \text{ 千伏安},$$

所以功率因数  $\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{8}{10} = 0.8$ 。

4003. 发电机的电压为 220 伏, 额定视在功率为 220 千伏安, 现供给需要电压 220 伏、功率因数为 0.6, 总功率为 44 千瓦的工厂, 问最多能供给几个工厂用电? 若把功率因数提高到 0.8 时, 还是这部发电机, 能供几个工厂用电?

[解答] 该发电机能供给功率因数为 0.6 的电路的最大有功功率

$$P = \cos \phi \cdot S = 0.6 \times 220 \text{ 千瓦} = 132 \text{ 千瓦},$$

$$\text{最多能供给的工厂数 } n = \frac{P}{P_0} = \frac{132}{44} \text{ 个} = 3 \text{ 个}.$$

若功率因数提高为  $\cos \phi = 0.8$ , 则

$$P = \cos \phi \cdot S = 0.8 \times 220 \text{ 千瓦} = 176 \text{ 千瓦},$$

$$n' = \frac{P'}{P_0} = \frac{176}{44} \text{ 个} = 4 \text{ 个}, \text{ 即最多可供给的工厂数可增加到4个}.$$

4004. 小型交流单相电动机, 额定电压是 220 伏, 额定电流是 2.7 安, 功率因数是 0.8, 线圈电阻为 5 欧。问当这电动机在额定状态工作时,

- (1) 它的视在功率为多少?
- (2) 它的输入有功功率为多少?
- (3) 它内部由于发热损耗的功率为多少?
- (4) 它输出的功率为多少?
- (5) 它的效率为多少?

[解答] (1) 视在功率  $S = UI = 220 \times 2.7 \text{ 伏安} = 594 \text{ 伏安}$ 。

(2) 输入有功功率  $P_{\lambda} = S \cos \phi = 594 \times 0.8 \text{ 瓦} = 475.2 \text{ 瓦}$ 。

(3) 内部发热损耗功率  $P_r = I^2 r = 2.7^2 \times 5 \text{ 瓦} = 36.45 \text{ 瓦}$ 。

(4) 输出功率  $P_{\text{出}} = P_{\lambda} - P_r = (475.2 - 36.45) \text{ 瓦} = 438.75 \text{ 瓦}$ 。

(5) 效率  $\eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\lambda}} \times 100\% = \frac{438.75}{475.2} \times 100\% = 92\%$ 。

(注意无功功率并非损耗功率; 视在功率也不是输入的总功率)

4005. 发电站以 22 万伏的高压向某城市输送 12 万千瓦的电力。设输电线路的电阻为 5 欧, 那么, 当功率因数由 0.7 提高到 0.9 时, 输电线一年内损耗的电能减少了多少?

[解答] 发电站输送的有功功率一定, 它的值

$$P = 12 \text{ 万千瓦},$$

输送的电压一定, 它的值

$$U = 22 \text{ 万伏},$$

送电电流

$$I = \frac{P}{U \cos \phi}.$$

当功率因数提高后, 电流的减少为  $\Delta I = \frac{P}{U \cos \phi'} - \frac{P}{U \cos \phi}$ ,

输电线上一年内减少的电能损耗

$$\begin{aligned} \Delta W &= \Delta I^2 R t = \left[ \frac{P}{U} \left( \frac{1}{\cos \phi'} - \frac{1}{\cos \phi} \right) \right]^2 R t \\ &= \left[ \frac{12 \times 10^7}{22 \times 10^4} \left( \frac{1}{0.7} - \frac{1}{0.9} \right) \right]^2 \times 5 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ 焦} \\ &= 4.7 \times 10^{12} \text{ 焦} = 1.3 \times 10^6 \text{ 度} = 130 \text{ 万度电}. \end{aligned}$$

4006. 一台水泵每小时能把 20 吨水抽到 25 米高的水池中。

(1) 若这台水泵的效率是 75%, 求带动此水泵的交流电动机的功率是多少千

瓦？

(2)若电动机接在 220 伏的交流电路上，电动机的功率因数为 0.8，求电流强度是多少？（设电动机的效率为 100%）

[解答](1)设电动机的功率为 P，则

$$P = \frac{mgh/t}{\eta} = \frac{20 \times 10^3 \times 9.8 \times 25 / 3600}{0.75} \text{瓦} = 1814.8 \text{瓦}$$

≈ 1.8 千瓦。

(2)因为  $P=UI \cos \phi$ ，

$$\text{所以电动机的电流 } I = \frac{P}{U \cos \phi} = \frac{1800}{220 \times 0.8} \text{安} = 10.2 \text{安}。$$

4007. 有一桥式整流器，接在电压为 12 伏的交流电路两端，如图所示。设二极管的正向电阻为零，反向电阻无穷大，负载电阻 R 为 20 欧，求各个二极管的耐压最少要多少伏？负载 R 上消耗的功率是多大？如  $D_1$  断路，R 上消耗的功率又是多大？

[解答]每个二极管的耐压至少要等于  $U_m$ ，

即为

$$\sqrt{2} \times 12 \text{伏} = 17 \text{伏}；$$

全波整流后流过电阻 R 的电流是单向脉动电流，每个半周都有电流通过，每半周的电流仍按正弦规律变化，所以在不计二极管损耗时，负载 R 上消耗的功率在数值上跟将 12 伏交流电加在 R 上的电功率相等，即

$$P_R = \frac{U^2}{R} = \frac{12^2}{20} \text{瓦} = 7.2 \text{瓦}；$$

如  $D_1$  断路，电路变成半波整流。每一周期中只有半个周期有单向脉

动电流流过 R，所以  $P'_R = \frac{1}{2} P_R = \frac{1}{2} \times 7.2 \text{瓦} = 3.6 \text{瓦}。$

4008. 理想变压器的原线圈为 700 匝，副线圈为 2100 匝，原线圈电压为 220 伏，副线圈电流为 1 安。求原线圈上的电流和副线圈的电压。

[解答]对理想变压器  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$ ， $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$ ，

$$\text{原线圈电流 } I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 = \frac{2100}{700} \times 1 \text{安} = 3 \text{安}，$$

$$\text{副线圈电压 } U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = \frac{2100}{700} \times 220 \text{伏} = 660 \text{伏}。$$

4009. 理想变压器的原、副线圈的匝数比是 1 : 50，这是一个升压变压器还是降压变压器？如将原线圈接 220 伏交流电，副线圈电压是多少？

[解答]因为  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{50}$ ，所以  $U_2 > U_1$  这是一个升压变压器。当

原线圈接 220 伏交流电压，即  $U_1=220$  伏时，则变压器副线圈电压  $U_2=$

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot U_1 = \frac{50}{1} \times 220 \text{伏} = 11000 \text{伏}。$$

4010. 一理想变压器，原线圈电压 220 伏，副线圈电压 22 伏，若副线圈增加 100 匝后，端电压增为 33 伏，求原、副线圈原来的匝数各是多少？

[解答] 设原、副线圈原来的匝数分别为  $n_1$  和  $n_2$ , 则

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{22} = \frac{10}{1} \quad (1)$$

副线圈增加后

$$\frac{n_1}{n_2 + 100} = \frac{U_1}{U'_2} = \frac{220}{33} = \frac{20}{3} \quad (2)$$

由(1)、(2)两式可解得

$$n_1 = 2000 \text{ 匝}, n_2 = 200 \text{ 匝}。$$

4011. 降压变压器变压系数(原、副线圈的匝数比)是 3, 原线圈的输入电压是 660 伏, 副线圈的电阻是 0.2 欧, 这台变压器供给 100 盏“220V、60W”电灯用电, 试求:

(1) 变压器空载时, 副线圈两端的电压;

(2) 当接通负载时, 副线圈两端的电压;

(3) 每个灯泡的实际功率。

[解答](1) 变压器空载时副线圈电压

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = \frac{1}{3} \times 660 \text{ 伏} = 220 \text{ 伏}。$$

(2) 负载(100 只并联的电灯)等效电阻

$$R = \frac{1}{100} \times \frac{U_L^2}{P_L} = \frac{1}{100} \times \frac{220^2}{60} \text{ 欧} = 8.1 \text{ 欧}。$$

当变压器接通负载时, 副线圈两端电压

$$U'_2 = \frac{R}{R + R_2} U_2 = \frac{8.1}{8.1 + 0.2} \times 220 \text{ 伏} = 215 \text{ 伏}。$$

(3) 每个灯泡的实际功率

$$P'_L = \frac{U'^2_2}{R_L} = \frac{215^2}{807} \text{ 瓦} = 57.3 \text{ 瓦}。$$

4012. 为了完全起见, 机床上照明电灯用的电压是 36 伏, 这个电压是把 220 伏的交流电压降压后得到的。如果变压器原线圈有 1140 匝, 副线圈是多少匝? 用这台变压器给一个“36V、40W”的电灯供电, 如果不考虑变压器本身的损耗, 原、副线圈的电流强度各是多大?

[分析] 当不考虑变压器本身的损耗时, 可以认为变压器的输出功率和输入功率相等。即

$$U_2 I_2 \cos \phi_2 = U_1 I_1 \cos \phi_1。$$

由于  $\phi_2$  和  $\phi_1$  相差很小, 上式可简化为

$$U_2 I_2 = U_1 I_1, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}。$$

这样就可求得原线圈的电流强度。

[解答] 副线圈的匝数

$$n_2 = \frac{n_1}{U_1} \cdot U_2 = \frac{1140}{220} \times 36 \text{ 匝} = 187 \text{ 匝},$$

副线圈的电流

$$I_2 = \frac{P_L}{U_2} = \frac{40}{36} \text{安} = 1.1 \text{安},$$

原线圈的电流

$$I_1 = \frac{U_2}{U_1} \cdot I_2 = \frac{36}{220} \times 1.1 \text{安} = 0.18 \text{安}.$$

4013. 工厂中使用的安全行灯的额定电压是 36 伏, 而电源电压是 220 伏, 为了能正常使用行灯, 要绕制一个降压变压器, 不考虑变压器本身的损耗,

(1) 如果原线圈绕 1100 匝, 那么副线圈应绕多少匝?

(2) 如果副线圈中接入“36V、40W”的白炽灯一盏, 问原、副线圈的电流各为多少?

(3) 若在副线圈中接入上述规格的白炽灯四盏, 由原、副线圈的电流又各是多少?

解答(1) 由  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$ , 得副线圈匝数

$$n_2 = \frac{U_2}{U_1} n_1 = \frac{36}{220} \times 1100 \text{匝} = 180 \text{匝}.$$

(2) 白炽灯额定电流  $I_{\text{灯}} = \frac{P_{\text{灯}}}{U_{\text{灯}}} = \frac{40}{36} \text{安} = 1.11 \text{安},$

副线圈电流  $I_2 = I_{\text{灯}} = 1.11 \text{安}.$

由  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$ , 得原线圈电流

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 = \frac{180}{1100} \times 1.11 \text{安} = 0.182 \text{安}.$$

(3) [解法一] 四盏灯应是并联的, 这时副线圈电流

$$I'_2 = 4I_{\text{灯}} = 4 \times 1.11 \text{安} = 4.44 \text{安}.$$

原线圈电流  $I'_1 = \frac{n_2}{n_1} I'_2 = 4 \frac{n_2}{n_1} \cdot I_2 = 4 \times 0.182 \text{安} = 0.728 \text{安}.$

由此可知, 变压器的功率随输出功率的增大而增大。

[解法二] 对于理想变压器  $P_1 = P_2$ ,

所以  $I_1 = \frac{P_2}{U_1} = \frac{40}{220} \text{安} = 0.182 \text{安},$

$$I'_1 = \frac{4P_2}{U_1} = 4 \times 0.182 \text{安} = 0.728 \text{安}.$$

4014. 理想降压变压器原线圈有 1320 匝, 副线圈有 30 匝, 当原线圈接到 220 伏交流电上, 副线圈的电压是多少? 把一个“6V、1.8W”小电珠接到副线圈两端, 小灯能否正常发光? 这时副线圈、原线圈中的电流各为多少? 小灯的实际功率为多大? 要使小灯正常发光, 副线圈应绕几匝?

[解答] 副线圈电压  $U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = \frac{30}{1320} \times 220 \text{伏} = 5 \text{伏},$

由于加在小电珠两端电压 (5 伏) 小于小电珠的额定电压 (6 伏), 小电珠发光较暗。这时副线圈电流和小电珠实际电流相等, 即

$$I_2 = I'_L = \frac{U_2}{R_L} = \frac{U_2}{U_L^2 / P_L} = \frac{5}{6^2 / 18} \text{安} = 0.25 \text{安},$$

$$\text{原线圈电流 } I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 = \frac{30}{1320} \times 0.25 \text{安} = 5.7 \times 10^{-3} \text{安} = 5.7 \text{毫安}.$$

为使小灯正常发光，要使变压器副线圈输出电压和小灯额定电压相等，即  $U'_2 = U_L = 6$  伏，副线圈应绕匝数为  $n_2 = \frac{U'_2}{U_1} \times n_1 = \frac{6}{220} \times 1320$  匝 = 36 匝。

4015. 有一降压变压器，原、副线圈匝数比为 15 : 1，原线圈两端电压为 3300 伏，副线圈内阻为 0.3 欧，用此变压器向 55 盏 220 伏、40 瓦的电灯供电。试问：(1) 电灯全部开亮时，副线圈两端电压是多少？(2) 每个灯泡的实际功率是多少？

[解答] (1) 副线圈上的感生电动势

$$\varepsilon_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1 = \frac{1}{15} \times 3300 \text{伏} = 220 \text{伏}.$$

电灯全部开亮时副线圈两端的电压

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{\frac{1}{55} R_{\text{灯}}}{\frac{1}{55} R_{\text{灯}} + r} \varepsilon_2 \\ &= \frac{\frac{1}{55} \times \frac{U_{\text{灯}}^2}{P_{\text{灯}}}}{\frac{1}{55} \times \frac{U_{\text{灯}}^2}{P_{\text{灯}}} + r} \varepsilon_2 \\ &= \frac{\frac{1}{55} \times \frac{220^2}{40}}{\frac{1}{55} \times \frac{220^2}{40} + 0.3} \times 220 \text{伏} \\ &= 217 \text{伏}. \end{aligned}$$

(2) 每个灯泡实际功率

$$P_{\text{灯}} = \frac{U^2}{R_{\text{灯}}} = \frac{217^2}{1210} \text{瓦} = 38.9 \text{瓦}.$$

4016. 在如图所示的电路中，一理想变压器的原线圈跟副线圈的匝数比  $n_1 : n_2 = 1 : 2$ 。电源电压  $U = 220$  伏。A 是额定电流  $I_0 = 1$  安的保险丝。R 是可变电阻。为了不使原线圈中的电流超过  $I_0$ ，调节 R 时，其阻值最低不能小于多少欧？

[解答] 设所求的电阻值为 R，此时 R 两端的电压为  $U_2$ ，电流为  $I_2$ ，则

$$\begin{aligned} UI_0 &= U_2 I_2, \\ U_2 &= I_2 R, \\ \frac{U_2}{U} &= \frac{n_2}{n_1}. \end{aligned}$$

由以上各式可得

$$R = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{U}{I_0} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \frac{220}{1} \text{ 欧} = 880 \text{ 欧}。$$

4017. 如图所示, 变压器的原、副线圈的匝数比为 4 : 1, 副线圈有一中心抽头 e, 原线圈接有交流电压  $u=310\sin 314t$  伏, 试求:

(1) 副线圈 cd 间的最大电压;

(2) 如在 ce、ed 间分别接入一个阻值都等于 100 欧的电阻, 这时原线圈中的电流是多少? (不计变压器的能量损失)

[解答](1)  $U_{cdm} = \frac{n_{cd}}{n_{ab}} \cdot U_{abm} = \frac{1}{4} \times 310 \text{ 伏} = 77.5 \text{ 伏}。$

(2)  $U_{ce} = U_{ed} = \frac{1}{2} U_{cd} = \frac{1}{2} \times \frac{77.5}{1.41} \text{ 伏} = 27.5 \text{ 伏}。$

变压器副线圈输出功率

$$P_2 = 2P_R = 2 \times \frac{U_R^2}{R} = 2 \times \frac{27.5^2}{100} \text{ 瓦} = 15 \text{ 瓦}。$$

由于不计变压器的能量损失, 所以变压器原线圈的输入功率

$$P_1 = P_2 = 15 \text{ 瓦}。$$

原线圈电流  $I_{ab} = \frac{P_1}{U_{ab}} = \frac{15}{0.707 \times 310} \text{ 安} = 0.068 \text{ 安}。$

4018. 电子管收音机中的变压器的原线圈是 990 匝, 接在 220 伏交流电源上, 要求副线圈上得到 5 伏、6.3 伏、300 伏三组独立的电压。如果忽略能量损失, 求这三只副线圈的匝数。如果 5 伏、6.3 伏的线圈都输出 2 安电流, 300 伏的线圈输出 60 毫安的电流, 这时变压器的输入功率是多少? 原线圈中的电流是多少?

[解答]按附图所示的符号表示各线圈中的量。

三只副线圈的匝数

$$n_2 = \frac{n_1}{U_1} \cdot U_2 = \frac{990}{220} \times 5 \text{ 匝} = 22.5 \text{ 匝}, \text{ 取 } 23 \text{ 匝}。$$

$$n_3 = \frac{n_1}{U_1} \cdot U_3 = \frac{990}{220} \times 6.3 \text{ 匝} = 28.4 \text{ 匝}, \text{ 取 } 29 \text{ 匝}。$$

$$n_4 = \frac{n_1}{U_1} \cdot U_4 = \frac{990}{220} \times 300 \text{ 匝} = 1350 \text{ 匝}。$$

变压器的输入功率

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 = U_2 I_2 + U_3 I_3 + U_4 I_4 \\ = (5 \times 2 + 6.3 \times 2 + 300 \times 0.06) \text{ 瓦} = 40.6 \text{ 瓦}。$$

原线圈中电流  $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{40.6}{220} \text{ 安} = 0.18 \text{ 安}。$

4019. 变压比  $K=10$  的降压变压器, 它的原线圈接入  $U_1=120$  伏的交流电网中。副线圈的电阻  $r=1.2$  欧, 电流  $I_2=5$  安。原线圈电路的损耗不计, 试求变压器的负载电阻  $R$  及副线圈两端的电压  $U_2$ 。

[解答]副线圈产生的感生电动势

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{K} \varepsilon_1 = \frac{1}{K} U_1 = \frac{1}{10} \times 120 \text{ 伏} = 12 \text{ 伏}。$$

副线圈的端电压

$$U_2 = \varepsilon_2 - I_2 r = (12 - 5 \times 1.2) \text{伏} = 6 \text{伏}。$$

副线圈的负载电阻

$$R = \frac{U_2}{I_2} = \frac{6}{5} \text{欧} = 1.2 \text{欧}。$$

4020. 降压变压器原线圈两端的电压是 220 伏，通过的电流是 1.2 安，副线圈两端的电压是 20 伏，通过的电流是 13 安，求这个变压器的效率。

[分析] 变压器的输入功率

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \phi_1 ;$$

输出功率

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \phi_2 ;$$

$$\text{变压器的效率} \eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% = \frac{U_2 I_2 \cos \phi_2}{U_1 I_1 \cos \phi_1} \times 100\%。$$

由于  $\phi_1$  和  $\phi_2$  通常相差很小，上式可简化为

$$\eta = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} \times 100\%。$$

[解答] 这个变压器的效率

$$\eta = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} \times 100\% = \frac{20 \times 13}{220 \times 1.2} \times 100\% = 98.5\%。$$

4021. 降压变压器的原线圈接在电压  $U_1=220$  伏的交流电网中，副线圈的端电压  $U_2=20$  伏，它的电阻  $r=1$  欧，副线圈电路中的电流  $I_2=2$  安。原线圈的损耗忽略不计，试求变压器的变压比  $K$ 、效率及原线圈电流  $I_1$ 。（假设变压器原、副线圈电路的功率因数相等）

[解答] 副线圈产生的感生电动势

$$\varepsilon_2 = U_2 + I_2 r = (20 + 2 \times 1) \text{伏} = 22 \text{伏}。$$

原线圈因不计损耗，所以原线圈感生电动势  $\varepsilon_1$  和端电压  $U_1$  相等，即  $\varepsilon_1 = U_1 = 220$  伏。

$$\text{变压器变压比} K = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{220}{22} = 10。$$

变压器副线圈输出功率

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \phi_2。$$

原线圈的输入功率

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \phi_1。$$

$$\text{因为} \quad \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = K, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{K},$$

$$\text{即} \quad \varepsilon_1 = K \varepsilon_2, \quad U_1 = \varepsilon_1 = K \varepsilon_2,$$

$$I_1 = \frac{I_2}{K}。$$

所以

$$\begin{aligned}
 P_1 &= U_1 I_1 \cos \phi_1 \\
 &= K \epsilon_2 \cdot \frac{I_2}{K} \cdot \cos \phi_1 \\
 &= \epsilon_2 I_2 \cos \phi_1.
 \end{aligned}$$

变压器效率  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% = \frac{U_2 I_2 \cos \phi_2}{\epsilon_2 I_2 \cos \phi_1} \times 100\%$ 。

由题设  $\cos \phi_1 = \cos \phi_2$ ,

所以

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{U_2}{\epsilon_2} \times 100\% = \frac{U_2}{U_2 + I_2 r} \times 100\% \\
 &= \frac{20}{20 + 2 \times 1} \times 100\% \approx 91\%.
 \end{aligned}$$

原线圈电流  $I_1 = \frac{I_2}{K} = \frac{2}{10}$  安 = 0.2 安。

4022. 在远距离输电时, 如果升压变压器输出电压是 2000 伏, 输出功率是 10 千瓦, 输电线的电阻是 20 欧, 求输电线上损失的功率、损失的电压和用户得到的电压、功率。

[解答] 升压变压器的输出电流就是流过输电线的电流, 它的值

$$I_{\text{线}} = I = \frac{P}{U} = \frac{10 \times 10^3}{2000} \text{ 安} = 5 \text{ 安}。$$

输电线上的损失功率

$$P_{\text{线}} = I^2 R_{\text{线}} = 5^2 \times 20 \text{ 瓦} = 500 \text{ 瓦}。$$

输电线上损失的电压

$$U_{\text{线}} = I R_{\text{线}} = 5 \times 20 \text{ 伏} = 100 \text{ 伏}。$$

用户得到的电压

$$U_{\text{用}} = U - U_{\text{线}} = (2000 - 100) \text{ 伏} = 1900 \text{ 伏}。$$

用户得到的功率

$$P_{\text{用}} = P - P_{\text{线}} = (10 - 0.5) \text{ 千瓦} = 9.5 \text{ 千瓦}。$$

4023. 交流发电机的路端电压是 220 伏, 输出功率是 110 千瓦, 输电导线电阻是 0.3 欧。问:

(1) 如果不用变压器, 导线上热损耗的电功率是多少?

(2) 如果用变压器先将电压升高到 3300 伏, 导线的功率损耗又是多少?

[解答] (1) 如不用变压器, 发电机的输出电流

$$I = \frac{P}{U} = \frac{110 \times 10^3}{220} \text{ 安} = 500 \text{ 安},$$

因为  $I_{\text{线}} = I = 500$  安,

所以导线热耗功率  $P_{\text{线}} = I^2 R_{\text{线}} = 500^2 \times 0.3 \text{ 瓦} = 75000 \text{ 瓦} = 75 \text{ 千瓦}。$

(2) 采用升压变压器, 变压器输出电流

$$I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{110 \times 10^3}{3300} \text{ 安} = 33.3 \text{ 安}。$$

因为  $I_{\text{线}} = I_2 = 33.3$  安,

所以  $P_{\text{线}} = I_{\text{线}}^2 \cdot R_{\text{线}} = 33.3^2 \times 0.3 \text{ 瓦} = 332.7 \text{ 瓦} \approx 0.3 \text{ 千瓦}。$

可见采用高电压弱电流输电, 可减少输电导线的功率损耗。

4024. 发电机的端电压为 220 伏, 输出功率为 44 千瓦, 输电线电阻为 0.5 欧。试求:

(1) 用户得到的电压和电功率各是多少?

(2) 如果发电站用匝数比为 10 的理想变压器将电压升高, 经过同样的输电线后, 再用匝数比为 10 的理想变压器降压, 并供给用户, 这时用户得到的电压和电功率又各为多少?

[解答](1) 先求输电线电压降  $U_{\text{线}}$ , 再求用户得到的电压  $U$  和功率  $P$ 。

输电线中的电流就是发电机的输出电流, 它的值

$$I_{\text{线}} = I = \frac{P}{U} = \frac{44 \times 10^3}{220} \text{ 安} = 200 \text{ 安},$$

$$U_{\text{线}} = I_{\text{线}} \cdot R_{\text{线}} = 200 \times 0.5 \text{ 伏} = 100 \text{ 伏}。$$

所以用户得到的电压

$$U = U - U_{\text{线}} = (220 - 100) \text{ 伏} = 120 \text{ 伏}。$$

用户得到的功率

$$P = P - I_{\text{线}}^2 \cdot R_{\text{线}} = 44 \times 10^3 \text{ 瓦} - 200^2 \times 0.5 \text{ 瓦} = 24 \times 10^3 \text{ 瓦} \\ = 24 \text{ 千瓦}。$$

(2) 升压变压器的副线圈电压

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot U_1 = \frac{10}{1} \times 220 \text{ 伏} = 2200 \text{ 伏}。$$

副线圈电流

$$I_2 = \frac{n_1}{n_2} I_1 = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{P_1}{U_1} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{P}{U} = \frac{1}{10} \times \frac{44 \times 10^3}{220} \text{ 安} \\ = 20 \text{ 安}。$$

输电线电流

$$I_{\text{线}} = I_2 = 20 \text{ 安}。$$

输电线电压降

$$U_{\text{线}} = I_{\text{线}} \cdot R_{\text{线}} = 20 \times 0.5 \text{ 伏} = 10 \text{ 伏}。$$

降压变压器原线圈电压

$$U_3 = U_2 - U_{\text{线}} = (2200 - 10) \text{ 伏} = 2190 \text{ 伏}。$$

用户得到的电压  $U$  就是降压变压器副线圈的电压  $U_4$

$$U' = U_4 = \frac{n_4}{n_3} \times U_3 = \frac{1}{10} \times 2190 \text{ 伏} = 219 \text{ 伏}。$$

负载的电流  $I$  就是副线圈电流

$$I' = I_4 = \frac{n_3}{n_4} \cdot I_3 = \frac{n_3}{n_4} \times I_{\text{线}} = \frac{10}{1} \times 20 \text{ 安} = 200 \text{ 安}。$$

用户得到的功率

$$P = I U = 200 \times 219 \text{ 瓦} = 43800 \text{ 瓦} = 43.8 \text{ 千瓦}。$$

比较(1)、(2)结果, 可知远距离输电采用高压输送时, 在输送功率一定的条件下, 输电线上电流将减小, 输电线电压降和功率损失都将减少, 用户得到的电压和功率都能得到满足。

4025. 从甲地往乙地输电, 在甲地设置一升压变压器, 在乙地设置一降压变压器。如果降压变压器原、副线圈的匝数比为 10 1, 副线圈输出功率为 12 千瓦,

电流是 100 安，连接两个变压器间的输电线电阻是 5 欧，试求升压变压器的输出电压是多大？（设变压器是理想的）

[解答]用  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $n_1$ 、 $n_2$  表示升压变压器的原、副线圈的电压和匝数； $U_3$ 、 $U_4$ 、 $n_3$ 、 $n_4$  表示降压变压器的原、副线圈的电压和匝数。则

$$\begin{aligned} U_4 &= \frac{P}{I} = \frac{12000}{100} \text{ 伏} = 120 \text{ 伏。} \\ U_3 &= \frac{n_3}{n_4} U_4 = \frac{10}{1} \times 120 \text{ 伏} = 1200 \text{ 伏。} \\ U_2 &= U_3 + U_{\text{线}} = U_3 + I_3 R_{\text{线}} \\ &= U_3 + \left( \frac{n_4}{n_3} \times I_4 \right) R_{\text{线}} \\ &= \left( 1200 + \frac{1}{10} \times 100 \times 5 \right) \text{ 伏} \\ &= 1250 \text{ 伏。} \end{aligned}$$

4026. 一台发电机额定输出功率为 4000 千瓦，以 400 伏的电压接到升压变压器后向远方输电，输电线的电阻为 10 欧，输电允许损失的功率为输出功率的 10%。求升压变压器和降压变压器的匝数比等于多少时才能使“220V、100W”的电灯正常发光？能使灯泡正常发光的电灯数是几盏？负载电灯多些或少些对各物理量有什么影响？（假设变压器是理想的）

[分析]为便于分析和解题作示意图如附图。

本题的关键是要根据题目的要求，从导线损失功率应满足的条件来求出通过导线的最大电流  $I_{\text{线}}$ 。由于  $I_2$ 、 $I_3$  都等于  $I_{\text{线}}$ ，就可分别利用这两个变压器  $T_1$  和  $T_2$  的电流跟匝数成反比的各自关系来求出匝数比。

[解法一]导线的功率损失为导线电阻  $R_{\text{线}}$  的热损失，即

$$P_{\text{线}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}。$$

所以 
$$I_{\text{线}} = \sqrt{\frac{P_{\text{线}}}{R_{\text{线}}}} = \sqrt{\frac{10\% \cdot P}{R_{\text{线}}}} = \sqrt{\frac{0.1 \times 4000 \times 10^3}{10}} \text{ 安} = 200 \text{ 安。}$$

因为变压器  $T_1$  的原线圈电流

$$I_1 = I = \frac{P}{U} = \frac{4000 \times 10^3}{400} \text{ 安} = 10^4 \text{ 安，}$$

副线圈电流  $I_2 = I_{\text{线}} = 200 \text{ 安，}$

所以原、副线圈匝数比

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{200}{10^4} = \frac{1}{50}。$$

因为变压器  $T_2$  的原线圈电压

$$\begin{aligned} U_3 &= U_2 - U_{\text{线}} = U_2 - I_{\text{线}} R_{\text{线}} \\ &= \frac{n_2}{n_1} U_1 - I_{\text{线}} R_{\text{线}} \\ &= \left( \frac{50}{1} \times 400 - 200 \times 10 \right) \text{ 伏} = 18000 \text{ 伏，} \end{aligned}$$

副线圈电压

$$U_4=U_L=220 \text{ 伏,}$$

$$\text{所以原、副线圈匝数比 } \frac{n_3}{n_4} = \frac{U_3}{U_4} = \frac{18000}{220} = 82。$$

[解法二]

$$I_3=I_{\text{线}}=200 \text{ 安,}$$

$$I_4 = \frac{P_4}{U_4} = \frac{P - P_{\text{线}}}{U_4} = \frac{0.9P}{U_4} = \frac{0.9 \times 4000 \times 10^3}{220} \text{ 安} = 16363.6 \text{ 安,}$$

$$\text{所以 } \frac{n_3}{n_4} = \frac{I_4}{I_3} = \frac{16363.6}{200} = 82。$$

负载电灯正常发光的盏数

$$n = \frac{P_4}{P_L} = \frac{P - P_{\text{线}}}{P_L} = \frac{0.9P}{P_L} = \frac{0.9 \times 4000 \times 10^3}{100} \text{ 盏} = 36000 \text{ 盏。}$$

负载电灯超过正常负载时,  $I_4$  增加使  $I_2$  增加, 输电线损失电压  $U_{\text{线}}$  增加, 使  $U_3$ 、 $U_4$  减小, 电灯就变暗。同时由于发电机超载, 电流过大, 电枢线圈容易发热损坏。

负载电灯数比正常时少,  $I_4$  减少使  $I_3$  减少, 输电线损失电压减少,  $U_3$ 、 $U_4$  随之上升, 电灯电压超过额定电压, 灯发光过亮容易烧毁。同时发电机输出功率也将减少。

4027. 某电站一台发电机的端电压为 5 千伏, 输出功率为 10000 千瓦, 现向距电站 400 千米的地方供电。假定输电导线的电阻率  $\rho = 1.7 \times 10^{-8}$  欧·米, 截面积  $S = 0.85$  厘米<sup>2</sup>, 输电线上的功率损失要求不超过输出功率的 4%。求: (1) 输电时, 电压应升高到多少? 所用的理想变压器的原、副线圈匝数的比是多少?

(2) 到达用电点处, 电压要求降到 660 伏, 这时所用的理想变压器的原、副线圈的匝数比是多少?

[分析] 为便于分析和解题, 先作示意图如附图。解本题的关键是, 通过计算输电线的功率损失不超过题给要求来算出输电线的最大供电电流  $I_{\text{线}}$ , 随后就可求出高压供电的输出电压, 即发电机和输电线路间的升压变压器  $T_1$  的副线圈的端电压  $U_2$ 。

[解答] (1) 输电导线电阻

$$R_{\text{线}} = \rho \frac{l}{S} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{2 \times 400 \times 10^3}{0.85 \times 10^{-4}} \text{ 欧} = 160 \text{ 欧。}$$

(注意导线的长度是距离的 2 倍)

输电线的最大损失功率

$$P_{\text{线}} = 4\%P = 0.04 \times 10^4 \text{ 千瓦} = 400 \text{ 千瓦。}$$

由  $P_{\text{线}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}$ , 可求得输电线最大电流

$$I_{\text{线}} = \sqrt{\frac{P_{\text{线}}}{R_{\text{线}}}} = \sqrt{\frac{400 \times 1000}{160}} \text{ 安} = 50 \text{ 安。}$$

因为  $I_2 = I_{\text{线}}$ , 所以升压变压器  $T_1$  的副线圈电压

$$U_2 = \frac{P_2}{I_2} = \frac{P}{I_2} = \frac{10^7}{50} \text{ 伏} = 2 \times 10^5 \text{ 伏。}$$

$T_1$  的原、副线圈匝数比

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U}{U_2} = \frac{5 \times 10^3}{2 \times 10^5} = \frac{1}{40}$$

(2) 降压变压器  $T_2$  的原线圈电压

$$U_3 = U_2 - U_{\text{线}} = U_2 - I_{\text{线}} \cdot R_{\text{线}} = (2 \times 10^5 - 50 \times 160) \text{ 伏} \\ = 1.92 \times 10^5 \text{ 伏。}$$

$T_2$  的原、副线圈的匝数比

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{U_3}{U_4} = \frac{1.92 \times 10^5}{660} = 291。$$

4028. 如图所示,  $F$  是一只小型交流发电机, 其内阻  $r=1$  欧。升压变压器  $T_1$  的原、副线圈匝数比  $K_1=1/4$ , 降压变压器  $T_2$  的原、副线圈的匝数比  $K_2=4$  (两只变压器均为理想变压器)。已知两变压器间的距离  $l=2000$  米, 所用输电线的横截面积  $S=17.5$  毫米<sup>2</sup>, 输电线的电阻率为  $\rho=1.75 \times 10^{-8}$  欧·米。现用户用有“220V、25W”电灯 88 盏, 试问:

(1) 为使全部电灯正常发光, 发电机的电动势必须多大? 发电机在这时的输出功率有多大? (设线路中其他供电线电阻不计)

(2) 如果不用升压变压器、降压变压器, 而直接用上述供电线对用户供电? 能否使全部电灯正常发光? 如果不能, 那么只能使几盏电灯正常发光? 设发电机的电动势保持不变。

(3) 如果不用升压变压器、降压变压器, 要使全部电灯正常发光, 应将输电线的横截面积增为多大?

[解答] (1) 变压器  $T_1$  和  $T_2$  间的输电线电阻

$$R_{\text{线}} = 2 \cdot \rho \frac{l}{S} = \frac{2 \times 1.75 \times 10^{-8} \times 2000}{17.5 \times 10^{-6}} \text{ 欧} = 4 \text{ 欧。}$$

全部电灯正常发光时, 变压器  $T_2$  副线圈的输出电流

$$I_4 = 88 \cdot \frac{P_L}{U_L} = 88 \times \frac{25}{220} \text{ 安} = 10 \text{ 安。}$$

$T_2$  原线圈的输入电流

$$I_3 = \frac{n_4}{n_3} I_4 = \frac{1}{K_2} I_4 = \frac{1}{4} \times 10 \text{ 安} = 2.5 \text{ 安。}$$

升压变压器  $T_1$  副线圈输出电压

$$U_2 = U_3 + U_{\text{线}} = \frac{n_3}{n_4} U_4 + I_{\text{线}} \cdot R_{\text{线}} = K_2 U_4 + I_3 R_{\text{线}} \\ = (4 \times 220 + 2.5 \times 4) \text{ 伏} = 890 \text{ 伏。}$$

$T_1$  原线圈输入电压

$$U_1 = \frac{n_1}{n_2} U_2 = K_1 U_2 = \frac{1}{4} \times 890 \text{ 伏} = 222.5 \text{ 伏。}$$

$T_1$  原线圈输入电流

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 = \frac{1}{K_1} \times I_3 = 4 \times 2.5 \text{ 安} = 10 \text{ 安。}$$

最后可求得发电机的电动势 (有效值)

$$E = U_1 + I_1 r = (222.5 + 10 \times 1) \text{ 伏} = 232.5 \text{ 伏。}$$

发电机输出功率  $P_{F出} = I_1 U_1 = 10 \times 222.5 \text{ 瓦} = 2225 \text{ 瓦}$

(2) 假设发电机电动势不变, 仍为  $\epsilon_F = 232.5 \text{ 伏}$ 。如果不用变压器, 而用输电线直接将发电机和电灯相连, 则电灯两端的实际电压

$$U'_L = IR_L = \frac{\epsilon_F}{r + R_{线} + R_L} \cdot R_L = \frac{232.5}{1 + 4 + \frac{220^2}{25 \times 88}} \times \frac{220^2}{25 \times 88} \text{ 伏} = 189 \text{ 伏}。$$

由于电灯两端实际电压小于额定电压, 所以不能使全部电灯正常发光。如果减少使用的灯, 则灯能正常发光。设这时最多能使  $n$  盏灯正常发光, 则

$$\begin{aligned} \epsilon_F &= U_L + n I_L (R_{线} + r), \\ n' &= \frac{\epsilon_F - U_L}{I_L (R_{线} + r)} = \frac{232.5 - 220}{\frac{25}{220} (4 + 1)} \text{ 盏} = 22 \text{ 盏}。 \end{aligned}$$

(3) 要使全部电灯正常发光, 电灯两端电压  $U_L$  必须达到 220 伏, 通过输电线的电流  $I = n I_L = 88 \times \frac{25}{220} \text{ 安} = 10 \text{ 安}$ 。设这时输电线的电阻为

$R'_{线}$ ,

则

$$\begin{aligned} \epsilon_F &= U_L + n I_L (R'_{线} + r), \\ R'_{线} &= \frac{\epsilon_F - U_L}{n I_L} - r = \left( \frac{232.5 - 220}{10} - 1 \right) \text{ 欧} = 0.25 \text{ 欧}。 \end{aligned}$$

输电线的横截面积应增大到  $S$ , 则

$$S' = \frac{2\rho l}{R'_{线}} = \frac{2 \times 1.75 \times 10^{-8} \times 2000}{0.25} \text{ 米}^2 = 2.8 \times 10^{-4} \text{ 米}^2 = 280 \text{ 毫米}^2。$$

4029. 某小型水电站, 水以 3 米/秒的速度流入水轮机, 而以 1 米/秒的速度流出。流出水位比流入水位低 1.6 米, 水的流量为 1 米<sup>3</sup>/秒。如果水流能量的 75% 供给发电机, 20% 使水的温度升高。求:

(1) 水温升高的度数为多少?

(2) 若发电机效率为 80%, 则发电机的输出功率多大?

(3) 发电机的输出电压为 240 伏, 输电线路的电阻为  $16\frac{2}{3}$  欧, 许可耗电功率为 5%, 用户所需电压为 220 伏, 则所用升压变压器和降压变压器的原、副线圈匝数的比各是多少?

(变压器为理想的;  $g$  取 10 米/秒<sup>2</sup>; 水的比热容为 1 卡/克·度)

[解答] (1) 每秒钟水流机械能的损失

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) + mg\Delta h = \frac{1}{2} \times 1000 \times (3^2 - 1^2) \text{ 焦} + 1000 \times 10 \times 1.6 \text{ 焦} \\ &= 2 \times 10^4 \text{ 焦}。 \end{aligned}$$

其中有 20% 使水温升高, 则

$$cm\Delta t = 0.24 \times 20\% \cdot \Delta E,$$

$$\Delta t = \frac{0.24 \times 20\% \Delta E}{c \cdot m} = \frac{0.24 \times 0.2 \times 2 \times 10^4}{1 \times 1000 \times 10^3} = 9.6 \times 10^{-4}。$$

(2) 发电机的输出功率

$$P_{\text{出}} = \frac{75\% \cdot \Delta E \cdot 80\%}{t} = \frac{0.75 \times 2 \times 10^4 \times 0.8}{1} \text{瓦}$$

$$= 12000 \text{瓦} = 12 \text{千瓦}。$$

(3) 发电机经变压器到用户的供电线路如右图所示。图中  $T_1$  为升压变压器,  $T_2$  为降压变压器。

输电线上损失功率  $P_{\text{线}} = 5\%P_{\text{出}} = 0.05 \times 12000 \text{瓦} = 600 \text{瓦}$ ,

$$\text{又 } P_{\text{线}} = I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}},$$

所以 
$$I_{\text{线}} = \sqrt{\frac{P_{\text{线}}}{R_{\text{线}}}} = \sqrt{\frac{600}{16 \frac{2}{3}}} \text{安} = 6 \text{安}。$$

因为  $I_2 = I_{\text{线}} = 6 \text{安}$ ,

$$I_1 = \frac{P_{\text{出}}}{U_1} = \frac{12000}{240} \text{安} = 50 \text{安}。$$

所以升压变压器  $T_1$  原、副线圈匝数比

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}。$$

因为  $I_3 = I_{\text{线}} = 6 \text{安}$ ,

$$I_4 = \frac{P_{\text{出}} - P_{\text{线}}}{U_4} = \frac{12000 - 600}{220} \text{安} = \frac{570}{11} \text{安}。$$

所以降压变压器  $T_2$  原、副线圈的匝数比

$$\frac{n_3}{n_4} = \frac{I_4}{I_3} = \frac{570/11}{6} = \frac{95}{11}。$$

$$\text{(或先求出 } U_3 = U_2 - U_{\text{线}} = \frac{n_2}{n_1} U_1 - I_{\text{线}} R_{\text{线}} = \frac{25}{3} \times 240 \text{伏} - 6 \times 16 \frac{2}{3}$$

$$\text{伏} = 1900 \text{伏, 然后得 } \frac{n_3}{n_4} = \frac{U_3}{U_4} = \frac{1900}{220} = \frac{95}{11} \text{。)} )$$

4030. 旋转磁场式三相发电机中旋转磁体的开始位置如图所示。若转子转速为  $n$  转/秒, 最大感生电动势为  $\epsilon_m$ , 试写出三相电动势的瞬时值表达式。

[解答]  $e_A = \epsilon_m \sin(2\pi n t + 90^\circ)$ ,

$$e_B = \epsilon_m \sin(2\pi n t - 30^\circ),$$

$$e_C = \epsilon_m \sin(2\pi n t - 150^\circ)。$$

4031. 有一动力配电盘, 接有电动机一台。从配电盘观察到电压表的示数为 380 伏, 电流表的示数为 5.3 安; 从电动机铭牌上看到“220/380V、 $\Delta/Y$ ,  $\cos \phi = 0.8$ ”等字样。求:

(1) 线路的相电压、相电流。

(2) 线电压的最大值;

(3) 电动机的有功功率。

[解答] 由题意可知, 电动机为  $Y$  接法; 电压表的示数是线电压, 电流表的示数为线电流。

$$(1) \text{线路的相电压 } U_{\text{相}} = \frac{U_{\text{线}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{伏},$$

线路的相电流  $I_{\text{相}} = I_{\text{线}} = 5.3 \text{安}$ 。

$$(2) \text{线电压的最大值 } U_{\text{线m}} = \sqrt{2}U_{\text{线}} = \sqrt{2} \times 380 \text{伏} = 537 \text{伏}。$$

$$(3) \text{电动机的有功功率 } P = 3P_{\text{相}} = 3U_{\text{相}} I_{\text{相}} \cos \phi \\ = 3 \times 220 \times 5.3 \times 0.8 \text{瓦} \\ = 2798.4 \text{瓦} \quad 2.8 \text{千瓦}。$$

4032 . 指明在图中负载属于哪种接法? 如果  $U_{\text{线}}=380$  伏, 每盏灯的电阻为 1000 欧, 求各相电流。

[解答]图(a)、(b)都是三相三线制的 $\Delta$ 接法。每相电流相等,

$$I_{\text{相}} = \frac{U_{\text{相}}}{R} = \frac{U_{\text{线}}}{R} = \frac{380}{1000} \text{安} = 0.38 \text{安}。$$

图(b)是三相三线制中的星形(Y)接法。由于负载平衡, 每相电流相等,

$$I_{\text{相}} = \frac{U_{\text{相}}}{R} = \frac{U_{\text{线}}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{R} \\ = \frac{380}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{1000} \text{安} = 0.22 \text{安}。$$

图(c)是三相四线制中的星形(Y)接法。每相电流相等,

$$I_{\text{相}} = \frac{U_{\text{相}}}{R} = \frac{U_{\text{线}}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{R} = \frac{380}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{1000} \text{安} = 0.22 \text{安}。$$

4033 . 有星形接法的三相交流发电机, 每相的电流是 250 安, 线电压是 6600 伏, 功率因数是 0.85, 求:

- (1)相电压;
- (2)总电功率。

$$[解答] (1) \text{相电压 } U_{\text{相}} = \frac{U_{\text{线}}}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} \text{伏} = 3810 \text{伏},$$

$$(2)[解法一] \text{总电功率 } P = \sqrt{3}U_{\text{线}} I_{\text{线}} \cos \phi。$$

因为在星形接法,  $I_{\text{线}}=I_{\text{相}}=250$  安,

$$\text{所以 } P = \sqrt{3} \times 6600 \times 250 \times 0.85 \text{瓦} \doteq 2430 \times 10^3 \text{瓦} \\ = 2430 \text{千瓦}。$$

$$[解法二] \text{每相电功率 } P_1 = U_{\text{相}} I_{\text{相}} \cos \phi \\ = 3810 \times 250 \times 0.85 \text{瓦} = 810 \times 10^3 \text{瓦} \\ = 810 \text{千瓦}。 \\ \text{总电功率 } P = 3P_1 \\ = 2430 \text{千瓦}。$$

4034 . 一台三相感应电动机的铭牌上标有“电压 380/220 伏, 电流 6.48/11.2 安, 功率因数 0.84, 接法 Y/ $\Delta$ ”字样。那么, 这台电动机应怎样接入电路中? 电动机的输入功率是多少?

[解答]若电源电压是 380 伏时, 应接成星(Y)形, 输入功率

$$P = \sqrt{3}U_{\text{线}} I_{\text{线}} \cos \phi = \sqrt{3} \times 380 \times 6.48 \times 0.84 \text{瓦} \\ = 3582.6 \text{瓦} \quad 3.6 \text{千瓦}。$$

若电源电压是 220 伏时，应接成三角( $\Delta$ )形，这时的输入功率

$$P' = \sqrt{3}U'_{\text{线}} I'_{\text{线}} \cos\phi = \sqrt{3} \times 220 \times 11.2 \times 0.84 \text{瓦} \\ = 3584.9 \text{瓦} \quad 3.6 \text{千瓦}。$$

### 说理和论证题

4035. 图中 A、B 两软铁芯上绕有线圈并和电池 E 接通。在 A、B 间有一闭合的矩形线圈 abcd，可绕对称轴 OO' 转动。当将线圈 abcd 绕 OO' 轴作顺时针方向转动时，请回答：

- (1) 铁芯 A、B 两端，哪一端是 N 极？哪一端是 S 极？
- (2) 矩形线圈 abcd 中的感生电流方向？
- (3) 磁场对图示位置（线圈平面成水平）的线圈 abcd 各边的作用力方向。

[解答](1) B 端为 N 极，A 端为 S 极。

(2) 线圈 abcd 中的感生电流方向为 d c b a d。

(3) ba 边受磁场力的方向竖直向下，dc 边受磁场力的方向竖直向上。ad 和 cb 边不受磁场力作用。

4036. 在交流发电机的示教模型中，为了增大感生电动势，可以采用哪些措施？

[解答]可增强磁场的磁感应强度 B，增大线圈的面积 S 和线圈的匝数 N，加快线圈旋转的速度 n（但交流电的频率也相应增高了）。

4037. 关于交流电，

(1) 如果线圈不转动，而是磁场旋转，线圈是否产生交流电？

(2) 如果线圈在转动。那么，在什么情况下线圈会产生交流电？在什么情况下线圈不产生交流电？为什么？

(3) 如果线圈不闭合，是否会产生交流电？

[解答](1) 线圈和磁场相对运动，可以产生交流电，如旋转磁场式发电机就是如此。

(2) 如线圈和磁场同速旋转（即无相对运动）就不会有交流电产生；线圈只要和磁场有夹角且有相对转动，线圈就有交流电产生。

(3) 线圈不闭合，就不能构成回路，不会有电流形成。但只要线圈切割磁力线，就一定会产生感生的交流电动势。

4038. 试标出当磁场向顺时针方向匀速旋转时，在磁极间的固定线圈的两边 ab 和 cd 中产生的感生电流方向。如果以图(a)所示时刻开始计时，线圈中产生的正弦交流电的初相为多大？

[解答]当磁场按图示方向旋转时，固定线圈中产生的感生电流方向如图(b)所示。这里要注意，在运用右手定则判断感生电流方向时，大拇指的指向应是导线作切割磁力线运动的方向。本题磁场旋转而线圈不动是以地面为参照物的。线圈和磁场间仍在相对运动，如以磁场为参照物可看作线圈相对于磁场在作逆时针方向转动。这样就可由右手定则判断得出 ab 和 cd 边中的感生电流方向如图(b)所示。

图(a)所示的位置，线圈平面和磁场方向平行，所产生的感生电动势有最大值，即  $e = e_m \sin(\omega t + \phi_0) = e_m$ ，

$$\sin(\omega t + \phi_0) = 1, \text{ 所以 } t = 0, \text{ 初相 } \phi_0 = \frac{\pi}{2}。$$

4039. 某交流发电机正常工作时电动势  $e = e_m \sin \omega t$ 。若将电枢转速提高一

倍，其他条件不变，其电动势变化规律怎样？

[解答]本题初相为零，由于电枢转速  $n$  加倍，角速度 ( $\omega = 2\pi n$ ) 也加倍，电枢切割磁力线的两对边的线速度  $v$  也加倍，所以电动势最大值

也加倍，即  $\varepsilon'_m = 2Blv' = 2Bl \cdot 2v = 2 \cdot 2Blv = 2\varepsilon_m$ ，

电动势的变化规律为  $e' = \varepsilon'_m \sin \omega't = 2\varepsilon_m \sin 2\omega t$ 。

4040. 某绝缘物可以承受 10 千伏的直流电压，它是否能承受 10 千伏的交流电压？为什么？

[解答]不能承受 10 千伏的交流电压。因为这里的 10 千伏交流电压系有效值（通常交流电的数值如果没有特别说明都是指有效值），它的

最大值  $U_m = \sqrt{2}U = 14.1$  千伏，超过了该绝缘物所能承受的最高电压。

4041. 一个线圈的电阻只有几欧，自感系数为 0.6 亨。把线圈接在 50 赫的交流电路中，它的感抗是多大？从感抗和电阻的大小来说明，为什么粗略计算时，可以略去电阻的作用，而认为它是一个纯电感电路。

[解答]该线圈对于 50 赫交流电的感抗可由下式算得

$$X_L = 2\pi fL = 188 \text{ 欧。}$$

由于  $X_L \gg R$ ，所以可以认为是一个纯电感电路。

4042. 在纯电感电路中，

(1)  $u$  和  $i$  的相位差是多少？哪一个超前？若  $i$  的初相为  $(-30^\circ)$ ，问  $u$  的初相是多少？

(2) 什么是感抗？能不能说  $X_L = u/i$ ？感抗和哪些因素有关？

[解答](1) 在纯电感电路中电压的相比电流超前  $90^\circ$ ，即  $u$  和  $i$  的相位差  $\Delta\phi = \phi_{ou} - \phi_{oi} = 90^\circ$ 。若  $\phi_{oi} = -30^\circ$  则  $u$  的初相  $\phi_{ou} = \Delta\phi + \phi_{oi} = 90^\circ + (-30^\circ) = 60^\circ$ 。

(2) 在纯电感电路中，电流和电压成正比，即  $I \propto U$ ，用  $\frac{1}{X_L}$  作比例恒量可写成等式  $I = \frac{1}{X_L} U$ 。式中  $X_L$  相当于  $I = \frac{U}{R}$  中的  $R$ 。所以感抗  $X_L$  表示了电感对交流电的阻碍作用大小。 $X_L$  的大小可用  $X_L = \frac{U}{I}$  来量度。式中

$U$ 、 $I$  分别为电感上电压和电流的有效值。 $X_L \approx \frac{u}{i}$ ，这是因为  $u$  和  $i$  有

$90^\circ$  的相差，同一时刻电压和电流的相位不同，所以  $X_L = \frac{U}{I} \approx \frac{u}{i}$ 。

感抗  $X_L$  的大小跟线圈的自感系数和交流电的频率有关，它们的关系为  $X_L = 2\pi fL$ 。

4043. 在交流电路中，电容器的导电有什么特点？在电子技术中，从某一装置输出的电流里既有交流成分，又有直流成分，但只需要把其中的交流成分输送到下一级装置里去，有什么办法使其中的直流成分分开？画出电路并作简单说明。

[解答]在交流电路中，电荷实际上并没有通过电容器的电介质，只是在交变电压作用下，电容器进行了交替的充电和放电，使电路中形成了电流。所以电容器的充、放电是电容器在交流电路中导电的特点。

利用电容器的“隔直流通交流”的特性采用附图的电路，可将前级输出电流中的直流成分分开，使电流中的交流成分通过电容器输送到下一级装置里去。

4044. 为了充分利用供电设备的容量和减少输电线电能的损失, 为什么必须提高电路的功率因数? 怎样才能提高功率因数? 试根据所学的电学知识对上述问题作简要分析。

[解答]每一供电设备(发电机、变压器)在设计时都有一定的容量, 即一定的额定电压和额定电流的乘积, 也就是它的额定视在功率  $S$ 。根据公式  $P=S\cos\phi$  可知, 有功功率  $P$  和  $\cos\phi$  有关, 功率因数越高, 供电设备的功率被利用得越充分; 反之, 利用率就越低。

另一方面, 如果电压和有功功率一定, 由式子  $I = \frac{P}{U\cos\phi}$  可知, 线

路中的电流  $I$  和  $\cos\phi$  成反比,  $\cos\phi$  越小,  $I$  越大, 线路中由于发热而损耗的电能就越多。同时,  $I$  增大, 电源内部和输电线路的电压损失都要增大, 使用电设备得到的电压降低, 不利于正常工作。

总之, 为了充分利用供电设备的容量和减少输电线电能损失、确保用电设备正常工作必须提高电路的功率因数。

由于用电设备(电动机、变压器、日光灯等)中以感性电路为多, 使电路中的电流的相落后于电压。若在电路两端并联电容器, 由于电容有使电流超前于电压的作用, 它跟电感使电流落后的作用抵消或部分抵消, 最终使电路中电流和电压之间的相差减小, 功率因数  $\cos\phi$  就提高了。所以为了提高电路的功率因数, 在变电所或工厂的配电室里大多装有电容器, 并联在电路中。有些用电设备如日光灯、电风扇也常并联电容器, 以提高用电设备的功率因数。

4045. 附图为一全波整流电路, 正常情况下电压表指示为  $U_0$  伏, 问:

(1) 当 E 点断路时, 输出电压  $U_0$  如何变化?

(2) 当 B 点断路 (E 仍通) 时, 电路工作状态如何?

(3) 如不慎将二极管  $D_2$  的极性接反, 将出现什么现象?

[解答](1) 当 E 点断路时, 电路无输出, 即  $U_0=0$ 。

(2) 当 B 点断路 (E 仍通) 时, 电路变为半波整流 (只有  $D_1$  起整流作用) 电路。

(3) 若  $D_2$  接反, 交流电在负半周 (B 点电势比 A 点高) 时, 电源使  $D_2$ 、 $D_1$  短路。 $D_1$ 、 $D_2$  及变压器都发热甚至烧毁。

4046. 图中变压器副线圈 a、0 间和 b、0 间的交流电压都是 6 伏。当二极管  $D_1$  导通、 $D_2$  截止时, 加在  $D_2$  上的反向电压的最大值大约是多少? 并作简单说明。

[解答]二极管  $D_1$  导通时, 正向电阻很小, 变压器 a 端相当于跟  $D_2$  的负极相连,  $D_2$  的正极又跟变压器的 b 端相连, 变压器的副线圈 a、b

两端的交流电压为 12 伏, 所以  $D_2$  上承受的反向电压最大值是  $12\sqrt{2}$  伏, 即约 17 伏。(由于  $D_1$ 、 $D_2$  在交替导通、截止, 因此当  $D_2$  导通、 $D_1$  截止时,  $D_1$  承受的反向电压最大值也是 17 伏)

4047. 有一桥式整流电路如图所示。试指出当发生下列错误时, 该电路会出现什么现象?

(1) 当二极管  $D_1$  的极性接反时;

(2) 当  $D_1$  和  $D_2$  的极性接反时;

(3) 当  $D_1$  和  $D_3$  的极性接反时;

(4) 当四个二极管的极性全部接反时。

[解答](1) 使交流电源在负半周 (c 点电势比 a 点高) 时  $D_2$ 、 $D_1$  出现短路。 $D_1$ 、 $D_2$  及交流电源 (如变压器) 发热甚至烧毁;

(2) 电路没有输出；

(3) 使交流电源在负半周时经  $D_2$ 、 $D_1$  及  $D_3$ 、 $D_4$  两条支路出现短路。四个二极管及交流电源都发热甚至烧毁；

(4) 电路有输出，但输出端极性反转（E 端为-，F 端为+）。

4048. 图(a)所示的整流滤波电路中，试分析当  $D_1$  和  $D_2$  两只二极管都接反后会有什么现象？

[解答] 为便于分析，把  $D_1$ 、 $D_2$  接反后的错误接法画在图(b)中。

设变压器副线圈的 a 端为正，b 端为负，则  $D_1$ 、 $D_4$  导通， $D_2$ 、 $D_3$  截止，由于  $D_1$ 、 $D_4$  导通时正向电阻很小，变压器副线圈由 a 端流出经  $D_1$ 、 $D_4$  到 b 的电流极大，大大超过  $D_1$ 、 $D_4$  及变压器副线圈所能容许通过的最大电流，导致它们发热烧毁；当 b 正 a 负时， $D_3$ 、 $D_2$  导通，也将导致两管烧毁。总之，这样的错接是不能允许的。

4049. 附图(a)是哪一种整流电路？试用带箭头的虚线在图(b)中画出，当 a 正 b 负时电流的通路并标出电阻 R 两端所获得的直流电压的正、负；对照输入的交流电压  $u_{ab}$ ，在图(c)中画出电阻 R 的电压和电流的波形；如果  $U_{ab}=6$  伏，当二极管截止时所承受的反向电压的最大值大约是多少？

[解答] 附图(a)是全波桥式整流电路。a 正 b 负时电流的通路如图(b)所示，电阻 R 的上端为整流后直流（脉动）电压的正端，下端为负端。 $u_R$  和  $i_R$  的波形如图(c)所示。当 a 正 b 负时二极管  $D_1$ 、 $D_3$  导通， $D_2$ 、 $D_4$  截止，由于  $D_1$ 、 $D_3$  导通时，正向电阻很小， $D_1$ 、 $D_3$  上的电压降也很小，变压器 a 端相当于跟  $D_2$  的负极相连， $D_2$  的正极又跟变压器的 b 端相

连，因为  $U_{ab}=6$  伏，所以  $D_2$  两端承受的反向电压最大值为  $6\sqrt{2}$  伏，即约 8.5 伏。同样， $D_4$  的正极相当于跟变压器的 b 端相连，而  $D_4$  的负极又跟变压器的 a 端相连，所以  $D_4$  两端承受的反向电压最大值也是 8.5 伏。当 b 正 a 负时， $D_2$ 、 $D_4$  导通， $D_1$ 、 $D_3$  截止， $D_1$ 、 $D_3$  所承受的最大反向电压也是 8.5 伏。

4050. 变压器为什么不能改变稳压电源的电压？

[解答] 稳压电源通入变压器的线圈，在变压器的铁芯中不能产生交变的磁通量，副线圈中就不能产生感生电动势，所以变压器不能改变稳压电源的电压。

值得指出的是，由于原线圈对稳恒电流的感抗为零而线圈导线的电阻又很小，当原线圈和稳压电源连接时，线圈中电流将大大超过导线所能容许通过的最大电流，线圈就会发热烧毁，所以切不可将稳压电源接在变压器上。

4051. 在讨论远距离输电问题时，如果从公式  $p = \frac{U^2}{R}$ ，可得出输出电压越高导线上损失功率越大的结论，你认为对吗？为什么？

[解答] 在讨论远距离输电的问题时，首先要弄清楚电路的组成。图中用  $U$  表示输出电压； $U$  表示远方得到的电压； $U_{线}$  表示输电线上的电压降（它是两根导线上的电压降的和）。远距离送电时，输出电压  $U$  越高，在输出功率  $P$  一定的条件下，电路上的电流  $I$  就越小，输电线上的

电压降也越小（ $U_{线} = IR_{线}$ ），按公式  $P_{线} = \frac{U_{线}^2}{R}$  可知导线上损失的功率

也就越小。造成题述错误结论的主要原因是利用这一公式来分析时，没有注意公式中各量必须是对同一部分电路来说的。

4052. 有一台电动机，铭牌上标有“电压 220/380V，接法  $\Delta/Y$ ”字样，现由 380 伏的三相电源供电，问：(1) 定子绕组应采用哪种连接方法？这时每相定子绕组

两端的电压是多少？

(2)右图是通过电动机各相绕组的电流图像。通过每相绕组的电流最大值、有效值和周期各是多少？

(3)若把三相接线中的任意两相对调，对电动机的转动有什么影响？

[解答](1)应采用星形(Y)接法

每相定子绕组两端的电压相等，它们的值

$$U_{\text{相}} = \frac{U_{\text{线}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \text{伏} = 220 \text{伏。}$$

(2)每相绕组的电流最大值相等，都等于  
 $I_m=20$  安。

每相绕组的电流有效值相等，都等于

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 \times 20 \text{安} = 14 \text{安。}$$

每相绕组的电流周期相同，都等于

$$T=0.02 \text{ 秒。}$$

(3)将任意两相的接线对调，电动机的转动方向改变（反转）。

4053. 用星(Y)形接法的发电机对外供电，(1)在照明供电线路中为什么一定要有中性线（即采用三相四线制）？(2)在动力供电中可不用中性线（即采用三相三线制），这是为什么？

[解答](1)在照明电路，由于各种用电器数目、用电时间、消耗功率都是不确定的，使三相负载不平衡，三相电流的和不等于零。所以必须有中性线让电流通过，并使各相负载保持跟发电机相同的相电压，用电器就能正常工作。

这里顺便指出：在中性线里不能装接开关或保险丝。因当开关断开、或当保险丝熔断时，等于没有中性线，负载的相电压就不等于发电机的相电压。负载电阻大的一相，电压将升高，负载就会损坏；负载电阻小的一相，电压就下降，负载就不能工作。

(2)在动力供电中由于三相负载平衡（如三相电动机），三相电流的和（即中性线的电流）为零，中性线就可省去。

4054. 面积为S的矩形线圈在匀强磁场B中以角速度 $\omega$ 匀速转动，若线圈有N匝，试证线圈感生电动势的最大值 $\epsilon_m=nB\omega S$ 。

[证明]设矩形线圈的短边的长度为a，长边的长度为b。图示的六种情况为可能出现的六种不同转动情况，但都是线圈平面和磁力线平行的位置，也即线圈产生感生电动势最大值的瞬时。

对(a)、(d)两种情况，转轴与线圈中心轴重合，所以

$$\epsilon_{m1} = 2NBav_1 = 2NBa \cdot \omega \cdot \frac{b}{2} = NB\omega ab = NB\omega S,$$

$$\epsilon_{m4} = 2NBbv_4 = 2NBb \cdot \omega \cdot \frac{a}{2} = NB\omega ba = NB\omega S。$$

对(b)、(e)两种情况，转轴和线圈的一条边重合，所以

$$\epsilon_{m2} = NBav_2 = NBa \cdot \omega b = NB\omega ab = NB\omega S,$$

$$\epsilon_{m5} = NBbv_5 = NBb \cdot \omega a = NB\omega ba = NB\omega S。$$

对(c)、(f)两种情况，转轴偏离中心轴，设线圈左边离中心轴为r，则

$$\varepsilon_{m3} = NBa \cdot \omega r + NBa \cdot \omega(b-r) = NB\omega ab = NB\omega S_0$$

$$\varepsilon_{m6} = NBb \cdot \omega r + NBb \cdot \omega(a-r) = NB\omega ab = NB\omega S_0$$

所以  $\varepsilon_m = NB \omega S_0$

4055. 如图所示, 在匀强磁场中有一闭合矩形线框 abcd, 以角速度  $\omega$  绕对称轴 OO' 旋转, ab 长为  $l_1$ , ad 长为  $l_2$ , 磁场的磁感应强度为 B, 线框电阻为 R, 起始位置为线框平面和磁场方向垂直. 试证明线框在时刻 t 所受到的磁力矩

$$M = \frac{B^2 l_1^2 l_2^2 \omega \sin^2 \omega t}{R}$$

[证明] 设线框绕轴作逆时针方向的匀速转动[图(a)]. 在时刻 t 线框上的感生电动势的瞬时值

$$\begin{aligned} e &= \varepsilon_m \sin \omega t = 2Bl_2\omega \frac{l_1}{2} \sin \omega t \\ &= Bl_1 l_2 \omega \sin \omega t. \end{aligned}$$

线框中感生电流的瞬时值

$$i = \frac{e}{R} = \frac{Bl_1 l_2 \omega}{R} \sin \omega t.$$

设线框在这一时刻的位置如图(b)所示, ad、bc 边所受的磁场力

$$F_t = Ril_2 = BI_m l_2 \sin \omega t = \frac{B^2 l_1 l_2^2 \omega}{R} \sin \omega t, \text{ 对轴 } OO' \text{ 的力臂 } L_t = \frac{l_1}{2} \sin \omega t,$$

所以线框在任意时刻 t 所受到的磁力矩

$$\begin{aligned} M_t &= 2F_t \cdot L_t \\ &= 2 \times \frac{B^2 l_1 l_2^2 \omega}{R} \sin \omega t \times \frac{l_1}{2} \sin \omega t \\ &= \frac{B^2 l_1^2 l_2^2 \omega}{R} \sin^2 \omega t. \end{aligned}$$

(线框的 ab 边、cd 边在线框转动中虽受磁场力作用, 但对轴 OO' 的力臂始终为零, 力矩也始终为零)

4056. 试证在远距离输电时, 当输电电压升高 n 倍, 则输电线上的功率损失将减小为原来的  $\frac{1}{n^2}$  倍。(假设输送功率一定, 输送距离不变)

[证明] 远距离输电的等效电路如附图所示。

设输送功率为 P, 则输送电流为  $I = \frac{P}{U}$ , 输电线上损失功率为  $P_{\text{线}} = I_{\text{线}}^2 \cdot R_{\text{线}} = I^2 R_{\text{线}}$ 。

如果输电电压  $U' = nU$ , 在输送功率 P 不变时, 输送电流  $I' = \frac{P}{U'} = \frac{P}{nU}$  为原来的  $\frac{1}{n}$ , 输电线上损失的功率  $P'_{\text{线}} = I'^2 R_{\text{线}} = I^2 R_{\text{线}} = \left(\frac{I}{n}\right)^2$

$R_{\text{线}} = \frac{1}{n^2} P$  就为原来的  $\frac{1}{n^2}$ 。由此可见远距离供电必须采取高压送电。

图线和作图题

4057. 图(a)表示一个正弦交流电的图像, 它的电流有效值是 1.41 安, 频率是

25 赫，试在图上标出坐标轴的标度。

[解答] 
$$I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \times 1.41 \text{安} = 2 \text{安},$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25} \text{秒} = 0.04 \text{秒}.$$

将上述量分别标在纵轴和横轴上，如图(b)所示。

4058. 附图是一个按正弦规律变化的交流电的图像。根据图像求出它的周期、角频率、初相、最大值，写出它的瞬时值的表达式。

[解答] 
$$T = 0.2 \text{秒}, \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \pi \text{ 弧度/秒}, \phi_0 = \frac{\pi}{2},$$

$$I_m = 10 \text{安}, i = 10 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{安}.$$

4059. 试根据附图所示的正弦交流电流的图像写出该电流的瞬时值表达式。

[解答] 由图线可知：

交流电流的幅值

$$I_m = 0.2 \text{安},$$

初相  $\phi_0 = -\frac{\pi}{6}$ ， $\left[ \text{因为 } t = 0 \text{ 时}, i = -0.1 \text{安} = -\frac{1}{2} I_m, \text{ 即 } i = I_m \sin\right.$   
 $\left. (\omega t + \phi_0), -\frac{1}{2} I_m = I_m \sin(0 + \phi_0), \sin \phi_0 = -\frac{1}{2}, \text{ 所以 } \phi_0 = -\frac{\pi}{6} \right]$

线圈转过  $\frac{\pi}{6}$  所需的时间  $t = \frac{T}{2\pi} \times \frac{\pi}{6} = \frac{T}{12}$ ，图像描绘的电流

变化时间 0.5 秒 =  $t + T = \frac{T}{12} + T$ ，得交流电流周期  $T = \frac{6}{13}$  秒，频率  $f = \frac{1}{T}$   
 $= \frac{13}{6}$  赫。所以交流电流瞬时值表达式为

$$i = 0.2 \sin\left(2\pi \times \frac{13}{6} t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 0.2 \sin\left(\frac{13\pi}{3} t - \frac{\pi}{6}\right) \text{安}.$$

4060. 正弦交流电压  $u_1$ 、 $u_2$  的图像如下图所示，试从图像找出  $u_1$ 、 $u_2$  的最大值关系，频率关系，初相关系，并写出  $u_1$ 、 $u_2$  的瞬时值表达式。

[解答]  $u_1$  和  $u_2$  的最大值相等，它们的值

$$U_{1m} = U_{2m} = 4 \text{伏},$$

$$u_1 \text{ 的频率 } f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0.02/3} \text{赫} = 150 \text{赫},$$

$$u_2 \text{ 的频率 } f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.02} \text{赫} = 50 \text{赫},$$

可见

$$f_1 = 3f_2$$

$u_1$  的初相  $\phi_{01} = 0$ ， $u_2$  的初相  $\phi_{02} = \pi$  (或  $-\pi$ )。

$u_1$  的瞬时值表达式为  $u_1 = 4\sin(300\pi t)$  伏。

$u_2$  的瞬时值表达式为  $u_2 = 4\sin(100\pi t \pm \pi)$  伏。

4061. 一正弦交流电的频率是50赫, 有效值是5安, 初相是  $-\frac{\pi}{2}$ ,

写出它的瞬时值的表达式, 并且画出它的图像。

[解答] 该交流电流的瞬时值表达式为

$$i = 5\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{安},$$

图像如附图所示。

4062. 如图(a)所示的电枢线圈中产生的交流电动势  $\varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  的图像如图(b)所示。若将线圈的转速增加为原来的两倍,

(1) 在原图线上画出转速增加后的电动势图像;

(2) 写出转速增大后的电动势的瞬时值表达式。

[解答] 由于线圈的转速为原来的两倍, 所以角频率  $\omega'$ 、频率  $f'$ 、感生电动势的最大值  $\varepsilon'_m$  都是原来的两倍。即  $\omega' = 2\omega$ ,  $f' = 2f$ ,  $\varepsilon'_m = 2\varepsilon_m$ ,  $S = B \cdot 2S = 2BS$

$\varepsilon = 2\varepsilon_m \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

(1) 新的感生电动势图像如图(c)所示;

(2) 新的感生电动势的瞬时值表达式为

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon'_m \sin\left(\omega' t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 2\varepsilon_m \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

4063. 试在同一坐标图中, 画出  $i_A$  和  $i_B$  两条正弦交流电流图像。要求是: (1)  $i_A$  与  $i_B$  频率相同; (2)  $i_A$  的最大值是  $i_B$  的两倍; (3)  $i_A$  的相比  $i_B$  超前  $180^\circ$ 。

[解答]  $i_A$ 、 $i_B$  的图像如附图所示。

4064. 求电压  $u_1 = U_m \sin \omega t$  和  $u_2 = U_m \sin\left(\omega t - 120^\circ\right)$  之间的相差, 并画出它们的图像。

[解答] 在国际制单位中角频率  $\omega$  的单位是弧度/秒, 所以  $u_2 = U_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$

, 电压  $u_1$  和  $u_2$  相差为  $\left(\omega t\right) - \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$ , 即  $u_1$  的相比  $u_2$  超前  $\frac{2\pi}{3}$ 。

它们的图像如附图所示

4065. 如果把一交流电压加在一个电容器的两个极板上, 使电容器极板电压  $u_C$  在开始的  $\frac{1}{4}$  周期内从零变到正的最大值, 那么在这  $-\frac{1}{4}$  周期内通过电容器的电流  $i_C$  是怎样变化的? 在同一坐标图中画出这  $-\frac{1}{4}$  周期内的电压、电流图像。

[解答] 第一个  $\frac{1}{4}$  周期内的电容器电压  $u_C$  和电流  $i_C$  的图像如附图所示。

$i_C$  的相比  $u_C$  超前  $90^\circ$ 。

4066. 用双踪示波器可同时观察到加到同一器件上的电压和电流波形, 试根据

图(a)、图(b)和图(c)的图像(实线表示电压,虚线表示电流)来判断这三个器件的类型并简述理由。

[解答]从图(c)可见,电流和电压同相。由于电阻不会使交流电的电压和电流产生相差,因此这个器件是电阻;

图(b)中,电流的相落后于电压。由于电感使交流电的电流的相落后于电压,因此这个器件是电感;

图(a)中,电流的相超前于电压,由于电容使交流电的电流的相超前于电压,因此这个器件是电容。

4067.用示波器观察到的整流器中的如图(a)、图(b)的波形各是什么波形?为什么图(b)的波形要比图(a)的平稳得多?

[解答]图(a)是交流电经半波整流后的电压波形,它是一种脉动直流电;图(b)是图(a)的波形再经电容滤波后的波形。由于滤波元件的作用使图(a)波形中的脉动直流电中的交流成分大部分通过电容器而滤掉,而直流成分和剩下的很少部分的交流成分则通过负载电阻,使最终得到的电压波形平稳得多了。

4068.图(a)是一个二极管整流电路,图(b)是变压器副线圈的电压图象,设正半周时副线圈的a端电势比b端高。

(1)确定负载电阻R上的电流方向和R两端输出的直流(脉动)电压的正、负端;

(2)画出电路工作时通过R的电流波形和R两端的电压波形。如果再在R两端并联一个大容量电容器,画出这时R两端的电压波形。

[解答](1)根据二极管的单向导电性,可知负半周时D导通,通过R的电流方向为b→R→a;R两端输出的电压为单向脉动电压,R的下端为正端,上端为负端。

(2) $i_R, u_R$ 的波形如图(c);并接c后的波形 $U'_R$ 如图(d)。显然经电容滤波后的输出电压平稳得多了。

### 实验题

4069.在有220伏、50赫交流电源的地方,使用一个交流电流表可以测定电容器(耐压在311伏以上)的电容。说明测定的方法和原理。

[参考解答]把电容器和交流电流表串接在交流电源上(接法如图),测出电流强度I,根据 $I = \frac{U}{X_C} = 2\pi fCU$ ,得 $C = I/2\pi fU$ 。

式中I、U都是有效值,交流电流表的读数也是有效值。

由于220伏、50赫交流电的最大值为311伏,所以被测电容器的耐压值必须大于311伏,否则电容器将被击穿。

4070.附图的纵坐标分别代表电压或电流。当把电压u分别加到用电器I、II上,用示波器测得电流图象如图中的 $i_1、i_2$ 两图线。试从电压和电流的相位关系判断这两个用电器是什么类型的用电器?分别写出电压、电流的瞬时值表达式。求出这两个用电器本身的参数(电感、电容或电阻值)。这里设定用电器的电压和电流的正方向都是相同的。

[参考解答]从示波器的波形图可直接读出

$$U_m = 6.28 \text{ 伏}, \quad u = \frac{U_m}{2};$$

$$I_{1m} = 2 \text{ 安}, \quad i_{11} = 0; \quad I_{2m} = 1 \text{ 安}, \quad i_{22} = \dots$$

$$u、i_1 \text{ 和 } i_2 \text{ 是同频率的: } T = 0.2 \text{ 秒}, \quad f = \frac{1}{T} = 5 \text{ 赫},$$

它们的瞬时值表达式分别为

$$u = U_m \sin(\omega t + \phi_{0u}) = 6.28 \sin\left(31.4t + \frac{\pi}{2}\right) \text{伏};$$

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \phi_{0i1}) = 2 \sin 31.4t \text{安};$$

$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \phi_{0i2}) = 1 \sin(31.4t - \frac{\pi}{2}) \text{安}。$$

由  $\phi_{i1} = \phi_{0u} - \phi_{0i1} = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$  可知, 电压U的相比 $i_1$ 超前 $\frac{\pi}{2}$ , 所以用电器I为纯电感型。

其感抗 
$$X_L = \frac{U_m}{I_{1m}} = \frac{6.28}{2} \text{欧} = 3.14 \text{欧},$$

电感 
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{3.14}{2 \times 3.14 \times 5} \text{亨} = 0.1 \text{亨};$$

由  $\phi_{i2} = \phi_{0u} - \phi_{0i2} = \frac{\pi}{2} - \pi = -\frac{\pi}{2}$  可知, 电压u的相比 $i_2$ 落后 $\frac{\pi}{2}$ , 所以用电器II为纯电容型。其容抗  $X_C = \frac{U_m}{I_{2m}} = \frac{6.28}{1} \text{欧} = 6.28 \text{欧},$

电容 
$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5 \times 6.28} \text{法} = 5.071 \times 10^{-3} \text{法}$$

5000微法。

4071. 要制作一个整流器(不带滤波器), 直流电压输出是50伏, 交流电源电压是220伏。

(1) 如果采用半波整流电路, (a) 变压器的原、副线圈的匝数比

$K = \frac{n_1}{n_2}$  应是多少? (b) 选用的二极管在最高反向工作电压这个参

数上有什么要求?

(2) 如果采用全波整流电路, 其他条件不变, 答案如何?

(3) 如果采用全波桥式整流电路, 其他条件不变, 答案又如何?

[参考解答] (1) 当采用半波整流电路时,

(a) 变压器副线圈交流电压

$$U_2 = \frac{U_0}{0.45} = \frac{50}{0.45} \text{伏} = 111 \text{伏}。$$

原、副线圈匝数比

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{111} \approx \frac{2}{1}。$$

(b) 二极管最高反向工作电压

$$U_f = \sqrt{2} U_2 = \sqrt{2} \times 111 \text{伏} = 157 \text{伏}。$$

(2) 当采用全波整流电路时,

(a) 变压器副线圈应有中心抽头, 分成两组, 每组的电压  $U'_2 = \frac{U_0}{0.9}$

$$= \frac{50}{0.9} \text{伏} = 55.6 \text{伏},$$

变压器原、副线圈的匝数比

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{2U'_2} = \frac{220}{2 \times 55.6} = \frac{2}{1}。$$

(这里的  $N_2$  指副线圈的总圈数, 在一半圈数处应抽中心头)

(b) 二极管最高反向工作电压

$$U_f = \sqrt{2} \cdot 2U'_2 = \sqrt{2} \times 2 \times 55.6 \text{ 伏} = 157 \text{ 伏}。$$

(3) 当采用全波桥式整流电路时,

(a) 变压器副线圈电压

$$U_2 = \frac{U_0}{0.9} = \frac{50}{0.9} \text{ 伏} = 55.6 \text{ 伏}，$$

变压器原、副线圈的匝数比

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{55.6} = \frac{4}{1}。$$

两个二极管承受的反向最高电压为  $\sqrt{2}U_2 = \sqrt{2} \times 55.6 = 78 \text{ 伏}$ 。

设每个二极管的性能完全一致, 则每个二极管承受的最大反向电压

$$U_f = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}U_2 = \frac{1}{2} \times 78 \text{ 伏} = 39 \text{ 伏}。$$

4072. 研究变压器输入功率和输出功率关系的实验电路如图所示。

T 为  $\frac{12}{6} \text{ V}$  的降压变压器, L 为 “6V、3W” 的小灯, A、V 都是交流电表

, 且不计电表内阻对电路的影响。当合上电键  $K_1$ 、 $K_2$ , 并使输出电路连接灯泡的数目由零逐个增加时, 每次记下四个电表的读数, 数据见下表。

(1) 分析实验记录数据, 应得出什么结论?

(2) 解释当  $K_2$  断开变压器无输出时,  $A_1$  的读数为什么很小?

连接灯泡数目	输入电路			输出电路		
	$U_1$ (伏)	$I_1$ (安)	$P_1$ (瓦)	$U_2$ (伏)	$I_2$ (安)	$P_2$ (瓦)
空 载	12.0	0.020	0.24	6.0	0	0
1	12.0	0.280	3.36	5.9	0.49	2.9
2	12.0	0.540	6.48	5.8	0.99	5.7
3	12.0	0.760	9.12	5.7	1.43	8.2
4	12.0	0.960	11.52	5.6	1.85	10.4

[参考解答]

(1) 实验数据表明:

(a) 变压器的输入功率  $P_1$  随着输出功率  $P_2$  的增大而增大, 减小而减小。变压器只能传输能量, 不能增生能量;

(b) 变压器的输出功率  $P_2$  总是略小于输入功率  $P_1$ , 说明变压器在传输能量时总有一定的能量损耗。这是因为导线上有电阻要发热, 铁芯也要发热, 又有一部分漏磁也要损耗能量;

(c) 从  $P_2/P_1$  的比值可以说明变压器的效率是很高的, 质量好的变压器, 其效率可高达 95% 以上。

(2) 当变压器副线圈断开时, 原线圈相当于一只带有铁芯的电感线圈, 它的自感系数很大, 产生的自感电动势对电流变化的阻碍作用很大, 所以原线圈电流很

小， $A_1$ 表的读数就很小。

4073. 有一只接在 220 伏电压上的降压变压器，它的原、副线圈的标记已经不清，匝数也不知，请用一个简单办法来判断原、副线圈并测出它们的匝数。（回答时要简述应用的原理和注意事项）

[参考解答] 在不计变压器的能量损耗时，变压器工作时原线圈和副线圈中的电流强度跟线圈的匝数成反比，变压器的高压线圈匝数多而通过电流小，绕制的导线较细；低压线圈匝数少而通过的电流大。绕制的导线较粗。本题是一个降压变压器，细导线绕制的线圈是原线圈，粗导线绕的是副线圈。

利用变压器原、副线圈的端电压比等于线圈的匝数比的关系，可以取一段绝缘细导线在变压器线包和铁芯的空隙中仿照绕几匝作为一个匝数  $n'$  已知的新的副线圈，将原线圈接上 220 伏电压，用万用电表的交流电压档测出这个新的副线圈的两端的电压  $U'$ ，算出  $n'/U'$  的数值，就是这个变压器相当于改变每伏电压所需绕制的匝数。只要再量得原、副线圈两端的电压  $U_1$ 、 $U_2$  就可分别按下列式子算出原、副线圈的匝数  $n_1$ 、 $n_2$ 。

$$n_1 = \frac{n'}{U'} \cdot U_1,$$
$$n_2 = \frac{n'}{U'} \cdot U_2.$$

实验时要注意安全，不要触电。用绝缘导线绕几圈作为新副线圈时，千万不能弄破绝缘层：如果与铁芯短路将会造成触电事故；如果这几匝导线本身短路，会使原线圈电流急骤增强，原线圈的导线又很细，变压器会很快发热烧毁。在变压器线包和铁芯的空隙中尽可能多绕几圈绝缘导线，这样测得的电压可以大一些，读数就比较准确，算得的结果也相应地比较准确。

4074. 在闭合的长方形可拆铁芯上套着两个线圈，如图所示。线圈 A 可接 6 伏特电压。今有直流电流表两只，滑线变阻器两只，6 伏交流电源和 6 伏直流电源各一个，交流电压表和直流电压表各一只，另有足量的绝缘良好的漆包铜丝和绝缘纸。设上列各个电表的量程能满足测量需要，

- (1) 为要测定图中两个线圈的匝数，应从上述器材中选取哪些器材？
- (2) 简述实验原理；
- (3) 写出实验步骤；
- (4) 列出两个线圈匝数的计算式。

[参考解答]

(1) 所需的实验器材为：6 伏交流电源一个，交流电压表一只，漆包铜丝若干和绝缘纸若干；

(2) 实验原理：变压器能改变交流电压且变压器原、副线圈的端电压的比等于该两线圈的匝数比；

(3) 实验步骤

将变压器的铁芯横条拆开，在线框 B 上面的铁芯外面用绝缘纸做一线框再在线框上用绝缘良好的漆包线密绕  $n'$  匝（一般可绕数十匝），并把出线端的外漆刮去，最后重新装好铁芯；

将 A 接上 6 伏交流电源，用交流电压表依次测出 A、B 及新绕的线圈的端电压： $U_1$ 、 $U_2$  和  $U'$ ；

拆除实验电路，将变压器恢复原状；

线圈匝数的计算式

$$n_1 = \frac{n'}{U'} \cdot U_1,$$

$$n_2 = \frac{n'}{U'} \cdot U_2。$$

### 电磁振荡 电磁波

#### 填充题

4075. 图是 LC 振荡回路中，振荡电流在一个周期内的图像。试指出

(1) 在  $0 \sim T/4$  内：电容器放电，电场能由最大变为零，线圈中的磁场能由零变为最大；

(2) 在  $T/4 \sim T/2$  内：电容器充电，电场能由零变为最大，线圈中磁场能由最大变为零。

4076. 在线圈 L 和可变电容组成的振荡电路中，线圈的电感量可以从 4 毫亨变到 0.1 亨，电容器的电容量可从 3.6 皮法变到 90 皮法。那么这个振荡电路的最高频率为 1327 千赫；最低频率为 53 千赫。

4077. 超外差式收音机中的中频变压器由 LC 电路组成，谐振频率是 465 千赫。已知电容器的电容量为 200 皮法，则线圈的电感量为 0.59 毫亨。

4078. 电磁波在传播过程中，每处的电场方向和磁场方向总是相互垂直，并和该处的电磁波的传播方向垂直，这说明电磁波是一种横波。

4079. 麦克斯韦的电磁场理论指出，电磁波是一种横波；任何电磁波在真空中的传播速度是  $3 \times 10^8$  米/秒。

4080. 从地球向太阳发出电磁波。从发出到反射回来共需约 1000 秒钟，则可算得地球到太阳的平均距离大约为  $1.5 \times 10^{11}$  米。

4081. 波长为 200 米的电磁波的频率是 1500 千赫。波长为 300 米的电磁波完成一次全振荡所需要的时间为 1 微秒。

4082. 标准信号发生器能产生确定振幅和频率的正弦电磁振荡。它的频带可以从 100 千赫到 30 兆赫，则它的波长范围是 3000~10 米。

4083. 无线电的毫米波段是 1~10 毫米，其频率范围是 300 千赫~30 千兆赫。

4084. 能够产生振荡电流的电路是振荡电路。最简单的振荡电路是 LC 回路。为了使振荡电路有效地向空间辐射能量，必须采用开放电路，电磁振荡的频率越高，向外辐射能量的本领就越大。

4085. 无线电波的传播方式大致可分为地波，天波和直线传播三种。电视的传播方式是直线传播；短波电台的传播方式是天波；中波电台的传播方式是地波和天波。

4086. 某三波段收音机的调谐回路采用附图所示的电路，则波段开关 K 跟触点 3 接通时，所接收的电台波长最短。

4087. 中波收音机的频率接收范围为 535 千赫到 1605 千赫，其调谐电路的可变电容器的最大电容量和最小电容量的比为 9:1。

4088. 接收机调谐电路的可变电容器的变化范围从 C 到 9C，如果接收机所能接收的最短波长是 200 米，则它能接收的最长波长为 600 米。

4089. 将收音机调谐电路中的可变电容器的动片向定片全部旋入时，其电容量为 270 皮法，这时接收的电磁波的频率是 520 千赫。当动片全部旋出时电容量为 30 皮法，它所能接收的电磁波的频率为 1560 千赫。

4090. 接收机电路调谐在波长为 5 米时，调谐电容器的电容量是 20 皮法；当接收波长为 10 米的电磁波时，调谐电容器的电容量为 80 皮法。

4091 . 一台收音机可接收中波、短波两个波段的无线电波。打开该收音机后盖，在磁棒上能看到两组线圈。其中细线密绕的一组线圈属于中波段的接收线圈；粗线疏绕的一组线圈属于短波段的接收线圈。

4092 . 图中元件  $L_1C_1$  的作用是调谐； $L_2$  的作用是感应高频信号；D 的作用是检波； $C_2$  的作用是高频旁路。

#### 选择题

4093 . 在 LC 振荡电路中下列哪种说法是正确的？

- (a) 在电容器两极板间的电压最大时，电流也最大；
- (b) 当电容器放电结束时，电流最大，两极板间的电压最小；
- (c) 电场能和磁场能的和保持不变，因为电路不向外辐射能量；
- (d) 在一个振荡周期内，对电容器来说，充、放电各一次。

答(b)

4094 . 在 LC 振荡电路中，当电容器放电完毕的瞬间，下列哪些说法是正确的？

- (a) 电路里的电流达到最大值；
- (b) 电路里的电流减小到零；
- (c) 电容器极板上已经没有电荷；
- (d) 电容器极板上的电荷达到最大值；
- (e) 电路里的电场能全部转变为磁场能；
- (f) 电路里的磁场能全部转变为电场能。

答(a)、(c)、(e)

4095 . 要想增大 LC 振荡电路的频率，下述哪些方法是正确的？

- (a) 增大电容器极板的相对面积；
- (b) 减少电感线圈的匝数；
- (c) 线圈中放入磁棒；
- (d) 升高电容器的充电电压；
- (e) 增大电容器极板间的距离；
- (f) 同时减少线圈的圈数和增大电容器极板间的距离。

答(b)、(e)、(f)

4096 . 有一个 LC 振荡电路，当在电感线圈中插入高导磁磁芯时，将

- (a) 减小振荡电流的周期；
- (b) 减小振荡电流的频率；
- (c) 减小电磁波的发射功率；
- (d) 减小电磁波的传播速度。

答(b)

4097 . 有一个 LC 振荡电路，当减小电容器 C 的电容量时，将

- (a) 增大振荡电流的周期；
- (b) 增大振荡电流的频率；
- (c) 增大电磁波发射的功率；
- (d) 增大电磁波的传播速度。

答(b)

4098 . 在一个固有频率为  $f$  的振荡电路里，如果将电容器的电容量减小一半，则它的振荡频率将变为

$$(\alpha) \frac{\phi}{2};$$

$$(c) 2f;$$

$$(b) \frac{\sqrt{2}}{2} f;$$

$$(d) \sqrt{2} f.$$

答(d)

4099. 下列几种说法中, 哪一种是正确的:

- (a) 在电场的周围空间一定产生磁场;
- (b) 任何变化的电场一定在其周围空间产生变化的磁场;
- (c) 均匀变化的电场在周围空间产生变化的磁场;
- (d) 振荡电场在周围空间产生同样频率的振荡磁场。

答(d)

4100. 关于电磁振荡和电磁波, 下述哪些叙述是正确的?

- (a) 当 LC 电路中有振荡电流时, 电路中就发生了电磁振荡;
- (b) LC 电路中电场能和磁场能的周期性交替变化叫电磁振荡;
- (c) 只要空间某处的电场或磁场发生了变化, 就会在其周围产生电磁振荡;
- (d) 电磁振荡在空间里的传播叫电磁波;
- (e) 电磁波的频率越高, 传播的速度越大。

答(a)、(b)、(d)

4101. 一电磁波自西向东, 沿水平方向传播, 其电场方向和磁场方向可如下述

- (a) 电场向上, 磁场向上;
- (b) 电场向上, 磁场向下;
- (c) 电场向南, 磁场向东;
- (d) 电场向北, 磁场向上;
- (e) 电场向下, 磁场向北。
- (f) 电场向东, 磁场向西。

答(d)、(e)

4102. 真空中电磁波都具有相同的

- (a) 频率;
- (b) 波长;
- (c) 波速;
- (d) 能量。

答(c)

4103. 无线电波跟光波的不同在于无线电波

- (a) 不能发生反射;
- (b) 不能通过真空;
- (c) 具有较长的波长;
- (d) 具有较低的速度。

答(e)

4104. 对于声波、电磁波和光波, 以下哪些说法是正确的?

- (a) 它们在真空中都能够传播;
- (b) 它们都能发生反射;
- (c) 它们都能产生干涉;
- (d) 它们都是本质上相同的波;
- (e) 它们的频率不同。

答(b)、(c)、(e)

4105. 关于电磁波在真空中的传播速度, 下列哪种说法是正确的?

- (a) 频率越高, 传播速度越大;
- (b) 波长越长, 传播速度越大;

- (c)电磁波的能量越大,传播速度越大;  
(d)频率、波长、强弱都不影响电磁波的传播速度。

答(d)

4106. 某 LC 振荡电路能产生波长为  $\lambda$  的电磁波。当在电容器两极板间充满介电常数为 4 的电介质时, 振荡电路产生的电磁波的波长为  $\lambda'$ , 则  $\lambda$  和  $\lambda'$  的比为

- (a)1:4; (b)1:2;  
(c)4:1; (d)2:1。

答(b)

4107. 对微波来说, 下面哪种说法是错误的?

- (a)微波具有直线传播的特性;  
(b)微波不能被电离层反射;  
(c)微波具有极高的频率;  
(d)微波在地球表面上传播的距离最远。

答(d)

4108. 为了使需要传递的信息(如声音、图像等)载在电磁波上发射到远方, 必须对振荡电流进行

- (a)调谐; (b)放大;  
(c)调制; (d)检波。

答(c)

4109. 使接收电路产生电谐振的过程叫做

- (a)调幅; (b)调频;  
(c)调谐; (d)检波。

答(c)

4110. 把经过调制的高频电流转变为调制信号电流的过程叫做

- (a)调幅; (b)调频;  
(c)调谐; (d)检波。

答(d)

4111. 调整接收回路时, 可变电容器的动片从全部旋入到完全旋出仍接收不到该波段的某较高频率的电台信号。为收到该电台信号, 则应

- (a)加大电源电压;  
(b)减小电源电压;  
(c)增加谐振线圈的圈数;  
(d)减小谐振线圈的圈数。

答(d)

4112. 如果收音机调谐电路中是采用改变电容的方式来改变回路固有频率的。当接收的电磁波的最长波长是最短的波长的三倍时, 则电容器的最大电容量和最小电容量的比为

- (a)3:1; (b)9:1;  
(c)1:3; (d)1:9。

答(b)

4113. 收音机正在收听 700 千赫的电台播音, 为了改收 1400 千赫的电台, 应调节收音机调谐回路的

- (a)可变电容器, 使电容量减小到原来的  $1/2$ ;  
(b)可变电容器, 使电容量减小到原来的  $1/4$ ;

- (c) 可变电容器, 使电容量增大到原来的 2 倍;  
 (d) 可变电容器, 使电容量增大到原来的 4 倍。

答(b)

4114. 一台无线电接收机, 应接收频率为 535 千赫的信号时, 调谐回路里电容器的电容是 360 皮法。如果调谐回路里的电感线圈保持不变, 要接收频率为 1605 千赫的信号时, 调谐回路里电容器的电容应改变为

- (a) 40 皮法; (b) 120 皮法;  
 (c) 1080 皮法; (d) 3240 皮法。

选(a)

4115. 一台直放式收音机, 除了接收天线和扬声器外, 至少还必须具备下列哪几个单元电路?

- (a) 调谐电路; (b) 调制电路;  
 (c) 振荡电路; (d) 检波电路;  
 (e) 放大电路。

答(a)、(d)、(e)

### 计算题

4116. 在一个 LC 振荡电路中, 电流  $i$  随时间而变化的规律为  $i=0.01\sin 1000t$  安, 已知电容器的电容量为 20 微法, 求电感线圈的电感量。

[解答] 由式  $i=0.01\sin 1000t$  安,  
 得  $\omega=1000$  弧度/秒;

$$T = \frac{2}{\omega} = \frac{2}{1000} \text{ 秒} = 2 \times 10^{-3} \text{ 秒}。$$

由公式  $T = 2\sqrt{LC}$ ,  
 得线圈的电感量

$$L = \frac{T^2}{4C} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4 \times 20 \times 10^{-6}} \text{ 亨} = 0.05 \text{ 亨}。$$

4117. 如图所示的振荡电路中,  $C$  为可变电容器, 线圈  $L_1$  的自感系数为 300 微亨。试求: (1) 当电键  $K$  接“1”时, 要使振荡频率为 535~1605 千赫, 可变电容器电容的范围; (2) 如果  $L_2$  为 30 微亨,  $K$  接“2”时振荡电路的频率范围。

[解答](1) 由  $f = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$  (1)

得  $C = \frac{1}{4f^2L}$ 。

当  $f_1=1605$  千赫时, 可变电容器电容的最小值

$$C_1 = \frac{1}{4f_1^2L_1} = \frac{1}{4 \times 3.14^2 \times (1605 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}} \text{ 法} \\ = 3.28 \times 10^{-11} \text{ 法} = 32.8 \text{ 皮法}。$$

当  $f_2=535$  千赫时, 可变电容器电容的最大值

$$C_2 = \frac{1}{4f_2^2L_1} = \frac{1}{4 \times 3.14^2 \times (535 \times 10^3)^2 \times 300 \times 10^{-6}} \text{ 法} \\ = 295.3 \text{ 皮法}。$$

即可变电容器的电容范围为 295.3~32.8 皮法。

(2)当K接“2”时， $L_2C$ 回路振荡的最高频率

$$f'_1 = \frac{1}{2\sqrt{L_2C_1}} \quad (2)$$

(1)式除以(2)式，得

$$\frac{f'_1}{f_1} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}, f'_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \cdot f_1 = \sqrt{\frac{300}{30}} \times 1065 \text{千赫} = 5075 \text{千赫}。$$

同理，
$$\frac{f'_2}{f_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}},$$

得最低频率 
$$f'_2 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \cdot f_2 = \sqrt{\frac{300}{30}} \times 535 \text{千赫} = 1692 \text{千赫}。$$

所以  $L_2C$  回路振荡频率的范围为 1692~5075 千赫。

4118. 如图(a)、(b)所示的两个振荡电路的振荡频率各是多少？(用图中标的已知值  $L$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  来表示)

[解答]图(a)的电路可画成图(c)所示的等效电路。 $C'$ 为图(a)中  $C_1$

、 $C_2$  串联后的等效电容。
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

得 
$$C' = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2},$$

所以图(a)电路的振荡频率

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC'}} = \frac{1}{2\sqrt{L\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}}}。$$

图(b)的等效电路如图(d)。 $C''$ 为图(b)中  $C_1$ 、 $C_2$  并联后的等效电容。

$$C'' = C_1 + C_2,$$

所以图(b)电路的振荡频率

$$f_2 = \frac{1}{2\sqrt{LC''}} = \frac{1}{2\sqrt{L(C_1 + C_2)}}。$$

4119. 有一个电感量为  $L$  的线圈和两个电容量分别为  $C_1$ 、 $C_2$  的电容器。它们可组合成几种 LC 振荡电路？画出电路并分别计算振荡频率。

[解答]可组成四种电路，如图(a)、(b)、(c)、(d)所示。

图(a)电路中的振荡频率

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC_1}}。$$

图(b)电路中的振荡频率

$$f_2 = \frac{1}{2\sqrt{LC_2}}。$$

图(c)电路中的振荡频率

$$f_3 = \frac{1}{2\sqrt{L(C_1 + C_2)}}。$$

图(d)电路中的振荡频率

$$f_4 = \frac{1}{2 \sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}。$$

4120. 在图示的电路中，线圈的电感  $L=10$  毫亨，电容器的电容  $C_1=880$  皮法，微调电容器的电容  $C_2=20$  皮法。试求振荡电路的固有频率  $f$ 、周期  $T$  及电路所辐射的波长。

[解答] 振荡电路的频率

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \sqrt{L(C_1 + C_2)}} \\ &= \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{10 \times 10^{-3} \times (880 + 20) \times 10^{-12}}} \text{赫} \\ &= 53.1 \times 10^3 \text{赫} = 53.1 \text{千赫}; \end{aligned}$$

$$\text{周期} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{53.1 \times 10^3} \text{秒} = 1.88 \times 10^{-5} \text{秒} = 18.8 \text{微秒};$$

$$\text{波长} \quad = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{53.1 \times 10^3} \text{米} = 5649.7 \text{米}。$$

4121. 振荡电路中，电容器的电容  $C=10$  微法，电路的振荡频率从  $f_1=400$  赫变到  $f_2=500$  赫。问电路中线圈的电感在怎样的范围内变化？

[解答] 振荡电路的固有频率

$$f_1 = \frac{1}{2 \sqrt{L_1 C}}, \quad f_2 = \frac{1}{2 \sqrt{L_2 C}}。$$

由此得到线圈的电感  $L_1$  和  $L_2$  的值，

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{4 \cdot C f_1^2} \\ &= \frac{1}{4 \times 3.14^2 \times 10 \times 10^{-6} \times 400^2} \text{亨} \\ &= 15.8 \times 10^{-3} \text{亨} = 15.8 \text{毫亨}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= \frac{1}{4 \cdot C f_2^2} \\ &= \frac{1}{4 \times 3.14^2 \times 10 \times 10^{-6} \times 500^2} \text{亨} \\ &= 10.1 \times 10^{-3} \text{亨} = 10.1 \text{毫亨}。 \end{aligned}$$

所以电路中线圈的电感变化范围是 15.8 毫亨到 10.1 毫亨。

4122. 为了防止振荡器的振荡电路发生短路（由于可变电容器极板间的偶然接触），可与可变电容器串联一个固定电容器，它的电容量比可变电容器的电容量大得多。已知未接固定电容器前的可变电容器的最大电容是  $C_1$ ，对应的频率是  $f_1$ 。接入固定电容器的电容  $C_2=nC_1$ ，其中  $n=50$ 。固定电容器接入后和接入前的振荡频率之比等于多少？

[解答] 串联入固定电容器  $C_2$  后的电路如图所示。

接入  $C_2$  前的最低振荡频率

$$f_1 = \frac{1}{2 \sqrt{LC_1}},$$

串接  $C_2$  后的最低振荡频率

$$f_2 = \frac{1}{2 \sqrt{L \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}。$$

两者之比  $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}} = \sqrt{1 + \frac{C_1}{C_2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = 1.01。$

当  $n$  足够大,  $f_2 \approx f_1$ , 可见串接入  $C_2$  对原电路振荡频率基本没有影响。

4123. 如果回旋加速器的高频电源是一个 LC 振荡器, 加速器的磁感应强度为  $B$ , 被加速的粒子电量为  $q$ 、质量为  $m$ , 那末 LC 振荡电路中电感  $L$  和电容  $C$  的乘积应为何值?

[解答] 带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的周期  $T = 2\pi m/qB$ 。

回旋加速器两个 D 形盒上所接的高频电源的频率

$$f = \frac{1}{T} = qB/2\pi m。$$

当高频电源是一个 LC 振荡器时, LC 振荡电路的频率

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}。$$

由

$$\frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{qB}{2\pi m},$$

得 LC 振荡电路中 LC 的乘积

$$LC = \frac{m^2}{q^2 B^2}。$$

4124. 有一个遥控发射机的 LC 振荡电路。已知  $L=1$  微亨,  $C=30$  皮法, 求它发射的电磁波的波长。

[解答] 由公式  $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$ ,  $\lambda = \frac{c}{f}$ ,

得  $\lambda = c \cdot 2\pi \sqrt{LC} = 3 \times 10^8 \times 2 \times 3.14 \sqrt{1 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^{-12}}$  米  
 $= 10.3$  米

4125. 在下图刻度盘划线处填上适当数字

[解答] 由公式  $f = \frac{c}{\lambda}$ 、 $\lambda = \frac{c}{f}$  可分别求得对应于波长为 40 米的电磁

波频率为 7.5 兆周, 对应于频率为 2.5 兆周、18 兆周的电磁波的波长为 120 米和 16.7 米。将上述结果填在相对应的刻度上如下图所示。

4126. 在 LC 振荡电路中, 如果  $C=100$  皮法, 要发出波长为 30 米的电磁波, 问应采用多大电感的电感线圈?

[解答] 由公式  $f = \frac{c}{\lambda}$ 、 $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$ ,

得  $L = \frac{c^2}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{30^2}{4 \times 3.14^2 \times (3 \times 10^8)^2 \times 100 \times 10^{-12}}$  亨

$$=2.5 \times 10^{-6} \text{ 亨} = 2.5 \text{ 微亨}。$$

4127. 电感线圈中的电流在  $t=0.6$  秒内的变化为  $I=1$  安，线圈产生的感生电动势为  $\mathcal{E}=6$  毫伏，求由该线圈和电容  $C=14400$  皮法的电容器组成振荡电路所辐射的无线电波长是多少？

[解答]由公式  $\mathcal{E} = L \frac{I}{t}$ ，

得线圈的自感系数

$$L = \mathcal{E} / \frac{I}{t} = 6 \times 10^{-2} / \frac{1}{0.6} \text{ 亨} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ 亨}。$$

LC 电路的振荡频率

$$f = \frac{1}{2\sqrt{LC}}。$$

波长  $\lambda = \frac{c}{f} = 2\sqrt{LC}$

$$= 2 \times 3.14 \times 3 \times 10^8 \sqrt{3.6 \times 10^{-3} \times 14400 \times 10^{-12}} \text{ 米}$$

$$= 13564.8 \text{ 米}。$$

4128. 从地球向月球发射电磁波，经过多长时间才能在地球上接收到反射回来的电磁波？（地球到月球的距离为 384000 千米）

[解答]电磁波在真空中传播速度

$$c=3 \times 10^8 \text{ 米/秒}。$$

从地球向月球发射电磁波再被月球反射回来所需时间

$$t = \frac{2s}{c} = \frac{2 \times 384000 \times 10^3}{3 \times 10^8} \text{ 秒} = 2.56 \text{ 秒}。$$

4129. 我国第一颗人造地球卫星采用 20.009 兆赫和 19.995 兆赫的频率发送无线电信号。试求这两种频率的电磁波的波长？

[解答]由公式  $c=f\lambda$ ，

得  $\lambda = \frac{c}{f}。$

频率为 20.009 兆赫的电磁波的波长

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3 \times 10^8}{20.009 \times 10^6} \text{ 米} = 14.993 \text{ 米}。$$

频率为 19.995 兆赫的电磁波的波长

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{3 \times 10^8}{19.995 \times 10^6} \text{ 米} = 15.004 \text{ 米}。$$

4130. 一般收音机的中波波段接收波长范围由 560.7 米到 186.9 米，它接收的频率范围是多少？

[解答]由公式  $c=f\lambda$ ，

得  $f = \frac{c}{\lambda}。$

波长为 560.7 米的电磁波，其频率

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \times 10^8}{560.7} \text{ 赫} = 535045 \text{ 赫} = 535 \text{ 千赫}，$$

波长为 186.9 米的电磁波，其频率

$$f_2 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{186.9} \text{ 赫} = 1605136 \text{ 赫} = 1605 \text{ 千赫}。$$

所以收音机中波段的频率范围为 535 千赫到 1605 千赫。

4131. 在  $L_1C_1$  振荡回路中，如果  $C_1=100$  皮法，要产生波长为 30 米的短波， $L_1$  的电感量为多大？在  $L_1C_1$  回路的附近有一个  $L_2C_2$  回路，已知  $L_2=16$  微亨，用什么方法能使  $L_2C_2$  回路跟  $L_1C_1$  回路发生电谐振？这时  $C_2$  为多大？谐振频率为多少？

[解答]由  $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}}$ ，  $\lambda = \frac{c}{f_1}$ ，

得  $L_1 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2C} = \frac{30^2}{4 \times 3.14^2 \times (3 \times 10^8)^2 \times 100 \times 10^{-12}} \text{ 亨}$   
 $= 2.54 \times 10^{-6} \text{ 亨} = 2.54 \text{ 微亨}。$

调节  $C_2$ ，当  $L_2C_2$  回路的谐振频率  $f_2$  和振荡回路  $L_1C_1$  的振荡频率  $f_1$  相等时，就可使  $L_2C_2$  回路跟  $L_1C_1$  回路发生电谐振。

$$f_1 = f_2, \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}},$$

$$L_1C_1 = L_2C_2, C_2 = \frac{L_1C_1}{L_2} = \frac{2.54}{16} \times 100 \text{ 皮法} = 15.9 \text{ 皮法}。$$

因为振荡频率  $f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{30} \text{ 赫} = 10^7 \text{ 赫} = 10 \text{ 兆周}。$

所以谐振频率  $f_2=f_1=10$  兆周

4132. 某收音机调谐电路中的可变电容器的电容为 360 皮法时，接收到波长为 600 米的电台信号。如果要接收波长为 200 米的电台信号，应将可变电容器的电容调整为何值？

[解答] 收音机调谐电路的频率由公式

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

决定。

线圈的电感量  $L$  是固定的，收音机两次所能接收到的频率比

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}。$$

再根据公式  $C = \frac{c}{f}$  可得

$$\frac{1}{f_2} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}。$$

所以接收波长为 200 米的电台时，可变电容器的电容值

$$C_2 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 C_1 = \left(\frac{200}{600}\right)^2 \times 360 \text{ 皮法} = 40 \text{ 皮法}。$$

4133. 收音机的调谐电路的可变电容器原来调谐在 9 兆赫的电台上，今欲调谐到波长为 50 米的电台，试问收音机调谐电路的可变电容器应怎样调节？

[解答] 设收音机接收频率  $f_1=9 \times 10^6$  赫电台时, 可变电容的电容量为  $C_1$ ; 接收波长  $\lambda_2=50$  米电台时, 可变电容的电容量为  $C_2$ 。

由公式 
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$
, 得 
$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = \left(\frac{c}{2f_1}\right)^2 = \left(\frac{50 \times 9 \times 10^6}{3 \times 10^8}\right)^2 = 2.25。$$

即可变电容器电容量应调节到是原先的 2.25 倍就可。

4134. 振荡电路中, 电容器的电容  $C_1=10$  微法, 当频率  $f_1=400$  赫时发生共振。跟电容器  $C_1$  并联另一个电容器  $C_2$  时, 共振频率变成  $f_2=100$  赫。试求电容  $C_2$ 。

[解答] 按题意两个电路的振荡频率分别为

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC_1}},$$

$$f_2 = \frac{1}{2\sqrt{L(C_1+C_2)}}。$$

由此得到

$$C_2 = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} \cdot C_1 = \frac{400^2 - 100^2}{100^2} \times 10 \text{ 微法} = 150 \text{ 微法}。$$

4135. 在下图所示的电路中,  $C_1=200$  皮法,  $L_1=40$  微亨,  $L_2=160$  微亨, 用什么方法才能使回路 2 和回路 1 发生电谐振? 发生电谐振的频率是多少?

[解答] 两个振荡电路的电谐振条件是  $f_1=f_2$ , 即两振荡电路的固有频率要相同。根据  $f = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$ ,

有 
$$\frac{1}{2\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\sqrt{L_2C_2}},$$

即改变回路 2 中的可变电容  $C_2$ , 使  $C_2$  的值满足上式, 两回路便发生电谐振。

$$C_2 = \frac{L_1}{L_2} \cdot C_1 = \frac{40}{160} \times 200 \text{ 皮法} = 50 \text{ 皮法}。$$

电谐振时的频率

$$f = \frac{1}{2\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{40 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^{-12}}} \text{ 赫} = 1.78 \times 10^6 \text{ 赫} = 1.78 \text{ 兆赫}。$$

### 说理和论证题

4136. 下述说法是否正确?

在 LC 振荡电路中:

(1) 当充电的电容器放电时, 由于放电消耗, 电容器极板上的电荷越来越少, 因此放电电流越来越小;

(2)建立了磁场的线圈要向电容器充电，由于电容器极板上的电荷越积越多，所以充电电流也越来越小。

[解答](1)不正确；(2)正确。

4137. 为什么用示波器观察到的 LC 回路的振荡电流波形如图(a)所示？用什么办法才能得到如图(b)的等幅振荡？图(c)的波形跟图(b)有什么不同？这需要改变回路中的哪个量？

[解答]图(a)是一种阻尼振荡。振荡电流振幅减弱的原因：(1)振荡回路存在电阻，使一部分能量转变为内能；(2)有一部分能量辐射到周围空间。

用振荡器可以产生等幅振荡，振荡器可以周期性地把电源能量补充给振荡回路，以补偿能量的损耗。

图(c)与图(b)都是等幅振荡，但图(c)的振荡频率高，这可以改变 LC 回路中 L 和 C 的数值达到，使线圈的电感量 L 减小或使电容器的电容 C 减小或使两者同时减小都可使振荡频率增高。

4138. 把 LC 回路产生的电磁振荡，跟已学过的弹簧振子的简谐振动相比较，说明它们类似的地方。

[解答]它们的类似地方，见下表。

LC 电路	弹簧振子
电感 L	振子质量 m
电容 C	弹簧振子倔强系数的倒数，即 $1/k$
用电源给电容器充电，使 LC 电路中具有一定的能量。	外力把振子拉离平衡位置，使弹簧振子具有一定的能量。
电荷 q	振子位移 x
电流 i	振子速度 v
电容器的电场能	弹簧振子的弹性势能
线圈的磁场能	弹簧振子的动能
周期 $T = 2\sqrt{LC}$	周期 $T = 2\sqrt{\frac{m}{k}}$

4139. 用条形磁铁插入一只塑料圆环的过程中，塑料圆环中有没有电流产生？有没有电场产生？

[解答]根据麦克斯韦的电磁场理论：变化的磁场在周围空间产生电场……。因此当条形磁铁插入塑料圆环的过程中，在磁场周围的空间有电场产生。一般说来条形磁铁在插入圆环过程中，磁场的变化是不均匀的，所以产生的电场也是变化的。

由于塑料圆环是一个绝缘体，因此在圆环中不会产生感生电流。

4140. 在将始终连接在电池组上的电容器两极板间距离增大一些的过程中，电容器两极板间是否有磁场产生？为什么？

[解答]根据麦克斯韦的电磁场理论，在将电容器两极板的距离增大一些的过程中，由于电容器始终和电池组连接，电压保持不变，电容器极板间的电场减弱，电场发生了变化，所以两极板间有磁场产生。一般说来，在极板距离增大的过程中，电场的变化是不均匀的，所以产生的磁场也是变化的。

4141. 指出使振荡电路有效地向周围空间辐射电磁波的两条措施。

[解答] (1) 开放电路；(2) 提高振荡频率。

4142. 收音机由收听中央人民广播电台（1000 千赫）改收某地人民广播电台（792 千赫），调谐电路的可变电容器动片是向定片旋进些还是旋出些？为什么？

[解答] 将该收音机调谐电容器的动片向定片适当旋进些就可收到 792 千赫当地人民电台的广播。

收音机的调谐电路由 LC 电路组成。其中电感 L 是固定的，电容 C 采用可变电容器。调谐电路的固有频率由 L、C 决定，即  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

。在 L 不变的条件下，要使调谐电路与外来较低频率（792 千赫）的电磁波发生电谐振，只有增大电容量 C、使固有频率降低到和 792 千赫相同时才能达到，所以可变电容器的动片要向定片适当旋进些。

4143. 在自制线圈的收音机中，往往调谐电路的频率和刻度盘上的频率不完全一致。如果在刻度 800 千赫的位置上收听到的是 640 千赫的节目，试问线圈匝数太多还是太少？应如何调整？

[解答] 收音机调谐回路的线圈是固定的，电容是可变的，改变其电容就可改变 LC 调谐电路的固有频率以跟不同的外来电台谐振，达到选台的目的。收音机的刻度是根据可变电容旋转的角度来分度的，当可变电容全部旋入时，电容最大，固有频率最低，刻度指示的电台频率最低，随着可变电容的旋出，刻度指示的频率数升高，直到可变电容全部旋出，刻度指示就是所能接收的最高频率。题中所述的 640 千赫的节目应在刻度盘所标的 640 千赫位置处，现在在刻度 800 千赫的位置，说明电容过小，显然电感量过大。可知自制线圈匝数太多，使电感量过大，只能将可变电容旋出使电容减小，才能调谐在 640 千赫的频率上，这样就造成了指针指在刻度盘 800 千赫的偏高位置上的“标台错误”。调整的方法很简单：只要将收音机的调谐可变电容旋到刻度所指的 640 千赫位置处，将调谐回路的线圈拆下几圈，直到能听到 640 千赫的节目就可。把多余的导线剪除，把线头重新焊好，调整就算完毕。

4144. 有  $\lambda_1=400$  米， $\lambda_2=375$  米， $\lambda_3=300$  米的同样强度的电磁波同时传到接收天线上。问：

(1) 把收音机的调谐电路调谐到 LC 电路的周期为  $\frac{1}{8} \times 10^{-5}$  秒，哪个电磁波激起的振荡电流最强？

(2) 在上一个小题的基础上，把可变电容器的动片适当向定片转入一些，哪个电磁波激起的振荡电流最强？

(3) 把可变电容器的动片转回原处，把线圈的匝数适当减少一些，哪个电磁波激起的振荡电流最强？

[解答] (1) 调谐电路的固有频率  $f = \frac{1}{T} = 1 / \frac{1}{8} \times 10^{-5} \text{ 赫} = 8 \times 10^5 \text{ 赫} = 800 \text{ 千赫}$ ，和  $\lambda_2 = 375 \text{ 米} \left( f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \times 10^8}{375} \text{ 赫} = 800 \text{ 千赫} \right)$  的电磁波电谐振，所以波长为  $\lambda_2$  的电磁波激起的振荡电流最强。

(2) 当可变电容器的动片适当向定片转入一些，电容器的极板间的相对面积增大，电容量增大，根据  $f = c / \lambda = 2\pi c \sqrt{LC}$ ，可知接收的波长增大，增大后的波长跟哪一个电磁波的波长最接近，这个电磁波激起的振荡电流最强。所以波长为  $\lambda_1$  的电磁波激起的振荡电流最强。

(3)线圈的匝数减少后,线圈的电感量L减小。根据  $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$ , 可知接收的波长变短,变短后的波长跟哪一个电磁波的波长最接近,这个电磁波激起的振荡电流最强。所以波长为  $\lambda_3$  的电磁波激起的振荡电流最强。

### 图线和作图题

4145.某LC振荡器电流*i*的图像如图(a)所示。画出相应的电感L上的电压 $u_L$ 的图像以及电容C上的电压 $u_C$ 的图像。

[解答]LC振荡电路是由电感L和电容C串联组成,通过L和C的电流都是*i*。在交流电路中电感两端的电压 $u_L$ 的相,比电流*i*超前 $\frac{\pi}{2}$ ,因此 $u_L$ 的图像如图(b)所示;电容C两端的电压 $u_C$ 的相,比电流*i*落后 $\pi/2$ ,所以 $u_C$ 的图像如图(c)所示。

4146.LC振荡电路中电容C两端的电压 $u_C$ 随时间变化的图像如图(a)所示,试画出振荡电流*i*随时间变化的图像,并填好下表。

电场能最大的时刻	
电场能为零的时刻	
磁场能最大的时刻	
磁场能为零的时刻	
电场能向磁场能转化的区间	
磁场能向电场能转化的区间	

[解答]交流电路中电流的相,比电压 $u_C$ 超前 $\frac{\pi}{2}$ ,所以电流*i*的图像如图(b)所示,答案见下表所填。

电场能最大的时刻	$0, \frac{T}{2}, T$
电场能为零的时刻	$\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}$
磁场能最大的时刻	$\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}$
磁场能为零的时刻	$0, \frac{T}{2}, T$
电场能向磁场能转化的区间	$0 - \frac{T}{4}, \frac{T}{2} - \frac{3T}{4}$
磁场能向电场能转化的区间	$\frac{T}{4} - \frac{T}{2}, \frac{3}{4}T - T$

4147.用示波器观察到如图(a)、图(b)的波形是一种什么信号?两者有何异同?

[解答]图(a)和图(b)都是高频率的调幅信号,但图(b)的调制信号的频率比图(a)的高,是图(a)的两倍,而图(a)、图(b)的载波信号频率是相同的。

### 实验题

4148.将下列各实物连接起来,使它成为一个最简单的收音机,并画出电路

图，简要说明各元件的作用。

[参考解答] 电路图见图(a)，实物连接图见图(b)。

线圈  $L_1$  与可变电容器  $C_1$  组成了调谐电路，用以调谐选台；线圈  $L_2$  与  $L_1$  绕在同一磁棒上，由于互感作用，在  $L_2$  上感应得经  $L_1C_1$  选台后的高频交流电压；磁棒的导磁率很高，有会聚磁力线的作用，能增强接收的电台信号，所以磁棒和线圈  $L_1$ 、 $L_2$  一起组成了磁性天线。二极管 D 起检波作用。电容器  $C_2$  起高频旁路作用，以滤除经 D 检波后的单向脉动电流中的高频成分。耳机使音频电流还原成声音。

4149. 照图(a)电路连接的两管直放式晶体管收音机已经安装完毕。问：

(1) 如何调整两个三极管的偏流电阻？

(2) 如何利用信号源来检查收音机各部分的工作？如何连接示波器来观察各处的波形？

(3) 如果收音机的频率接收范围和中波应收范围偏差过大，如何调整调谐电路？

[参考解答] (1) 按图(b)把万用电表的毫安档依次接入三极管  $BG_2$ 、 $BG_1$  的集电极电路，用 20 千欧固定电阻和 470 千欧的电位器串联起来暂代偏流电阻  $R_2$ 、 $R_1$  接入电路。分别调节电位器，使低频三极管  $BG_2$  的集电极电流为 2 毫安左右，高频三极管  $BG_1$  的集电极电流为 0.8~1 毫安左右。然后取下串联的固定电阻和电位器，用万用电表的欧姆档分别测出它们的总电阻，用阻值相同的固定电阻连入电路，再拆去串接在三极管集电极电路中的万用表的接线并接通集电极电路，三极管的偏流调试工作就完成了。调试时应先将电位器的阻值放在最大处，调试中应缓慢减小电阻值并注意不要将保护电阻（20 千欧）短路，以免三极管由于偏流电阻突然太小，使基极电流、集电极电流突然变大而烧毁。

(2) 将信号源输出的 1000 赫音频信号加到图(c)的 A、E（低放级的输入端）间，在 B、E（低放级的输出端）间接一示波器，在耳机中可以听到 1000 赫的音频信号声，在示波器的荧光屏可以看到 1000 赫的音频信号波形。（注意不要将信号源的音频信号电压开得过大）

将频率为 1000 千赫的调幅高频信号加到线圈  $L_1$  的两端，在耳机中可听到调制的音频信号声。如用示波器观察高放级输出端 C 可看到放大的高频调幅信号。将示波器接在 A 处可看到检波后的音频信号，放在 B 处可看到低放后的音频信号[图(d)]。（要注意不要使高频调幅信号的电压幅度过大）

(3) 要调整收音机的接收范围，可将信号源的高频调幅信号从 535 千赫~1605 千赫变化，调节收音机的调谐可变电容器  $C_1$ ，使能收到上述范围的信号就可。如果接收的范围偏差不大，可适当移动线圈在磁棒上的位置来校正：如果所收频率偏高，可将线圈在磁棒上移进些，以增大 L 使 f 降低；如果所收频率偏低，则将线圈从磁棒上拉到边缘些。如果接收的范围偏差过大，则应改变线圈的圈数才行：接收的频率过高，应增加几圈；频率过低，应拆去几圈。由于该机系简单的直放式收音机，接收的范围大致能收到中波范围就不能要求过高。

上述调试，为了防止信号源直接与  $L_1$  并接而影响调谐回路的选择性，可用一段细绝缘导线在磁棒上绕几圈，让高频调幅信号感应耦合就可。

## 光 学

### 几何光学

#### 填充题

4150. 太阳到地球的距离约  $1.50 \times 10^{11}$  米。从太阳发出的光经过 500 秒才能

到达地球。

4151 . 1.0 光年相当于  $9.5 \times 10^{15}$  米。

4152 . 按科学记数法, 光在 20 秒内通过真空的距离是  $6.0 \times 10^9$  米。在相同的时间内通过水的距离是  $4.5 \times 10^9$  米。(水的折射率为 1.33)

4153 . 针孔照相机是利用小孔成像原理制成的。如图所示设暗箱长 5 厘米, 在针孔前 12 厘米处放一个长 3 厘米的烛焰, 像的长度是 1.25 厘米。

4154 . 有一根高度为 1 米的竖放置的标竿。在太阳照射下, 它的影长为 1.1 米。同时有一根竖立放置的电线杆, 它的高度是 6.3 米, 影长为 6.9 米。

4155 . 有一块凹面镜的焦距为  $f$ , 物体放在镜前  $\frac{n+1}{n} \cdot f$  处可成放大到  $n$  倍的实像; 物体放在镜前为  $\frac{n-1}{n} \cdot f$  处可成放大到  $n$  倍的虚像。

4156 . 将有关平面镜、球面镜的公式填入下列表中:

光具	平面镜	球面镜
公式		
焦距和曲率半径	$f$	$f = \pm \frac{R}{2}$
物像公式	$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = 0$	$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$
像的放大率	$m = \left  \frac{v}{u} \right  = 1$	$m = \left  \frac{v}{u} \right $

4157 . 光从金刚石射入空气, 在界面上发生全反射。临界角是  $25^\circ$ , 金刚石的折射率是 2.37。

4158 . 已知某种无色透明液体对红、绿和蓝色光的折射率分别为 1.512, 1.532 和 1.543, 如果这些光从液体中射向和空气交界的液面, 并且入射角等于绿光的临界角。从液面上方俯视看, 液体将呈现红色。

4159 . 有一个物体放在距透镜 20 厘米远的地方, 像成在透镜同侧, 距光心 30 厘米的地方, 所用透镜是凸透镜, 焦距是 60 厘米; 如果像成在透镜同侧, 距光心 10 厘米的地方, 所用透镜是凹透镜, 焦距是 -20 厘米。

4160 . 一个物体放在距透镜 20 厘米远的地方, 像成在透镜的异侧, 距光心 30 厘米的地方, 所用的透镜是凸透镜, 焦距是 12 厘米。如果像相对于物体是正立的, 像距光心 10 厘米。则用的透镜是凹透镜, 焦距是 -20 厘米。

4161 . 凸透镜的焦距是 12 厘米, 物体到透镜的距离是 15 厘米, 光屏应放在离物体 75 厘米的地方才能得到清晰的像。如果物体长 2 厘米, 所得实像的长度是 8 厘米。

4162 . 一个物体位于焦距为 20 厘米的凸透镜前 30 厘米处, 所成的像距离透镜 60 厘米, 像和物位于透镜的异侧; 如果将物体向透镜方向移动 20 厘米, 所成的像距离透镜 20 厘米, 像和物位于透镜同侧。

4163 . 一支蜡烛距离凸透镜 24 厘米, 在离凸透镜 24 厘米的屏上得到和蜡烛一样大小的清晰的像, 则这个凸透镜的焦距是 12 厘米。如果将蜡烛向透镜方向移动 4 厘米, 则必须将光屏向远离透镜的方向移动 6 厘米, 才能在光屏上得到蜡烛清晰的像, 这个像比蜡烛大。

4164. 利用凸透镜成像。要得到缩小倒立的实像，物体应放在透镜前距光心二倍焦距以外处；要得到放大正立的虚像，物体应放在透镜前焦点和光心之间处；要得到放大倒立的实像物体应放在透镜前距光心一倍焦距和二倍焦距之间。

4165. 平面镜和凸透镜相距为  $d$ ，且镜面和凸透镜主光轴垂直，如图所示。如有一束平行于主光轴的光线射向透镜，经平面镜反射后会聚在两镜中点  $M$ ，这个凸透镜焦距为  $\frac{3}{2}d$ 。

4166. 在测定凸透镜焦距  $f$  的实验中，测得物和光屏的距离为  $L$ 。在物和光屏间移动凸透镜，当光屏上出现一个清晰的像时，测得物和光屏到透镜光心的距离分别为  $u$  和  $v$ 。再次移动透镜，光屏上又可出现一个清晰的像。测得两次成像时凸透镜所在位置间的距离为  $d$ 。则被测凸

透镜的焦距用  $u$  和  $v$  表示，其大小  $f = \frac{uv}{u+v}$ ；用  $L$  和  $u$  表示，其大小  $f = \frac{(L-u)u}{L}$ ；用  $L$  和  $d$  表示，其大小  $f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$ 。

4167. 一架幻灯机镜头焦距为 15.0 厘米，如果要求面积放大倍数在 100 倍和  $2.5 \times 10^3$  倍之间，则幻灯片到镜头的距离必须能够在 16.5 厘米 到 15.3 厘米 内变化。

4168. 视力正常的人，使用焦距为 5 厘米的凸透镜作放大镜，成像放大率约为 6 倍，物体跟透镜间距离约为 4 厘米。

4169. 用焦距是 0.5 厘米和 2.0 厘米的两块凸透镜组成显微镜时，目镜应该用焦距是 2.0 厘米 的凸透镜。

4170. 用焦距分别是 5 厘米和 20 厘米两块凸透镜来组成开普勒望远镜时，目镜应用焦距是 5 厘米 的透镜，镜筒长度应是 25 厘米，此望远镜的角放大率是 4 倍。

[提示] 光学仪器的角放大率  $m = \frac{f_o}{f_e}$ 。

### 选择题

4171. 离开一个点光源  $S$  的距离为  $R$  处放着一个照度计。点光源发出的光线垂直照在照度计上。记下该位置上的照度是  $E_0$ 。如在正对光源的另一边放上一个竖直的平面镜，平面镜距点光源  $S$  也为  $R$ 。则这时照度计上表示的照度应是下列中的哪一个。

- (a) 大于  $E_0$ ，具体数值和镜面大小有关；  
 (b)  $\frac{1}{9}E_0$ ；(c)  $\frac{8}{9}E_0$ ；(d)  $\frac{5}{4}E_0$ 。

答(b)

4172. 设照度计放在离灯泡  $r$  处的读数为 1 个单位。问这个照度计放在离同一光源多远时，读数为两个单位？（光线垂直于照度计的受光面）

- (a)  $0.5r$ ；(b)  $2r$ ；  
 (c)  $\sqrt{2}r$ ；(d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}r$ 。

答(d)

4173. 图中 A、B 表示站在竖直悬挂的平面镜  $M$  前面的两个人（俯视）。第三个人应站在何处，才能看到这两个人的像恰好重叠？

- (a) AB 连线的中点；
- (b) AB 线上，B 的外侧处；
- (c) 通过 AB 的光线的反射光线的途径上；
- (d) 上述三个位置都能看到两个像重叠。

答(c)

4174 . 关于光的反射，下面哪一句话是错误的？

- (a) 反射光线位于入射光线和法线决定的平面内；
- (b) 反射光线和入射光线分居法线的两侧；
- (c) 入射角为  $\theta$ ，则反射角减小  $\theta$ ；
- (d) 入射角为  $\theta$ ，则反射光线和入射光线之间的夹角为  $2\theta$ 。

答(c)

4175 . 入射光线跟平面镜的镜面成  $90^\circ$  角。当镜面再转过  $30^\circ$  时，入射光线和反射光线之间的夹角是多大？

- (a)  $30^\circ$ ；
- (b)  $60^\circ$ ；
- (c)  $90^\circ$ ；
- (d)  $0^\circ$ 。

答(b)

4176 . 某台钟的钟面上没有数字，只有刻度线。图是从平面镜里看到的钟面的像，指针表示的时刻是

- (a) 1 点 20 分；
- (b) 11 点 20 分；
- (c) 10 点 40 分；
- (d) 10 点 20 分。

答(c)

4177 . 一个点光源 S 通过平面镜成像，设光源不动，平面镜的镜面和 OS 之间的夹角保持为  $30^\circ$ ，并且以速率  $v$  沿 OS 向光源方向平移（如图所示）。则光源的像 S'（图中未画出）怎样移动？

- (a) 以速率  $v$ ，平行于 OS 向右运动；
- (b) 以速率  $v$ ，垂直于 OS 向下运动；
- (c) 以速率  $v$ ，沿 SS' 连线向 S 运动；
- (d) 以速率  $\sqrt{3}v$ ，沿 SS' 连线向 S 运动。

答(c)

4178 . 图是光线在球面镜上反射的四个光路图，其中哪一个光路图画错了？

- (a) 图(1)；
- (b) 图(2)；
- (c) 图(3)；
- (d) 图(4)。

答(d)

4179 . 关于实像，下面说法哪一个对？

- (a) 一定比实物较小；
- (b) 可显示在屏幕上；
- (c) 一定是正立的；
- (d) 不能在光屏上显示出来。

答(b)

4180 . 关于虚像，下面说法哪一个对？

- (a) 一定比实物小；
- (b) 可在屏幕上显示出来；
- (c) 一定是倒立的；
- (d) 不能在屏幕上显示出来。

答(d)

4181 . 汽车驾驶室外的观后镜常用凸面镜，是因为通过凸面镜看到的像

- (a)比实物大，更清晰；
- (b)比实物大，且可看到较大的范围；
- (c)比实物小，但可看到较大的范围；
- (d)和实物一样大，但可看到较大的范围；

答(c)

4182. 有一个照度计的正前方放着一个点光源，它们之间的距离为  $R$ 。记录下这个位置上的照度是  $E_0$ ；如果按下图在点光源  $S$  的另一边距离为  $R$  处放上一个焦距恰为  $R$  的凹面镜，则此时照度计上表示的照度是多大？（不计凹面镜对光能的吸收）

- (a)大于  $E_0$ ，具体数值和镜面大小有关；
- (b) $2E_0$ ；(c) $\frac{5}{4}E_0$ ；(d) $\frac{3}{4}E_0$ 。

答(b)

[提示]在凹面镜镜面上的照度也是  $E_0$ ，又因为  $S$  恰位于焦点，反射后得一束平行光，平行光的照度不随距离而变。因此总的照度是  $2E_0$ 。

4183. 夕阳西下时，人们还能看到落在地平线下的太阳，这是因为大气对太阳光的

- (a)吸收；
- (b)反射；
- (c)折射；
- (d)偏振。

答(c)

4184. 图是光线以相同的入射角从空气射入三种不同媒质时的折射情况，问在哪一种媒质中光的速度最小？

- (a)媒质甲；
- (b)媒质乙；
- (c)媒质丙；
- (d)三种媒质中的光速均一样。

答(c)

4185. 光从空气射入液体中，它的速率

- (a)有时增大；
- (b)肯定减小；
- (c)肯定增大；
- (d)保持不变。

答(b)

4186. 在弯曲的情况下光导纤维，仍然有效地传导光，原因是利用了

- (a)光的镜面反射；
- (b)光的折射；
- (c)光的漫反射；
- (d)光的全反射。

答(d)

4187. 光线从直角等腰三棱镜的一个侧面射入、在棱镜的表面上发生折射和反射。图(1)、(2)、(3)、(4)中哪一个是不可能发生的？

- (a)图(1)；
- (b)图(2)；
- (c)图(3)；
- (d)图(4)。

答(d)

4188. 光从真空中入射到一块平的透明材料上，入射角为  $40^\circ$ 。问反射光线和折射光线之间的夹角为可能范围是多大？

- (a)小于  $40^\circ$ ；
- (b)在  $40^\circ$  跟  $100^\circ$  之间；
- (c)在  $100^\circ$  跟  $140^\circ$  之间；
- (d)大于  $140^\circ$ 。

答(c)

4189. 一只空的玻璃试管插入水中, 看上去比充满水的试管插入水中时要亮一些。是因为

- (a) 玻璃跟空气的界面上发生全反射;
- (b) 水跟玻璃的界面上发生全反射;
- (c) 水跟玻璃的界面上发生镜面反射;
- (d) 玻璃跟空气的界面上发生漫反射。

答(a)

4190. 某媒质对空气的折射率为 1.414, 一束光从该媒质射向空气, 入射角为  $60^\circ$ , 它的光路图是下面的哪一个图?

- (a) 如图(1)所示;
- (b) 如图(2)所示;
- (c) 如图(3)所示;
- (d) 如图(4)所示。

答(d)

4191. 光线透过放在空气中的厚玻璃板, 如图。问图中四种情形中哪一种是正确的?

- (a) 如图(1)所示;
- (b) 如图(2)所示;
- (c) 如图(3)所示;
- (d) 如图(4)所示。

答(b)

4192. 一束平行光以  $60^\circ$  的入射角从水面下射向空气时要发生全反射, 光束无法进入空气。为了使光束能射入空气中, 可以

- (a) 在水和空气之间插入一块折射率大于 1.33 的平板玻璃;
- (b) 在水和空气之间插入一块折射率在 1.0 到 1.23 之间的平板透明媒质;
- (c) 在水和空气之间插入一块折射率自 1.33 起, 并随厚度逐渐递增的平板透明媒质;
- (d) 上述设想都不能达到目的。

答(d)

4193. 一束平行光从某一媒质(折射率  $n_1$  为 1.7)射向另一媒质(折射率  $n_2$  为 1.3)。平行光的入射角的正弦函数值是 0.90。这束光将

- (a) 会发生全反射;
- (b) 会一部分被反射, 另一部分折射;
- (c) 会全部被折射;
- (d) 透过界面而不偏折。

答(a)

4194. 用薄玻璃片围成一个中空的三棱镜, 三棱镜的中间充满空气, 把三棱镜放入水中。现有一束光线射到棱镜的一个侧面。那么, 通过棱镜后出射光线的方向怎样?

- (a) 不变;
- (b) 折向棱镜底面;
- (c) 折向棱镜顶角;
- (d) 不能肯定。

答(c)

4195. 光从空气中以  $60^\circ$  入射角射到一块玻璃砖上, 它的反射光线和折射光线互成  $90^\circ$ , 则这块玻璃砖的折射率为多大?

- (a) 0.866;
- (b) 1.73;
- (c) 1.41;
- (d) 1.5。

答(b)

4196 . 图中表示一条光线从水中进入空气。试问折射线可能通过哪一点？

- (a)1 ; (b)2 ;  
(c)3 ; (d)4。

答(d)

4197 . 把相同玻璃制成的厚度为  $d$  的正方体 A 和半径为  $d$  的半球体 B 放在报纸上，且让半球体的凸面向上。从正上方分别观察 A、B 中心处报纸上的文字，下面的观察记录，哪一项是正确的？

- (a)A 中的字比 B 中的高；  
(b)B 中的字比 A 中的高；  
(c)A、B 一样高；  
(d)A 中文字位置较没有玻璃时高，B 中文字位置和没有玻璃时一样高。

答(a)、(d)

4198 . 下面的叙述哪几点是正确的？

- (a)周围媒质折射率大于凸透镜的折射率时，凸透镜是会聚透镜；  
(b)周围媒质折射率小于凸透镜的折射率时，凸透镜是会聚透镜；  
(c)周围媒质折射率大于凹透镜的折射率时，凹透镜是会聚透镜；  
(d)周围媒质折射率小于凹透镜的折射率时，凹透镜是会聚透镜；  
(e)把玻璃制的透镜放入水中，焦距变长。

答(b)、(c)、(e)

4199 . 下列光学器件中，可以形成放大虚像的光学器件是哪一种？

- (a)凸透镜； (b)凹透镜；  
(c)凸面镜； (d)凹面镜。

答(a)、(d)

4200 . 下列哪种光学元件能使物体成实像？

- (a)平面镜； (b)凸透镜；  
(c)凹透镜； (d)玻璃砖。

答(b)

4201 . 凸透镜使物体成实像时，像距不会

- (a)小于 4 倍焦距； (b)小于 2 倍焦距；  
(c)小于焦距； (d)大于焦距。

答(c)

4202 . 如果物体经凸透镜所成的实像和物体一样大，则像距多大？

- (a)等于  $1/2$  焦距； (b)等于焦距；  
(c)等于 2 倍焦距； (d)无穷大。

答(c)

4203 . 如果要在光屏上得到放大的、倒立的实像，则物体应放在凸透镜前的什么位置上？

- (a)焦距之内； (b)焦距之外，两倍焦距之内；  
(c)两倍焦距上； (d)两倍焦距之外。

答(b)

4204 . 物体通过凸透镜成像，下面哪几种情况是可以存在的？

- (a)正立、缩小的虚像； (b)正立、放大的虚像；  
(c)倒立、放大的虚像； (d)正立、放大的实像；  
(e)倒立、缩小的实像。

答(b)、(e)

4205. 四幅光路图中, 哪幅图画错了?

- (a)图(1);
- (b)图(2);
- (c)图(3);
- (d)图(4)。

答(b)

4206. 下列关于实像的叙述中, 哪些是正确的?

- (a)实像只能由凸透镜形成;
- (b)实像可以比实物大, 也可以比实物小;
- (c)实像一定可在光屏上显示出来;
- (d)实像是物体发出(或反射出)的光线经光学器件后所形成的会聚光束会聚的结果。

答(b)、(c)、(d)

4207. 下列关于虚像的叙述中, 哪些是正确的?

- (a)虚像只能由平面镜或透镜形成;
- (b)虚像可以比实物大, 也可以比实物小;
- (c)虚像可在光屏上清晰地显示出来;
- (d)虚像是物体发出(或反射出)的光线经光学器件后, 所形成的发散光束逆向会聚的结果。

答(b)、(d)

4208. 在凸透镜前大于焦距的地方, 放置一个物体, 在光屏上得到它的实像。如果将透镜中央部分遮盖住, 则

- (a)像的中间部分消失了;
- (b)像变小了;
- (c)整个像都消失了;
- (d)仍可得到完整的像, 但像变暗了。

答(d)

[提示] 尽管透镜的中央部分被遮住了, 但透镜的其它部分仍能够把物体的各部分成像于光屏上的相应部位, 所以仍能在光屏上得到一个完整的像, 如图所示。但由于透镜中央部分不能透光, 所以像的亮度要比原来暗一些。

4209. 有一个物体 AB 如图(a), 从远处移向凸透镜的两倍焦距处(P点)的过程中, 下列哪些情况是正确的?

- (a)像在不断增大;
- (b)像总是大于物;
- (c)像总是小于物;
- (d)像总是正立的;
- (e)像总是倒立的。

答(a)、(e)

[提示] 由图解法可以得出结论, 如图(b)所示。

4210. 当物体从远处移近凸透镜时, 下列说法中正确的是

- (a)当透镜成实像时, 像移动的方向和物移动的方向相同, 而当透镜成虚像时, 像移动方向和物移动方向相反;
- (b)当物体从距光心二倍焦距处移向焦点时, 像从距光心二倍焦距处移向无穷远处;
- (c)当物体从无穷远处移向距光心二倍焦距处时, 像从焦点处移向无穷远处;

(d)除物体在焦点处不成像外，透镜所成的像移动的方向总和物体移动方向相同。

答(b)、(d)

4211. 当物体从远处移近凸透镜时，下列说法中正确的是

- (a)当物体从远处移向距光心二倍焦距处时，像和物之间的距离总是不断增加的；
- (b)当物体从距光心二倍焦距处移向焦点时，像和物之间的距离总是不断增加的；
- (c)当物体处于距光心二倍焦距处时，像和物之间的距离最小；
- (d)当物体从焦点处移近光心时，像和物之间的距离总是不断减小的。

答(b)、(c)、(d)

4212. 当物体从远处移近凸透镜时，下列说法中正确的是

- (a)只有当透镜成放大实像时，像移动的速率才大于物体移动的速率；
- (b)只有当透镜成虚像时，像移动的速率才大于物体移动的速率；
- (c)只要透镜成实像，像移动的速率就大于物体移动的速率；
- (d)只要透镜成放大的像，像移动的速率就大于物体移动的速率。

答(d)

[提示]由放大率 $m = \frac{|v|}{u}$ 可知，当 $m > 1$ 时， $|v| > u$ （且  $v > u$ ），所

以不管透镜所成的像是实像还是虚像，只要像大于物，像移动的速率就大于物体移动的速率。

4213. 一个物体正立于凸透镜主光轴上，从镜面处开始向外作匀速直线运动，且经过焦点，则它的像如何运动？

- (a)当物由镜面移近焦点时，像作变速运动，且速率比物移动的速率大；
- (b)当物由镜面移近焦点时，像也作匀速直线运动；
- (c)当物由焦点向外移动到离光心两倍焦距时，像作变速运动，且速率比物移动的速率大；
- (d)当物由焦点向外移动到离光心两倍焦距处像作匀速直线运动；
- (e)当物由距透镜二倍焦距处向外运动时，像作变速运动，且速率比物移动的速率大。

答(a)、(c)

4214. 有一个物体 AB 如图(a)所示从远处向凹透镜光心靠近的过程中，下列情况中哪些是正确的？

- (a)像的长度总是不断增加；
- (b)像的长度总是不断减小；
- (c)像长总是大于物长；
- (d)像长总是小于物长；
- (e)像总是正立的。

答(a)、(d)、(e)

[提示]对凹透镜来说、焦距为负值，因此透镜成像公式可写成

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{|f|}, \text{ 由此可得 } v = -\frac{u|f|}{u+|f|} = -\frac{|f|}{1+\frac{|f|}{u}}, \text{ 可见 } |v| < |f|, \text{ 即所成}$$

之像总落在焦距和光心之间。由放大率  $m = \frac{|v|}{u} = \frac{|f|}{u+|f|}$  可见物距  $u$  越小

、放大率  $m$  越大，像的长度越大，但  $m$  总小于 1（因  $u$  不可能为零）。所以从远处移近透镜时，像的长度总是不断增加，但总是小于物的长度。

另外，也可由图解法得到相同的结论，如图(b)所示。

4215. 当物体从远处移近凹透镜时，下列说法中正确的是

- (a) 物体在离凹透镜很远处，像落在焦点附近，且几乎缩成一点，为虚像；
- (b) 物体所形成的像均落在焦点和光心之间；
- (c) 像移动的方向总是和物体移动的方向相同；
- (d) 物体移动到焦点上时不能成像；
- (e) 像移动的速率总是小于物体移动的速率。

答(a)、(b)、(c)、(e)

[提示] 见上题的提示。

4216. 把物和光屏的位置固定，在两者正中央放一凸透镜时，光屏上出现一个清晰的像，如果再将透镜移动到其它位置时，光屏上

- (a) 还可能出现一个缩小的像；
- (b) 还可能出现一个放大的像；
- (c) 还可能出现一个放大的像和一个缩小的像；
- (d) 不可能再出现清晰的像。

答(d)

[提示] 由题意知物距  $u$  和像距  $v$  相等，即  $u=v$ 。根据透镜成像公式

$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  很容易解出  $u = v = 2f$ ，即物像间距离  $L = u + v = 4f$ ，这时像

和物等大。如果改变  $u$ （或  $v$ ），则物和像间距离将大于  $4f$ ，而本题中  $L$  不变，故光屏上不可能再出现清晰的像。

4217. 同一个物体分别放在甲、乙两凸透镜前 40 厘米处。物体放在甲透镜前时，移动光屏，可在屏上得到跟物同样大小清晰的像；物体放在乙透镜前时，无论怎样移动光屏，在光屏上得不到像，逆着光看去也看不到像。设两透镜的焦距分别为  $f_{甲}$  和  $f_{乙}$ ，下列判断中正确的是

- (a) 甲透镜的焦距较大， $f_{甲}:f_{乙}=2:1$ ；
- (b) 甲透镜的焦距较大， $f_{甲}:f_{乙}=4:1$ ；
- (c) 乙透镜的焦距较大， $f_{甲}:f_{乙}=1:2$ ；
- (d) 乙透镜的焦距较大， $f_{甲}:f_{乙}=1:4$ 。

答(c)

4218. 高为  $h$  的物体正立于凸透镜前的主光轴上，在透镜的另一侧的光屏（垂直于主光轴）上可以得到一个清晰的像，像高为  $\frac{1}{2}h$ ，如果

对调物体和光屏的位置而保持透镜位置不变，则在光屏上

- (a) 可以得到一个高为  $2h$  的清晰的像；
- (b) 可以得到一个高为  $\frac{1}{4}h$  的清晰的像；
- (c) 仍可以得到一个高为  $\frac{1}{2}h$  的清晰的像；

(d)不可能得到清晰的像。

答(a)

[提示] 设物、屏对调前的物距和像距分别为  $u$  和  $v$ ，由题意知，放大率  $m = \frac{|v|}{u} = \frac{v}{u} = \frac{1}{2}$  (实像  $v > 0$ )，即  $u = 2v$ 。根据光路的可逆性，物、屏对调后，在光屏上仍可得到清晰的像，且物距  $u' = v$ ，像距  $v' = u$ ，这时的放大率  $m' = \frac{v'}{u'} = \frac{u}{v} = 2$ ，即像高等于物高的两倍。

4219. 甲乙两只机械手表放在凸透镜的主光轴上，位置如图所示，手表的表面正对透镜，跟主光轴垂直。则从透镜的不放手表的一侧的适当位置观察，手表秒针的旋转方向是

- (a) 甲表秒针顺时针旋转；
- (b) 乙表秒针顺时针旋转，跟直接看表相同；
- (c) 乙表秒针顺时针旋转，但表面上下左右都颠倒过来；
- (d) 甲表秒针逆时针旋转；
- (e) 乙表秒针逆时针旋转。

答(a)、(c)

4220. 在凸透镜主光轴左侧两倍焦距处放一个发光点  $S$  [如图(a)所示]，如果使透镜绕过光心而垂直纸面的轴旋转一个小角度，那么，在这过程中，发光点的像的位置将

- (a) 不变；
- (b) 沿原来的主光轴远离光心移动；
- (c) 沿原来的主光轴靠近光心移动；
- (d) 偏离原来的主光轴。

答(b)

[提示] 如图(b)所示，当透镜转过一个小角度时，主光轴也转过一个相同的角度。这时物距将减小到小于 2 倍焦距而大于焦距，像距将大于 2 倍焦距。又因透镜是绕光心旋转，所以光点  $S$  的像始终在原主光轴上，在透镜旋转的过程中， $S$  的像将沿原主光轴远离光心移动。

4221. 如图所示，将物体  $AB$  放在焦点  $F$  前，且和  $F$  相距为  $a$ ，它的像  $A'B'$  位于透镜另一侧，且和焦点  $F'$  相距为  $b$ 。则该凸透镜的焦距  $f$  等于

- (a)  $\sqrt{ab}$ ；
- (b)  $\frac{ab}{2}$ ；
- (c)  $ab$ ；
- (d)  $2ab$ 。

答(a)

[提示] 根据透镜成像牛顿公式  $ab = f^2$ ，可得  $f = \sqrt{ab}$ 。

4222. 两块会聚透镜的焦距分别是 30 厘米和 10 厘米，为了使一束平行光通过两块透镜后还是平行光束，且光束传播方向不变，但宽度变小，则下列说法中，哪几个说法是正确的？

- (a) 两个透镜必须共轴放置；
- (b) 只要两个透镜的主光轴相互平行即可；
- (c) 两个透镜的光心之间必须相距  $f_1 + f_2 = 40$  厘米；
- (d) 两个透镜的光心之间的距离应为 20 厘米到 40 厘米之间；
- (e) 焦距小的一块透镜应放在后面。

答(a)、(c)、(e)

[提示]只有当两块会聚透镜共轴且主焦点重合,焦距小的一块透镜在后,才能得到本题的结果,如图所示。

4223.一束会聚光束会聚于A点,在A之前放一焦距为f的凸透镜L,如图所示,若将A看作L的“虚物”,下列说法中,哪些是正确的?

(a)如果A位于透镜L的焦点F上,则不能成像;(“虚物”的概念见计算题第727页第4285题)

(b)如果A位于透镜L的焦点F以内,则得到放大的虚像;

(c)A的像的移动方向与A移动方向相同;

(d)不论A离透镜多远,所成的像只能在焦点F以内;

(e)光束通过L只能得到缩小实像。

答(c)、(d)、(e)

[提示]A为虚物,代入透镜公式时,物距为负值。为了方便,设物距为 $-u(u > 0)$ ,则由透镜公式可得

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \text{ 即 } v = \frac{uf}{u+f} = \frac{f}{1 + \frac{f}{u}}$$

$$\text{像的放大率 } m = \frac{|v|}{u} = \frac{v}{u} = \frac{f}{u+f} = \frac{1}{\frac{u}{f} + 1}$$

分析以上两式可知:

(1)像距 $v > 0$ ,  $v < f$ ,  $m < 1$ ,得到缩小的位于焦点之内的实像。

(2) $v$ 随 $u$ 的增大而增大,即像跟虚物的移动方向相同。

4224.会聚透镜的焦距是 $f_1$ ,发散透镜的焦距是 $f_2$ ,为了使一束平行光通过两块透镜后仍为平行光束,光束传播方向不变,下列说法中哪些说法是正确的?(这里 $f_1, f_2$ 都大于零)

(a)两块透镜必须共轴放置;

(b)两块透镜的光心之间必须相距 $f_1 + f_2$ ;

(c)两块透镜的光心之间必须相距 $f_1 - f_2$ ;

(d)当 $f_1 > f_2$ 时,会聚透镜应放在后面,这时出射平行光束的宽度将大于入射平行光束的宽度;

(e)当 $f_1 < f_2$ 时,会聚透镜应放在后面,这时出射平行光束的宽度将大于入射平行光束的宽度。

答(a)、(c)、(d)

[提示]利用三条特殊光线中的两条,可以作出光路图。

4225.一个焦距为 $f_1$ 的凸透镜和一个焦距为 $f_2$ (且 $f_2 = f_1$ )的凹面镜相距 $d = f_1 + f_2$ 组成光具组,如图所示。物体在凸透镜前何处,可以使最后的实像和实物一样大?设物体离凸透镜的距离为 $u$ ,则 [ ]

(a) $u = f_1$ ; (b) $f_1 < u < 2f_1$ ;

(c) $u = 2f_1$ ; (d) $u > 2f_1$ 。

[提示]如图(1)、(2)所示,由于物体AB上A点的像总在 $AF_1$ 线上变化,所以只有当 $u = 2f_1$ 或 $u = f_1$ 时,像、物重合。如果 $f_1 = f_2$ ,则只有 $u = 2f_1$ 时,像、物才会重合。

4226. 如图, 物 AB 被置于焦距为  $f_1$  的会聚透镜  $L_1$  前两倍焦距处,  $L_2$  是焦距为  $f_2$  的会聚透镜, 与  $L_1$  共轴, 且距  $L_1$  为  $2(f_1+f_2)$ , 则此光具组所成之像相对于物 AB 为 [ ]

- (a) 倒立实像; (b) 正立实像;  
 (c) 放大率  $m = \frac{1}{2}$ ; (d) 放大率  $m = 1$ ; (e) 放大率  $m = \frac{f_2}{f_1}$ 。

答(b)、(d)

[提示](1)物置于透镜前二倍焦距处时, 像成在透镜异侧, 距透镜也等于二倍焦距处; (2) $L_1$  所成的像相当于  $L_2$  前的物。

4227. 一个焦距为  $f$  的凸透镜和一个放在它后面焦平面上的平面镜组成光具组, 在凸透镜前放一个物体, 当物体所处位置不同时, 下列对该光具组最后所成像的大小和性质的判断, 哪些是正确的? [ ]

- (a) 当物体放在凸透镜前的焦距之内时, 最后所成的像是和实物一样大小的倒立实像;  
 (b) 当物体放在凸透镜前的焦点上时, 最后所成的像是和物体一样大小的倒立实像;  
 (c) 当物体放在凸透镜前的焦点和二倍焦距之内时, 最后所成的像是和实物一样大小的倒立实像;  
 (d) 当物体放在凸透镜二倍焦距之外时, 最后所成之像是和实物一样大小的倒立虚像。

答(a)、(b)、(c)、(d)

[提示]本题用光路图来分析较简单, 从光路图中可以看到 A 点的像 A' 总在  $oc$  (或其反向延长线) 上, 且  $oc=AB$ , 因此光具组最后所成的像总是和实物一样大小且倒立。此外, A' 还总在 A 和焦点  $F_1$  的连线上变化, 当物在焦点上时可借助副光轴作图。

4228. 如图(1)所示,  $L$  是凸透镜,  $M$  是凹面镜, 它们的主光轴重合, 凸透镜的焦点  $F_1$  和凹面镜的焦点  $F_2$  重合, 且  $f_2 > f_1$ , 一个点光源  $S$  放在  $L$  的焦点  $F_1$  上, 遮光罩  $P$  挡住直接射向凸透镜的光线。点光源  $S$  发出的光线, 经凹面镜反射后, 再射到凸透镜上。对经过凸透镜后光线的叙述, 下面哪句话正确? [ ]

- (a) 光线会聚在离透镜  $2f_1$  远处;  
 (b) 光线会聚在透镜焦点  $F_1$  处;  
 (c) 光线会聚在透镜焦点  $F_1$  之内;  
 (d) 光线将发散。

答(b)

[提示]可用作图法分析。如图(2)所示。

4229. 如图所示,  $L$  是焦距为  $f_1$  的凸透镜,  $M$  是焦距为  $f_2$  的凹面镜( $f_2 > f_1$ ), 它们的主光轴重合。一个点光源放在  $L$  的焦点  $F_1$  上, 遮光罩  $P$  挡住直接射向透镜的光线。如果要求点光源  $S$  发出的光线, 经凹面镜反射再经凸透镜折射后, 会聚在离凸透镜二倍焦距的  $Q$  处, 则凸透镜光心跟凹面镜顶点间的距离  $d$  应为 [ ]

- (a)  $d < f_1 + f_2$ ;  
 (b)  $f_1 + f_2 < d < 2f_1 + f_2$ ;  
 (c)  $2f_1 + f_2 < d < 2f_1 + 2f_2$ ;  
 (d)  $2f_1 + 2f_2 < d < 3f_1 + 2f_2$ ;

(e)  $d > 3f_1 + 2f_2$ 。

答(a)、(c)

4230. 下面叙述中错误的是 [ ]

- (a) 视角越大, 人就觉得所看到的物体越大。
- (b) 如果人眼使入射的平行光线成像在视网膜前, 则该人的眼睛是远视眼。
- (c) 近视眼宜戴眼镜片是由凸透镜制成的眼镜;
- (d) 相对于幻灯片而言, 幻灯机在幕上显示出像是倒立、放大的实像。

答(b)、(c)

4231. 人眼能够看到物体是因为物体在眼睛的视网膜上形成 [ ]

- (a) 放大的倒立的实像;
- (b) 放大的正立的虚像;
- (c) 缩小的倒立的实像;
- (d) 缩小的正立的实像。

答(c)

4232. 关于远视眼, 下列叙述中错误的是 [ ]

- (a) 远视眼的近点比正常的眼睛远;
- (b) 远视眼的远点不在无限远, 而在某个有限距离处;
- (c) 远视眼可戴由凸透镜制成的眼镜来矫正;
- (d) 晶状体过于扁平是造成远视的原因。

答(b)

4233. 关于近视眼, 下列叙述中正确的是 [ ]

- (a) 像形成在视网膜以后;
- (b) 眼球前后直径太短;
- (c) 晶状体焦距太短;
- (d) 需要戴由会聚透镜制成的眼镜来矫正。

答(c)

4234. 用物镜焦距是 5 厘米的照相机摄高 20 米的大楼的照片, 如果相机离大楼 50 米, 则底片上大楼像高是 [ ]

- (a) 2 毫米; (b) 1 厘米; (c) 2 厘米; (d) 20 厘米。

答(c)

[提示] 物距  $u$  远大于物镜的焦距  $f$ , 由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,

得  $v = f$ ,  $m = \frac{v}{u} = \frac{5}{5000} = \frac{1}{1000}$ 。

4235. 航空照相机用来拍摄远景。它的焦距为 30 厘米, 像和物镜的距离约是 [ ]

- (a) 15 厘米; (b) 30 厘米;
- (c) 60 厘米; (d) 90 厘米。

答(b)

4236. 某次摄影中, 合适的曝光条件是当光圈系数(F)取 8 时, 曝光时间(T)取 1/60 秒。现如将 F 改为 4, 为取得同样的曝光量, 则 T 应取 [ ]

- (a)  $\frac{1}{60}$  秒; (b)  $\frac{1}{125}$  秒; (c)  $\frac{1}{250}$  秒; (d)  $\frac{1}{500}$  秒。

答(c)

4237. 通过显微镜观察时, 相对于被观察物而言, 人眼视网膜上形成的像是

[ ]

- (a) 正立的实像; (b) 倒立的实像;  
(c) 正立的虚像; (d) 倒立的虚像。

答(a)

4238. 显微镜物镜焦距  $f_0$  为 0.3 厘米, 目镜焦距  $f_e$  为 2.5 厘米, 在使用显微镜时, 物体离物镜距离应

[ ]

- (a) 略小于 0.3 厘米; (b) 略小于 2.5 厘米;  
(c) 略大于 0.3 厘米; (d) 略大于 2.5 厘米。

答(c)

4239. 关于显微镜的下列叙述, 正确的是

[ ]

- (a) 显微镜得到的是放大的像;  
(b) 显微镜放大的是视角;  
(c) 物镜的焦距一般大于目镜的焦距;  
(d) 扩大物镜的通光口径, 成像亦可扩大。

答(a)、(b)

4240. 用观剧望远镜观察时, 舞台上的景物在人眼视网膜上形成的是

[ ]

- (a) 放大的正立的实像;  
(b) 缩小的正立的虚像;  
(c) 缩小的倒立的虚像;  
(d) 缩小的倒立的实像。

答(d)

4241. 关于开普勒望远镜成像情况, 相对于被观察物而言, 下列叙述正确的是

[ ]

- (a) 物镜形成放大的实像, 目镜形成放大的虚像;  
(b) 物镜形成放大的实像, 目镜形成放大的实像;  
(c) 物镜形成缩小的实像, 目镜形成放大的虚像;  
(d) 物镜形成放大的虚像, 目镜形成放大的虚像。

答(c)

4242. 下列有关天文望远镜的叙述中, 错误的是

[ ]

- (a) 物镜焦距大于目镜焦距;  
(b) 减小物镜焦距, 增大目镜焦距, 可使所见之像增大;  
(c) 物镜所成的像, 位于目镜焦距附近, 且在目镜焦点之外;  
(d) 相对于被观察物, 最后生成的像是上、下倒转的;  
(e) 最后得到的放大的像比实物大。

答(b)、(c)、(e)

4243. 现有四块透镜 A、B、C、D 焦距分别是  $f_A=0.5$  厘米,  $f_B=2.5$  厘米,  $f_C=20$  厘米,  $f_D=-10$  厘米, 用来组装一架伽利略望远镜, 物镜和目镜应选

[ ]

- (a) C, A; (b) C, D;  
(c) D, C; (d) A, D。

答(b)

从上述四块镜片中选来作显微镜, 为使放大倍数尽可能的大(但镜筒不过长), 则物镜和目镜应是

[ ]

- (a) A, B;                      (b) A, C;  
 (c) B, C;                      (d) C, A。

答(a)

4244. 幻灯机的镜头已经调节到使屏幕上的画面十分清晰。如果屏幕位置固定, 要想使画面增大些, 应使 [ ]

- (a) 幻灯机离屏幕远些, 幻灯片离镜头远些;  
 (b) 幻灯机离屏幕远些, 幻灯片离镜头近些;  
 (c) 幻灯机离屏幕近些, 幻灯片离镜头远些;  
 (d) 幻灯机离屏幕近些, 幻灯片离镜头近些。

答(b)

4245. 要增加望远镜的放大倍数, 可通过改变物镜焦距  $f_0$  和目镜焦距  $f_e$  来实现, 应该 [ ]

- (a) 减小  $f_0$ , 减小  $f_e$ ;  
 (b) 减小  $f_0$ , 增大  $f_e$ ;  
 (c) 增大  $f_0$ , 增大  $f_e$ ;  
 (d) 增大  $f_0$ , 减小  $f_e$ 。

答(d)

计算题

4246. 已知从最近的恒星发出的光需经 4.3 年到达地球, 问这颗恒星离我们多远? 如果宇航员去星际探索, 能不能用无线电通讯?

[解答] 这颗恒星离我们的距离

$$s = vt = 3 \times 10^8 \times 4.3 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ 米} = 4.1 \times 10^{16} \text{ 米}。$$

我们知道无线电波在真空中的传播速率和光速一样。到达这颗恒星的宇航员和地球通话, 问话和答话的最短时间间隔要 8.6 年。因此无法用无线电通讯。

4247. 设地面上观察太阳的仰角为  $\alpha$ , 那末此时长  $s$  米的直立标杆在地面上的影长是多少?

[解答] 由上图中可知影长

$$s = \frac{s}{\text{tg} \alpha} \text{ 米}。$$

4248. 已知太阳、地球和月球的直径分别为  $1.39 \times 10^9$  米、 $1.27 \times 10^7$  米、 $3.48 \times 10^6$  米。假设当地球跟太阳距离为  $1.50 \times 10^{11}$  米以及地球到月球距离为  $3.64 \times 10^8$  米时发生日食, 则月球落在地球上本影区域的长度为多大?

[分析] 发生日食时, 月球的本影区域如图所示。

[解答] 以  $D_{\text{日}}$ ,  $D_{\text{月}}$ ,  $D_{\text{地}}$  分别表示太阳, 地球, 月球的直径。并设月球本影的长度为  $x$ 。(x 近似看作直线)

$$\frac{D_{\text{月}} - x}{D_{\text{日}} - x} = \frac{s_{\text{地月}} - \frac{D_{\text{地}}}{2}}{s_{\text{地日}} - \frac{D_{\text{地}}}{2}}。$$

考虑到  $\frac{D_{\text{地}}}{2} \ll s_{\text{地月}}$ ,  $\frac{D_{\text{地}}}{2} \ll s_{\text{地日}}$ , 可认为  $s_{\text{地月}} - \frac{D_{\text{地}}}{2} = s_{\text{地月}}$ ,

$$s_{\text{地日}} - \frac{D_{\text{地}}}{2} = s_{\text{地日}}, \text{ 解以上方程, 可得}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{D_{\text{月}} S_{\text{地日}} - D_{\text{日}} S_{\text{地月}}}{S_{\text{地日}} - S_{\text{地月}}} \\
 &= \frac{3.48 \times 10^6 \times 1.50 \times 10^{11} - 1.39 \times 10^9 \times 3.64 \times 10^8}{1.50 \times 10^{11} - 3.64 \times 10^8} \\
 &= 1.07 \times 10^5 \text{ 米。}
 \end{aligned}$$

4249. 有人从高出海面 10 米处向着平静的海面眺望，他最远能直接看到多远的海面？（地球的半径为 6400 千米）

[分析]他所能看到的距离就是人眼到海面的切线长度  $s$ ，如图所示。

$$\begin{aligned}
 [\text{解答}] s &= \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{2Rh + h^2} \\
 &= \sqrt{2Rh} = \sqrt{2 \times 64 \times 10^5 \times 10} \text{ 米} \\
 &= \sqrt{128 \times 10^6} \text{ 米} = 11.3 \times 10^3 \text{ 米} \\
 &= 11.3 \text{ 千米。}
 \end{aligned}$$

4250. 设有一个地在球赤道正上运行的人造卫星，在日落 4 小时内位于赤道上一些地方的人看到它，试求它离地面的高度。（地球的赤道半径  $R_e$  为  $6.38 \times 10^6$  米）

[分析]从北极沿地轴往下看的俯视图如图所示。由于人造卫星在  $p$  点（位于赤道）上方有一定高度，所以点  $p$  虽已转入到地球背阳的半球内，但人造卫星仍有可能被掠过地球表面的光线所照明，而被观察到。

在日落 4 小时后， $p$  点转过的角度可由转过一圈需 24 小时计算出来。

$$\begin{aligned}
 [\text{解答}] \text{ 日落后 4 小时，观察点 } p \text{ 转过的角度} \\
 &= \frac{4}{24} \times 360^\circ = 60^\circ。
 \end{aligned}$$

人造卫星能被观察的最低高度  $h$  由下式决定

$$\begin{aligned}
 R_e + h &= \frac{R_e}{\cos \theta} , \\
 h &= \frac{R_e}{\cos \theta} - R_e = R_e \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) 。
 \end{aligned}$$

以  $\theta = 60^\circ$  代入，可得  $h = R_e = 6.38 \times 10^6$  米。

4251. 有一只 100 瓦灯泡，发出的总光通量为 1200 流，现知总光通量均匀地分布在半球范围内，试求距光源 1 米和 5 米处的照度和灯泡的发光强度。

[分析]光通量指的是表示光源表面的客观辐射量对人眼引起的视觉强度，光通量单位为流明，简称流，代号为  $lm$ 。

发光强度表示光源在一定方向范围内发出的可见光辐射强弱的物理量。可用点光源在单位立体角发出的光通量的数值来量度，它的单位为流明每球面度，也称为坎德拉，简称坎，代号为  $cd$ 。

照度是表示某一个面被照明的程度，可用落在受照物体单位面积上的光通量的数值来量度。用  $F$  表示光通量、用  $A$  表示面积，则照度

$$E = \frac{F}{A} , \text{ 单位为流每平方米。也称勒克斯，简称勒，代号 } lx。$$

[解答]半径为 1 米的半球面积

$$A_1 = 2\pi R_1^2 = 6.28 \text{ 米}^2。$$

距光源 1 米处的照度

$$E_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{1200 \text{流}}{6.28 \text{米}^2} = 191 \text{勒}。$$

半径为 5 米处的半球面积

$$A_2 = 2 R_2^2 = 157 \text{米}^2。$$

距光源 5 米处的照度

$$E_2 = \frac{F}{A_2} = \frac{1200 \text{流}}{157 \text{米}^2} = 7.64 \text{勒}。$$

半球所张立体角的度数为 2，所以发光强度

$$I = \frac{F}{\Omega} = \frac{1200 \text{流}}{2 \text{球面度}} = 191 \text{坎}。$$

4252. 太阳光直射在物体表面上的照度约为  $10^5$  勒。如果一只照相闪光灯在某方向的发光强度是  $5 \times 10^6$  坎，试问这闪光灯放在距同一个表面多远处，才能产生和太阳光的照度相同？

[分析] 将光源放在半径为  $R$  的球心上，球面上小面积  $A$  对光源所张

的立体角  $\Omega = \frac{A}{R^2}$ 。

[解答] 由  $I = \frac{F}{\Omega} = \frac{F}{A/R^2} = \frac{F}{A} \cdot R^2 = E \cdot R^2$ ，

$$R = \sqrt{\frac{I}{E}} = \sqrt{\frac{5 \times 10^6}{10^5}} \text{米} = 7.07 \text{米}。$$

4253. 灯的发光效率定义为光通量和输入电功率之比。某一只灯装在离桌面 3 米高处，它的发光效率为 20 流/瓦。如果要使它在桌面上的照度等于太阳光直射的照度（即约为  $10^5$  勒）。这只灯输入的电功率应为多大？（假设这个灯发出的光通量全部均匀地照明下半球）

[解答] 灯发出的全部光通量是  $F = 2 R^2 \cdot E$ ，

$$P = \frac{F}{\eta} = \frac{2 R^2 \cdot E}{\eta} \\ = \frac{2 \times 3.14 \times 3^2 \times 10^5}{20} \text{瓦} = 2.83 \times 10^5 \text{瓦} = 283 \text{千瓦}。$$

4254. 某一个边长各为 120 米和 80 米的矩形球场。为夜间比赛照明，建造了 4 个灯塔，用以安装 4 组白炽灯。其中每一盏灯的功率为 1000 瓦，发光效率为 30 流/瓦，球场需要的平均照度为 200 勒。如果这些灯发出的光通量有 50% 到达场地。那么

(1) 每一个灯塔需用多少盏灯？

(2) 每一个灯塔的输入电功率是多少？

[分析] 由场地的面积及需要的照度可求出到达场地上的全部光通量  $F = E \cdot A$ 。

[解答] (1) 由于灯发出的光通量只有 50% 到达场地，所以灯发出的全部光通量应该是  $F = 2EA$ 。考虑到灯的发光效率，所以全部所需的电功

$$\text{率 } P_{\text{总}} = \frac{2EA}{\eta}。$$

设每个灯塔上的灯盏数为  $n$ 。

$$n = \frac{P_{\text{总}}}{4P} = \frac{2EA}{4P\eta}$$

$$= \frac{2 \times 200 \times 120 \times 80}{4 \times 1000 \times 30} \text{ 盏} = 32 \text{ 盏。}$$

(2) 每一个灯塔的输入电功率

$$nP = 32 \times 1000 \text{ 瓦} = 32 \text{ 千瓦。}$$

4255. 在发光强度为 200 坎的点光源旁 1 米处印照片，正确的曝光时间为 2 秒钟。问在 150 坎点光源旁 1.5 米处印照片，需曝光多少秒钟？

[分析] 照片曝光足不足合适取决于曝光量，也就是照度和时间的乘积。

照度和点光源的发光强度的关系是  $I = E \cdot R^2$ 。

[解答] 由 
$$\frac{I_1}{R_1^2} \cdot t_1 = \frac{I_2}{R_2^2} \cdot t_2,$$

$$t_2 = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} \cdot t_1$$

$$= \frac{200}{150} \times \frac{1.5^2}{1^2} \times 2 \text{ 秒}$$

$$= 6 \text{ 秒。}$$

4256. 有发光强度为 225 坎和 144 坎的两盏灯，相距 L 为 1.8 米。在两盏灯之间放入一个小光屏，要想使屏两侧的照度相等，应该把屏放在什么位置？

[分析] 照度  $E = \frac{I}{R^2}$ 。

[解答] 设屏和两光源距离分别为  $R_1$  和  $R_2$ ，则联立下面两式：

$$\frac{I_1}{R_1^2} = \frac{I_2}{R_2^2}; R_1 + R_2 = L。$$

可得  $R_1 = 1$  米， $R_2 = 0.8$  米。式中  $R_1$  为距发光强度是 225 坎的灯的距离。

焦利光度计就是用上述方法来比较光源发光强度的。用一块矩形石蜡切成相等的两块，并在两块之间夹入一片不透明的锡箔，用以代替上题中的小光屏。如图所示。移动石蜡块跟光源之间的距离，当观察到石蜡块的两面同样亮时，测量出两个光源到锡箔之间的距离，便可计算出发光强度的比值。如果其中  $S_1$  为已知的具有标准发光强度的光源，那末就可以求出  $S_2$  的发光强度。

4257. 在春（秋）分的正午，太阳照射在北京的水平表面上的照度等于赤道上正午的照度的多少倍？（北京的地理纬度  $\varphi$  为  $39^\circ 56'$ ）

[分析] 从图中可以，看到当一束平行投射到跟它垂直正交的平面 AB 上时，它的全部光通量将同时通过跟 AB 面成  $\theta$  角的 AC 面上。于是在 AC 面上的照度 E 和 AB 面上的照度  $E_0$  有如下关系  $E = E_0 \cos \theta$ 。这式表示用平行光照射物体时，物体表面上的照度跟光线入射角的余弦成正比。

地球离开太阳很远。因此太阳光速投射到地球上可认为是平行光束。

在春（秋）分的正午，太阳光束和地球赤道平面正好平行。从图中可以看出太阳光对北京地区的入射角恰好等于北京地区的纬度角。

[解答] 设太阳光对赤道水平面的照度为  $E_0$ ，则对北京水平面的照度

是  $E_0 \cos \varphi$ 。

两者照度比值是

$$\frac{E_0 \cos \varphi}{E_0} = \cos \varphi = \cos 39^\circ 56' \\ = 0.767。$$

4258. 在平面镜正前方 1 米处的标尺上有一个小发光点，如图。问当平面镜转动多大角度时，光斑移动 5 厘米？这种现象有什么用途？

$$\begin{aligned} [\text{解答}] \quad 2\theta &= \text{tg} 2\theta = \frac{s}{1} = \frac{0.05}{1} = 0.05, \\ &= 1^\circ 26'。 \end{aligned}$$

上述现象可用来观察或测量平面镜转过的微小角度，习惯上称为光杠杆放大系统。

4259. 这是一个测量金属杆线膨胀系数装置的示意图。M 为一个平面镜，平行光束照射到镜面上，反射后在直尺上形成光斑。镜的支架一端 a 放在一个固定的平台上，另一端 b 放在金属杆的上端面。杆的底端固定。当杆受热膨胀时，它的长度 L 伸长，将镜架的 b 端抬高，使反射后的光斑在直尺上移过距离 d。已知镜和尺的距离 D 为 100 厘米，镜架两支点 a、b 间距离为 5 厘米，金属杆的长度 L 为 50 厘米。温度升高 50℃，尺上光斑移过的距离 d 为 2 厘米。试求金属杆的线膨胀系数。（本题中所涉及的角度都很小，可以有近似关系  $\text{tg} \theta \approx \sin \theta$ ）

[分析] 当金属杆受热伸长时，抬起镜架的 b 端，使支架转过一个很小的角度。此时镜面也将转过  $\theta$  角度，于是反射光线将转过角度  $2\theta$ 。

$$= \frac{L}{2D} = \frac{d/D}{2}，$$

根据上式便可求出金属杆的伸长  $\Delta L$ 。

$$[\text{解答}] \quad \Delta L = \frac{d}{2D} \cdot L，$$

由热膨胀系数的定义可知：

$$\Delta L = L \alpha \Delta T，$$

式中  $\Delta T$  表示杆的温升。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\Delta L}{L \cdot \Delta T} = \frac{d}{2D \cdot L \cdot \Delta T} \\ &= \frac{5 \times 2}{2 \times 100 \times 50 \times 50} \text{度}^{-1} = 2 \times 10^{-5} \text{度}^{-1}。 \end{aligned}$$

4260. 从光源发出的光，垂直射到平面镜上，经反射，在正对着平面镜 2 米处的墙上有一个光斑。如果要使光斑向上沿墙面移过 1 米，平面镜应转动的角度多大？

[分析] 当平面镜转过  $\theta$  角度时，平面镜的法线方向也转动了  $\theta$  角度，所以反射光线将转过  $2\theta$  角度，如图所示。

[解答] 按题所给条件，则有：

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\theta &= \frac{1}{s} = 0.5, \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} 0.5 = 13^\circ 17'。 \end{aligned}$$

4261. 一个人立在竖直放置的平面镜前。如果要在镜中看见他自己的全身像，那么，跟这个人的身高比较，镜在竖直方向的最短长度是多少？这样的镜应该放在什么高度？（人眼到头顶的距离可忽略不计）

[解答] 根据光路图可以知道  $\triangle AMN \sim \triangle A'B'$ ，

$$\frac{MN}{A'B'} = \frac{AM}{AA'}$$

由于  $A'B'$  和  $AB$  对于平面镜是轴对称的，所以  $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$ 。  $MN = \frac{1}{2} AB$ 。即镜的最短长度应该是身高的  $1/2$ 。同理可证平面镜的最低点  $N$  离地距离也应是身高的  $1/2$ 。

4262. 某人脸宽 16 厘米，两眼的光心相距 6 厘米，如图所示，则他所用平面镜最小宽度为多大时，方可看到全部脸宽？

[分析] 一般来说，人脸总是左右对称的。如图所示，最小镜宽必须保证右耳经镜宽的  $A$  点反射到左眼被看见，同时左耳经镜宽的  $B$  点反射到右眼被看见。  $ABCD$  为平行四边形。

[解答] 由上图中  $AB=CD$ ，

$$\begin{aligned} AB &= (\text{脸宽} - \text{眼距}) \div 2 \\ &= [(16 - 6) \div 2] \text{厘米} \\ &= 5 \text{厘米}。 \end{aligned}$$

4263. 图示一个平面镜以速率  $v$  正着人的方向移动。那么，镜中人像对人的速率为多大？

[解答]  $v_{\text{像对人}} = v_{\text{像对镜}} + v_{\text{镜对人}}$

$$v_{\text{像对人}} = 2v。$$

4264. 如图所示，平面镜的镜面向东。在镜前有一个人以 2 米/秒的速度向北偏西  $30^\circ$  行走，求此人见到自己的像的速率是多少？

[分析] 由图可见在正北方向上，像对人没有相对运动。因为在正北方向上，人的分速度和像的分速度大小相同，方向也相同。像对人的相对运动只发生在东西方向上。

[解答]  $v_{\text{像对人}} = v_{\text{像对镜}} + v_{\text{镜对人}}$

$$= 2v \sin 30^\circ = 2 \text{米/秒}，$$

它的方向正东。

4265. 一个物体以  $5 \text{米/秒}^2$  的恒定加速度自静止开始沿镜面的法线方向冲向 40 米远处的静止平面镜，问发生冲撞的瞬间，像对物的速率多大？

[解答] 物对平面镜作匀加速直线运动。冲撞的瞬间，物对镜的速率可由式  $v^2 = 2as$  决定：

$$v = \sqrt{2as}。$$

由于像对镜的速率等于物对镜的速率，而且方向相反。所以像对物的速率为上述速率的两倍。

$$v_{\text{像对物}} = 2\sqrt{2}as = 2 \times \sqrt{2 \times 5 \times 40} \text{米/秒} = 40 \text{米/秒}。$$

4266. 有人站立在竖直放置的长为 0.2 米的平面镜前。人和镜间距离 OE 为 1 米时，看到镜中满映一棵大树的全像，如果树和镜距离为 29 米，则树高多少米？

[解答] 根据问题所给条件可以作出光路图

图中 A'B' 和 AB 以平面镜 CD 为轴对称。

$$\text{由 } \triangle OCD \sim \triangle OSA'B', \quad \frac{OE}{OF} = \frac{CD}{A'B'}。$$

$$AB = A'B' = \frac{OF}{OE} \times CD = \frac{30}{1} \times 0.2 \text{米} = 6 \text{米}。$$

4267. A、B 两平面镜相对而立，互相平行，它们之间的距离是 d，一个物体放在两镜之间，离开 A 镜的距离为 d/3。求经镜面两次反射后所成像的位置和性质。

[分析] 该题有两种情况，第一次反射可以在 A 镜上发生，也可以在 B 镜上发生，如图(a)和(b)所示。

[解答] 如果第一次反射在 A 镜上发生，则形成的虚像 离 A 镜  $\frac{1}{3}d$ ，离 B 镜  $\frac{4}{3}d$ 。第二次反射在 B 镜上发生，则形成的虚像 离 B 镜  $\frac{4}{3}d$ ，离 A 镜为  $\frac{7}{3}d$ 。位于 A 镜镜面的前方，都是正立虚像。

如果第一次反射在 B 镜上发生，形成的虚像 离 B 镜  $\frac{2}{3}d$ ，离 A 镜  $\frac{5}{3}d$ 。第二次反射在 A 镜上发生，形成的虚像 离 A 镜  $\frac{5}{3}d$ 。位于 A 镜镜面的后方，都是正立虚像。

4268. 如图所示，两平面镜的镜面以一个很小的夹角 相交。一个人在离镜 7.2 米处向镜观看，他看到自己的脸有两个并且紧紧靠在一起，如图所示。如果人脸宽为 20 厘米，试求两平面镜间的夹角。

[分析] 从示意图可以看出两平面镜的夹角等于人对两个紧靠着的虚像的张角。

[解答] 这一张角

$$= \frac{C'C''}{R}。$$

但由于 的值极小，可近似认为

$$\overline{C'C''} \approx C'C'', \quad R \approx 2s。$$

于是

$$= \frac{\overline{C'C''}}{2s} = \frac{0.2}{14.4} \text{弧度} = 0.0139 \text{弧度} = 0^\circ 48'。$$

4269. 有一块平面镜可以绕竖直轴转动，它的转速 n 为 10 转/秒。今有光线投射到镜面上，它的反射光线射在和镜面相距 20 米的竖直墙面上（墙的长度远小于 20 米），如图(a)所示。求光点在墙上移动的速率。

[分析] 从(b)图可以知道，当平面镜转过角度 时，其法线方向也转过 角度，于是反射线相对原来的反射线转过 2 角度。设平面镜以角速度 转动，则反

射线转动的角速度是  $2\omega$ 。

[解答]平面镜转动的角速度  $\omega_{\text{镜}}=2\omega$ ；

反射线转动的角速度  $\omega_{\text{反射线}}=2\omega_{\text{镜}}=4\omega$ ；

光点在墙上移动的速度  $v=\omega_{\text{反射线}} \cdot L$ ；

$$v=4\omega L=4 \times 3.14 \times 10 \times 20 \text{ 米/秒}=2512 \text{ 米/秒}。$$

4270. 两平面镜  $M_1$  和  $M_2$  相互不平行, 在两镜面的延长线间夹一个很小的角  $\theta$ 。当一条光线从  $M_1$  的 A 点以垂直于 AB 的方向射到  $M_2$  上。如果 AB 为 1 毫米, AC 为 5 厘米。这条光线经过 100 次来回反射后仍然跑不出两镜面, 则  $\theta$  角不能超过多少?

[分析]从图(b)可以看出两镜面的法线之间交角也是  $\theta$ 。光线在镜面  $M_2$  上多次反射的过程中, 每次入射线和反射线的交角依次为  $2\theta, 6\theta, 10\theta, \dots$ 。设  $n$  为来回反射的次数, 则可以写出这个交角的通式  $2\theta + (n-1)4\theta$ 。(  $n=1, 2, 3, \dots$  )

按题所给条件, 可知  $\theta$  是一个很小的角, 所以  $\sin \theta = \theta$ 。再因为两个镜面的长度远小于镜面之间距离所以 AC 和 BD 都可近似认为相等。

[解答]如图 c 所示, 光线经过  $n$  次来回反射, 在 AB 镜面上入射点移动的距离  $s=AB_1+B_1B_2+\dots+B_{n-1}B_n$ , 可用下式表示:

$$s=2\theta \cdot AC+6\theta \cdot AC+\dots+[2\theta+(n-1)4\theta] \cdot AC \\ = \frac{[2\theta+2\theta+(n-1)4\theta]}{2} \cdot n \cdot AC$$

$$=2n^2 \theta \cdot AC。$$

经过 100 次来回反射 ( $n=100$ ) 光线恰好到达 B 点, 则  $AB=2 \times 100^2 \theta \cdot AC$ 。

$$\theta = \frac{AB}{2 \cdot 100^2 \cdot AC} = \frac{1}{2 \times 100^2 \times 50} \text{ 弧度} = 1 \times 10^{-6} \text{ 弧度}。$$

4271. 太阳光线和水平面成  $40^\circ$  角射到地面上, 镜子需跟水平面成多少角度, 才可使反射的阳光把井底照明?

[解答]由图可知  $\angle AOB=40^\circ+90^\circ=130^\circ$ ,

$$\angle AON = \frac{1}{2} \angle AOB = 65^\circ,$$

$$\angle CON = \angle AON - \angle AOC = 25^\circ,$$

$$\angle MOC = 90^\circ - \angle CON = 65^\circ$$

镜子需跟水平面成  $65^\circ$ 。

4272. 如图所示, 水面上空有一个气球。为了测气球的高度, 一个人站在高出水面 12 米的灯塔上看气球和气球在水中的“倒影”。看到气球时的仰角为  $30^\circ$ , 看到气球的“倒影”时的俯角为  $60^\circ$ 。求气球的高度。

[解答]由图可知  $\angle AOB=30^\circ$ ,  $\angle BOA'=60^\circ$ ,  $\angle BAO=60^\circ$ 。

$$\text{在 } \triangle OAB \text{ 中 } \sin 30^\circ = \frac{AB}{AO} = \frac{h-12}{AO} \quad (1)$$

$$\text{在 } \triangle OAA' \text{ 中 } \sin 60^\circ = \frac{AO}{AA'} = \frac{AO}{2h} \quad (2)$$

$$\text{由(2)式得 } AO = 2h \sin 60^\circ = \sqrt{3}h \quad (3)$$

$$\text{将(3)式代入(1)式 } \sin 30^\circ = \frac{h-12}{\sqrt{3}h},$$

$$h = 24 \text{ 米}。$$

4273. 图所示是一个太阳灶。现代的凹面镜聚焦型太阳灶的反射面对太阳光的反射率可达 80%。如果太阳灶的直径为 1.6 米，焦点附近的容器内放有温度为 30 的水 1 千克。设太阳灶正对太阳光时，聚焦的太阳光能中有 20% 被水吸收，问将容器内的这些水加热到 100 约需多少时间？[太阳常数  $k$  为  $1.36 \times 10^3$  焦/米<sup>2</sup>·秒。即在地球上垂直于太阳光束的每平方米面积上，每秒钟内通过的太阳光能的数值。]

[分析] 可先计算质量为 1 千克，初温度是 30 的水温度升到 100 需吸收多少热量。然后求出太阳灶每秒钟能供给多少热量。

[解答] 水由初温度  $t_1$  升高到末温度  $t_2$  所需吸收的热量可由下式给出

$$Q = cm(t_2 - t_1),$$

式中  $c$  表示水的比热容，它的数值为  $c = 4.18 \times 10^3$  焦/(千克·开)。

太阳灶的凹面镜的受照面积  $S = R^2$ 。它每秒钟反射并聚焦的光能由下式给出

$$E = k \cdot \text{反射} \cdot S = k \cdot \text{反射} R^2.$$

每秒钟能供给水的热量

$$q = 0.2E = 0.2 k \cdot \text{反射} R^2.$$

加热容器中的水升温到 100 所需时间

$$\begin{aligned} T &= \frac{Q}{q} = \frac{cm(t_2 - t_1)}{0.2 k \cdot \text{反射} R^2} \\ &= \frac{4.18 \times 10^3 \times 1 \times (100 - 30)}{0.2 \times 3.14 \times 1.36 \times 10^3 \times 0.8 \times 0.8^2} \text{秒} = 669 \text{秒}. \end{aligned}$$

实用的反射面积为 2 米<sup>2</sup> 左右的旋转抛物面型的太阳灶，在夏天晴朗的条件下可使焦点附近的温度升高到 800 左右，冬天也可达到 300 左右。

4274. 凹镜的曲率半径  $R$  为 40 厘米，物体距镜面 15 厘米，利用凹镜公式求像位置并决定像的虚实。再用作图方法来验证你的答案。

[分析] 凹镜的焦距  $f = \frac{R}{2}$ ，所以本题中的凹镜焦距为  $f = 20$  厘米。

物距  $u < f$ ，可知所成的像是虚像。

[解答] 由凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ ，则

$$v = \frac{uf}{u - f} = \frac{15 \times 20}{15 - 20} \text{厘米} = -60 \text{厘米}.$$

像离开镜面 60 厘米，因为  $v$  是负值，所以位于镜后，像是正立的虚像。光路图见图所示。

4275. 上题中的凹镜，如物体正立在距镜面 30 厘米，则成像情况如何？作图检查答案。

[分析] 根据  $2f > u > f$ ，可知所成的像是实像。

[解答] 由凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ ，则

$$v = \frac{uf}{u - f} = \frac{30 \times 20}{30 - 20} \text{厘米} = 60 \text{厘米}.$$

像离开镜面 60 厘米；因为  $v$  是正值，所以位于镜前，像是倒立的实像。光路图如图所示。

4276. 上题中的凹镜，如物体倒立在距镜面 60 厘米处，那么成像情况如何？

作图检查答案。

[分析] 根据  $u > 2f$ ，可知成的像一定是实像。

[解答] 由凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ ，则

$$v = \frac{uf}{u-f} = \frac{60 \times 20}{60-20} \text{厘米} = 30 \text{厘米}。$$

像离开镜面 30 厘米；因为  $v$  是正值，所以位于镜前，像是正立、缩小的实像。光路图如图所示。

4277. 1948 年建成的位于美国加利福尼亚州的帕洛玛天文望远镜的物镜。它是一个口径为 5.08 米、焦距为 18 米的旋转抛物面的反射镜。求太阳经过此物镜后所成像的直径为多大？（太阳直径为  $1.4 \times 10^9$  米，太阳距地球  $1.5 \times 10^{11}$  米。）

[分析] 射到望远镜的物镜处的太阳光束可认为是一束平行光。因此成像位置应在焦点上。

[解答] 由于像距  $v$  等于该物镜的焦距  $f$ 。设像高为  $h'$ ，物高为  $h$  由

放大率  $m = \left| \frac{v}{u} \right|$  可知：

$$\begin{aligned} h' &= \left| \frac{v}{u} \right| \times h = \frac{18}{1.5 \times 10^{11}} \times 1.4 \times 10^9 \text{米} \\ &= 0.17 \text{米}。 \end{aligned}$$

4278. 在屏上得到烛焰的像高  $h'$  为 2 厘米，屏离开凹镜的顶点 30 厘米，烛焰实际高度  $h$  是 4 厘米，问凹镜的焦距是多大？

[分析] 在屏上得到的像是实像。而且像高小于物高，是缩小的实像，可知物必位于离凹镜两倍焦距之外。

[解答] 利用凹镜公式求解。

$$\frac{h'}{h} = \frac{v}{u} = \frac{2}{4}，\text{所以 } u = 2v。$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}，\frac{1}{f} = \frac{v+u}{uv}；$$

以  $u = 2v$  代入，

$$\frac{1}{f} = \frac{3v}{2v^2}，f = \frac{2}{3}v = 20 \text{厘米}。$$

4279. 凹镜的焦距为 75 厘米，如果要获得放大率为 3 的像，物体应该放在什么位置？

[分析] 凹镜既能成放大的实像，也能成放大的虚像。所以本题有两个答案。

[解答] 第一种情况，成实像。

以  $v=3u$  代入凹镜公式，可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{3u} + \frac{1}{u}，\frac{1}{f} = \frac{4}{3u}， \\ u &= \frac{4}{3}f = \frac{4}{3} \times 75 \text{厘米} = 100 \text{厘米}。 \end{aligned}$$

第二种情况，成虚像。

以  $v = -3u$  代入凹镜公式，可得

$$\frac{1}{f} = \frac{-1}{3u} + \frac{1}{u}, \quad \frac{1}{f} = \frac{2}{3u},$$

$$u = \frac{2}{3}f = \frac{2}{3} \times 75 \text{厘米} = 50 \text{厘米}。$$

4280. 假使把物体放在凹镜前 20 厘米处，得到像长为物长两倍的直立像，则凹镜的曲率半径是多少？

[分析] 因为得到的是直立像，所以由凹镜成像规律可知所成的像必为虚像，像距是负值。

[解答] 由  $m = \left| \frac{v}{u} \right|$ ，所成的像是虚像，可知：

$$v = -2u。$$

代入凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ ，可得

$$\frac{1}{f} = \frac{-1}{2u} + \frac{1}{u}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{2u},$$

$$f = 2u = 40 \text{厘米}。$$

因此可知凹镜的曲率半径  $R = 2f = 80$  厘米。

4281. 物和像相距 1 米，如果物高是像高的 4 倍，求凹面镜的焦距。

[分析] 凹面镜成的是缩小的像。根据凹面镜的成像规律可知，像和物在面镜的同侧，且是物距大于像距。

[解答] 由  $m = \frac{v}{u} = \frac{1}{4}$ ，可知  $u = 4v$ 。

根据题设条件： $u - v = 1$  米， $3v = 1$  米。

可知  $v = \frac{1}{3}$  米， $u = \frac{4}{3}$  米。

由凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$

$$f = \frac{uv}{u+v} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} \text{米} = 0.27 \text{米}。$$

4282. 如图所示的一个球壳，内壁涂有铝反射层，半径为  $R$ ，球心在  $C$  点。今在距球心为  $\delta$ ， $\left( \delta < \frac{R}{2} \right)$  处放一个点光源  $S$ 。问它由右半球  $O_1M_1$  内壁和左半球  $O_2M_2$  内壁反射成的像各在何处？两像的距离多大？

[分析] 左、右两个球面反射层都可视为焦距是  $\frac{R}{2}$  的球面凹镜。

因此可以利用凹镜公式求解。

[解答] 对于右半球  $O_1M_1$ ，式中  $u = u_1 = R - \delta$ ， $v = v_1$ ，用凹镜公式代入有

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{R - \delta} = \frac{2}{R}。$$

解得  $v_1 = \frac{R(R - \delta)}{R - 2\delta}$ 。 $v_1$  是像点  $S_1$  到  $O_1$  的距离。

对于左半球  $O_2M_2$ ，式中  $u=u_2=R+\delta$ ， $v=v_2$ ，

代入凹镜公式有 
$$\frac{1}{v_2} + \frac{1}{R+\delta} = \frac{2}{R}。$$

解得  $v_2 = \frac{R(R+\delta)}{R+2\delta}$ 。 $v_2$  是像点  $S_2$  到  $O_2$  的距离。

两凹镜的曲率中心  $C$  重合，可以看出两像点的距离  $S_1S_2=v_1+v_2-2R$ 。

以求得的  $v_1, v_2$  值代入上式

$$\begin{aligned} S_1S_2 &= \frac{R(R+\delta)}{R+2\delta} + \frac{R(R-\delta)}{R-2\delta} - 2R \\ &= \frac{4R\delta^2}{R^2-4\delta^2}。 \end{aligned}$$

4283. 当发光点离凹镜的焦点 20 厘米时，光点的像离焦点 45 厘米，求凹镜的焦距。

[分析] 本题中已知的条件是物离焦距  $S_0$  和像离焦距  $S_i$ ，因此利用牛顿物像公式  $S_0 \cdot S_i = f^2$  解题较为简便。（公式证明见说理论证题第 777 页第 4379 题）

[解答] 将已知条件  $S_0=20$  厘米， $S_i=45$  厘米代入  $S_0 \cdot S_i = f^2$ ，

$$f = \sqrt{20 \times 45} \text{厘米} = 30 \text{厘米}。$$

本题如用凹镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$  求解，则由于不知道所成的像是实像还是虚像，必须分两种情况加以讨论。

成实像时有：
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+S_0} + \frac{1}{f+S_i}，$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20+f} + \frac{1}{45+f}。$$

解得

$$f = 30 \text{厘米}。$$

成虚像时有：
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f-S_0} + \frac{-1}{S_i-f_0}，$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f-20} + \frac{-1}{45-f}。$$

解得

$$f = 30 \text{厘米}。$$

4284. 一个发光点位于焦距为 20 厘米的凹镜前 60 厘米的主光轴上，以 5 厘米/秒的速率沿和主轴垂直的方向移动，则它的像的速率为多大？

[分析] 发光点在 1 秒内通过的距离为 5 厘米。可以设想高为 5 厘米的物体放在发光点处，该物体成的像高在数值上就是像的速率的大小。

[解答] 由凹镜公式：
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}，$$

$$v = \frac{uf}{u-f} = \frac{60 \times 20}{60-20} = 30 \text{厘米}。$$

$$\frac{S_0' S_0'}{S_0 S_1} = \frac{v}{u}， S_0' S_1' = \frac{v}{u} \cdot S_0 S_1 = 2.5 \text{厘米}。$$

因此可知像速是 2.5 厘米/秒。

4285. 如图有一束会聚光线, 会聚在 S 点。现在把一个焦距为 12 厘米的凹面镜放在会聚点 S 前 28 厘米处, 则这束会聚光线经凹面镜反射后会聚在什么位置?

[分析] 一个发光点放在某一个光学仪器前, 经反射 (或折射) 后, 如果射出光线是会聚的, 应该在会聚点生成一个实像。但不等到光速到达会聚点, 又遇到下一个光学仪器。会聚光束对于这个光学仪器来说是入射光束, 经该仪器反射 (或折射) 后应另成一个像。在研究问题时, 人们常常把这种入射光速的延长线在光学仪器后的会聚点作为物。由于这不是光线直接到达的地方, 所以把这样的物叫做虚物。这也遵循镜面成像规律, 只是在用公式计算时, 虚物的物距取负值。

由上分析可知, 本题是虚物成实像。(见图)

[解答] 按题意  $f=12$  厘米,  $u=-28$  厘米。

$$\text{由凹镜成像公式 } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$\text{得 } v = \frac{uf}{u-f} = \frac{(-28) \times (12)}{(-28)-12} \text{ 厘米} = 8.4 \text{ 厘米}。$$

$v > 0$ , 生成的像是实像。所以在凹镜前 8.4 厘米处生成一个实像。

4286. 有一个外表面镀上银层的直径为 3 厘米的圆球。有一个物体位于距球心 6 厘米处, 求它的像的位置和放大率?

[分析] 在成像中, 此球表面的反射层可看作凸面镜。图就是成像的光路示意图。计算时需注意凸球面镜的焦距是负值。

$$\begin{aligned} \text{[解答] 由题意 } u &= 4.5 \text{ 厘米, } f = \frac{R}{2} = -0.75 \text{ 厘米, 由凸镜公式 } \frac{1}{f} \\ &= \frac{1}{v} + \frac{1}{u}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{uf}{u-f} = \frac{4.5 \times (-0.75)}{4.5+0.75} \text{ 厘米} \\ &= -0.64 \text{ 厘米}。 \end{aligned}$$

像距为负值, 成正立的虚像, 位于圆球之中。

$$\text{放大率 } m = \left| \frac{v}{u} \right| = \frac{0.64}{4.5} = 0.14。$$

4287. 一个半径为 250 毫米的凸球面镜, 在它前面 600 毫米处放一个高为 10 毫米的物体。试求像的位置和大小。并作图验证像的位置。

[解答] 按题意  $f = \frac{R}{2} = -125$  毫米,  $u = 600$  毫米。根据面镜公式

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u},$$

$$\text{得 } v = \frac{uf}{u-f} = \frac{600 \times (-125)}{600+125} \text{ 毫米} = -103 \text{ 毫米}。$$

$$\text{由 } m = \left| \frac{v}{u} \right| \text{ 得: } \frac{h'}{h} = \left| \frac{v}{u} \right|, h' = \left| \frac{v}{u} \right| h = \frac{103}{600} \times \text{毫米} = 1.72 \text{ 毫米}。$$

像距  $v$  为负值, 所以得到一个高 1.72 毫米的正立的虚像, 像位于凸球面镜后面 103 毫米处。

作图验证见图所示。

4288. 一个平面镜和一个凹面镜相对而立, 相距 40 厘米, 在凹面镜前 15 厘米

处放一个物体。设经过第二次反射后在平面镜内所成虚像距平面镜镜面 10 厘米。求凹面镜的曲率半径。

[分析]平面镜成的像和物对镜面是对称的。经过第一次凹面镜反射所成的像必在平面镜前 10 厘米处。对于凹面镜而言这个像距  $v=30$  厘米。

[解答]第一次由凹面镜反射成的实像的像距  $v=(40-10)$  厘米=30 厘米。

利用凹面镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$  ,

$$\text{可得} \quad f = \frac{uv}{u+v} = \frac{15 \times 30}{15+30} \text{厘米} = 10 \text{厘米}。$$

$$R = 2f = 20 \text{厘米}。$$

凹面镜的曲率半径为 20 厘米。

4289.  $M_1$ 、 $M_2$  为两个焦距分别为 20 厘米和 40 厘米的凹球面镜，镜面相对成共轴系统，两个面镜顶点间的距离为 1 米。把一个小物体放在凹球面镜  $M_1$  前 10 厘米处，试求下列两种情况下像的位置和大小。

(1)先在离小物体近的凹面镜  $M_1$  上反射，

(2)先在离小物体远的凹面镜  $M_2$  上反射，

[分析]第(1)小题，小物体 P 发出的光线先经  $M_1$  再经过  $M_2$  反射后成像。对  $M_1$  来说，小物体位于焦点之内，必先形成一个放大正立的虚像（见图所示）。而这个虚像对于  $M_2$  如同实物一样。

在第(2)小题中，从小物体 P 发出的光线先经  $M_2$  再经过  $M_1$  反射后成像。对  $M_2$  来说，物体位于两倍焦距之外，形成一个缩小倒立的实像。这个实像对  $M_1$  来说，如同实物一样。

[解答](1)第一次成像： $f_1=20$  厘米， $u_1=10$  厘米，利用面镜公式

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{u_1} \text{ , 得}$$

$$v_1 = \frac{u_1 f_1}{u_1 - f_1} = \frac{10 \times 20}{10 - 20} \text{厘米} = -20 \text{厘米}。$$

放大率： $m_1 = \left| \frac{v_1}{u_1} \right| = \left| \frac{-20}{10} \right| = 2$ ，生成一个放大的正立的虚像在

凹面镜  $M_1$  后 20 厘米处。这像对凹面镜  $M_2$  来说是实物，物距  $u_2 = L$

$+|v_1| = (100 + 20)$  厘米 = 120 厘米，根据面镜公式  $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{v_2} + \frac{1}{u_2}$ ，得

$$v_2 = \frac{u_2 f_2}{u_2 - f_2} = \frac{120 \times 40}{120 - 40} \text{厘米} = 60 \text{厘米}。$$

放大率  $m_2 = \left| \frac{v_2}{u_2} \right| = \left| \frac{60}{120} \right| = \frac{1}{2}$ ，形成一个缩小的倒立的实像。

总的放大率  $m = m_1 \cdot m_2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ 。最终生成一个和物体等大的

倒立的实像，位于球面镜  $M_2$  前 60 厘米处。

(2)第一次成像： $f_2 = 40$ 厘米， $u_2' = 90$ 厘米，根据面镜公式  $\frac{1}{f_2} =$

$$\frac{1}{v_2'} + \frac{1}{u_2'}$$
，得

$$v_2' = \frac{u_2' f_2}{u_2' - f_2} = \left( \frac{90 \times 40}{90 - 40} \right) \text{厘米} = 72 \text{厘米}。$$

$$m_2' = \left| \frac{v_2'}{u_2'} \right| = \frac{72}{90} = 0.8 \text{ 形成一个缩小倒立的实像，位于凹面镜 } M_2 \text{ 前}$$

72厘米处。

这个实像对凹面镜 $M_1$ 而言，相当于实物，物距 $u_1' = L - v_2' = (100 - 72)$ 厘米 = 28厘米。根据面镜公式： $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{u_1'} + \frac{1}{v_1'}$ ，

$$v_1' = \frac{u_1' f}{u_1' - f} = \frac{28 \times 20}{28 - 20} \text{厘米} = 70 \text{厘米}。$$

$$\text{放大率 } m_1' = \left| \frac{v_1'}{u_1'} \right| = \left| \frac{70}{28} \right| = 2.5。 \text{ 生成一个放大倒立的实像。}$$

总的放大率  $m' = m_2' m_1' = 0.8 \times 2.5 = 2$ 。最终生成一个相对物体来说是正立的，放大两倍的实像，位于凹面镜 $M_1$ 前70厘米处。

4290. 紫外显微镜中牛顿物镜的原理如图(a)所示。在一个凹球面反射镜的中心开一个小孔。凹面镜的曲率半径为8厘米，在镜心右侧2厘米处有一个小平面镜。如果在凹面镜左方距小孔1厘米处有一个小物AB，长0.1厘米。试求AB通过这个系统所成像的位置和大小，并说明像的性质。

[分析]物AB通过小孔能在平面镜后形成虚像A'B'。由于平面镜反射到达凹面镜的光束可以看作是由平面镜后的虚像A'B'发出的一样。并由图(b)中可看出A'B'和凹面镜镜心相距5厘米。

[解答]物AB对平面镜所成的虚像A'B'由平面镜成像规律可知位于平面镜后3厘米处，且和物等大，正立。A'B'=AB=0.1厘米。

$$\begin{aligned} \text{A'B'对凹面镜来说是实物，其物距是5厘米，凹面镜的焦距 } f &= \frac{R}{2} \\ &= \frac{8}{2} \text{厘米} = 4 \text{厘米}。 \end{aligned}$$

$$\text{由面镜公式 } \frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}，$$

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{4 \times 5}{5-4} \text{厘米} = 20 \text{厘米}。$$

$$\text{像的放大率 } m = \left| \frac{v}{u} \right| = \frac{20}{5} = 4。$$

$$\text{A''B''} = mA'B' = 4 \times 0.1 \text{厘米} = 0.4 \text{厘米}。$$

所以成的像A''B''为一个放大倒立的实像，在凹面镜的右侧。

4291. 在图中，光从空气进入媒质x，该媒质的折射率是多少？

$$\begin{aligned}
 \text{[解答]} \quad n_x &= \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \\
 &= \frac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{2}/2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 1.22。
 \end{aligned}$$

[分析]光线从一种媒质进入另一种媒质时，在界面上通常有反射和折射现象同时存在。反射角等于入射角，而折射角则可由折射定律  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$  求出。

从图中可以看出：反射线和折射线的夹角为  $180^\circ - (i+r)$ ，这个角按题设条件为  $90^\circ$ ，可知  $i+r=90^\circ$ 。

[解答]按本题所设的条件可知：

折射角  $r=90^\circ - i$ 。

由折射定律可知：

$$\begin{aligned}
 n_{\text{空气}} \sin i &= n_{\text{液}} \sin(90^\circ - i), \\
 \sin i &= 1.73 \cos i, \quad \text{tg} i = 1.73, \\
 i &= \text{tg}^{-1} 1.73 = 60^\circ。
 \end{aligned}$$

4293. 有一个底面直径和高都是  $d$  的空圆筒。眼在  $A$  处恰好能看到底圆跟侧壁的交点  $B$ 。如图所示。现将某种液体注满圆筒，在  $A$  处沿原方向看去，能看到底面的中心  $C$ 。求这种液体的折射率为多大？

[分析]媒质的折射率指的是光由真空进入这种媒质时（垂直入射除外），入射角的正弦跟折射角的正弦之比，且根据题意，角  $r$  总是  $45^\circ$ ，

$$\sin i = \frac{d/2}{\sqrt{d^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = \frac{d}{\sqrt{5d^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}。$$

[解答]由折射定律  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ 。

因为空气中的折射率近似等于 1，所以

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{n_1} &= \frac{\sin i}{\sin r}, \\
 n_1 &= \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{5}/5} = 1.58。
 \end{aligned}$$

4294. 空气中放一厚玻璃平板，它的折射率为 1.50。有一束单色平行光和玻璃平面成  $30^\circ$  角投射到玻璃上，问在玻璃平板中的折射光束和玻璃平面的交角多大？欲使折射角为入射角的  $1/2$ ，则入射角应为多大？

[解答]入射角  $i=90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。

将已知条件代入折射定律  $n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$  可得

$$\begin{aligned}
 \sin r &= \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i = \frac{\sin 60^\circ}{1.5} = \frac{0.866}{1.5} = 0.577, \\
 r &= \sin^{-1} 0.577 = 35^\circ 15'。
 \end{aligned}$$

折射光束和平板所成的角  $=90^\circ - r = 90^\circ - 35^\circ 15' = 54^\circ 45'$ 。

欲使折射角恰为入射角的  $1/2$ ，则入射角  $i'$  必须符合  $n_1 \cdot \sin i' = n_2 \cdot$

$$\sin \frac{i'}{2}。$$

$$\sin i' = 1.5 \sin \frac{i'}{2}。$$

应用倍角公式可得

$$2 \sin \frac{i'}{2} \cos \frac{i'}{2} = 1.5 \sin \frac{i'}{2}，$$

$$\cos \frac{i'}{2} = 0.75，i' = 82^\circ 48'。$$

当入射光束的入射角为  $82^\circ 48'$  时，在玻璃平板中的折射角是  $41^\circ 24'$ 。

4295. 有一束光线，照射到两透明媒质的交界平面上，这两透明媒质的折射率分别为 1.40 和 1.60。如果入射角为  $30^\circ$ ，并且光线从折射率大的媒质射入折射率小的媒质，求折射角。并讨论当入射角逐渐增大时，折射角的变化情况。

[解答] 由折射定律中的斯涅耳公式  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ ，得

$$\begin{aligned} \sin r &= \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i = \frac{1.60}{1.40} \times 0.5 \\ &= 0.571。 \end{aligned}$$

$$r = 34.85^\circ = 34^\circ 51'。$$

如果入射角逐渐增大，则由  $\sin r = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i$  可知，折射角也将随之

增大。

特别注意当光是由折射率较大的媒质进入折射率较小的媒质时，

$\frac{n_1}{n_2} > 1$ ，有可能当  $i$  等于某一值时， $\sin r = 1$ 。这时的入射角称为临界角

，用字母  $C$  表示。显然这时  $\sin C = \frac{n_2}{n_1} = 0.875$ ， $C = \sin^{-1} 0.875 = 61^\circ$ 。

当入射角超过  $61^\circ$  时，折射光线不再存在。光线将全部从界面上反射回原来折射率较大的媒质中。这种现象叫做全反射。

4296. 已知水的折射率为  $4/3$ ，在水面下放一个强点光源，则可在水面上见到一个圆形透光面，如图所示。如果这个透光面的直径为 4 米，求光源离水面的距离  $H$ 。若水面上见到的透光平面正在缩小，问这个光源在上浮还是下沉？

[分析] 形成圆形透光平面是由于在这个范围之外的光束在界面上发生全反射的缘故。

[解答] 由图中可以看到  $\operatorname{tg} C = \frac{R}{H}$ 。

$$H = \frac{R}{\operatorname{tg} C} = \frac{D}{2 \operatorname{tg} C} = \frac{D \cos C}{2 \sin C}，\text{利用 } \sin C = \frac{1}{n}，$$

$$H = \frac{D \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}}{2 \left(\frac{1}{n}\right)} = \frac{4 \times \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}}{2 \left(\frac{3}{4}\right)} \text{米} = 1.76 \text{米}。$$

显然  $D$  跟  $H$  成正比，从见到透光的圆面积的直径在缩小，可知点光源  $S$  在上浮。

4297. 如图(a)所示, 潜水员在水中抬头仰望, 由于光线在空气和水的界面上反射, 他能看见河底的物体。如果水深为  $H$ , 潜水员仰望时眼睛到河底距离为  $h$ , 水的折射率为  $n$ , 则潜水员能较清楚地看到的河底物体和潜水员间的最短水平距离是多大?

[分析]潜水员能较清楚地看到河底物体是由于从河底物体上发出的光在水面下产生全反射后射到眼中的缘故。如图(b)所示, 当  $\angle AOP$  恰等于临界角  $C$  时,  $A$  到潜水员的水平距离最短, 比  $A$  点更远一些点发出的光线都能通过全反射而射到潜水员眼中。

[解答]当  $\angle AOP$  等于临界角  $C$  时, 线段  $Am$  为最短的水平距离。此时临界角的正弦值  $\sin C = \frac{1}{n}$ 。

$$\begin{aligned} Am &= AP + Pm = H \cdot \operatorname{tg}C + (H - h) \cdot \operatorname{tg}C \\ &= \operatorname{tg}C \cdot (2H - h) = (2H - h) / \sqrt{n^2 - 1}. \end{aligned}$$

$$\left( \operatorname{tg}C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\sin C}{\sqrt{1 - \sin^2 C}} = \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \right)$$

4298. 有半径为 2 厘米的实心玻璃球, 球内有一个小气泡, 当观察者的眼、球心、气泡在同一直线上时, 观察者看到气泡距球面 1 厘米。试求气泡到球面顶点的真实距离。(玻璃的折射率为 1.50)

[分析]从小气泡射出的光线  $PA$ 、 $PO$  沿球面折射后是发散的。发散光线的延长线交于  $P'$ , 所以  $P'A$  是见深,  $PA$  是实际深度。

由于观察者的眼、球心、气泡在同一直线上, 即图中的角  $\angle APO$ 、 $\angle AOP$ 、 $\angle AOP'$  都应很小。所以  $\angle APO \approx \operatorname{tg} \angle APO = \frac{y}{AP'}$ ,  $\angle AOP \approx \operatorname{tg} \angle AOP = \frac{y}{AP}$ ,  $\angle AOP' \approx \operatorname{tg} \angle AOP' = \frac{y}{AC}$ 。

$$\frac{y}{AC}。$$

在  $\triangle OCP'$  中可得出  $r = \frac{y}{\sin i}$ ; 在  $\triangle OCP$  中可得出  $i = \frac{y}{\sin r}$ 。了解了上述几何关系后, 便可利用斯涅耳公式将折射率跟线段长度联系起来。

[解答]由斯涅耳公式:  $n \cdot \sin i = \sin r$ 。但  $i$ 、 $r$  都很小。可认为  $i = \sin i$ 、 $r = \sin r$ 。

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sin r}{\sin i} \approx \frac{r}{i} = \frac{\frac{y}{\sin i}}{\frac{y}{\sin r}} \\ &= \frac{\frac{y}{\sin i} - \frac{y}{2}}{\frac{y}{\sin i} - \frac{y}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{y}{2PA}}{\frac{1}{2} - \frac{y}{2PA}} = 1.5. \end{aligned}$$

解得  $PA = 1.2$  厘米。

4299. 有一块厚为 2 厘米折射率为 1.50 的玻璃板, 放在空气中。一条光线以  $60^\circ$  入射角投射到玻璃上。求射出玻璃板的光线和入射光线之间的横向位移的大小。

[分析]根据折射率可求出光线进入玻璃板中的折射角。利用侧移公

式  $D = t \cdot \frac{\sin(\phi - \phi')}{\cos \phi'}$  , 求出侧移  $D$  的大小。(证明见说理论证题第 781 页, 第 4387 题)

[解答] 由斯涅耳公式  $n_{\text{空气}} \cdot \sin \phi = n_{\text{玻璃}} \cdot \sin \phi'$  ,

$$\begin{aligned} \sin \phi' &= \frac{n_{\text{空气}}}{n_{\text{玻璃}}} \cdot \sin \phi \\ &= \frac{1}{1.50} \times 0.866 = 0.577。 \\ \phi' &= \sin^{-1} 0.577 = 35.2^\circ。 \end{aligned}$$

代入有关横向位移  $D$  的公式

$$\begin{aligned} D &= t \cdot \frac{\sin(\phi - \phi')}{\cos \phi'} = 2 \times \frac{\sin(60^\circ - 35.2^\circ)}{\cos 35.2^\circ} \text{厘米} \\ &= 2 \times \frac{\sin 24.8^\circ}{\cos 35.2^\circ} \text{厘米} = 2 \times \frac{0.419}{0.817} \text{厘米} = 1.03 \text{厘米}。 \end{aligned}$$

4300. 有一个实心玻璃半球, 半径为 10 厘米, 折射率为 1.50, 将它平的表面向下放在台上。以一束圆柱形平行光正对球心垂直台面射下, 平行光束的半径为 0.5 厘米, 问在台面上形成圆形光斑的半径为多大?

[分析] 入射光束的中心并不发生折射。而它的边缘部分光线将折向球心方向, 如图所示。

[解答] 根据图中的几何关系, 先求出光束边缘的入射角  $i$ 。

$$\begin{aligned} \sin i &= \frac{OB}{R_{\text{球}}} = \frac{0.5}{10} = 0.05, \\ i &= \sin^{-1} 0.05 = 2.87^\circ。 \end{aligned}$$

由  $n_{\text{空气}} \cdot \sin i = n_{\text{玻璃}} \cdot \sin r$  ,

$$\begin{aligned} \sin r &= \frac{n_{\text{空气}}}{n_{\text{玻璃}}} \cdot \sin i = \frac{1}{1.50} \times 0.05 = 0.033。 \\ r &= \sin^{-1} 0.033 = 1.89^\circ。 \end{aligned}$$

为求圆形光斑的半径  $CP$ 。在  $\triangle OPC$  中,  $\angle OPC = 180^\circ - (90^\circ + i) - r = 90.98^\circ$ 。应用正弦定律:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \angle OPC}{OC} &= \frac{\sin r}{CP}, \\ CP &= \frac{\sin r}{\sin \angle OPC} \cdot R_{\text{球}} = \frac{\sin 1.89^\circ}{\sin 90.98^\circ} \times 10 \text{厘米} = \frac{0.033}{0.999} \times 10 \text{厘米} \\ &= 0.33 \text{厘米}。 \end{aligned}$$

在台面上形成的圆形光斑的半径是 0.33 厘米。

4301. 光从折射率为 1.50 的玻璃进入折射率为 1.33 的水中, 这时的临界角是多大?

[解答] 由斯涅耳公式

$$n_{\text{玻璃}} \cdot \sin C = n_{\text{水}} \cdot \sin 90^\circ ,$$

$$\sin C = \frac{n_{\text{水}}}{n_{\text{玻璃}}} = \frac{1.33}{1.50} = 0.887。$$

$$C = 62.5^\circ。$$

4302. 有一个等腰直角三棱镜，它的折射率为 1.50，问光自空气中垂直射入棱镜的一个侧面后，能否在镜内发生全反射？如将这个棱镜浸没在水中，当光正向入射时，还能否在镜内发生全反射？如果在这种情况下发生全反射则这个镜的折射率最小值是多少？

[分析] 入射光线如图所示。光线在棱镜的界面上能否发生全反射取决于入射角是否等于、大于临界角。

[解答] 棱镜放在空气中时

$$n_{\text{镜}} \cdot \sin C = n_{\text{空气}} \cdot \sin 90^\circ，$$

$$\sin C = \frac{n_{\text{空气}}}{n_{\text{镜}}} = \frac{1}{1.50} = 0.667。 C = 41.8^\circ。$$

由题意可知，入射角为  $45^\circ$ 。由于  $45^\circ > 41.8^\circ$ ，所以在斜面上能发生全反射。

棱镜放在水中时，因为  $n_{\text{水}} = 1.33$ ，

$$\sin C = \frac{n_{\text{水}}}{n_{\text{镜}}} = \frac{1.33}{1.50} = 0.886。$$

$$C = 62.5^\circ。$$

由于此时入射角  $45^\circ < 62.5^\circ$ ，所以在斜面上将发生折射和反射，而不发生全反射现象。

如要在水中发生全反射，则必使：

$$n_{\text{镜}} \cdot \sin 45^\circ = n_{\text{水}} \cdot \sin 90^\circ，$$

$$n_{\text{镜}} = \frac{n_{\text{水}}}{\sin 45^\circ} = \frac{1.33}{0.707} = 1.88。$$

即只有当镜的折射率大于或等于 1.88 时，才能发生全反射。

4303. 如图所示，光线正入射在棱镜的一个侧面上。有一液滴浸润在棱镜的斜面上。棱镜的折射率为 1.50。如果光线在斜面上发生全反射，则这种液体的折射率的最大值为多少？

[分析] 从图中可知，光线在液体和玻璃界面上的入射角是  $60^\circ$ ，如果  $60^\circ$  角恰等于光由玻璃进入这种液体的临界角，那么恰好能发生全反射。如果液体的折射率减小，那么临界角也减小到  $60^\circ$  以下，此时如以  $60^\circ$  的入射角投射到界面上，肯定能发生全反射。因此能使临界角恰为  $60^\circ$  时的液体折射率是所有可能发生全反射的最大折射率。

[解答] 由斯涅耳公式  $n_{\text{玻}} \cdot \sin C = n_{\text{液}} \cdot \sin 90^\circ$ ，

$$\begin{aligned} n_{\text{液}} &= n_{\text{玻}} \cdot \sin C = 1.50 \times \sin 60^\circ \\ &= 1.50 \times 0.866 \approx 1.30。 \end{aligned}$$

即当液体的折射率小于或等于 1.30 时，都能发生全反射。要保证发生全反射，滴上去的液体的折射率的最大值为 1.30。当滴上折射率大于 1.30 的液体时，在入射角为  $60^\circ$  的情况下将不发生全反射现象。

4304. 已知光从空气中以  $45^\circ$  的入射角射入冰中，折射角为  $30^\circ$ 。求：

(1)冰的折射率多大？

(2)在冰面下2厘米处有一微尘。如果从微尘的正上方向下观察，问此微尘的深度为多大？

[分析]冰的折射率可由折射定律公式确定。

[解答](1)  $n_{\text{空气}} \cdot \sin i = n_{\text{冰}} \cdot \sin r$ ,

$$n_{\text{冰}} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sqrt{2}/2}{1/2} = \sqrt{2} = 1.41.$$

(2)微尘在冰下2厘米时，设视深为 $y'$ ，实际深为 $y$ ，则

$$y' = \frac{y}{n_{\text{冰}}} = \frac{2}{1.41} \text{厘米} = 1.41 \text{厘米}.$$

4305. 一块由折射率为1.50的玻璃制成的立方体，放在空气中。平行光从立方体的顶面倾斜射入，它的折射光线射到立方体的另一个侧面上。这光线能否从这侧面射出去？

[分析]能否从侧面射出去，取决于光线投射到侧面上的入射角。当这个入射角大于或等于临界角时，就不能射出。临界角可由 $n_{\text{玻璃}} \cdot \sin C = n_{\text{空气}} \cdot \sin 90^\circ$ 而定。

$$\sin C = \frac{n_{\text{空气}}}{n_{\text{玻璃}}} = \frac{1}{1.50}, C = 41.8^\circ.$$

[解答]如图所示，在AB界面上，光线由空气投射向玻璃时， $n_{\text{空气}} \cdot \sin i = n_{\text{玻璃}} \cdot \sin r$ 。当入射角 $i = 90^\circ$ 时，折射角 $r = 41.8^\circ$ 。

因此折射后的光线在侧面BC上的入射角 $i'$ 总是大于 $90^\circ - 41.8^\circ = 48.2^\circ$ 。即总是大于发生全反射的临界角 $41.8^\circ$ ，所以不能从面上射出。

4306. 图中棱镜的折射率为1.414， $i$ 角为 $30^\circ$ 。平行的两光线 $m$ 及 $n$ 按图方向射入棱镜，问两光线自棱镜射出后交角多大？

[分析]连接两个入射点P、Q，可见在PQC中：

$$= 180^\circ - 2(i + 90^\circ - r).$$

其中 $i$ 为已知角度，而折射角 $r$ 的大小可由斯涅耳公式求得。

[解答]先由斯涅耳公式求得光线由棱镜进入空气中的折射角 $r$ ：

$$n_{\text{玻璃}} \cdot \sin i = n_{\text{空气}} \cdot \sin r,$$

$$\sin r = \frac{n_{\text{玻璃}}}{n_{\text{空气}}} \cdot \sin i = 1.414 \times \frac{1}{2} = 0.707,$$

$$r = \sin^{-1} 0.707 = 45^\circ.$$

那么，光线 $m$ 、 $n$ 射出棱镜后的交角

$$\begin{aligned} &= 180^\circ - 2(i + 90^\circ - r) \\ &= 30^\circ. \end{aligned}$$

从图中可见光线自棱镜中射出时总是偏折向棱镜较厚的一边。

4307. 一块玻璃三棱镜ABC，它的顶角A为 $30^\circ$ 。光线跟AB面成直角而进入棱镜，由AC面出射到空气中，测得出射线和入射线的夹角为 $30^\circ$ ，求棱镜的折射率。

[解答]由图得  $\angle PQM = 30^\circ$ ,

$$\angle RQN = r = 60^\circ.$$

因为 
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n},$$

所以 
$$n = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3} = 1.73.$$

4308. 一个顶角为  $5^\circ$  的棱镜, 已求得对某一光线的最小偏向角为  $3^\circ$ , 求这个棱镜的折射率多大?

[分析] 偏向角是指射出棱镜的光线和射入棱镜的光线的夹角。

如图所示, 当光线对称通过棱镜时, 它的偏向角最小, 利用折射定

律可求出最小偏向角  $\delta_m$  和折射率的关系式 
$$n = \frac{\sin(\frac{A}{2} + \frac{\delta_m}{2})}{\sin \frac{A}{2}}.$$
 (证明见

说理论证题第 782 页第 4390 题)

[解答] 将已知代入上式

$$n = \frac{\sin(\frac{A}{2} + \frac{\delta_m}{2})}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin 4^\circ}{\sin 2.5^\circ} = \frac{0.06976}{0.04362} = 1.599.$$

如果棱镜的顶角很小, 最小偏向角也很小时, 可以认为  $\sin \theta \approx \theta$ 。于是

$$n = \frac{A + \delta_m}{A} = \frac{8^\circ}{5^\circ} = 1.600.$$

利用近似式计算,  $\left| \frac{1.599 - 1.600}{1.599} \right| = 6.25 \times 10^{-4} = 0.0625\%$ 。可知它的

误差极小。

4309. 三棱镜的横截面的三个内角为  $90^\circ$ 、 $80^\circ$  和  $10^\circ$ 。光线如图垂直入射到三棱镜的一个侧面 BC 上。要经过多少次全反射, 光线才能进入空气? (光在棱镜的界面上产生全反射的临界角为  $42^\circ$ )

[解答] 光线从 BC 面入射时, 入射角为零, 所以折射角也为零。光线沿直线射到 AB 面上的 D 点时, 入射角  $i_1 = 80^\circ$ , 因为大于  $42^\circ$ , 发生全反射; 光线反射到 AC 面上的 E 点, 这时入射角  $i_2 = 90^\circ - A - ADE = 90^\circ - 10^\circ - 10^\circ = 70^\circ$ , 同样由于  $i_2$  大于  $42^\circ$ , 在 AC 面上发生全反射; 光线又反射到 AB 面上的 F 点, 可得入射角  $i_3 = 60^\circ$ , 同理又发生全反射; 光线反射到 AC 面上的 G 点, 可得入射角  $i_4 = 50^\circ$ , 又发生全反射; 光线反射到 AB 面上 H 点, 此时入射角  $i_5 = 40^\circ$ , 它小于  $42^\circ$ , 存在折射光线 (见图), 光线进入空气。所以必须经过四次全反射后光线才能进入空气。

4310. 半圆柱形玻璃砖截面如图(a)所示, O 为圆心, 已知光线从 a 处进入玻璃砖后, 在 O 点恰好发生全反射。

(1) 试计算这块玻璃砖的折射率。

(2) 如果另一条从 b 处射入的光线和 a 处光线平行, 讨论这根光线能否穿过玻璃砖从 MN 射出。画出光路图。

[解答] (1) 因为光线从 a 点入射后恰好在 O 点发生全反射, 因此它的入射角就等于临界角 C, 即  $C = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 。

因为  $\sin C = \frac{1}{n}$ ，所以  $n = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = 1.414$ 。

(2) 当光线同样以  $45^\circ$  的入射角，从 b 点入射，则根据折射定律，就可求得折射角 r。

因为  $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ ， $\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{1.414} = \frac{1}{2}$ ， $r = 30^\circ$ 。

$i' = r < C$  即光线从 b 点进入玻璃砖后到达 d 点，在 d 点不会发生全反射。因此光线能穿过玻璃砖从 MN 射出。光路如图(b)所示（图中没有画出反射光线）。

4311. 光导纤维由两层材料组成。内层芯线的折射率为  $n_1$ ，外层塑料包皮的折射率为  $n_2$ 。且  $n_1 > n_2$ 。光线应怎样射入芯线，才能在芯线和包皮的界面上发生全反射？

[分析] 光线先后两次射到两种媒质的界面上，第一次在空气和折射率是  $n_1$  的芯线的界面上，第二次在折射率是  $n_1$  的芯线和折射率是  $n_2$  的包皮的界面上。按题意光线应在第二次界面上能发生全反射，则入射角  $i'$  必须大于或等于临界角 C，而第一次的折射角  $r = 90^\circ - i'$  所以  $r \geq 90^\circ - C$ ，这样根据折射定律就可求得入射角 i 的范围。

[解答] 设恰能全反射的最大入射角为 i，

在第一个界面上折射时  $\frac{\sin i}{\sin r} = n_1$  (1)

在第二个界面上发生全反射  $\sin i' = \frac{n_2}{n_1}$  (2)

几何关系  $r + i' = 90^\circ$  (3)

由(3)式得  $\sin r = \cos i'$  (4)

将(4)代入(1)得  $\sin i = n_1 \sin r = n_1 \cos i' = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 i'}$

$$= n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

$$i = \sin^{-1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$

因此说只要  $i \geq \sin^{-1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ ，光线就能在光导纤维内发生全反射。

4312. 如图(a)所示，在半球形玻璃砖上部有一层透明液体。当射向球心的一束光线和竖直方向夹角  $i_1$  为  $30^\circ$  时，恰好没有光线进入液体上部的空气中；如果入射角增大到  $i_2$  为  $45^\circ$  时，恰好没有光线进入透明液体中。求玻璃和透明液体的折射率。

[分析] 当  $i_1 = 30^\circ$  时，光线能从玻璃进入液体，但不能从液体进入空气，说明这时光线从玻璃进入液体的折射角  $r_1$  也就是射到液体和空气界面上的入射角恰等于该液体产生全反射的临界角  $C_1$ 。当  $i_2 = 45^\circ$  时光线恰不能进入液体，说明此时  $i_2 = C_2$  ( $C_2$  为在玻璃和液体界面上产生全反射的临界角)。然后根据折射定律及临界角的定义可求得  $n_1$ 、 $n_2$ ，如图(b)所示。

[解答] 
$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

$$\sin r_1 = \sin C_1 = \frac{1}{n_2} \quad (2)$$

将(2)式入(1)式

得  $n_1 \cdot \sin i_1 = 1$ 。

$$n_1 \sin 30^\circ = 1, n_1 = 2.$$

又 
$$\sin i_2 = \sin C_2 = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

由(3)式得  $n_2 = \sin i_2 \cdot n_1 = \sin 45^\circ \times 2 = \sqrt{2} = 1.41$ 。

4313. 一个凸透镜的焦距为 20 厘米, 试就下列两种情况算出物体到透镜的距离, 并画出成像光路图。

(1) 在透镜另一侧, 距透镜 30 厘米处得一个实像;

(2) 在物体同侧, 距透镜 30 厘米处得一个虚像。

[解答](1) 已知透镜的焦距  $f=20$  厘米, 像距  $v=30$  厘米, 根据透镜成像

公式 
$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$u = \frac{fv}{v-f} = \frac{20 \times 30}{30-20} \text{ 厘米} = 60 \text{ 厘米}.$$

成像光路如图(a)所示。

(2) 因所成的像是虚像, 所以像距  $v' = -30$  厘米, 设物体到透镜的

距离为  $u'$ , 则有 
$$\frac{1}{u'} + \frac{1}{v'} = \frac{1}{f},$$

$$u' = \frac{fv'}{v'-f} = \frac{20 \times (-30)}{-30-20} \text{ 厘米} = 12 \text{ 厘米}.$$

成像光路如图(b)所示。

4314. 用一个凸透镜成像, 当物体和光屏间相距  $L_1=1.50$  米时, 屏上形成高为  $h_1=1.80$  厘米的清晰的像; 当物体和光屏间相距  $L_2=3.00$  米时, 变动一下透镜位置, 屏上又可形成高为  $h_2=960$  厘米的清晰的像。试求: 物体的高度  $h$  和凸透镜的焦距  $f$ 。

[分析] 由于已知透镜两次成像的物像间距离和像高, 因此可以利用放

大率  $m = \frac{\text{像高}}{\text{物高}} = \left| \frac{v}{u} \right|$  和物像间距离  $L = u + v$ , 解出物距  $u$  和像距  $v$ , 代入

透镜成像公式列方程, 解得  $f$  和  $h$ 。

[解答] 设第一次成像的物距、像距分别为  $u_1$  和  $v_1$ 。则  $u_1 + v_1 = L_1$ 。因

为放大率  $m = \frac{h_1}{h} = \frac{v_1}{u_1}$ ,

所以 
$$u_1 = \frac{hL_1}{h_1 + h}, v_1 = \frac{h_1L_1}{h_1 + h},$$

将  $u_1$ 、 $v_1$  代入透镜成像公式可得

$$\frac{1}{f} = \frac{u_1 + v_1}{u_1 v_1} = \frac{(h_1 + h)^2}{h_1 h L_1} \quad (1)$$

同理第二次成像有

$$\frac{1}{f} = \frac{u_1 + v_1}{u_1 v_1} = \frac{(h + h_2)^2}{h h_2 L_2} \quad (2)$$

由于同一透镜的焦距相等，

$$\text{所以} \quad \frac{(h_1 + h)^2}{h_1 h L_1} = \frac{(h_2 + h)^2}{h_2 h L_2}, \text{ 即} \quad \frac{h_1 L_1}{h_2 L_2} = \left( \frac{h + h_1}{h + h_2} \right)^2 \quad (3)$$

将(3)式两边开方得

$$\frac{h + h_1}{h + h_2} = \frac{\sqrt{h_1 L_1}}{\sqrt{h_2 L_2}}.$$

由此解得物高

$$h = \frac{h_2 \sqrt{h_1 L_1} - h_1 \sqrt{h_2 L_2}}{\sqrt{h_2 L_2} - \sqrt{h_1 L_1}} = \frac{96\sqrt{18 \times 1500} - 18\sqrt{96 \times 3000}}{\sqrt{96 \times 3000} - \sqrt{18 \times 1500}} \text{ 毫米}$$

$$= 16.4 \text{ 毫米}.$$

将h代入(2)式或(1)式，得透镜的焦距

$$f = \frac{h h_1 L_1}{(h_1 + h)^2} = \frac{16.4 \times 18 \times 1500}{(18 + 16.4)^2} \text{ 毫米} = 374 \text{ 毫米}.$$

4315. 如图，将长为  $l$  的物体 ( $l < f$ )，沿凸透镜主光轴放置，它的中点恰在距凸透镜为两倍焦距处，在透镜另一侧得到该物体的实像，如果透镜的焦距为  $f$ ，试求像的长度是多少？

[分析] 如图， $A_1 B_1$  是物体  $AB$  的像， $A_1$ 、 $B_1$  端分别是  $A$ 、 $B$  端的像。求出  $A_1$ 、 $B_1$  的像距  $v_{A_1}$ 、 $v_{B_1}$ ，就可以得像长  $l'$ 。

[解答] 如图，物体  $A$ 、 $B$  端的物距分别为  $\frac{l}{2} + 2f$  和  $2f - \frac{l}{2}$ ，设像点

$A_1$ 、 $B_1$  的像距分别为  $v_{A_1}$ 、 $v_{B_1}$ 。

根据透镜成像公式，可得

$$\frac{1}{2f + \frac{l}{2}} + \frac{1}{v_{A_1}} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{2f - \frac{l}{2}} + \frac{1}{v_{B_1}} = \frac{1}{f}.$$

$$v_{A_1} = \frac{2f + \frac{l}{2}}{f + \frac{l}{2}} f; \quad v_{B_1} = \frac{2f - \frac{l}{2}}{f - \frac{l}{2}} f.$$

像长  $l' = v_{B_1} - v_{A_1}$ ，以  $v_{B_1}$ 、 $v_{A_1}$  值代入，可得像长

$$l' = v_{B_1} - v_{A_1} = \frac{f^2}{f^2 - \frac{l^2}{4}}.$$

4316. 正方形的物体和光屏平行并相距 3 米，问选用何种透镜，它的焦距  $f$  多大，放在什么地方，才能在光屏上得到面积放大 81 倍的像？

[解答] 在光屏上得到的像是实像，所以应选用凸透镜。

设正方形每边长为  $a$ ，像（仍为正方形）每边长为  $a'$ ，设面积放大率为  $m_s$ ，

则

$$m_s = \frac{\text{像面积}}{\text{物面积}} = \frac{a'^2}{a^2} = \left(\frac{a'}{a}\right)^2 = m^2。$$

$$m = \sqrt{81} = 9，$$

又  $m = \frac{v}{u}$  即  $v = mu = 9u。$

因  $u + v = L$ ，得： $u + 9u = 3\text{米}$ ， $u = 0.3\text{米}$ 。

$$v = 9u = 9 \times 0.3\text{米} = 2.7\text{米}。$$

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，

$$f = \frac{uv}{u+v} = \frac{0.3 \times 2.7}{0.3 + 2.7} \text{米} = 0.27\text{米}。$$

在距正方形 0.3 米处放一个焦距为 0.27 米的凸透镜，就能在光屏上得到面积放大 81 倍的像。

4317. 点光源在凸透镜的主光轴上，和透镜相距 30 厘米。凸透镜的焦距是 10 厘米，直径是 4 厘米。在透镜的另一侧放一个光屏，使屏上能得到点光源的清晰的像，然后将点光源沿主光轴向透镜方向移动 10 厘米，求屏上所成光斑的直径。

[分析] 根据题意，可求出点光源位于  $S_1$  和  $S_2$  处时，所成像的位置

$S'_1$  和  $S'_2$ ，其中  $S'_1$  位置即光屏所在位置。作点光源位于  $S_2$  时的成像光路图，如图所示（图中  $u_1 = 30$  厘米， $u_2 = 10$  厘米）。根据相似三角形对应边成比例，即可求得光斑直径  $d$ 。

[解答] 如图，根据透镜成像公式，可求得点光源位于  $S_1$ 、 $S_2$  时，透镜成像的像距  $v_1$ 、 $v_2$ ，即

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f}，\text{则 } v_1 = \frac{fu_1}{u_1 - f} = \frac{10 \times 30}{30 - 10} \text{厘米} = 15\text{厘米}，$$

$$\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f}，v_2 = \frac{fu_2}{u_2 - f} = \frac{10 \times (30 - 10)}{(30 - 10) - 10} \text{厘米} = 20\text{厘米}。$$

$$\text{由图可得：} \frac{v_2 - v_1}{v_2} = \frac{d}{D}，d = \frac{v_2 - v_1}{v_2} D = \frac{20 - 15}{20} \times 4\text{厘米} = 1\text{厘米}。$$

即点光源移近透镜后，光屏上将形成直径为 1 厘米的光斑。

4318. 如图所示，一个凹透镜直径为  $D_0$ ，焦距为  $f$ 。点光源位于凹透镜焦点外距凹透镜的距离为  $u$ ，在距透镜光心 处的光屏上得到直径为  $D$  的光斑。如果将点光源移到焦点上，试问光斑直径  $D'$  将为多大？

[分析] 据题意作光路图，如图所示。应用几何知识和透镜成像公式可算出透镜的焦距  $f$ 。同理也可从第二次成像 ( $u_2 = f$ )，算出  $f$ 。解联立方程即可求得  $D'$ 。

[解答] 设点光源先后两次的像距分别为  $v_1$ ， $v_2$ 。因为是凹透镜，所以  $v_1$ ， $v_2$  及  $f$  都取负值。如图所示，由三角形相似可得

$$\frac{D}{D_0} = \frac{|v_1| + |u_1|}{|v_1|}, \quad |v_1| = \frac{D_0}{D - D_0}, \quad v_1 = \frac{D_0}{D - D_0}。$$

由透镜成像式  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f}$ ,  $\frac{1}{u_1} - \frac{D - D_0}{D_0} = \frac{1}{f}$ ,

得  $f = \frac{-D_0 u_1}{u_1(D - D_0) - D_0}。$

当点光源位于焦点时,  $u_2 = -f$ 。与上面类似, 可得

$$\frac{D'}{D_0} = \frac{|v_2| + |u_2|}{|v_2|}, \quad |v_2| = \frac{D_0}{D' - D_0}, \quad v_2 = \frac{-D_0}{D' - D_0}。$$

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f}$ ,

$$-\frac{1}{f} - \frac{D' - D_0}{D_0} = \frac{1}{f}, \quad f = -\frac{2D_0}{D' - D_0}。$$

前后两次求得的焦距  $f$  应相等

$$\frac{-D_0 u_1}{u_1(D - D_0) - D_0} = \frac{-2D_0}{(D' - D_0)},$$

整理后可得点光源位于焦点时, 在屏上光斑的直径

$$D' = 2D - D_0 - \frac{2D_0}{u_1}。$$

4319. 如图(a)所示, 一束会聚光经过焦距  $f$  为 20 厘米的凸透镜后, 会聚在主光轴上的  $S'$  点。如果  $S'$  点距透镜光心  $O$  的距离  $OS'$  为 15 厘米。如把透镜移走, 光束就会聚在  $S$  点。

(1) 求  $S$  和  $S'$  相距多远?

(2) 如果在原来凸透镜的位置上换一块焦距大小也是  $f$  为 20 厘米的凹透镜, 光束将会聚在离光心  $O$  多远的  $S''$  点?  $S''$  和  $S$  相距多远? 并画出成像光路图。

[分析] 本题用光路可逆性来考虑最方便, 即假定  $S'$  为光源,  $S$  是  $S'$  的虚像, 再根据透镜成像公式算出像距 ( $OS$ ), 即可求得  $SS'$ 。当然也可以应用虚物 ( $S$ ) 成实像的方法算出虚物距, 从而得出  $SS'$ 。用同样的方法处理用凹透镜来代替凸透镜的情况。

[解答] (1) [解法一] 如图(a)所示, 设  $S'$  为物,  $S$  为虚像。显然, 物距  $u=15$  厘米, 根据透镜成像公式得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$v = \frac{fu}{u - f} = \frac{20 \times 15}{15 - 20} \text{ 厘米} = -60 \text{ 厘米。 (负号表示 } S \text{ 和 } S' \text{ 同侧)}$$

$$SS' = |v| - u = (60 - 15) \text{ 厘米} = 45 \text{ 厘米。}$$

[解法二]  $S$  为虚物,  $S'$  为虚物成的实像, 所以像距为正, 即  $v=15$  厘米。根据透镜公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}, \quad u = \frac{fv}{v - f} = \frac{20 \times 15}{15 - 20} \text{ 厘米} = -60 \text{ 厘米。}$$

虚物的物距是负值,  $OS = |u| = 60$  厘米。

$SS' = u - v = (60 - 15)$ 厘米 $=45$ 厘米。

(2)用凹透镜代替凸透镜的成像,光路图如图(b)所示(图中 $l_1$ 、 $l_2$ 为副光轴, $l_3$ 为焦平面)。

S为虚物,则物距 $u = -60$ 厘米,由透镜成像公式 $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ (凹透镜的 $f = -20$ 厘米)。

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{(-20)(-60)}{-60-(-20)} \text{厘米} = -30 \text{厘米}。$$

像距为负,表示成的像 $S''$ 为虚像,且和虚物S在透镜的异侧。

所以  $S''S = S''O + OS = (30+60)$ 厘米 $=90$ 厘米。

4320. 圆柱形光束以平行于凸透镜主光轴的方向射向透镜,光束的直径为 $D_0$ ,光束经透镜折射后,在光屏上形成一个直径是 $D_1$ 的光斑,如果用焦距大小相同的凹透镜代替凸透镜,求此时光屏上光斑的直径。

[分析]平行于主光轴的光线经凸透镜折射后,应会聚在焦点处,现光屏上成一光斑,说明光屏不是放在焦点处。因此本题要分两种情况讨论。一种屏放在焦点之内,另一种是光屏放在焦点之外。

[解答]设光屏和透镜间相距为 $d$ ,透镜焦距的大小为 $f$ ,根据题意作光路图,如图(a)所示。

如果 $d < f$ ,根据三角形相似可得

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{f-d}{f} = 1 - \frac{d}{f} \quad (1)$$

$$\frac{D_2}{D_0} = \frac{f+d}{f} = 1 + \frac{d}{f} \quad (2)$$

解(1)式和(2)式可得

$$D_2 = 2D_0 - D_1。$$

如果 $d > f$ ,成像光路图如图(b)所示。根据三角形相似可得

$$\frac{D'_1}{D_0} = \frac{d-f}{f} = \frac{d}{f} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{D'_2}{D_0} = \frac{d+f}{f} = \frac{d}{f} + 1 \quad (4)$$

解(3)式和(4)式可得

$$D'_2 = 2D_0 + D'_1。$$

4321. 焦距为6厘米的会聚透镜嵌在直径为3厘米的圆孔内,圆孔位于不透明的遮光物上。位于透镜主光轴上的点光源,通过透镜折射后,可在和遮光物相距16厘米的光屏上得到一个清晰的像。如果从孔中取去透镜,则屏上将得到一个光斑,试求此光斑的半径多大?

[分析]根据题意作光路图,如图所示。由图可知:光屏和透镜间的距离就是点光源S通过透镜成像( $S'$ )的像距,由此可求出点光源和透镜间距离,即物距 $u$ 。根据相似三角形对应边成比例又可求出取去透镜后,光屏上光斑的半径 $R$ 。

[解答]根据透镜成像公式可得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{-f} = \frac{1}{f},$$

$$u = \frac{f}{-f} = \frac{6 \times 16}{16 - 6} \text{厘米} = 9.6 \text{厘米}。$$

由图可知  $\triangle SAB \sim \triangle SCD$ ，得

$$\frac{AB}{CD} = \frac{SO}{SS'}, \text{ 即 } \frac{d}{2R} = \frac{u}{u+},$$

$$R = \frac{d(u+)}{2u} = \frac{3 \times (9.6 + 16)}{2 \times 9.6} \text{厘米} = 4 \text{厘米}。$$

从孔中取去凸透镜后，光屏上得到一个半径是 4 厘米的光斑。

本题并不需求点光源 S 的物距 u，所以也可将所得 u 的表达式

$$u = \frac{f}{-f} \text{ 直接代入 R 的表达式中，化简后得}$$

$$R = \frac{d}{2f} = \frac{3 \times 16}{2 \times 6} \text{厘米} = 4 \text{厘米}。$$

4322. 凸透镜的焦距 f 为 5 厘米，有一个发光点位于主轴上，物距 u 为 6 厘米，如果将透镜从当中剖开成两块，使一块在原主光轴上方 0.2 厘米处，另一块在原主光轴下方 0.2 厘米处，问发光点的像成在何处？

[分析] 将透镜从当中剖开并沿垂直于主光轴的方向拉开后，就可看作是两块主光轴相互平行的透镜，其示意图如图所示。而发光点对这两透镜来说，物距 u 相同，焦距 f 也相同。所以 S 通过两透镜所成的像的像距也相同，并对称于原主光轴。

[解答] 物距 u 为 6 厘米，透镜的焦距为 5 厘米，根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{5 \times 6}{6-5} \text{厘米} = 30 \text{厘米}。$$

透镜拉开后，S 和两透镜的主轴  $M_1N_1$ 、 $M_2N_2$  的距离  $d=0.2$  厘米。我们可以把这个距离看成是物高。根据放大率

$$m = \left| \frac{v}{u} \right| = \frac{d'}{d},$$

求出发光点 S 的两个像点分别和两新的主光轴的距离

$$d' = \left| \frac{v}{u} \right| d = \frac{30}{6} \times 0.2 \text{厘米} = 1 \text{厘米}。$$

所以，发光点 S 通过剖开的两透镜后，沿原主光轴 MN，距原光心 O 为 30 厘米处，有两个以原主光轴 MN 为对称轴的实像  $S_1$  和  $S_2$ ，两像离原主光轴 MN 的距离都是

$$(d' + d) = (1 + 0.2) \text{厘米} = 1.2 \text{厘米}。$$

所以  $S_1$  和  $S_2$  相距 2.4 厘米。

4323 焦距为 10 厘米的凸透镜  $L_1$  和焦距为 7 厘米的凸透镜  $L_2$  位于同一主光轴上，两者光心相距 25 厘米。在凸透镜  $L_1$  前 15 厘米处放一个高 3 厘米的物体 PQ，如图(a)所示。求该物体经  $L_2$  后所成的像的大小和位置，并作成像光路图。

[分析] 首先求出 PQ 经过  $L_1$  后成的像  $P'Q'$ 。 $P'Q'$  对  $L_2$  来说是物 (当  $P'Q'$

在  $L_2$  右侧, 可视为虚物), 然后算出  $P'Q'$  经  $L_2$  成的像  $P''Q''$ 。

[解答] 设  $P'Q'$  的像距为  $v$ , 则根据  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_1}$ , 得

$$v = \frac{f_1 u}{u - f_1} = \frac{10 \times 15}{15 - 10} \text{厘米} = 30 \text{厘米}。$$

$P'Q'$  在  $L_2$  右侧  $(30 - 25)$  厘米 = 5 厘米处, 因而对  $L_2$  来说是虚物, 物距  $u' = -5$  厘米, 设  $L_2$  对  $P'Q'$  成像的像距为  $v'$ , 则根据  $\frac{1}{u'} + \frac{1}{v'} = \frac{1}{f_2}$ , 得

$$v' = \frac{f_2 u'}{u' - f_2} = \frac{7 \times (-5)}{-5 - 7} \text{厘米} = \frac{35}{12} \text{厘米} = 2.92 \text{厘米}。$$

$v'$  为正, 所以是实像。

物  $PQ$  经  $L_1$ 、 $L_2$  所成的像  $P''Q''$  位于  $L_2$  右侧 2.92 厘米处。由于  $P'Q'$  是倒立的, 因而  $P''Q''$  是倒立的实像。

设  $PQ$  高为  $a$ ,  $P'Q'$  高为  $b$ ,  $P''Q''$  高为  $c$ 。

$$L_1 \text{ 对 } PQ \text{ 的放大率 } m_1 = \frac{b}{a} = \frac{v}{u} = \frac{30}{15} = 2,$$

$$L_2 \text{ 对 } P'Q' \text{ 的放大率 } m_2 = \frac{c}{b} = \left| \frac{v'}{u'} \right| = \frac{35}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{12}。$$

$$\text{因 } m_1 \times m_2 = \frac{b}{a} \times \frac{c}{b} = \frac{c}{a},$$

所以  $P''Q''$  高  $c = m_1 \times m_2 \times a = 2 \times \frac{7}{12} \times 3 \text{厘米} = 3.5 \text{厘米}。$

光路图如图(b)所示。

4324. 图(a)中有两个焦距都是  $f$  为 12 厘米的凸透镜  $L_1$ 、 $L_2$ 。物体放在第一个透镜  $L_1$  前 6 厘米处, 要想在第二个透镜  $L_2$  后面 30 厘米处成像, 问这两个透镜之间的距离  $d$  应有多大? 如果物高 2 厘米, 问像高多大? 并作光路图。

[分析] 同上题一样, 物体经  $L_1$  成的像  $A_1B_1$  可以看成是  $L_2$  的物。因为  $u_1 = 6$  厘米  $< f$ , 第一次成的是虚像, 对  $L_2$  来说, 因为  $v_2 = 30$  厘米,  $A_1B_1$  成的应是实像。

[解答] 根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f}$ ,

$$v = \frac{f u_1}{u_1 - f} = \frac{12 \times 6}{6 - 12} \text{厘米} = -12 \text{厘米}。$$

由于  $v_1 < 0$ , 所以  $L_1$  所成的像为虚像, 和物在同侧, 对  $L_2$  来说这个像相当于物,

$L_2$  的物距  $u_2 = d + |v_1| = (d + 12)$  厘米。

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f}$ ,

$$u_2 = \frac{f v_2}{v_2 - f} = \frac{12 \times 30}{30 - 12} \text{厘米} = 20 \text{厘米}。$$

$$d = (u_2 - 12) \text{厘米} = (20 - 12) \text{厘米} = 8 \text{厘米}。$$

$$\text{放大率 } m = \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{A_1B_1}{AB} \times \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = m_1 \times m_2 ,$$

$$\text{因为 } m_1 = \frac{|v_1|}{u_1} = \frac{12}{6} = 2 , m_2 = \frac{v_2}{d + |v_1|} = \frac{30}{20} = 1.5 ,$$

$$\text{所以 } m = \frac{A_2B_2}{AB} = m_1 \times m_2 = 2 \times 1.5 = 3 .$$

$$A_2B_2 = 3 \times AB = 3 \times 2 \text{厘米} = 6 \text{厘米} .$$

光路图如图(b)所示。

4325 . 图是由焦距  $f (f > 0)$  相同的凹透镜和凸透镜组成的透镜组。当两块透镜相距  $\frac{2}{3}f$  时，物体靠近凹透镜一侧，试问物体在什么位置时所成的像是虚像？物体在什么位置时所成的像是实像？

[分析] 物  $AB$  通过凹透镜  $L_1$  只能成缩小虚像，像  $A_1B_1$  和物同侧。 $A_1B_1$  对凸透镜  $L_2$  来说相当于物，因此，根据凸透镜成像规律可知：只要  $A_1B_1$  在它的焦点  $F_2$  之内，所成的像就是虚像；当  $A_1B_1$  在  $L_2$  的焦点之外，即成实像。

[解答] 根据凹透镜成像公式  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f}$  可得：

$$v_1 = \frac{u_1 f}{u_1 + f} ,$$

对凸透镜来说，像  $A_1B_1$  相当于物，其物距

$$u_2 = \frac{2}{3}f + |v_1| = \frac{2}{3}f + \frac{u_1 f}{u_1 + f} .$$

当  $u_2 < f$  时，

$$\frac{2}{3}f + \frac{u_1 f}{u_1 + f} < f , \frac{u_1}{u_1 + f} < \frac{1}{3} .$$

所以当  $u_1 < \frac{f}{2}$  时，物体通过透镜组后成虚像。

当  $u_2 > f$  时，

$$\frac{2}{3}f + \frac{u_1 f}{u_1 + f} > f , \frac{u_1}{u_1 + f} > \frac{1}{3} .$$

所以当  $u_1 > \frac{f}{2}$  时，物体通过透镜组后成实像。

4326 . 一个焦距为  $f (f > 0)$  的平凹透镜，在平面一侧是镀银的，点光源  $S$  放在凹面一侧跟透镜相距  $u_1$ ，如图(a)所示，试问光源  $S$  的像在什么位置？

[分析] 如图(b)所示，如果平凹透镜平面一侧不镀银， $S$  将成像在  $S_1$  处。当透镜平面一侧镀银后，相当于在紧贴透镜后的平面一侧放了一块平面镜， $S_1$  相当于平面镜的物，它通过此平面镜将成虚像  $S_2$  于透镜后面。 $S_2$  对透镜来说相当于一个物，因此透镜最后成虚像于  $S_2$  处。

[解答] 根据凹透镜成像公式  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = -\frac{1}{f}$  , 得像距

$$v_1 = \frac{u_1 f}{u_1 + f} \quad (\text{负号表示 } S_1 \text{ 是虚像})$$

$S_1$  经镀银面反射得虚像  $S_2$  于镜后距透镜也是  $v_1$  处。 $S_2$  对透镜来说又相当于一个物, 它的物距  $u_2 = |v_1| = \frac{u_1 f}{u_1 + f}$  , 根据凹透镜成像公式  $\frac{u_1 + f}{u_1 f} + \frac{1}{v_3} = -\frac{1}{f}$  , 得最后成像  $S_3$  的像距  $v_3 = -\frac{u_1 f}{2u_1 + f}$  (负号表示  $S_3$  是虚像)。

4327. 点光源以速率 4 厘米/秒、向凸透镜主光轴运动, 运动方向跟主光轴垂直。透镜焦距为 20 厘米, 点光源在主光轴上的投影距透镜光心为 30 厘米, 求: 点光源的像的运动速率。

[分析] 根据题意作点光源  $S$  的成像光路图, 如图所示。设在时间  $t$  内光源  $S$  移动了  $V$  厘米, 其像  $S'$  移动了  $V'$  厘米, 则像、物移动速度之

比  $\frac{V'}{V} = \frac{V'/t}{V/t} = \frac{V'}{V} = m$  (放大率)。由于物垂直主光轴移动, 物距  $u$

和像距  $v$  都不变。放大率  $m = \frac{v}{u} = \left| \frac{v}{u} \right|$  为常数, 当点光源  $S$  匀速移动时,

其像  $S'$  也匀速移动。

[解答] 由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  , 可得像距

$$v = \frac{uf}{u - f} ,$$

所以 放大率  $m = \frac{v}{u} = \frac{f}{u - f}$  ,

而  $m = \frac{V'}{V} = \frac{V'/t}{V/t} = \frac{V'}{V}$  , 即  $V' = mV$  ,

得  $V' = \frac{f}{u - f} V = \frac{20}{30 - 20} \times 4 \text{ 厘米/秒} = 8 \text{ 厘米/秒}$ 。

它的方向如图。

4328. 一块焦距为 10 厘米的凸透镜  $L_1$  和一块焦距为 15 厘米的凹透镜具有共同的主光轴, 两镜相距  $d$  为 10 厘米, 今把一个物体放在凸透镜前 20 厘米处, 求这个透镜组所成的像的位置和放大率, 并作出光路图。如果将物向凸透镜移近 5 厘米, 所成的像的位置和放大率有什么变化?

[分析] 本题可用“逐级算法”求解, 即先求出第一个透镜(凸透镜)所成的像, 这个像可看作是第二个透镜(凹透镜)的物。

[解答] 先求经凸透镜  $L_1$  所成的像, 设像距为  $v_1$  , 根据透镜成像公式

$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1}$  , 得

$$v_1 = \frac{f_1 u_1}{u_1 - f_1} = \frac{10 \times 20}{20 - 10} \text{ 厘米} = 20 \text{ 厘米}。$$

因  $v_1 > d$ ，可见透镜  $L_1$  所成的像在凹透镜  $L_2$  的右侧，对  $L_2$  来说这是一个“虚物”，它的物距  $u_2$  为负值。

$$u_2 = -(v_1 - d) = -10 \text{ 厘米。}$$

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2}$  可得

$$v_2 = \frac{f_2 u_2}{u_2 - f_2} = \frac{(-15) \times (-10)}{(-10) - (-15)} \text{ 厘米} = 30 \text{ 厘米。}$$

$v_2 > 0$ ，表明对凹透镜来说成的是实像，位于  $L_2$  右侧 30 厘米处。

$$\text{放大率 } m_1 = \frac{v_1}{u_1} = \frac{20}{20} = 1; m_2 = \frac{v_2}{|u_2|} = \frac{30}{10} = 3,$$

所以  $m = m_1 \times m_2 = 3$ 。

成像光路图如图(a)所示。由于  $L_2$  光心  $O_2$  恰在  $L_1$  的焦点  $F_1'$  上，所以物 A 端最后的像  $A_2$  端必在过 A 端平行于主光轴，经  $L_1$  折射后通过  $O_2$  (即  $F_1'$ ) 的光线上。

当物向透镜  $L_1$  移近 5 厘米时，对  $L_1$  来说相当于  $u_1' = 15$  厘米，则根据

透镜成像公式  $\frac{1}{u_1'} + \frac{1}{v_1'} = \frac{1}{f_1}$ ，得

$$v_1' = \frac{f_1 u_1'}{u_1' - f_1} = \frac{10 \times 15}{15 - 10} \text{ 厘米} = 30 \text{ 厘米。}$$

因  $v_1' > d$ ，所以  $L_1$  所成的像对  $L_2$  来说是“虚物”，其物距  $u_2' = -(v_1' -$

$d) = -20$  厘米，根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_2'} + \frac{1}{v_2'} = \frac{1}{f_2}$ 。

得  $v_2' = \frac{f_2 u_2'}{u_2' - f_2} = \frac{(-15) \times (-20)}{(-20) - (-15)} \text{ 厘米} = -60 \text{ 厘米。}$

$v_2' < 0$ ，表明所成的像为虚像，位于  $L_2$  之前 60 厘米处。

$$\text{放大率 } m_1 = \frac{v_1'}{u_1'} = \frac{30}{15} = 2; m_2 = \frac{v_2'}{u_2'} = \frac{60}{20} = 3$$

所以  $m = m_1 \times m_2 = 2 \times 3 = 6$ 。

成像光路图如图(b)所示。

4329. 如图(a)所示，在焦距  $f$  为 30 厘米的凸透镜下方 90 厘米处有一只电灯 (图中箭头所示)，试问：(1) 要使电灯在夜晚通过这个凸透镜在屏幕上成一个清晰的像。屏幕应放在透镜上方，距透镜多少厘米远的地方？

(2) 如果屏幕在透镜上方 50 厘米处，电灯放在如图(b)所示的水筒中，为了使电灯在屏幕上生成清晰的像，筒中应装多少厘米深的水？(水的折射率为  $4/3$ )

[分析] 第(1)小题是一般的成像问题。

第(2)小题可以先求出没有水时电灯和凸透镜的距离，即物距  $u$ ，如果  $u < 90$  厘米，可向筒中注水，利用水对灯光的折射作用，使灯在竖直方向上的视深减小，如图(c)所示。

[解答](1) 设屏幕放在凸透镜上方距透镜  $v$  厘米处由

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}, \text{ 得 } v = \frac{fu}{u-f} = \frac{30 \times 90}{90-30} \text{ 厘米} = 45 \text{ 厘米}。$$

(2) 根据  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,  $v = 50$  厘米, 可求得  $u = 75$  厘米。因  $u < 90$  厘米,

所以要向筒中注水, 设注入筒中的水的深度为  $x$ , 如图(c)所示。考虑凸透镜成像都取近轴光线, 这样入射角和折射角的正弦都可用相应的正切值代替, 根据折射定律

$$\frac{1}{n_{\text{水}}} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\text{tgi}}{\text{tgr}} = \frac{a/x}{a/[x-(90-u)]}$$

$$\text{即 } [x-(90-u)]n_{\text{水}} = x。$$

$$\text{以 } n_{\text{水}} = \frac{4}{3}, u = 75 \text{ 厘米}。$$

$$\text{代入得 } [x-15 \text{ 厘米}] \times \frac{4}{3} = x, x = 60 \text{ 厘米}。$$

筒中应装入 60 厘米的水。

4330. 如图(a)所示, 凸透镜  $L$  的焦距为 5 厘米, 在  $L$  的主光轴上距光心 10 厘米处放入一个点光源  $A$ , 在焦点  $F'$  处放置一块平面镜  $M$ , 且和主光轴成夹角  $\alpha_1$  为  $45^\circ$ , 试求:

(1)  $A$  成像在何处?

(2) 当  $M$  和主光轴垂直时, 即  $\alpha_2 = 90^\circ$ ,  $A$  成像在何处?

(3) 当  $\alpha_2$  为  $90^\circ$  时, 将平面镜  $M$  向光心  $O$  移动 2.5 厘米 (在  $OF'$  之间), 点光源  $A$  成像在何处?

[分析] 由于  $A$  的物距  $u=2f$ , 如果不考虑  $M$ , 它将成像  $A'$  在离透镜两倍焦距处, 如图(b)所示。但是,  $M$  的存在, 使  $A'$  不可能成实像于  $A'$  处,  $A'$  对  $M$  来说相当于一个虚物, 可以根据平面镜成像的对称性, 求得  $M$  所成的像  $A''$ , 再根据  $A''$  对凸透镜  $L$  的位置, 求出最后成像的位置。

[解答] (1) 先求  $A$  经  $L$  成像位置  $A'$ , 设  $A'O = v$ , 根据  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  得

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{5 \times 10}{10-5} \text{ 厘米} = 10 \text{ 厘米}。$$

$A'$  对  $M$  来说相当于一个虚物, 根据平面镜成像的对称性可知,  $A$  经  $L$  和  $M$  成像于  $A''$  点,  $A''$  点在焦点  $F'$  正上方 5 厘米处。

由于  $A'$  对  $L$  来说是物, 但物距等于焦距, 不能成像, 因此对这个透镜组来说, 最后成像在  $F'$  正上方 5 厘米处的  $A''$  点。

(2) 当  $M$  和主光轴夹角  $\alpha_2 = 90^\circ$  时,  $A'$  位置没有变, 根据平面镜成像的对称性, 最后成像于光心处。

(3) 当  $M$  和主光轴夹角  $\alpha_2 = 90^\circ$ , 且向光心移动  $d=2.5$  厘米时,  $A'$  位置仍未变, 但虚物距变为  $f+d=7.5$  厘米, 根据平面镜成像的对称性,  $A$  成像在  $L$  的左侧 5 厘米处的  $A''$  点,  $A''$  对  $L$  来说也是虚物, 虚物距

$u'' = -5$  厘米, 根据  $\frac{1}{u''} + \frac{1}{v''} = \frac{1}{f}$ , 得

$$v'' = \frac{fu''}{u''-f} = \frac{5 \times (-5)}{(-5)-5} \text{ 厘米} = 2.5 \text{ 厘米}。$$

即最后成成像  $A_0$  在  $L$  左侧距光心 2.5 厘米处 (位于主光轴上)。 $v$  为正值, 所以是实像。

光路图如图(c)所示。

4331. 如图(a)所示, 平面镜 M 放在和凸透镜的主光轴成  $45^\circ$  夹角的位置上, 且能绕 O 点转动。O 点到凸透镜 L 的光心 O 的距离为 30 厘米, L 的焦距为 16 厘米, 点光源 S 到主光轴的距离 SO 为 50 厘米, 遮光屏 P 使 S 发出的光不能直接通过 L。如果 M 以图(a)的位置为基准线作  $\pm 0.02$  弧度的振动时, 求 S 经 L 所成的像移动的范围。

[分析] 由于遮光屏 P 的作用, S 不能直接通过 L 成像。因此, S 发出的光必须通过 M 反射, 再经 L 会聚后成像。

平面镜成像有像物以镜面对称的特点, 所以当 M 未转动时, S 经 M 反射后所成虚像  $S_1$  的位置恰在主光轴上且距 L 的光心 O 50 厘米 [见图(b)]。  $S_1$  对 L 来说相当于“物”, 由此可求出 S 经 M 反射和 L 折射后所成像的位置  $S_2$  (也在主光轴上)。

当 M 转过  $\theta = 0.02$  弧度时, S 经 M 所成的像为  $S_2$  显然偏主光轴, 因  $\theta$  很小, 可认为直线  $S_2 S_1$  垂直于主光轴, 即  $S_2$  和  $S_1$  对 L 具有相同的物距  $u$ , 这样, M 转过  $\theta$  角后, S 经 M 反射和 L 折射后所成的像的位置  $S_2''$  可求出, 且  $S_2'' S_1''$  也垂直于主光轴, 即  $S_2''$  和  $S_1''$  具有相同的像距  $v$  [如图(b)]。

当 M 绕过 O 作  $\theta = \pm 0.02$  弧度振动时, 像偏离主光轴的距离为  $S_2'' S_1''$  的长度, 要求出  $S_2'' S_1''$  的长度必须知道  $S_2 S_1$  的长度。当 M 转过  $\theta$  角时, 由图(b)可知:  $\angle S O S_2 = 2(45^\circ - \theta) = 90^\circ - 2\theta$ , 那么  $\angle S O S_1 = 90^\circ - (90^\circ - 2\theta) = 2\theta$ 。再利用放大率  $m = \frac{S_2'' S_1''}{S_2 S_1} = \frac{v}{u}$  可求出  $S_2'' S_1''$ 。

[解答] 先求 M 未转动时, S 经 M 和 L 后成像的位置  $S_1''$ ,  $S_1''$  距光心的距离就是像距  $v$ 。由图(b)知,  $S_1$  对 L 的物距  $u = S_1 O + O O = 80$  厘米。

则由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{16 \times 80}{80-16} \text{ 厘米} = 20 \text{ 厘米}。$$

当 M 转过  $\theta = 0.02$  弧度时, S 经 M 成像于  $S_2$  处, 令  $S_2 S_1 = h$ , 则  $h = OS_1 \times \tan \theta = OS_1 \times \theta = 50 \times (2 \times 0.02)$  厘米 = 2 厘米。将即当光点因平面镜绕 O 点作  $\pm 0.02$  弧度振动时, S 在 M 中所成的像  $S_1$  对主光轴作上下 2 厘米的振动, 从而经 L 再次所成的像在主光轴上下振动, 振动的幅度就是  $S_2'' S_1''$ 。

$$\text{令 } h' = S_2'' S_1'', \text{ 由 } m = \frac{h'}{h} = \frac{v}{u} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4},$$

$$h' = \frac{1}{4} h = \frac{1}{4} \times 2 \text{ 厘米} = 0.5 \text{ 厘米}。$$

4332. 如图所示, 会聚光束射到发散透镜上, 折射后交于距透镜为  $a$  的一 A, 如果移走透镜, 会聚光束的交点则向原透镜侧移到 B 点, 两点间距离为  $b$ , 试求此透镜的焦距  $f$ 。(本题提供了一种测凹透镜焦距的方法)

[分析] 可以把 B 点看成是凹透镜的虚物, 它的物距为  $-(a-b)$ 。而 A 点是 B 点的像, 且为实像, 像距为  $a$ 。根据透镜成像公式可以求出凹透镜的焦距。

[解答] 已知  $u = -(a-b)$ ,  $v = a$ , 根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$f = \frac{uv}{u+v} = -\frac{a}{b}(a-b).$$

4333. 正常眼看距眼 25 厘米左右的物体最清晰, 并且眼睛不疲劳, 因此, 把这个距离叫做明视距离。使用放大镜看物体, 一般都要使像处于明视距离处。设焦距为 2.5 厘米的放大镜, 它的成像放大率是多少?

[解答] 放大镜使物体成虚像, 故  $f=2.5$  厘米,  $v=-25$  厘米。

由透镜公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

得

$$u = \frac{vf}{v-f} = \frac{(-25) \times 2.5}{(-25) - 2.5} \text{厘米} = \frac{2.5}{1.1} \text{厘米}.$$

$$\text{放大率 } m = \frac{|v|}{u} = \frac{25}{\frac{2.5}{1.1}} = 11 \text{倍}.$$

4334. 明视距离为 100 厘米的人应该戴怎样的眼镜?

[解答] 正常眼的明视距离是 25 厘米。矫正时, 应使离瞳孔 25 厘米处的物体成虚像, 虚像应位于其明视距离 100 厘米处。即物距  $u=25$  厘米, 像距  $v=-100$  厘米。

根据透镜成像公式,  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,

$$f = \frac{uv}{u+v} = \frac{25 \times (-100)}{25 + (-100)} \text{厘米} = \frac{1}{3} \text{米}. \quad (f > 0 \text{ 镜片应是凸透镜})$$

$$D = \frac{1}{f} = 3 \text{屈光度}.$$

这个人应戴用凸透镜制成的远视眼镜, 焦度为 3 屈光度或称 300 度。

4335. 所谓人眼的远点, 指人眼能看清楚物体的最远距离。也就是人眼的晶状体成最扁状态时, 能在视网膜上成像的物体离人眼的距离。正常眼的远点在无穷远处。现有一个人, 他眼睛的远点仅为 1 米, 应该戴怎样的眼镜来矫正?

[解答] 远点 1 米则对较远处物看不清, 戴上眼镜后, 使远处的物体的虚像正好成在 1 米处, 即  $u=$ ,  $v=-1$  米。

由透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

解得:  $f=-1$  米。  $f$  为负值, 镜片应是凹透镜。  $D = \frac{1}{f} = -1 \text{屈光度}$   
 $= -100 \text{度}$

此人应戴 100 度的由凹透镜制成的近视眼镜。

4336. 某人戴上 250 度远视眼镜, 其视力正常了, 求他裸眼的明视距离。(裸眼即不戴眼镜)

[解答] 250 度的镜片的焦距:  $f = \frac{1}{D} = \frac{1}{2.5} \text{米} = 40 \text{厘米}.$

按题意即在正常的明视距离 25 厘米放一物体经镜片成的虚像的像距, 就是裸眼的明视距离。

故物距  $u=25$  厘米, 根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}, \quad v = \frac{uf}{u-f} = \frac{25 \times 40}{25 - 40} \text{厘米} = -67 \text{厘米}.$$

某人裸眼的明视距离是 67 厘米。

4337. 用屈光度为 800 度的远视眼镜镜片作放大镜时, 其成像放大率是多少?

[解答] 800 度的远视镜片的焦距为  $f = \frac{1}{8} \text{米} = 0.125 \text{米}.$

使用放大镜所成的像位于明视距离处，即像距  $v = -0.25$  米。

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，

得 
$$u = \frac{vf}{v-f} = \frac{(-0.25) \times 0.125}{-0.25 - 0.125} \text{米} = \frac{0.25}{3} \text{米}，$$

$$m = \frac{|v|}{u} = \frac{0.25}{\frac{0.25}{3}} = 3。$$

4338. 视角就是由眼的光心向物体两端所引两条直线间的夹角，如图所示。显然物体越远，视角越小，在视网膜上成像越小，人看到的物体也小。当物体上的两个点在视网膜所成的像点落在同一个感光细胞上时，人眼就不能分辨这两个点了。

现知人眼光心到网膜的距离约 1.5 厘米，网膜上两个感光细胞间距约 5 微米，试求人眼的最小视角。

[解答] 设最小视角为  $a_{\min}$

$$a_{\min} = \frac{AB}{OB} = \frac{5 \times 10^{-6}}{1.5 \times 10^{-2}} \text{弧度} = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \text{弧度}$$

$$= 0.019^\circ = 1.1'。$$

4339. 放大镜焦距为 6 厘米，用它观察物体时，应离物体多远？成像放大率是多少？（人眼的明视距离为 25 厘米）

[解答] 按题意： $v = -25$  厘米， $f = 6$  厘米。

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，

得 
$$u = \frac{vf}{v-f} = \frac{(-25) \times 6}{-25 - 6} \text{厘米} = 4.84 \text{厘米}，$$

$$m = \frac{|v|}{u} = \frac{25}{4.84} = 5.17。$$

4340. 用正常眼从看天上的星星到看位于明视距离的物体。在这个过程中，人眼的屈光度是否改变？改变了多少？

[解答] 因为成像始终在视网膜上，故像距  $v$  不变。

看星星时，物距  $u = \infty$ ，根据透镜成像公式：

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}，f = v，D = \frac{1}{f} = \frac{1}{v}。$$

看处于明视距离的物体时，物距  $u = 0.25$  米，

由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，

$$f_{25} = \frac{uv}{u+v} = \frac{0.25v}{0.25+v}，D_{25} = \frac{1}{f_{25}} = \frac{1}{v} + \frac{1}{0.25}。$$

$$D_{25} - D = \frac{1}{0.25} \text{屈光度} = 4 \text{屈光度}。$$

4341. 身高 1.7 米的人欲照一张长为 5 厘米的全身像，所用照相机物镜焦距为 16 厘米，他应站在距物镜多远处？

[解答] 放大率  $m = \frac{v}{u}$  , 即  $v = mu$ 。

由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,  $\frac{1}{u} + \frac{1}{mu} = \frac{1}{f}$  ,

得  $u = (1 + \frac{1}{m})f$ 。

由题意得 :  $f = 16$  厘米 ,  $m = \frac{h}{H} = \frac{5}{170} = \frac{1}{34}$  ,

则  $u = (1 + 34) \times 16$  厘米 = 560 厘米 = 5.6 米。

人应站在距照相机物镜前 5.6 米处。

4342. 航空摄影时, 飞机距地面 1000 米, 得到 1 : 5000 (线度比例) 的照片, 该照相机物镜焦距多大? 如果运用这相机摄出 1 : 3000 照片, 则飞行高度应多少?

[解答] 按题意, 放大率  $m = \frac{1}{5000}$  , 即  $\frac{v}{u} = \frac{1}{5000}$ 。  $u = 1000$  米  $v = 0.2$  米。

根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} , f = \frac{uv}{u+v} = \frac{1000 \times 0.2}{1000 + 0.2} \text{ 米} = 0.2 \text{ 米。}$$

照相机物镜焦距为 0.2 米。

现在  $m = \frac{v}{u} = \frac{1}{3000}$  ,  $v = \frac{u}{3000}$ 。

按透镜成像公式 :  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,

即  $\frac{1}{u} + \frac{3000}{u} = \frac{1}{0.2}$  ,  $u = 600$  米。

要摄出 1 : 3000 照片, 飞机的飞行高度为 600 米。

4333. 某一照相机摄远景时, 它的毛玻璃和镜头相距 10 厘米, 那么摄近物时应该将暗箱拉长还是缩短? 假定暗箱拉到最长时, 毛玻璃和镜头相距 12 厘米, 则这个照相机可照的最近物体须离镜头多远? 此照相机成像的最大成像放大率是多少?

[解答] 从透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  , 可得到

$$v = \frac{fu}{u-f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{u}}$$

摄近物时, 物距  $u$  减小, 按上式像距  $v$  增大, 即底片和镜头的距离要变大, 就是暗箱应拉长。

当摄远物  $u = \infty$  时, 按透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,

$$f = v = 10 \text{ 厘米。}$$

摄最近物体时, 照相机的放大率最大。按题意  $v = 12$  厘米。由透镜

成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,

$$u = \frac{fv}{v-f} = \frac{10 \times 12}{12-10} \text{ 厘米} = 60 \text{ 厘米。}$$

$m = \frac{v}{u} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ 。这照相机能摄最近物体离照相机 60 厘米, 照相

机的最大成像放大率为  $\frac{1}{5}$ 。

4344. 用照相机给一物体照相, 当物体在物镜前 15 米时, 像高 60.6 毫米, 而物体在镜前 9 米处, 像高 102 毫米, 试求物镜焦距。

[解答] 设: 物高  $H$ , 两次摄得像高分别为  $h_1, h_2$

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{h_1}{H} \quad (1)$$

$$\frac{v_2}{u_2} = \frac{h_2}{H} \quad (2)$$

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f} \quad (3)$$

$$\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f}$$

由(1)、(2)式可得  $v_1 = \frac{h_1 u_1}{h_2 u_2} \cdot v_2$  (5)

由(3)、(4)式可得  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2}$  (6)

把(5)式代入(6)得

$$v_2 = \frac{(h_2 u_2 - h_1 u_1) u_2}{(u_1 - u_2) \cdot h_1} = \frac{(9 \times 102 \times 10^{-3} - 15 \times 60.6 \times 10^{-3}) \times 9}{(15 - 9) 60.6 \times 10^{-3}} \text{米}$$

=0.22 米。

把  $u_2, v_2$  值代入(4)式得  $f=0.21$  米。

4345. 摄影师拍摄一辆以  $V$  为 72 公里/小时的速度横向行驶的汽车, 如图所示。照相机镜头焦距  $f$  为 13 毫米, 汽车离相机  $u$  为 26 米, 要求底片上汽车轮廓移动不超过 0.05 毫米, 曝光时间  $t$  应是多少?

[解答] 根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,

像距  $v = \frac{uf}{u-f} = \frac{26 \times 0.013}{26-0.013} \text{米} = 0.013 \text{米}。$

设在  $t$  时间内, 汽车移动  $l$ , 像点移动  $r$  由图可得

$$\frac{l}{r} = \frac{u}{v}, \text{ 又因为 } l = V \cdot t。$$

所以  $t = \frac{r \cdot u}{V \cdot v} = \frac{0.05 \times 10^{-3} \times 26}{20 \times 0.013} \text{秒} = 0.005 \text{秒}。$

4346. 船上摄影师拍摄逆向驶来的快艇, 拍照时两船相距 150 米, 快艇的行驶方向和两船连线成  $45^\circ$  角, 般速为 18 公里/小时, 快艇速度为 36 公里/小时, 要使底片上的像移动距离不超过 0.03 毫米, 则曝光时间应不大于多少? (相机镜头焦距  $f=5$  厘米)

[分析] 底片上像点移动是由物点对照相机的相对横向移动  $l$  决定的。摄影时,  $u \gg f$ , 所以像位于焦平面上, 显然, 快艇对相机 (即对船) 的横向移动速度为  $(v_1+v_2)\sin \theta$ 。

[解答] 按题意:  $r=0.03$  毫米,  $f=5$  厘米。由图可得

$$l = (v_1+v_2)\sin \theta \cdot t \quad (1)$$

$$\frac{l}{r} = \frac{u}{f} \quad (2)$$

从上面两式 
$$t = \frac{r \cdot u}{f(v_1 + v_2) \sin} = \frac{0.03 \times 10^{-2} \times 150}{0.05 \times (5+10) \frac{\sqrt{2}}{2}} \text{秒}$$

$$= 0.0085 \text{秒}。$$

4347. 两个薄透镜共轴，且能紧密合在一起，两薄透镜的焦距分别为  $f_1, f_2$ 。试计算这个透镜组的焦距。

[解答] 两薄透镜紧密结合，则它们之间的距离可以认为为零。则物体经第一个薄透镜成的像距就是第二个薄透镜的物距。要注意的是如果第一次成的实像，对第二个薄透镜来说就是虚像。其物距为负值。

设物体放在第一个薄透镜前  $u_1$ ，其像距为  $v_1$ ，对第二个薄透镜而言，物距为  $u_2$ ，像距为  $v_2$ 。按透镜成像公式

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2} \quad (2)$$

因  $u_2 = -v_1$

则有 
$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{-v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2} \quad (4)$$

将(3)、(4)两式相加 
$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (5)$$

如果把两个薄透镜当成一个薄透镜按透镜成像公式

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

比较(5)、(6)两式，可得  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ ，

所以 
$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}。$$

4348. 照相机物镜焦距  $f_1$  为 13.5 厘米，照相底片离镜头距离最大可达 27 厘米，用它来拍摄距离 18 厘米处物体，所摄物体的像是否清晰？为使像清晰，在物镜前附加的透镜焦距应是多少？

[解答] 按题意知： $u_1=18$  厘米， $f_1=13.5$  厘米。按透镜成像公式

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1}，$$

$$v_1 = \frac{u_1 f_1}{u_1 - f_1} = \frac{18 \times 135}{18 - 135} \text{厘米} = 54 \text{厘米}。$$

底片离镜头距离最大只有 27 厘米，所以照片不清晰。设物镜前附加一个透镜后，两透镜的合焦距为  $f$ ，能使照片清晰，显然  $u=18$  厘米， $v=27$  厘米，按透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}, \quad f = \frac{uv}{u+v} = \frac{18 \times 27}{18+27} \text{厘米} = 10.8 \text{厘米}。$$

按  $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2},$

按  $f = \frac{f_1 f}{f_1 - f} = \frac{13.5 \times 10.8}{13.5 - 10.8} \text{厘米} = 54 \text{厘米}。$

附加镜的焦距为 54 厘米，一般把这附加镜称为近摄镜。

4349. 照相机的光圈系数  $F$  的定义是  $F=f/D$ ，其中  $f$  是物镜焦距， $D$  是光圈通光孔直径。 $F$  每增加一级，光通减少一半（假定快门速度不变），试推导光圈系数  $F$  的系列值。

[解答] 设第一个值为  $F_1=1$ ，即  $D_1=f$ ，

$$\text{则通光面积 } S_1 = \frac{1}{4} D_1^2 = \frac{1}{4} f^2,$$

$$F=F_2 \text{ 时, 通光面积 } S_2 = \frac{1}{4} D_2^2, \text{ 由题意 } S_2 = \frac{1}{2} S_1, \text{ 则 } \frac{1}{4} D_2^2 =$$

$$\frac{1}{8} f^2, D_2 = \frac{f}{\sqrt{2}}, F_2 = f/D_2 = \sqrt{2} = 1.4。$$

$$\text{同理, } S_3 = \frac{1}{2} S_2, \text{ 则 } \frac{1}{4} D_3^2 = \frac{1}{8} D_2^2 = \frac{1}{16} f^2。 D_3 = \frac{f}{2}, F_3 = \frac{f}{D_3} = 2。$$

依次，可得  $F$  的系列值

1; 1.4; 2; 2.8; 4; 5.6; 8; 11; 16; ……

4350. 幕和幻灯镜头相距 15 米，现要在幕上得到放大 75 倍（线放大）的画面，求幻灯镜头的焦距及画片和镜头间的距离各是多少？

[解答] 根据放大率  $m = \frac{v}{u}$ ，且  $v = 15$  米，则  $u = \frac{v}{m} = \frac{15}{75}$  米 = 0.2 米。

画片距镜头 0.2 米。

$$\text{由透镜成像公式 } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$f = \frac{uv}{u+v} = \frac{0.2 \times 15}{0.2+15} \text{米} = 0.20 \text{米}。$$

幻灯镜头的焦距为 0.20 米。

4351. 幻灯机物镜焦距 20 厘米，幕置于物镜前 10 米处，幻灯片的大小  $5 \times 4$  厘米<sup>2</sup>，则幕的最小尺寸是多少？

[解答] 按题意像距  $v=10$  米，焦距  $f=20$  厘米=0.2 米，

$$\text{根据透镜成像公式 } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

$$u = \frac{vf}{v-f} = \frac{10 \times 0.2}{10-0.2} \text{米} = 0.204 \text{米}。$$

$$m = \frac{v}{u} = \frac{10}{0.204} = 49。$$

屏幕尺寸至少为  $(5 \times 49) \times (4 \times 49)$  厘米<sup>2</sup> =  $245 \times 196$  厘米<sup>2</sup>。

4352. 投影幻灯机镜头焦距  $D$  是 10 屈光度。当水平放置时，其上面的焦点  $F$  在跟水平成  $45^\circ$  角的平面镜的中心，把大小为  $a \times b = 4 \times 6$  厘米<sup>2</sup> 的幻灯片放在比下面的焦点  $F$  低 2 毫米处，见图所示，求垂直放置的银幕上像的大小及平面镜中点到屏的距离  $x$ 。

[解答] 镜头焦距  $f = \frac{1}{D} = \frac{1}{10}$  米 = 10厘米  
 $u = 10.2$  厘米

按透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ,  $v = \frac{uf}{u-f} = \frac{10.2 \times 10}{10.2-10}$  厘米 = 510厘米。

显然  $v = x + f$ ,  $x = v - f = (510 - 10)$  厘米 = 5 米。

像的放大率  $m = \frac{v}{u} = \frac{510}{10.2} = 50$ 。

故像大为  $(4 \times 50) \times (6 \times 50)$  厘米<sup>2</sup> =  $2 \times 3$  米<sup>2</sup>。

4353. 观剧望远镜物镜焦距 12 厘米, 目镜焦距 -3 厘米, 当观察极远处景物时, 它的镜筒长和角放大率各是多少?

[解答] 望远镜观察的是远处物体。物镜成像应在物镜焦点处, 目镜成像应在很远处, 物镜焦点应与目镜焦点重合,  $L = f_o + f_e = (12 - 3)$  厘米 = 9 厘米。

角放大率  $m_\phi = \frac{f_o}{f_e} = 4$ 。

[提示] 望远镜的角放大率见图(a)、(b)所示。

肉眼直接看视角  $= \frac{AB}{s} = \frac{A_1B_1}{f_o}$ 。用望远镜后视角  $= \frac{A_1B_1}{|f_e|}$ 。

所以角放大率  $m_\phi = \frac{f_o}{|f_e|}$ 。

4354. 某一架天文望远镜  $f_o$  为 200 厘米,  $f_e$  为 8 厘米, 则观察天体时镜筒长度是多少? 角放大率是多少?

[解答] 观察天体时, 离物镜远, 可认为物距为无穷大, 所以物镜成像在焦点附近, 而目镜观察到的像也应位于无限远处, 所以物镜成的实像也应在目镜焦点处, 即物镜、目镜的焦点重合。

镜筒长  $L = f_o + f_e = 200$  厘米 + 8 厘米 = 208 厘米。

角放大率  $m_\phi = \frac{f_o}{f_e} = \frac{200}{8} = 25$ 。

4355. 开普勒望远镜目镜焦距为 1 厘米, 用来观察某星球时, 镜筒长 51 厘米, 此时像成在极远处。现用此镜来观察某地面上某建筑物, 需要目镜拉出 0.5 厘米, 而像仍在极远处, 试求建筑物和观察者之间的距离。

[解答] 由上题的结论, 镜筒长

$L = f_o + f_e$ ,  $f_o = L - f_e = (51 - 1)$  厘米 = 50 厘米。

观察建筑物时, 因像在无限远处, 故建筑物经物镜成的像一定位于目镜的焦平面上, 即对目镜的物距  $u_e = f_e = 1$  厘米。显然, 建筑物对物镜成的像距  $v_o = L - u_e = (51 - 1)$  厘米 = 50.5 厘米。

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_o} + \frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o}$ ,  
 $u_o = \frac{v_o f_o}{v_o - f_o} = \frac{50.5 \times 50}{50.5 - 50}$  厘米 = 5050 厘米。

建筑物和观察者之间距离为

$u = u_o + L = (5050 + 51.5)$  厘米 = 51 米。

4356. 如果上题中的是伽利略望远镜, 目镜焦距仍为 1 厘米, 观察星球时镜筒仍长 51 厘米。建筑物跟镜之间距离保持不变。那么观察上题的建筑物时目镜要拉出多少?

[解答] 由于伽利略望远镜在观察远处物体时筒长

$$L = f_o - f_e,$$

看建筑物时, 物距  $u_0 = 5050$  厘米,

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u_0} + \frac{1}{v_0} = \frac{1}{f_o}$ ,

$$v_0 = \frac{u_0 f_o}{u_0 - f_o} = \frac{5050 \times 52}{5050 - 52} \text{厘米} = 52.54 \text{厘米}$$

成的像应位于目镜的焦平面上。

$$L = v_0 - f_e = (52.54 - 1) \text{厘米} = 51.54 \text{厘米}.$$

望远镜的目镜要拉出 0.54 厘米。

4357. 伽利略望远镜的物镜焦距  $f_o$  为 45 厘米, 目镜焦距  $f_e$  为 -5 厘米, 如果用两块凸透镜来替换原来镜片, 可得到一个放大倍数一样的开普勒望远镜。试求, 这两块透镜焦距。(筒长不变)

[解答]  $m_\phi = \frac{f_o}{|f_e|} = 9,$

$$\frac{f_o}{f_e} = 9$$

又  $L = f_o - |f_e| = 40 \text{厘米},$  (1)

$$L = f_o + f_e = 40 \text{厘米} \quad (2)$$

由(1)、(2)式得  $f_o = 36 \text{厘米},$   $f_e = 4 \text{厘米}.$

4358. 月亮上两个亮光源最小距离  $l$  等于多少时, 地球上望远镜才能分辨它们? 已知月、地球距离  $r = 3.8 \times 10^5$  千米, 望远镜  $f_o = 8.0$  米,  $f_e = 1.0$  厘米, 人眼能分辨的最小视角为  $1'$ , 即  $3.0 \times 10^{-4}$  弧度。

[解答] 因为观察是极远处物,

所以  $m_\phi = \frac{f_o}{f_e} = \frac{800}{1} = 800.$

1' 对人眼所张视角  $= \frac{l}{800} = \frac{3.0 \times 10^{-4}}{800}$  弧度

$$l = r \cdot a = 3.8 \times 10^5 \times \frac{3.0 \times 10^{-4}}{800} \text{千米} = 0.142 \text{千米}$$

$$= 1.4 \times 10^2 \text{千米}.$$

4359. 显微镜中物镜焦距  $f_o$  为 1.00 厘米, 目镜焦距  $f_e$  为 4.00 厘米, 镜筒长  $L$  为 16.0 厘米, 为使观察到的像成在人眼的明视距离上, 则物体应离物镜多远?

[解答] 目镜成虚像, 其像距  $v_3 = -25$  厘米。根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u_e} + \frac{1}{v_e} = \frac{1}{f_e},$$

$$u_e = \frac{v_e f_e}{v_e - f_e} = \frac{(-25) \times 4}{-25 - 4} \text{厘米} = \frac{100}{29} \text{厘米}.$$

$u_e$  为物镜成的像离目镜的距离, 显然镜筒长  $L = v_o + u_e$ ,  $v_o$  为物镜成的像距。则

$$v_o = L - u_e = (16.0 - \frac{100}{29}) \text{厘米} = \frac{364}{29} \text{厘米} = 12.55 \text{厘米}.$$

对物镜, 应用透镜成像公式

$$\frac{1}{u_o} + \frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o},$$

$$u_o = \frac{v_o f_o}{v_o - f_o} = \frac{12.55 \times 1}{12.55 - 1} \text{厘米} = 1.09 \text{厘米}。$$

物体应离物镜 1.09 厘米。

4360 . 显微镜的目镜焦距为物镜焦距的 4 倍 ( $f_e=4f_o$ ) , 现物体在物镜前 1.25 厘米处 , 则在离目镜 10 厘米处得一个放大了 14 倍的像 , 试求  $f_e$ 、 $f_o$  及镜筒长  $L$ 。

[解答] 根据题意  $u_o=1.25$  厘米。  $v_e=-10$  厘米 ,  $m=14$ 。 如图所示可以列出以下程式

$$\frac{1}{u_o} + \frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o} \quad (1)$$

$$\frac{1}{u_e} + \frac{1}{v_e} = \frac{1}{f_e} \quad (2)$$

$$f_e=4f_o \quad (3)$$

$$L=v_o+u_e \quad (4)$$

$$m = m_o \cdot m_e = \left| \frac{v_o}{u_o} \right| \cdot \left| \frac{v_e}{u_e} \right| \quad (5)$$

代入数据后得

$$\frac{1}{1.25} + \frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o} \quad (6)$$

$$\frac{1}{u_e} + \frac{1}{-10} = \frac{1}{4f_o} \quad (7)$$

$$f_e=4f_o \quad (8)$$

$$L=v_o+u_e \quad (9)$$

$$14 = \frac{v_o}{1.25} \cdot \frac{10}{u_e} \quad (10)$$

解(6) ~ (10) 式得

$f_o=1$  厘米 ,  $f_e=4$  厘米 ,  $v_o=5$  厘米 ,  $u_e=2.86$  厘米 ,  $L=7.86$  厘米。

4361 . 某观剧望远镜的物镜焦距  $f_o$  为 12 厘米 , 目镜的焦距  $f_e$  为 -4 厘米。 观察离目镜 7.2 米、 高 1.2 米的物体 , 最后成像在目镜前 20 厘米处 , 求 : (1) 两镜间距离  $L$  , (2) 最后成的虚像的高度 , (3) 角放大率。

[解答] (1) 目镜成像 , 像距  $v_e=-20$  厘米 , 焦距  $f_e=-4$  厘米。 根据透

镜成像公式

$$\frac{1}{u_e} + \frac{1}{v_e} = \frac{1}{f_e},$$

得

$$u_e = \frac{f_e v_e}{v_e - f_e} = \frac{(-4) \times (-20)}{(-20) - (-4)} \text{厘米} = -5 \text{厘米}。$$

物距为负值 , 即为虚物。 也就是物体经物镜成像在目镜后 5 厘米处。

这样 , 物体经物镜成的像的像距为 :  $v_o = L + |u_e|$ 。

对物镜 , 根据透镜成像公式

$$\frac{1}{u_o} + \frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o}。$$

物距  $u_o=720$  厘米 , 焦距  $f_o=12$  厘米。

得

$$v_o = \frac{u_o f_o}{u_o - f_o} = \frac{720 \times 12}{720 - 12} \text{厘米} = 12.2 \text{厘米}。$$

两镜间距

$$L = v_o - |u_e| = (12.2 - 5) \text{厘米} = 7.2 \text{厘米}。$$

(2) 设物体经物镜成的像高  $h_o$ ，经目镜成像高  $h_e$ ，物高为  $H$ 。

$$m_o = \frac{h_o}{H}, h_o = m_o H = \left| \frac{v_o}{u_o} \right| H = \frac{12.2}{720} \times 120 \text{厘米} = 2.03 \text{厘米}。$$

$$m_e = \frac{h_e}{h_o}, h_e = m_e h_o = \left| \frac{v_e}{u_e} \right| h_o = \frac{20}{5} \times 2.03 \text{厘米} = 8.12 \text{厘米}。$$

(3) 角放大率

$$\text{直接观察物体时的视角} = \text{tg}^{-1} \frac{H}{|u_o|} = \text{tg}^{-1} \frac{120}{720} = 9.46^\circ。$$

$$\text{观察最后成的虚像时视角} = \text{tg}^{-1} \frac{h_e}{|v_e|} = \text{tg}^{-1} \frac{8.13}{20} = 22.12^\circ，$$

$$\text{所以} \quad \text{—} = \frac{22.12}{9.46} = 2.34。$$

### 说理和论证题

4362. 在厚纸板上开一个方形小孔，让太阳光通过小孔射在墙上或桌面上。那么，在墙或桌面上所看到的像是圆的而不是方的。解释这一现象。

[解答] 这是小孔成像。所成的像是太阳的像，所以是圆的。夏天，阳光透过树叶交叉的缝隙射到地面上也会形成一个个圆形的光斑，这些光斑也是由于小孔而成的太阳的像。

4346. 物体在光源发出的光照射下，在物体后面的屏上会产生本影和半影。问本影和半影的大小跟光源的大小有什么关系？在什么情况下才能在屏上只呈现本影而没有半影？

[解答] 根据光的直线传播，可以作出同一个物体在不同大小光源条件下的本影，半影区域，如图所示。

从上图中可以看出在同样的条件下，物体的本影随光源线度减小而增大，而半影却随光源线度的减小而减小。在理想的情况下，当光源是一个点光源时，则在屏上不再出现半影区域，只有轮廓鲜明的本影区域。

4364. 怎样识别物体是发光的，还是不发光的？

[解答] 最简单的方法是在全黑暗中对这个物体进行观察。

4365. 下列物体在正常工作时，哪些是发光体？

照相机；	汽车上的镀铬部件；
萤火虫；	电炉电热丝；
闪光灯泡；	金刚石；
镜子。	

[解答] 能够自行发光的物体叫做发光体。有一些物体本身并不发光，但当受到光的照射时能把光反射到我们眼睛里，我们才能看到它们，这样的物体不是发光体。所以上述物体中只有萤火虫、闪光灯泡、电炉电热丝在正常工作时是发光体。

4366. 我们能看见本身不发光的物体是由于这物体把照射光反射到我们眼中的缘故。既然如此，为什么天空的浓烟看起来是黑暗的，而不是明亮的呢？

[解答] 一般情况下，天空总是比较明亮的。当浓烟被空气散射来的光照射时，虽然它将光反射到我们眼中，但浓烟本身也吸收一些光，所以浓烟呈现黑暗。如果浓烟背景是黑暗的，当它受光照射时，例如用探照灯的光束照射时，它虽然也要吸收一些光，但这时跟黑暗的背景相比，浓烟是发亮的。

4367. 下雨天的晚上，汽车尾灯发的光在湿的路面上反光，看上去形成了一条“光带”，这是什么原因？

[解答] 这条光带是由发光尾灯的相当多的虚像组成的。湿的路面不是理想的平面镜，但是可以看成是由许多方向不同的小的平面镜所成。这些小平面镜的法线方向各不相同，因此形成的虚像位置也不重合。相当多的虚像叠加成了一条“光带”。

4368. 试解释教室里黑板的“反光”现象。

[解答] 当黑板平面很光滑时会产生“反光”现象。这是因为光线入射到黑板上时产生了单向的镜面反射，如果正好逆着反射光线看黑板，这时经过黑板反射到观察者眼中的光线特别强，而写在黑板上的粉笔字，由于漫反射的缘故射入观察者眼中的光线要弱很多，这样，人看到的是白光一片，即所谓的反光现象。

4369. 有人说：“平面镜能成虚像，也能成实像。”你同意这种说法吗？为什么？

[解答] 这种说法是正确的。放在平面镜前的实际物点，它只能成虚像。这是因为实际物点发出的光束总是发散的，经平面镜反射后，依然是发散的光束。当人眼逆着反射后的发散光束看去，便觉得这发散光束是从光束的反向延长线的光束顶点发出的，这顶点便是物点的虚像所在。成虚像的情况可参阅图(a)。

但当平面镜应用在光具组中时，有可能接受来自前一光具的会聚光束。这些会聚光束在会聚前即为平面镜所反射，反射后会聚成最后的实像。如图(b)所示。图中的S叫做虚物。

4370. 如图所示，光线经两块平面镜组成夹角为  $\alpha$  的角镜反射后的偏向角  $\beta$ ，试证明  $\beta = 2\alpha$ 。

[证明] 如图所示入射光线  $AC_1$  以入射角  $i_1$  投射到其中一块镜面上，并作出出射的光线  $C_2A$ 。

在  $AC_1C_2$  中  $\beta = 2i_1 + 2i_2$ ，

在  $C_1C_2B$  中  $(90^\circ - i_1) + (90^\circ - i_2) + \alpha = 180^\circ$ 。

则有  $\beta = i_1 + i_2$ ，  $\beta = 2(i_1 + i_2) = 2\alpha$ 。

从上式可看出偏向角  $\beta$  和入射角  $i$  的大小无关。当  $\alpha = 90^\circ$  时， $\beta = 2\alpha = 180^\circ$ ，即出射光线按原路返回，这种镜被称为直角角镜。直角角镜的特点是可以任意转动镜子（即任意改变光线的入射角），但出射光线总按原路返回。直角角镜是一种光的反射器，有着广泛的应用。

4371. 图(a)所示是经过A点的光线在镜面MN上反射后到达B点，试根据反射定律证明光在反射中必定沿长度最短的路径传播。

[证明] 以镜面MN为对称轴作A的对称点A'，并连接OA'。  $\angle AOM = \angle A'OM$ 。由于MN为一直线，所以  $\angle AOM + \angle BON = 180^\circ$ 。又  $\angle A'OM = \angle BON$ ，所以  $\angle BON = \angle AOM = \angle A'OM$ ，因为  $\angle A'OM + \angle AOM + \angle A'OM = 180^\circ$ 。于是可知A'、O、B三点共线。A'B是一条直线，它是最短的距离。而且  $OA = OA'$ 。所以  $OA + OB$  是光线由A点出发经镜面反射到达B点的所有各种可能的几何路径中最短一条。

4372. 为着验证光的波动性质，菲涅耳采用一个点光源的两个平面镜上反射出来的两个光束作为相干光束。图是这个实验装置的简图。 $M_1$ 和 $M_2$ 是两个互成很小角度  $\alpha$  的平面镜。

试证： $S_1S_2 = 2 \cdot SC$ 。

[证明] CA是入射线SC通过平面镜 $M_2$ 反射后的光线。CB是入射线SC通过平面镜 $M_1$ 反射后的光线。而平面镜 $M_1$ 可看作是平面镜 $M_2$ 的延长部分转过一个很小的角度  $\alpha$  所成。由此可见  $\angle ACB = 2\alpha$ ，

$$S_1CS_2 = ACB = 2\alpha$$

当  $\alpha$  很小时，两个像  $S_1S_2$  相距甚近，可以弧长代替弦长  $S_1S_2$ ，于是可知  $S_1S_2 = 2 \cdot SC$ 。

4373. 显微镜承物台下的反射镜为什么采用凹镜而不用平面镜？

[解答] 为了对放在载玻片上的被观察物体提供足够的照度，所以采用凹镜。因为凹镜对投射在镜面上的光束产生会聚作用，能增加对被观察物体的照度，而平

面镜却不能增加照度。

4374. “由凹面镜反射的光束一定是会聚光束，由凸面镜反射的光束一定是发散光束。”这种说法是否正确？

[解答] 不正确；例如当点光源放在凹面镜的焦点上时，反射光便是平行光束，见图(a)所示；当点光源放在焦点内时，反射光是发散光束。见图(b)所示。

当会聚光束（这可以来自另一光具）投射在凸面镜上时，反射后不一定是发散光束。见图(c)、(d)所示。

正确的说法是：“凹面镜对入射光束的反射具有会聚作用，凸面镜对入射光束的反射具有发散作用。”

4375. 在物体沿凹面镜主轴，从无限远处移到镜面的过程中所形成的像会发生什么变化？

[解答] 从光路图中可见物体在主光轴上的几个特殊位置：

当物体在无限远处时，像在焦点；

当物体由无限远处移向  $u=2f$  的过程中，成倒立实像，此像不断增大，但仍比物体小。像距由  $f$  逐渐增大到  $2f$ ，如图中物 A、像 A 的情况；

当物体位于  $u=2f$  时，成倒立实像，且和物体等大。物和像在主轴上的位置相同。

当物体由  $2f$  移向  $f$  的过程中，都成倒立实像，此像不断增大，且都大于物体。像距由  $2f$  逐渐移向无限远处，如图中物 B、像 B 的情况；

当物体位于  $u=f$  时，成像于无限远处。

当物体由焦点 F 移向镜面的过程中，都成正立放大虚像，此像为不断缩小，且都大于物体。像距都为负值，且从镜背后不断向镜背移近，如图中物 C，像 C 的情况。

上述情况可用下列图像表明

像的大小可以由  $\left| \frac{v}{u} \right|$  值决定。

4376. 物体沿凹面镜的主光轴由两倍焦距外向镜面顶点作匀速运动的过程中，它的像的移动是否也作匀速运动？为什么？

[解答] 物体沿主光轴匀速运动时，它的像作变速运动。这可以从图所示的  $v \sim u$  关系图中看出。在  $u$  轴上不同位置取相同大小的  $u$ ，可看到对应的  $v$  并不相同。由此可知它的像必定作变速运动。事实上，可以从  $v \sim u$  图像中不是直线，就得出上述结论。

4377. 已知抛物面镜能使所有和主轴平行的光线反射后通过焦点，试将凹球面镜和抛物面镜进行比较，定性说明为什么所有入射到球面镜上的平行光线反射后不都通过焦点？

[解答] 图表示抛物面镜和球面镜。可以看出球面比抛物面更弯向主轴。如果以平行光束投向反射面，则在球面的入射角将比在抛物面时的入射角大，加而反射角也增大。因为已知抛物面镜能使所有跟主轴平行的入射光线反射后通过焦点。那末，球面镜就不能使所有光线都在反射后通过焦点。

如果入射的平行光束比较接近主轴时，起反射作用的那部分球面和抛物面几乎重合，见图。所以对于近轴光线来说，使用制作比较简单的凹球面镜就能代替抛物面镜，它能起到同样的聚焦作用。

由此可见，球面镜公式，球面镜作图的方法只对近轴光线、近轴物才成立。

4378. 试根据凹镜对入射到镜面上的光线的反射规律推导出物像公

式： $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ 。（式中 $u$ 代表物体到镜面的距离， $v$ 代表像到镜面的距离。）

[分析] 按题要求，应先根据反射规律作出凹镜的成像光路图，然后利用几何规律证明。

[解答] 图是成像光路图。由于考虑的都是近轴光线，因此可以认为两条特殊光线的入射点 $H_1$ 、 $H_2$ 在主轴上的垂足 $O_1$ 、 $O_2$ 都和镜的顶点 $O$ 重合。

从图中可以看出能将 $f$ 、 $v$ 、 $u$ 三者联系起来的有两组三角形  $ABF$  和  $H_2OF$ ， $A_1B_1F$  和  $H_1OF$ 。

为看清楚起见，将上述光路图分成两幅，从(a)图中，可知：

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{f}{v-f}。$$

$$\text{从(b)图中，可知：} \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{u-f}{f}。$$

$$\begin{aligned} \text{两式联立后可得：} f^2 &= (v-f) \cdot (u-f) \\ &= vu - fu - fv + f^2。 \\ vu &= fu + fv。 \end{aligned}$$

$$\text{在上式两边都乘以} \frac{1}{fuv} \text{ 后便得到} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}。$$

4379. 设物体和凹球面镜焦点间的距离为 $S_0$ ，像和焦点间的距离为 $S_i$ ，球面镜的焦距为 $f$ ，试证明 $S_0 \cdot S_i = f^2$ 。

[分析] 从凹面镜对入射光的反射规律出发，作出成像光路图。利用光路图来证明。

从图中，可以看出能将 $S_i$ 、 $S_0$ 及 $f$ 联系起来的三角形有两组  $ABF$  和  $FPP$  ( $P$  为 $P$ 点到主轴的垂足)， $ABF$  和  $FQQ$  ( $Q$  为 $Q$ 点到主轴的垂足)。

[证明] 为清楚起见，将上述成像光路图分解成图(a)、(b)加以讨论。首先讨论  $ABF$  和  $FPP$  的关系。

由图(a)中可看到  $ABF \sim FPP$ ，

$$\text{所以} \quad \frac{AB}{PP} = \frac{BF}{PF}。$$

式中 $BF=S_0$ ， $PP=AB$ ，由于考虑的都是近轴光线，可以认为 $P$ 和顶点 $O$ 点重合，即 $PF=f$ 。于是得出下式

$$\frac{AB}{AB} = \frac{S_0}{f}。$$

从图(b)中看到  $ABF \sim FQQ$ ，

$$\frac{QQ}{AB} = \frac{QF}{BF}。$$

$$\text{同理，可得出} \quad \frac{AB}{AB} = \frac{f}{S_i}。$$

$$\text{将两式合并，即得} \frac{f}{S_i} = \frac{S_0}{f} \quad \text{或} S_0 S_i = f^2。$$

习惯上把 $S_0 \cdot S_i = f^2$ 叫做牛顿物像公式。从物像公式中可以看出当物体向着焦点 $F$ 移动时，加为乘积 $S_0 \cdot S_i$ 恒等于 $f^2$ ，因此像必定要离开焦点向外移动。

4380. 试由球面镜的公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$  证明：不论物体的位置如何，

凸球面镜对实物所成的像总是虚的。

[证明] 由面镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ ，可得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{2}{R} - \frac{1}{u}$$

上式中R表示凸球面镜的半径。对于实物来说  $u > 0$ ，所以  $\frac{1}{v} < 0$ ， $v < 0$ 。

因此所成的像总是虚像。不用公式也可以得到上述结论。说明如下：实物发出的光束总是发散光束，经凸球面镜发散之后，仍为发散光束，不能会聚成实像。必为虚像。

4381. 曲率半径为 10 厘米的凸镜来说，能成实像的虚物位置在什么范围内？画出形成这样一个实像的光路图？（虚物的概念见计算题第 727 页第 4285 题）

[解答] 如果虚物位于焦点上，即光线的延长线会聚在焦点，反射光平行于光轴，不能成像。当光线会聚在焦点外侧，反射光发散，仍不能成实像。只有当光线会聚在焦点内侧，反射光会聚才可成实像。虚物物距  $u$  必须满足  $|u| < 5$  厘米。

实像光路图见图所示。

4382. 图(a)表示光从空气进入玻璃的光路。玻璃是在图中界面的右侧还是左侧？

[解答] 过入射点作界面的法线，可以看出  $i < r$ ，如图(b)所示。

由于玻璃的折射率大于 1，即： $\frac{\sin i}{\sin r} > 1$ 。可知  $r > i$ 。1 相当于  $r$ ，2 相当于  $i$ ，所以玻璃在界面的左侧。

4383. 图(a)表示一条代表入射光束的直线射到以平面 MN 为界面的两种媒质后的行径，试指出图中的入射线、反射线及折射线，入射角、反射角及折射角。

[解答] 如图(b)所示，过 O 点作界面 MN 的法线 PQ，并由反射和折射定律可知入射线和反射线、折射线应分居法线两侧，推理可知 AO 是入射线、OB 是反射线、OC 是折射线。AOP 是入射角、BOP 是反射角，COQ 是折射角。

4384. 宋朝学者沈括在《梦溪笔谈》中有如下一段叙述：

“登州海中时有云气，如宫室台观，城堞人物，车马冠盖，历历可睹。”

这段话记述是什么物理现象？并简要作出解释。

[解答] 沈括描述的情景是指现今山东蓬莱县海边所看到的位于渤海之中的庙岛列岛（两地相距约 30 公里）的幻影，也就是一般所称的海市蜃楼现象。

海市蜃楼现象产生的原因是由于光线的折射和全反射的缘故。空气的密度随高度增加要迅速变小，又折射率是随空气密度的减小而减小的，所以可以把不同高度的空气层看成是折射率不同的媒质。这样，从物体表面反射出来的光线在向上传播的过程中，要发生折射现象，光线不再沿直线传播，而是沿图中的曲线传播。又因为随高度增加，折射率要变小，折射角要变大，光线将逐渐偏离法线。当倾斜的入射角大于或等于临界角时会发生全反射，光线不再向上折射，而是向下反射。在向下传播过程中，光线同样也是一条曲线，一直到光进入观察者的眼睛为止。

空气的密度在通常情况下，虽然随高度增加而减小的，但尚不足以引起全反射，因此不易观察到海市蜃楼现象。如果在温度逆转的时候，即近地面的上层空气反比下层空气温度高时，就会加剧空气密度随高度迅速由大变小。在海上或北方有

冰雪覆盖的地方，接近地面的空气较低，稍高的空气层受强烈日光照射，气温较高，这就形成了上暖下冷的逆温现象，所以在海面或冰雪覆盖的地方容易看到海市蜃楼现象。

4385. 牛顿曾经把光设想为粒子流。用这个观点在解释折射现象的时候，得到了光在水中的速度  $v = n_{\text{水}} \cdot c$ 。然而在 1862 年法国物理学家傅科和美国物理学家迈克尔逊改进了斐索测定光速的实验后，测出了光在水中的速约为  $2.23 \times 10^8$  米/秒，光在二硫化碳中的速度约为  $1.71 \times 10^8$  米/秒。这些实验数据说明了什么问题？

[解答] 这些实验数据有力地否定了牛顿的粒子模型。傅科测定光在水中的速度约为在真空中速度的  $3/4$ ；迈克尔测定光在二硫化碳中的速度约为真空中的  $3/5$ 。实验结果和牛顿预言的光粒子模型得到的结果恰

好互为倒数。说明折射率和光速存在的关系是  $n = \frac{c}{v}$ ，而不是  $n = \frac{v}{c}$ 。

4386. 水面上有一个半径为  $r$  的圆形木板，在圆心的正上方  $h$  处有一个点光源，光线射入水中后，在水底平面上形成半径为  $R$  的圆形阴影。水深为  $H$ ，水的折射率为  $n_0$ ，当  $h$  发生变化时，求证阴影的最大半径

$$R_{\max} = r + H / \sqrt{n^2 - 1}。$$

[证明] 由图中可见

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{r / \sqrt{h^2 + r^2}}{(R - r) / \sqrt{H^2 + (R - r)^2}}$$

$$n(R - r) \sqrt{h^2 + r^2} = r \sqrt{H^2 + (R - r)^2}，$$

化简后得  $R = r[1 + H / \sqrt{n^2 h^2 + r^2 (n^2 - 1)}]$ 。

当  $h = 0$  时  $R$  有最大值，则  $R_{\max} = r + H / \sqrt{n^2 - 1}$ 。

4387. 有一块厚为  $t$  的平玻璃板，光线以入射角  $i$  射入，折射角为  $r$ 。求证：出射光线的横向位移

$$D = t \cdot \frac{\sin(i - r)}{\cos r}。$$

[分析] 从图所示光路中可见，就几何关系来说，侧移  $D$  的大小和厚度  $t$ 、入射角  $i$ 、折射角  $r$  都有关系。

[证明] 从  $OPQ$  可看到侧移  $D$  的大小

$$D = OP \cdot \sin(i - r)。$$

$$OP = \frac{t}{\cos r}，$$

代入上式可得  $D = t \cdot \frac{\sin(i - r)}{\cos r}。$

4388. 五角棱镜是光学仪器中常用的一种元件，如图(a)所示。棱镜用光学玻璃制成。其中  $BC$ 、 $CD$  两个平面经高度抛光， $AB$ 、 $DE$  两个平面经高度抛光后再镀银。 $AB$ 、 $DE$  作反射面用。

试证明：经  $BC$  面入射的光线，不管它方向如何，只要它能经历两次反射（在  $AB$  和  $DE$  面上），那么由  $CD$  面出射的光线，必跟入射光线垂直。

[证明] 如(b)图所示，光线自透明面  $BC$  入射，在棱镜内的两个反射面上反射两次后自透明面  $CD$  出射。以  $i_1$  表示入射角， $r_1$  表示折射角， $i_2$  表示反射角，右下角的脚标表示次序。

为了讨论  $i_1$  和  $r_4$  的关系，可以先讨论  $r_1$  和  $i_4$  的关系。 $r_1$  和  $i_4$  的关系可以通过反射定律及几何关系求得。

从图中可以看出  $i_2 = r_1 + 22.5^\circ$ ，这是因为反射镜面 ED 可以看成是在 b 点沿顺时针方向从垂直于 CD 面的位置偏转  $22.5^\circ$  而成。于是

$$i_2 = i_2 = r_1 + 22.5^\circ$$

从图中还可以看出  $i_3 = 45^\circ - i_2$ ，这是因为反射镜面 AB 可以看成是在 C 点从平行于 ED 的位置沿顺时针方向偏转  $45^\circ$  而成。

$$\begin{aligned} i_2 + i_2 &= 2r_1 + 45^\circ, \\ i_3 + i_3 &= 90^\circ - 2i_2 = 45^\circ - 2r_1, \end{aligned}$$

在  $\triangle ebc$  中  $\angle bec = 180^\circ - (2r_1 + 45^\circ) - (45^\circ - 2r_1) = 90^\circ$ ，所以光线 ab 和 cd 总是垂直的。

由于构成角  $i_4$  和构成角  $r_1$  的两组对边互相垂直，所以  $i_4 = r_1$ 。

由折射定律可知

$$\sin i = n \cdot \sin r_1, \quad \sin r_4 = n \cdot \sin i_4。$$

式中  $n$  为棱镜的折射率。所以  $\sin i_1 = \sin r_4, i_1 = r_4$ 。

考虑到 BC 面和 CD 面垂直，它们的法线也相互垂直，所以沿法线向相同方向偏转相等大小角度的入射光线和出射光线也相互垂直。

4389. 透明平行平板的折射率随从底面起算的距离  $Z$  而变化，如图(a)所示。

试证明： $n_A \sin a = n_B \sin b$ 。

[证明] 平行透明平板的折射率随  $Z$  而变化，我们可以设想把平板划分成放多薄层，如图(b)所示。每一层的折射率可认为是一个定量。根据，

$$\begin{aligned} n_A \cdot \sin a &= n_1 \sin a_1 = n_2 \sin a_2 = \dots = n_B \sin b, \\ n_A \sin a &= n_B \sin b。 \end{aligned}$$

4390. 当光线通过一个镜时，由于折射而使光线发生偏向。出射光线和入射光线之间所夹的角叫偏向角，如图(a)所示，只有当入射角和出射角相等时，偏向角最小。用  $\theta_m$  表示最小偏向角。

试证明它和棱镜角及棱镜折射率的关系为  $n = \frac{\sin \frac{A + \theta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$ 。

[证明] 从图(b)中可看出：

折射角  $r = \frac{A}{2}$  (两条对边相互垂直)，

最小偏向角  $\theta_m = i + e - A = 2r$  (外角跟不相邻内角的关系)。

入射角  $i = r + \theta_m/2$  (对顶角角)，因此  $i = \frac{A}{2} + \frac{\theta_m}{2}$ 。

利用斯涅耳公式  $\sin \frac{A + \theta_m}{2} = n \cdot \sin \frac{A}{2}$  可得  $n = \frac{\sin \frac{A + \theta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$ 。

棱镜的折射率通常是从测定最小偏向角和棱镜的顶角来求出的。用这种方法求棱镜的折射率，数学关系简单；且容易准确的测定最小偏向角的大小。

4391. 在用共轭测凸透镜焦距的实验中：烛焰和光屏间的距离为  $L$ ，在它们中间放一块凸透镜。保持  $L$  不变，移动透镜的位置，这凸透镜在两个不同位置时，光屏上可得到一缩小和一次放大的清晰的像。如果透

镜两次成像位置间的距离为  $d$ ，试证明：凸透镜的焦距  $f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$ 。

[分析] 本题有多种证明方法，如从光路可逆出发，利用第二次成像的像距和第一次成像的物距相等，很容易求得  $u = \frac{L-d}{2}$  和  $v = \frac{L+d}{2}$ ，再根据透镜成像公式求出  $f$ ，这种证明方法比较简单。当然也可直接利用透镜成像公式证明。

[证明一]

如图，因光路可逆， $u=v$  因此  $2r+d=L$ ，

$$u = \frac{L-d}{2}。$$

$$v = L - u = \frac{L+d}{2}。$$

将  $u$ 、 $v$  代入透镜成像公式

$$\frac{2}{L-d} + \frac{2}{L+d} = \frac{1}{f}，$$

整理后即可证得

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L}。$$

[证明二]

由图知：设第一次成像的物距为  $u$ ，则  $v=L-u$ ， $u = u+d$ ， $v = L-u = L-(u+d)$ 。由透镜成像公式得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{L-u} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

$$\frac{1}{u+d} + \frac{1}{L-(u+d)} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

解式(1)、(2)先求出  $u$ ，再代入式(1)[或式(2)]即可证得。

[证明三]

根据透镜成像公式，由透镜在物、屏间成像得  $\frac{1}{u} + \frac{1}{L-u} = \frac{1}{f}$ 。

化简、整理后得二次方程  $u^2 - Lu + fL = 0$

方程的两个根  $u = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4fL}}{2}$ ，

就是透镜在物、屏间的两个位置，它们之差就是  $d$ ，即

$$d = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4fL}}{2} - \frac{L - \sqrt{L^2 - 4fL}}{2}。$$

化简后得  $\sqrt{L^2 - 4fL} = d$ 。

将上式两边平方  $L^2 - 4fL = d^2$ ，

整理后即可证得  $f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$ 。

4392. 试证明凸透镜成实像时，物和像之间的最小距离等于 4 倍焦距。如果物、实像间距离为  $L$ ，凸透镜的焦距为  $f$ ，则  $L \geq 4f$ 。

[分析] 当  $L > 4f$  时，透镜在物、屏间的两个位置时都可在屏上成像，设物距为  $u$ ，则像距  $v=L-u$ ，透镜成像公式化简后必为二次方程，有二个不相等的实根，据此可证得。

[证明] (以  $u$  为变量) 由透镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{L-u} = \frac{1}{f} \quad \text{得 } u^2 - Lu + fL = 0。$$

要使方程有两个不相等的实根，必须满足  $L^2 - 4fL > 0$

即  $L > 4f。$

结果表明：当  $L=4f$  时， $u=v=L/2$ ；当  $L>4f$  时，有两解；当  $L<4f$  时，屏上不能成像。

4393. 一束会聚光以 MN 为中心线会聚于 A 点，如图(a)所示。A 点和 MN 上点 O 相距为 d，如果以 MN 为主光轴，在 O 点放一焦距为 f 的凹透镜。试证明只有当  $d < f$  时，光束才能在透镜的另一侧会聚成一实像，而且 A 越靠近焦点 F，光束的会聚点 A' 离透镜的光心越远，请作图验证。

[分析] 可将会聚于透镜另一侧的 A 点，看作透镜的“虚物”，根据透镜成像公式，求出“虚物”A 的像点 A' 与光 O 的距离，即像距 v，讨论像距的正负跟 d 的关系，即可证得。（虚物的概念见计算题第 727 页第 4285 题）

[证明] 将 A 看作透镜的“虚物”则物距  $u=-d$ ，设 A 的像点 A' 的像距为 v，根据透镜成像公式得

$$\frac{1}{-d} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{f},$$

$$v = -\frac{fd}{f-d} \quad (1)$$

由(1)式知，只有当  $f-d > 0$  即  $f > d$  时， $v > 0$ 。也就是说只有当会聚光束的会聚点 A，落在凹透镜另一侧焦点 F 之内时，光束才能在透镜另一侧会聚成一实像。成像光路图如图(b)所示。

将(1)式变形为 
$$v = \frac{f}{\frac{f}{d} - 1} \quad (2)$$

由(2)式可见：当 d 很小时， $\frac{f}{d}$  很大，v 就很小；当  $d \rightarrow f$  时， $\frac{f}{d} \rightarrow 1$

，这时 v 很大，即当 A 点越靠近焦点，其像点 A' 就离光心 O 越远，当  $d=f$  时， $v \rightarrow \infty$ ，说明 A 落在焦点 F 上时，会聚光束经透镜后成平行光束；

当  $d > f$  时， $\frac{f}{d} - 1 < 0, v < 0$ ，像点 A' 变为虚像，即当 A 落在透镜另一侧焦点 F 之外时，折射光束将发散，在入射角光线同侧得一虚像，且 d 越大， $|v|$  越小，虚像越靠近光心。

4394. 物和屏间相距 L，其间可用凸透镜在两个位置上使物体两次在光屏上成清晰的像，如果两次像高分别为 a 和 b，试证明：物高  $l = \sqrt{ab}$ 。

[证明] 设透镜两次成像的放大率分别为

$$m_1 = \frac{a}{l} = \frac{v_1}{u_1}, \quad m_2 = \frac{b}{l} = \frac{v_2}{u_2},$$

根据光路的可逆性有： $u_2=v_1, v_2=u_1$ ，所以，

$$m_1 \times m_2 = \frac{a}{l} \times \frac{b}{l} = \frac{v_1}{u_1} \times \frac{v_2}{u_2} = 1,$$

即 
$$\frac{ab}{l^2} = 1, \quad l = \sqrt{ab}。$$

4395. 物和屏间距离为 L，其间用焦距为 f 的凸透镜成像。如果移动凸透镜能使物体在屏上得到两次清晰的像，且两次成像的像长的比为

，试证明：
$$f = \frac{L}{2 + \sqrt{\quad} + 1/\sqrt{\quad}}。$$

[分析] 根据题意画出两次成像示意图，图中，透镜两次成像的光心位置分别为  $O_1$  和  $O_2$ ，所成的像分别为  $A_1B_1$  和  $A_2B_2$ ，物距和像距分别为  $u_1$ 、 $v_1$  和  $u_2$ 、 $v_2$ 。根据光路可逆性，当透镜光心放在  $O_2$  位置，把物  $AB$  放在光屏位置，像一定成在物原来的位置，因此有  $u_2=v_1$  和  $v_2=u_1$ 。

再根据题意，两次成像的像他长的比  $\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_1B_1/AB}{A_2B_2/AB} = \frac{m_1}{m_2} =$  ，

而放大率  $m = \frac{v}{u}$ ，物和屏间距离为  $L$ ，可求出  $u_1$ 、 $v_1$  和  $L$  关系，代入

透镜成像公式即可证得。

[证明] 根据题意可知

$$= \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_1B_1/AB}{A_2B_2/AB} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1/u_1}{v_2/u_2} = \frac{v_1 u_2}{u_1 v_2}，$$

根据光路可逆原理可得  $u_2=v_1$ ， $v_2=u_1$ 。

$$= \frac{v_1^2}{u_1^2}，即 v_1 = \sqrt{\quad} u_1。$$

根据透镜成像公式可得  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{\sqrt{\quad} u_1} = \frac{1}{f}。$

则  $f = \frac{\sqrt{\quad} u_1}{\sqrt{\quad} + 1}。$

又  $u_1 + v_1 = u_1 + \sqrt{\quad} u_1 = L$ ，即  $u_1 = \frac{L}{\sqrt{\quad} + 1}$ ，将此式代入  $f$

的表达式得  $f = \frac{\sqrt{\quad} L}{(\sqrt{\quad} + 1)^2} = \frac{\sqrt{\quad} L}{+ 2\sqrt{\quad} + 1}$ ，  
 $f = \frac{L}{2 + \sqrt{\quad} + 1/}$ 。

4396. 在离凸透镜某一距离处放一个物体，在屏上得到物体清晰的像，放大率是  $m_1$ 。然后把物体向透镜方向移动  $l$ ，再调节屏使屏上重新得到清晰的像，此时的放大率是  $m_2$ 。试证明凸透镜的焦距

$$f = \frac{m_1 m_2}{m_2 - m_1} l。$$

[分析] 本题是透镜两次独立成像，如果设第一次成像的物距为  $u$ ，则第二次成像的物距为  $u - l$ 。由于两次成像的放大率  $m_1$ 、 $m_2$  都已知，

根据放大率  $m = \frac{v}{u}$ ，由公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  可得  $f$  和  $u$  (或  $v$ ) 的两个关系式，

消去式中的  $u$  (或  $v$ )，即可证得。

[证明] 设第一次成像的物距为  $u$ ，像距为  $v$ ；第二次成像的物

物距为  $u - l$ ，像距为  $v$ 。根据放大率  $m_1 = \frac{v}{u}$ ，得  $v = m_1 u$ ，代入

透镜成像公式可得  $\frac{1}{u} + \frac{1}{m_1 u} = \frac{1}{f}$ ，即  $u = \frac{m_1 + 1}{m_1} f$  (1)

同理得  $\frac{1}{u-1} + \frac{1}{m_2(u-1)} = \frac{1}{f}$  即  $u-1 = \frac{m_2+1}{m_2}f$  (2)

把上面两式相减, 得  $1 = (\frac{m_1+1}{m_1} - \frac{m_2+1}{m_2})f = \frac{m_2-m_1}{m_1m_2}f$ ,  
 $f = \frac{m_1m_2}{m_2-m_1} \cdot 1$ 。

4397 . (1) 求证: 薄透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  为等边双曲线方程。在以

$u$  为横轴,  $v$  为纵轴的  $v \sim u$  平面中, 该双曲线的两根渐近线分别为  $u=f$  和  $v=f$ 。

(2) 试以物距  $u$  为横轴, 像距  $v$  为纵轴, 在  $v \sim u$  平面上作凸透镜成像时,  $v$  随  $u$  变化的图线 ( $u$  的自零到无限大)。

(3) 试证明在以放大率  $m$  为纵轴, 物距  $u$  为横轴的  $m \sim u$  平面上作  $m$  随  $u$  变化的图线 ( $u$  自零到无限大)。

[证明] (1) 设物到焦点的距离和像到焦点的距离分别为  $x$  和  $y$ , 如图(a)所示, 即

$$u=f+x, \quad v=f+y,$$

代入成像公式, 得

$$\frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+y} = \frac{1}{f}。$$

化简后得  $xy=f^2$ 。

由于  $f$  是常数, 故上式为以  $x$ 、 $y$  轴为渐近线的等边双曲线方程式。在以  $u$  为横轴,  $v$  为纵轴的  $v \sim u$  平面中,  $x$ 、 $y$  轴的方程分别是  $v=f$  和

$u=f$ 。即在  $v \sim u$  平面中, 由方程  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  所确定的双曲线的渐近线分别为  $u=f$  和  $v=f$ , 如图(b)所示 (当  $u > f$  时,  $v < f$ ;  $u < f$  时,  $v > f$ )。

(2) 由  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  可得下列数据, 根据这些数据可在  $v \sim u$  平面上作出由方程所确定的双曲线, 如图(b)所示。

$u$	0	$\frac{f}{2}$	$f$	$\frac{3f}{2}$	$2f$	$4f$	$\infty$
$v$	0	$-f$	$\pm \infty$	$3f$	$2f$	$\frac{4f}{3}$	$f$

(3) 因放大率  $m = \frac{v}{u}$ , 式中  $v$  可由  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  求得,  $v = \frac{uf}{u-f}$ ,

所以  $m = \frac{f}{u-f}$ 。

根据第(1)小题中所设  $u=f+x$ , 即  $u-f=x$ , 上式又可写为

$$mx=f \quad \text{或} \quad m(u-f)=f$$

由于  $f$  是常数, 故上式为以  $m$ 、 $x$  轴为渐近线的等轴双曲线方程式。利用坐标轴的平移, 在以  $m$  为纵轴,  $u$  为横轴的  $m \sim u$  平面中,  $m$  随  $u$  变化的曲线是以  $u$  轴和直线  $u=f$  为渐近线的等轴双曲线。

注意: 在第(2)、(3)小题中, 如果  $u < f$ , 则在  $v \sim u$  平面上和  $m \sim u$  平面上, 就可得到  $v$  随  $u$  变化的完整的双曲线图像, 这时对应于  $u < 0$  部分的图线所表示的是透镜虚物成像的规律, 读者可自行描绘。

此外, 读者可结合  $x=u-f$  这一关系, 自行描绘一下, 在  $m \sim x$  平面中,  $m$  随  $x$  变化的曲线, 同时思考, 能否在  $m \sim u$  平面上画出  $x$  轴。

4398. 可用下面的方法测定凹透镜的焦距：在纸片上一个直径为  $d$  的圆孔（略小于凹透镜），遮住凹透镜边缘，使圆孔中心正对着透镜的光心，让一束平行光（或太阳光）经透镜后，在距透镜光心  $L$  处的纸屏（垂直于和透镜主光轴）上，形成一个直径为  $D$  的亮斑（如图）。试证

明凹透镜的焦距  $f = \frac{d}{D-d} L$ 。

[分析] 入射光是平行于主光轴的平行光束，经凹透镜成发散光束。此散光线的逆向会聚点就是凹透镜的焦点。因此可用三角形相似，对应边成比例证明。

[证明] 根据相似三角形的关系  $\frac{f}{f+L} = \frac{d}{D}$ ，  
即  $Df = df + dL$ 。  
由此证得  $f = \frac{d}{D-d} L$ 。

4399. 在凸透镜成像实验中，适当调节物和光屏的位置，当光屏上获得一清晰的像时，测得其物距为  $u_1$ ，像距为  $v_1$ 。在以  $v$  为纵轴  $u$  为横轴的直角坐标系的  $u$  轴和  $v$  轴上分别标出  $u_1$  和  $v_1$  的值，如图所示。试证明：

(1) 用直线  $CD$  把图中  $u_1$  值和  $v_1$  值连接起来。再作两坐标轴的角平分线  $OP$ ， $OP$  交  $CD$  于  $P$ （如图），则  $P$  点到两轴的距离（即  $P$  点的坐标值）就等于被测凸透镜的焦距  $f$ 。直线  $CD$  和  $u$  轴夹角 越大，所成的像也越大。

(2) 如果只测得一组物距和像距的值  $u_1$  和  $v_1$ （且  $u_1 > f$ ），即使不画出角平分线  $OP$ ，也可根据本题(1)的结论用作图法求出  $f$  的值。

[证明] (1) 过  $P$  和  $O$  作正方形  $OAPB$  [如图(a)]，设其每边长为  $a$ ，可见  $ACP \sim BPD$ ，则对应边成比例

$$\frac{AC}{a} = \frac{a}{BD}，即 AC \cdot BD = a^2，$$

式中  $AC = v_1 - a$ ， $BD = u_1 - a$ ，则上式变为  $(v_1 - a)(u_1 - a) = a^2$ 。

展开并整理后得  $u_1 + v_1 = \frac{u_1 v_1}{a}$ ，等式两边同乘  $\frac{1}{u_1 v_1}$  得  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{a}$ 。

对比透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，可知  $a = f$ ，即  $P$  到  $u$  轴或  $v$  轴的距离

$a$  就等于凸透的焦距  $f$ 。

由图(a)知直线  $CD$  与  $u$  轴夹角 的正切值就等于透镜的放大率，即

$$m = \frac{v_1}{u_1} = \text{tg} \quad ，$$

可见 越大， $m$  越大，所成的像也越大。

(2) 根据光路可逆原理，令  $u_2 = v_1$ ， $v_2 = u_1$ ，在  $u \sim v$  坐标轴上分别标出  $u_1$ 、 $u_2$  和  $u_2$ 、 $v_2$  的值，再分别用直线  $CD$  和  $C'D'$  连接两组值，如图(b)所示，则  $CD$  和  $C'D'$  的交点  $P$  到  $u$  轴或  $v$  轴的距离就是凸透镜的焦距  $f$ 。

4400. 根据上题所提供的用作图法求凸透镜焦距  $f$  的方法，试证明：

(1) 如果已知凸透镜成虚像，只要在  $v$  轴的负方向上标出  $v$  的值，则仍可用上题所提供的作图法求出凸透镜的焦距  $f$ 。

(2) 如果已知凸透镜的焦距  $f$ ，则可用上题提供的作图法在已知  $u$  值时求出  $v$  值，或已知  $v$  值时求出  $u$  值。

[证明] (1) 作  $v \sim u$  直角坐标系，在  $u$  轴上标出  $u$  值，在负  $v$  轴方向上标出  $v$

值。连接 CD 并延长，跟两坐标系的角平分线 OP 相交于 P，则 P 到 u 轴或 v 轴的距离  $a=f$  [如图(a)所示]。因为由图可知：  $\triangle COD \cong \triangle DPB$ ，所以

$$\frac{a}{|v|} = \frac{a-u}{u}, \text{ 即 } au = a|v| - u|v|,$$

$$a(|v| - u) = u|v|, \text{ 得}$$

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{|v|} = \frac{1}{a}.$$

因为  $v$  为负值，所以  $-|v| = v$ ，上式又可写为

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{a}.$$

对比凸透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，可知  $f = a$ 。

(2)图(b)，以  $f$  值为边长作正方形 OAPB 得 P 点。如果已知  $u$  值，可在  $u$  轴取  $u$  值，连 PD 并延长交  $v$  轴于 C，则 OC 的值即  $v$  值；同理如果已知  $v$  值也可用此法求得  $u$  值。

4401. 人眼在看近物和看远物的两种情况下，哪一种情况人眼的晶状体比较凸些？

[解答] 人的眼睛是变焦距光学系统，看物体时，在视网膜上成缩小的实像。所以看任何物体，像距  $v$  可认为不变。

根据凸透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，

$$f = \frac{uv}{u+v} = \frac{v}{1+v/u}.$$

看近物，物距  $u$  小，从上式可知焦距  $f$  也要小，即晶状体要凸一些；反之，看远物，物距  $u$  大，故  $f$  也要大一些，晶状体就要平一些。

4402. 有两个人，一人近视，一人远视，都没有矫正视力。他们用同样的放大镜，并使放大镜离眼睛同样远的位置来看物体。为了看清楚物体这两个人中，哪一个必须使所看的物体离放大镜近一点？

[解答] 远视眼的明视距离大于正常眼的明视距离，而近视眼的明视距离小于正常眼的明视距离。因此近视眼的明视距离小于远视眼的明视距离。

用放大镜的目的是使物体成像在明视距离上，则用放大镜时，近视的像距小于远视的像距。

根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，对于放大镜来说成虚像  $v < 0$ ，所以

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{|v|} = \frac{1}{f}. \quad u = \frac{f|v|}{|v|+f} = \frac{f}{1+\frac{f}{|v|}}. \quad |v| \text{ 小, } u \text{ 就小, 因此近视的人要把物体}$$

放在离放大镜近一些的地方。

4403. 当我们观察火车的两条轨道时，看起来似乎是越远两轨道之间的宽度越窄，这是什么道理？

[解答] 火车轨道的宽度远近都是一样的，但远近不同的轨道对人眼所张的角不一样，也就是视角不一样。越近，视角越大，因而在视网膜上成的像就越大，所以看起来就宽；越远，视角越小，在视网膜上成的像越小，所以看起来越窄。

4404. 照相机的镜头已调整到使近处的物体在底片上成清晰的像，这时如果要拍远景，暗箱长度应怎样调节？

[解答] 由透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,

$$\text{得} \quad v = \frac{fu}{u-f} = \frac{f}{1-f/u}。$$

照相机从拍近物到拍远物,即物距逐渐变大。从上式可知,由于照相机镜头焦距  $f$  不变,  $u$  变大时,像距  $v$  变小,即缩短底片到镜头的距离,也就是要把暗相长度缩短。

4405. 某人在照相馆摄了一张半身人像之后,要求摄影师再为他摄一张同样尺寸的头部的特写照,则摄影师如何操纵相机?

[解答] 把照相机靠近被摄者,同时拉长暗箱。这样,镜头焦距不变,物距减小,像距增大,因而像放大率变大,底片上的头部像也变大,就成了特写照。

4406. 幻灯机镜头已调好,在屏上成像清晰,如果需使映出画面增大些,应怎样调节?

[解答] 根据  $m = \frac{v}{u}$  ,要使  $m$  增大,可使  $v$  增大,即把屏幕向后移。同时因为像距  $v$  增大,根据透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  ,物距变小,所以一面使屏幕后移,另一面使幻灯片离幻灯机镜头近一些。

4407. 一定型号的照相底片,要求有一定的光通量,在光照亮度一定时,光通量由通光面积和时间乘积决定。在照相机上它们是用光圈系数  $F$  和快速度  $T$  分别控制。

光圈系数定义为  $F=f/D$  ,式中  $f$  是物镜焦距,  $D$  为物镜通光口径,

所以  $\frac{1}{F}$  亦称相对孔径。试证明:当  $\frac{F_1^2}{T_1} = \frac{F_2^2}{T_2}$  时的光通量是一样的。

$$[\text{证明}] \quad \text{通光口径面积} S = r^2 = \frac{1}{4} D^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{f}{F}\right)^2。$$

$$\text{对应的有} S_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{f}{F_1}\right)^2, S_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{f}{F_2}\right)^2。$$

$$\text{光通量为} ST, \text{则有} S_1 T_1 = \frac{1}{4} \frac{f^2}{F_1^2} \cdot T_1, S_2 T_2 = \frac{1}{4} \frac{f^2}{F_2^2} \cdot T_2。$$

$$\text{因为} \frac{F_1^2}{T_1} = \frac{F_2^2}{T_2}, \text{所以} S_1 T_1 = S_2 T_2。$$

4408. 一般人眼从显微镜的目镜中看到的是虚像,现为了教学需要,如何把常规显微镜改成可在屏幕上投影出实像的投影显微镜?

[解答] 常规显微镜中,物体放在物镜焦点外,经物镜生成放大的实像,这个实像位于目镜焦点之内,经目镜生成放大的虚像,便于观察。现在要在屏幕上显示出来,只要使经物镜生成的放大的实像落在目镜在焦点之外就行了。

方法有两种,第一种是增大显微镜的镜筒长;第二种是提升整个镜筒。

#### 图线和作图题

4409. 图(a)中发光点  $S$  发出的光线中哪一条光线经平面镜反射后,反射光线一定通过  $A$  点?请完成光路图。

[分析] 从  $S$  点发出经过平面镜反射后通过  $A$  点的光线可以看成是由  $S$  在平面镜中的虚像  $S'$  发出直接到达  $A$  点的光线,光路图如图(b)所示。

[解答]

4410. 由图(a)作出物  $AB$  在平面镜  $MN$  中的成像光路图。

[解答] 可以由光的反射定律从  $A$  点任意选取两条光线经平面镜反射后作出反射光线,并反向延长,求出  $A$  点在平面镜  $MN$  中的虚像  $A'$ ,如图(b)所示。 $B$  点

的像也可用同样方法作出。

4411. 要使一支铅笔和它在平面镜中所成的像垂直, 则铅笔应如何放置? 并作出光路图。

[解答] 由平面镜成像规律可知, 虚像和实物关于镜面对称。因此铅笔和镜面间夹角应该是  $45^\circ$ 。

4412. 互成直角的两块平面镜之间放一个物点  $S$ , 问最多能在平面镜中形成几个像?

[解答] 从图中可以看出可形成三个虚像。作图时第一次反射可按反射角等于入射角的规律作出反射线, 第二次反射时, 可按直角角镜的出射线和入射线平行(即  $=180^\circ$ )的规律画出, 见图所示。

4413. 互成  $120^\circ$  角的两块平面镜之间放一个物点  $S$ , 问能在平面镜中形成几个像?

[解答] 当物点  $S$  位于角平分线上时, 如图(a)所示。根据平面镜的成像规律。由作图可知能形成两个虚像  $S_1$  和  $S_2$ 。

当物点  $S$  位于任意位置上时, 如图(b)所示。

可形成三个虚像  $S_1$  和  $S_2$ 、 $S_3$ 。

4414. 两个平面镜  $OA$  和  $OB$  相交成  $\theta$  角, 在镜前放置一个点光源  $S$ , 如图所示。试指出观察者的眼睛在什么范围内才能同时看到两个平面镜中的虚像?

[分析] 由于平面镜  $OA$  及  $OB$  不是无限大, 所以经平面镜反射后的光束有一定的范围, 只有当眼睛位于两个平面镜反射光束的共同范围内, 才能同时看到两个虚像。

[解答] 利用平面镜成像规律找到点光源  $S$  对平面镜  $OA$  和  $OB$  形成的两个虚像  $S_1$  及  $S_2$ 。连接  $S_1$  和  $S_2$  并向镜面方向延长便得可观察到像  $S_2$  的范围。只有在这两束反射光束射到的共同区域内才能同时观察到两个虚像  $S_1$  和  $S_2$ 。其范围为图中划斜线的区域。

4415. 完成下列光线经凹镜反射后的光路图。

[解答] 平行于主光轴的入射光线, 反射后通过焦点[见图(a)]。

通过焦点的入射光线, 反射后跟主光轴平行[见图(b)]。

沿球半径方向的入射光线, 反射后循原路射回, 通过球心[见图(c)]。

4416. 如果入射光线和凹镜的主光轴成一个不大的角度, 射到镜面上。作出反射后的光线。

[分析] 由于凹镜的会聚作用, 平行光线经凹镜反射后的反射光线交于一点。如图(b), 有一束和主光轴成一个  $\theta$  角的平行光线射到镜面, 反射光线交于一点  $F'$ , 该点位于过焦点  $F$  且垂直于主光轴的平面上。所以只要作出点  $F'$ , 把  $F'$  和入射点连起来, 就是反射光线。

[解答] 过焦点一条跟入射光线平行的辅助光线, 这条光线反射后必和主光轴平行。  $F'$  点一定在这条反射线上。再过这焦点作一个垂直于主光轴的平面, 这个平面和上述辅助光线的反射线必有一个交点, 这个交点就是  $F'$  点。这样就可以求得题中要求的反射光线。如图(b)所示。

4417. 试根据凸面镜对光线的反射规律画出下列图中的反射光线。

[解答] 光路图如图所示。指向凸面镜的虚焦点的光线, 经镜反射后跟主光轴平行。

指向凸面镜的曲率中心的光线，经镜反射后循原路返回。

跟主光轴平行的入射光线经凸面镜反射后的光线的反向延长线，通过虚焦点。

4418. 当点光源 S 位于凹镜的主光轴上时，试就下列三种情况完成光路图，并画出像 S 的位置。

[分析] 上述的光线都不是特殊光线。但可利用通过焦点辅助光线进行作图。

当光源 S 和镜心距离小于  $f$  时：见图(a)。

当光源 S 和镜心距离大于  $f$ ，但小于  $2f$  时：见图(b)。

当光源 S 和镜心距离大于  $2f$  时：见图(c)。

[解答] 光路图如图所示。

4419. 图(a)所示，正方形 ABCD 放在凹镜主光轴上，试作出它的像。

[分析] AB 边放在  $2f$  之外，成缩小像。CD 边在  $2f$  之内，成放大像。所以所成的像必定不再是正方形。

[解答] 图(b)中 B' C' D' 为正方形 ABCD 的像。

由于 AD 边上各点的像都需要在通过焦点 F 的反射光线上，可见 A' B' C' D' 为一直角梯形。

4420. 试作图说明汽车驾驶室旁的观后镜为什么用凸面镜而不用平面镜？

[解答] 如图，在离观察者同样远处放两块口径相同的平面镜和凸面镜。凸面镜能把 AB 范围内的光线反射到观察者的眼中，而平面镜只能把 A' B' 范围内的光线反射到观察者的眼中。显然用凸面镜观察到的范围较大。

4421. 根据光的反射定律作出位于凸面镜前主光轴上发光点 S 的像的位置。

[分析] 凸球面镜的镜面是球面的一部分，因此半径方向就是法线方向。

[解答] 图所示为光路图。

像 S' 位于反射光线的反向延长线的交点上，所以像 S' 是虚像。

4422. 根据凸球面镜对光线的反射规律作出位于镜面前方的物 AB 的像 A' B'。并说明下列三个问题：

(1)形成的像是正立缩小的虚像。

(2)当实物 AB 从远处向镜面移动时，像也从镜后靠拢镜子。

(3)像离镜面有一个极限，不能超过这个值。这个值多大？

[解答] 由 A 点向凸球面镜引两条光线，如图所示。一条平行于主光轴，反射后反向延长线通过焦点，以光线(1)表示。一条指向球心，反射后循原路退回，用光线(2)表示。光线(1)和(2)是发散光束中的光线，它们的反向延长线的交点 A' 点，是 A 点的像。

(1)由于反射光束是发散的，只能反向延长相交，所以必定是虚像。同时 A 点的像 A' 必位于线段 FD 上，但 FD 和光轴最大的垂直距离等于物高 AB，所以像高 A' B' 总小于物高 AB。由于球面半径是焦距的两倍，所以光线(2)和主轴夹角必小于光线(1)和主轴夹角，交点必定在线段 FD 上，所以 A' 点必定位于主轴的同侧，像 A' B' 必定是正立的。

(2)当 AB 向镜面移近时，光线(2)和主轴的夹角逐渐增大，所以 A 点的像也移向镜面。

(3)当物 AB 放在很远时，光线(1)和(2)到达反射面时几乎是平行的，像必定位于焦点内靠近焦点处。绝不会超过焦点到镜面间的距离。

4423. 图(a)中 A 是发光点，A' 是 A 经球面镜反射以后所成的像，MN 是这个球面镜的主光轴。试判断这个球面镜是凹镜还是凸镜？为什么？并通过作图求出镜的顶点、球心和焦点的位置。

[分析] A' 是 A 的倒立像，可以肯定 A' 是 A 的实像。因为凸镜只能成正立缩

小的虚像，所以这个球面镜必定是凹镜。

根据 A 离主光轴 MN 较远可知 A 是 A 的放大倒立实像。为了确定凹镜的位置，先分析凹镜成放大倒立实像的光路，见图(b)所示。

从图中可以看出 AA 的连线必定通过球心 C；光线 OA 及 OA 则是以主光轴 MN 为对称轴的两条光线。

[解答] 如图(c)所示，连接 AA，此线和 MN 的交点便是球心 C 的位置。

以 MN 为对称轴，找到 A 的对称点 B，连接 A B，延长 A B 和 MN 的交点便是凹镜的顶点 O。

在 MN 上找出线段 OC 的中点便是凹镜的焦点 F。

以 OC 为半径，C 为圆心，便可作出凹镜的镜面。

4424. 图(a)中 A 是发光点，A' 是经球面镜反射以后所成的像，MN 是这个球面镜的主光轴。试判断这个球面镜是凹镜还是凸镜？为什么？并通过作图求出镜的顶点、球心和焦点的位置。

[分析] 从图(b)中可知，A' 是 A 的正立像，由于像是正立的，所以该像一定是虚像，又因为 A' 比 A 离主光轴 MN 较近，可知 A' 是 A 的缩小虚像。可以判定此镜为凸镜。

为了确定凸镜的位置，先分析凸镜的成像光路图。

从图(b)中可看到 AA' 连线必定通过球心 C。光线 OA 和 OB 则是以主光轴为对称轴的两条光线。

[解答]

连接 AA'，延长跟 MN 相交的点便是凸镜是球心 C。见图(c)所示。

以 MN 为对称轴，找到 A 的对称点 B。连接 A' B 跟 MN 的交点便是凸镜的顶点 O。

在 MN 上找出线段 OC 的中点便凸镜的焦点 F。

以 C 为圆心，OC 为半径，便可作出凸镜的镜面。

4425. 图(a)是激光器中使用的一种谐振腔示意图。谐振腔两端由两块共轴放置的凹面反射镜 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 构成。平行于光轴的近轴光线 a 能在 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 之间来回反射。已知 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 的焦距都等于 f。

(1) 两凹面镜的顶点 O<sub>1</sub> 和 O<sub>2</sub> 之间相距多远？在图中标出两凹面镜的焦点 F<sub>1</sub> 和 F<sub>2</sub>。

(2) 在图中画出光线 a 被两凹面镜反射的光路图。

[分析] 平行于主轴的光线经凹面镜反射后必定通过焦点 F。反之，通过焦点的光线经凹面镜反射后必定跟主轴平行。

[解答] 为使平行主轴的光线能在 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 之间来回反射。必须使 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 的焦点重合。于是两凹面镜的顶点 O<sub>1</sub> 和 O<sub>2</sub> 相距必须是两者焦距之和，按本题所给条件 O<sub>1</sub> 和 O<sub>2</sub> 必须相距 2f。

光线 a 被两凹面镜反射的光路如图(b)所示。

本题中的光学谐振腔在激光技术中叫做共焦腔，经过公共焦点的光束可以在腔内来回反射而不逸出腔外。也可以用一块平面镜和一块凹面镜组成平面-球面谐振腔，如图(c)所示。当平面镜和凹面镜距离恰等于凹面镜曲率半径时，通过凹面镜曲率中心的光线将在腔内来回反射而不逸出腔外。

4426. 在图(a)、(b)中，用虚线框住的区域内都有光学元件，S 为入射的单色平行光束，S' 为出射的光束。S 中画单箭号和画双箭号的光线分别和 S' 中画单箭号和画双箭号的光线一一对应。现有图中所示的四个光学元件，试确定哪些应放在(a)的方框中，哪些应放在(b)的方框中。并画入元件的位置和简单的光路图。

[解答]方框中应放元件和光路图见图(a')、(b')所示。

4427. 画出在图(a)、(b)所示两种情况下插入水中的筷子变得向上弯折的视觉示意图。

[分析]筷子变得弯折是由于折射的缘故。端点B经折射后的视深应小于实际深度，并略偏向于观察者一边。

[解答]视觉示意图如图(a')、(b')所示。

图中虚线表示人眼看水中筷子弯折后的视觉形象。

4428. 有一个半圆柱形的玻璃柱放在空气中，光线先从空气中沿着圆柱的半径射向玻璃柱，如图(a)、(b)所示。玻璃的折射率为1.50。试完成下列光路图。

[分析]光从玻璃中射向水平界面时，在入射角小于临界角时，有部分反射，也有部分折射。但当入射角等于或大于临界角时，则发生全反射现象。

[解答]玻璃和空气的临界角由  $\sin C = \frac{1}{n}$  决定，当  $n=1.50$  时，临界角

$$C = \sin^{-1} \frac{1}{1.50} = 41.8^\circ。$$

第一种情况，入射角为  $60^\circ$ ，大于临界角  $41.8^\circ$ ，要发生全反射。光路图如图(a')所示。

第二种情况，入射角为  $30^\circ$ ，小于临界角，不发生全反射现象，如图(b')所示，其折射角可由下式计算得出

$$\begin{aligned} \sin r &= n \cdot \sin i = 1.5 \times 0.5 = 0.75, \\ r &= \sin^{-1} 0.75 = 48.6^\circ。 \end{aligned}$$

可用量角器作出，或利用圆规及刻度尺作出。

4429. 按图(a)中的情况，画出该光线的光路图。

[分析]水的折射率小于玻璃的折射率。图(a)，光线从水中射向玻璃的界面上有反射也有折射。折射光线射到玻璃和空气的界面上是光密媒质射向光疏媒质，有可能发生两种情况。在此不再一一讨论。现直接用说理论证题中第782页第4389题中论证的结论

$$\begin{aligned} n_{\text{水}} \sin i_{\text{水}} &= n_{\text{玻璃}} \sin r_{\text{玻璃}} = n_{\text{空气}} \sin r_{\text{空气}}。 \\ n_{\text{水}} &= 1.33, \sin i_{\text{水}} = \sin 60^\circ = 0.866, \end{aligned}$$

则  $n_{\text{玻璃}} \cdot \sin r_{\text{玻璃}} = n_{\text{水}} \sin i_{\text{水}} = 1.33 \times 0.866 > 1$ 。

又  $n_{\text{玻璃}} > n_{\text{水}}$ ， $\sin r_{\text{玻璃}} < \sin 60^\circ$ ， $r_{\text{玻璃}}$ 存在。所以光线能从水折射入玻璃。

同理  $n_{\text{空气}} \sin r_{\text{空气}} = n_{\text{玻璃}} \sin i_{\text{玻璃}} > 1$ 。

又  $n_{\text{空气}} = 1$ ，由式将得出  $\sin r_{\text{空气}}$ 要大于1，这是不可能的。说明光线从玻璃进入空气只能发生全反射。

[解答]由上以分析可知，光线从水折射入玻璃，在玻璃和空气的界面上发生全反射。光路图如图(b)所示。

4430. 试作出下面透镜前物体的成像光路图。

[分析]本题各图都可用特殊光线作图。

[解答]光路图如下。

4431. 如图所示，A'B'为AB的像，完成其透镜成像光路图。

[分析]由物AB上各点所发出(或反射出)的光束，经透镜折射后，必会聚或反向延长后会聚在所成像的相应点。

[解答]光路图如上。

4432. 如图 (a) 所示, L 是凸透镜, F、F' 是它的两个焦点, M 是紧贴凸透镜遮光圆环, S 是点光源。试用作图法画出透镜成像光路图。

[分析] 由于遮光圆环的作用, 点光源 S 发出的三条特殊光线中, 只有通过光心 O 这条光线可以使用。所以作成像图所需的另一根光线, 只能借助副光轴画出。

[解答] 如图 (b) 所示, 图中 I 是副光轴, I' 是焦平面。S' 是 S 的像。

4433. 如图 (a) 所示, L 是一凹透镜, F、F' 是它的两个焦点, M 是紧贴 L 的遮光圆环, S 是点光源, 试用作图法画出透镜成像光路图。

[解答] 如图 (b) 所示。图中 I 是副光轴, I' 是焦平面, S' 是 S 的像。

4434. 如图 (a) 所示, 在凹透镜 L 主光轴上放有一个点光源 S, 试用作图法画出透镜成像光路图。(图中 F、F' 是 L 的焦点。)

[分析] 本题可借助副光轴作图, 且其中一条入射光线沿主光轴传播。

[解答] 如图 (b) 所示, 图中 I 是副光轴, I' 是焦平面, S' 是 S 的像 (也在主光轴上)。

4435. 已知物点 S 和像点 S' 都在透镜的主光轴上, 如图 (a) 所示, 试用作图法求出各透镜焦点位置。

[分析] 由于物点 S 在主光轴上, 故 S 发出的光, 除沿主光轴传播的那条光线外, 其余光线都必须借助副光轴作图得到。

[解答] 如图 (b) 所示, 选用由 S 发出的一条沿主光轴传播的光线和一条任意光线作图。

4436. 如图 (a), 已知射向透镜  $L_1$  和  $L_2$  的一根入射光线, 及这根光线通过透镜后的折射光线。据此, 试判断透镜  $L_1$ 、 $L_2$  的性质, 并用作图法求出透镜两个焦点的位置。

[分析] 根据折射光线是会聚还是发散, 可知图 (a) 中  $L_1$  是凸透镜,  $L_2$  是凹透镜。由于所给入射光是任意光线, 可借助副光轴和焦平面求出焦点的位置再根据对称性, 可求出另一焦点的位置。

[解答] 如图 (b) 所示。

4437. 如图 (a) 所示, 点光源 S 位于凸透镜前, 已知透镜光心 O 的位置, 从 S 射出的一条光线 SA, 及其经透镜后出射光线 AB, 试作出从 S 射出的另一条光线 SC 经透镜折射后的出射光线。

[分析] 本题可借助由 S 发出而通过光心 O 的光线 SO 和光线 SA 及其折射光线 AB, 求出像点 S', 因光线 SC 的折射光线必通过 S', 由此可作出 SC 的折射光线。

[解法一] 如图 (b), 连 SO 并延长, 由于 SO 和 AB 呈发散状, 故反向延长 SO 和 AB 得 S 的像点 S', 连 S'C 并延长, 得 SC 过透镜后的折射光线 CD。

[解法二] 如图 (c), 利用副光轴和焦平面作图。过光心 O 分别作 SA 和 SC 的平行线  $l_1$  和  $l_2$ , 过  $l_1$  和 AB 交点 F' 作 L 的平行线 I, I 和  $l_2$  交于 F''。然后连接 F'' 和 C, 即得到 CD。CD 就是光线 SC 通过透镜后的出射光线。

4438. 如图 (a), 点光源 S 位于凹透镜 L 前, 已知透镜光心 O 的位置和从 S 射出的一条光线 SA 及其经透镜折射后的出射光线 AB。试完成另一条光线 SC 的光路。

[分析] 类似上题, 借助光线 SO 和 AB 求出像点 S'。则光线 SC 的折射光线延长线必通过 S'。也可利用副光轴和焦平面作图。

[解答] 作图方法类似上题。如图 (b)、图 (c) 所示。(图中 S' 为 S 的像)

4439. 如图 (a) 所示, O 为凸透镜的光心, CD 为物体某一端点发出的入射到透镜上的光线, 水平光线 DE 为它的折射光线 (D 在 O 正下方), A'B' 为物体的像 AB 与 DE 垂直, 试用作图法求出透镜和物体 AB 的位置。

[分析]连 OD 即可得凸透镜 L 的位置，由于光线 DE 与 OD 垂直，可知 DE 为平行于透镜主光轴的光线，据此可作出透镜的主光轴 MN，而 MN 与光线 CD 的交点 F 就是透镜的焦点。由于像 A'B' 与 DE 垂直，即像与主光轴垂直可知物体 AB 竖直放置，A 端在 B 端上方，CD 为其 B 端发出的入射到透镜的光线。

[解答]如图 (b) 所示，首先确定透镜 L 的位置，作出其主光轴 MN，确定其焦点 F 和 F' 的位置，再根据三条特殊光线作图，即可得物 AB 的位置。

4440. 如图 (a)，L 为凸透镜，F 和 F' 为它的焦点。已知点光源 S 发出的光线经 L 后的折射光线 AB 和 CD，且其中 AB 通过 L 的焦点，试用作图法求出发光点 S 的位置。

[分析]方法一：由两条折射光线 AB 和 CD 可得到 S 的像点 S'，再利用三条特殊光线中的任意两条，即可求得光点 S 的位置。

方法二：通过求出折射光线 AB、CD 所对应的入射光线 SA 和 SC 的方法，求出 S 的位置（两入射光线的交点）。

[解法一]如图 (b)，反向延长 AB、CD，得其交点 S' 则 S' 即为 S 的像。连 S'O，过 A 作平行于主光轴的平行线 SA，则 SA 和 S'O 的交点 S 即光点 S。

[解法二]如图 (c)，过 F' 点作焦平面  $I_2$  和 CD 交于 F'' 点，连接 OF'' 即是副光轴  $I_1$ ，过 C 点作  $I_1$  的平行线跟 SA 交于 S 点，S 即是点光源的位置。

4441. 如图 (a)，L 为凹透镜，F 和 F' 为它的两个焦点。已知点光源 S 通过 L 的两条折射光线，且其中一条折射光线的反向延长线通过焦点 F'，试用作图法求出点光 S 的位置。

[分析]类似上题，既可由折射光线求出 S 的像点 S'，再利用通过光心的光线作图；也可通过求出两条折射光线所对应的入射光线的方法作图。

[解法一]如图 (b) 所示，求出像点 S' 后，借助 S'O 即可求得 S（类似上题）。

[解法二]如图 (c)，过 F' 点作焦平面  $I_2$ ，并延长 DC 交  $I_2$  于 F'' 点，连结 OF'' 即为副光轴  $I_1$ ，过 C 点作 SC 平行于副光轴  $I_1$ ，交 SA 于 S 点，则 S 即为点光源。

4442. 如图 (a) 所示，F、F' 是凸透镜 L 的两个焦点，MN 是 L 的主光轴，在远离透镜光心 O 的主光轴上，正立着物体 AB。沿主光轴移动物体 AB，移到适当的位置，能得到比原来大一倍的像 A'B'。试用作图法求出 AB 和 A'B' 的位置。画出成像光路图，并简要写出作图步骤（不得依靠透镜成像公式计算）。

[分析]本题有两解。像 A'B' 可以是实像，也可以是虚像。

虽然物和像的位置都未知，但物和像的倍数关系是已知的，可用几何方法求得。因为从 A 点射出的光线经透镜折射后，过焦点 F' 的折射光线和过光心的折射光线的交点（或它们反向延长线的交点）就是像点 A'。

[解答]作图步骤

成实像：

(1) 如图 (b) 所示，过 A 作平行于主光轴的光线  $I_1$  和它的折射光线  $I_2$ （过 F' 点）；

(2) 在 ON 段离 O 点较远处某点，向下作垂直于 MN 的线段，线段长 2AB，过线段端点作 MN 的平行线  $I'_2$ ，可得  $I'_2$  和  $I_2$  的交点 A'（A 点的像点）；

(3) 连接 A'、O 并延长交  $I_1$  于 A 点（物 AB 之 A 点）；

(4) 过 A、A' 点分别作 MN 的垂直线并画上箭头。

成虚像：

如图所示步骤基本同上，仅步骤 (2) 变为：在 OM 段上某点，向上垂直于 MN

作长为  $2AB$  的线段，过一线段端点作  $MN$  的平行线  $l'_2$ ，可得  $l'_2$  和  $l_2$  的反向延长线的交点  $A'$ （ $A$  点的虚像点）。

4443. 物体  $AB$  被放在一薄凸透镜的焦点  $F$  和光心  $O$  之间，并垂直于透镜的主光轴。透镜的大小、焦点的位置、物体  $AB$  的长度和位置都如图（a）所示。

（1）在图上用作图法（以透镜中通过光心的一段虚线代表薄透镜）画出凸透镜成像光路图。

（2）要看到物体  $AB$  的完整的虚像，眼睛必须在某一范围内。试作图确定这一范围（用斜线表明）。

[分析]（1）由于物体  $AB$  在凸透镜焦点之内，所成的像一定是正立、放大的虚像。我们可利用三条特殊光线中的任意两条，作出物体  $AB$  的成像光路图。

（2）要看到物体  $AB$  的完整的虚像，则要求物体上每一点射出的光线经透镜折射后都能射入人眼。显然只有人眼处在  $A$ 、 $B$  两点发出的光线通过透镜后的两束完整的折射光束的重叠部分才能看到完整的虚像。

$A$ 、 $B$  两点经透镜折射后的完整折射光束应该是它们发出的光线经透镜边缘上每一点折射而成，在图上用  $M$ 、 $N$  两点代替。这样，我们只要求出入射光线  $AM$ 、 $AN$ 、 $BM$ 、 $BN$  这四根光线经透镜折射后的折射光线的重叠区域就行。作这四条光线的折射光线，一种方法是先求出  $AB$  的虚像；另一种方法是借助副光轴直接作出。这里用第一种方法。

[解答]（1）如图（b）所示。图中  $A'B'$  即物体  $AB$  所成的虚像（利用平行于主光轴和通过光心  $O$  的两条特殊光线作图）。

（2）如图（b）所示，作  $AM$ 、 $AN$  和  $BM$ 、 $BN$  四条入射光线，连  $A'M$ 、 $A'N$  和  $B'M$ 、 $B'N$  并延长。图中斜线部分（实为圆锥体），就是能看到物体  $AB$  的完整的像的区域。

4444. 如图（a）， $L_1$  和  $L_2$  分别为共轴的凸透镜和凹透镜，它们的焦点分别为  $F_1$ 、 $F'_1$  和  $F_2$ 、 $F'_2$ ，且  $F'_1$  和  $F'_2$  重合。物体  $AB$  正立于主光轴上。试用作图法画出成像光路图，并说明像的性质。

[分析] 由于  $L_1$  和  $L_2$  的焦点重合，又是不同性质的透镜，所以本题对  $L_2$  来说只能有一条特殊光线可利用，成像所需的另一条光线（经  $L_1$  折射后的光线），须借助副光轴作图。

[解答] 如图（b）所示，由图可知  $A_1B_1$  为倒立、放大的实像。图中  $l$  为副光轴， $l'$  为焦平面。

读者可思考一下，如果物  $AB$  左移到  $L_1$  的两倍焦距之外，成像的情况怎样？如果  $AB$  在  $L_2$  右侧，成像情况又怎样？实际作图试一下。

4445. 如图（a）， $L_1$  和  $L_2$  分别为共轴的凸透镜，它们的焦点分别为  $F_1$ 、 $F'_1$  和  $F_2$ 、 $F'_2$ ，且  $F'_1$  和  $F_2$  重合。物体  $AB$  正立于主光轴上。试用作图法画出成像光路图，并说明像的性质。

[分析] 由于  $L_1$  和  $L_2$  的焦点重合，故可以利用平行于主光轴和通过焦点  $F_1$  的特殊光线作图，因这两条光线经  $L_1$  折射后，对  $L_2$  来说仍是特殊光线。

[解答] 如图（b）所示，由图可得一个倒立放大的实像  $A_1B_1$  和一个倒立放大的虚像  $A_2B_2$ 。

注意，如用通过光心  $O_1$  这条特殊光线作图，因这条光线对  $L_2$  来说是任意光线，作图要麻烦一些，读者不妨自己试作一下。

4446. 有两块共轴放置的凸透镜  $L_1$  和  $L_2$ ，点光源  $S_0$  位于  $L_1$  左侧，最终在  $L_2$  右侧得到一个实像  $S$ ，如图（a）所示。试用作图法求出透镜  $L_1$  和  $L_2$  的焦点的位置。

[分析]本题是两次成像问题。可用两种方法求得。第一种方法是利用通过光心的光线方向不变,从点光源 $S_0$ 出发,作通过 $O_1$ 光线和 $L_2$ 相交,然后利用副光轴、焦平面得 $L_2$ 焦点 $F_2$ ;同理从像点 $S$ 出发,逆向上述步骤,可得 $L_1$ 焦点 $F_1$ 。另一种方法是用第一种方法先求出一个透镜的焦点,然后利用平行于主光轴的光线经透镜过焦点的特殊光线和副光轴得焦平面,也可以定出另一个透镜的焦点。

[解答]两种解法如图(b)、(c)所示。图中的数码表示作图的顺序。

4447.如图(a)所示,在一凹透镜主轴附近有一个物体 $AB$ ,试用作图法求出 $AB$ 的像。

[分析]可用特殊光线的作图法,分别求出 $A$ 点的像 $A'$ 及 $B$ 点的像 $B'$ 。

[解答]光路如图(b)所示, $AB$ 通过凹透镜成一虚像 $A'B'$ 。

4448.两个共轴的凸透镜如图(a)所示,点光源 $S$ 发的光最后成像在 $S''$ 。试作图求它们各自的焦点。

[分析]本题是两次成像问题,物 $S$ 通过透 $O_1$ 成倒立的实像 $S'$ ,该像可再经过透镜 $O_2$ 成一虚像 $S''$ 。因此利用透镜成像的三条特殊光线的作图法,可分别找出它们的各自焦点。

[解答]

作图方法如图(b)所示,按图上的数字为序,即可求得透镜 $O_1$ 的焦点 $F_1$ 、 $F'_1$ 及透镜 $O_2$ 的焦点 $F_2$ 、 $F'_2$ 。

4449.如图(a)所示,光线1平行于主光轴,光线2是射向凸透镜的一条任意光线,而光线4是光线2经透镜后的折射光线,试画出光线1、3的折射线。

[分析]利用任意入射光线2及折射光线4的方向,结合副光轴,即可作出焦平面,进而可找得焦点。完成光线1、3的折射线。

[解答]通过光心 $O$ 作副光轴 $l_1$ 平行于光线2和光线4的延长线交于 $M$ 点。通过 $M$ 点作 $l_2$ 垂直于主光轴,即是焦平面。 $l_2$ 和主光轴的交点就是凸透镜的焦点 $F$ 。光线1折射后一定通过 $F$ 点。

作 $l_3$ 平行于光线3,交 $l_2$ 于 $N$ 点。光线3折射后一定通过 $N$ 点。光路如图(b)所示。

4450.如图(a), $MN$ 为通过透镜光心与主光轴垂直的直线,物体经透镜成的像为 $A'B'$ ,物体的一端 $A$ 点的像点为 $A'$ 。试用作图法找出物体的另一端点 $B$ 。

[分析]连结 $AA'$ 交 $MN$ 于 $O$ 点,此 $O$ 点就是透镜的光心。由图可知 $A$ 、 $A'$ 分别在透镜主光轴的上下,即像对物是倒立的,由此可推知透镜 $MN$ 是凸透镜。然后根据特殊光线作图法,可找出物体的另一端点 $B$ 。

[解答]连结 $AA'$ 交 $MN$ 于 $O$ 点,过 $O$ 作 $MN$ 的垂线即为主光轴。过 $A$ 作 $AN$ 平行于主光轴,连结 $NA'$ 与主光轴的交点即为焦点 $F'$ 。连结 $B'F'$ 并延长与 $MN$ 交于 $C$ 点,过 $C$ 点作平行主光轴的直线,与 $B'O$ 的反向延长线交于 $B$ 点,则 $B$ 就是物体的另一端点。光路如图所示b。

## 实验题

4451.法国科学家斐索,在1849年首先在地面上应用齿轮法测定了光速。图是斐索实验的示意图。

光从 $S$ 出发经过涂有薄银层的玻璃片 $M$ 反射后通过齿轮 $A$ 的齿间空隙,到达和齿轮相距为 $L$ 的平面镜 $M_1$ 。如果齿轮 $A$ 不转动,那末 $M_1$ 反射回来的光线仍穿过原来的齿隙到达观察者眼中;如果齿轮开始转动,并且当转速为 $n$ 转/秒时,观察者

恰好第一次看不到光线反射回来。设齿轮 A 有 Z 个齿，试由上述数据推导出求光速的实验公式。

[解答] 由于齿轮 A 有 Z 个齿，那末每个齿或齿隙的宽度是 A 圆周的  $\frac{1}{2Z}$ 。转过

这一宽度所需要的时间是  $t = \frac{1}{2Zn}$ 。

在这段时间内光经过的距离是 2L。所以光速

$$c = \frac{2L}{t} = 4ZnL。$$

斐索的原始实验中 L 约为  $7 \times 10^3$  米，测得光的速度是  $3.15 \times 10^8$  米/秒。

4452. 在阳光下，你如何利用一窄纸条找到凹面镜的焦点？如何测量焦距？凹面镜的曲率半径有多大？

[参考解答] 可将窄纸条的一端贴在凹面镜的顶点上，如图所示。并将凹面镜正对太阳光束，沿阳光方向拉直纸条，不多久在纸条上太阳光聚焦的位置上便会出现烧焦的痕迹，这就是焦点 F 的位置。用直尺量出焦点到窄纸条的固定端点的距离，便是焦距 f。而镜的曲率半径  $R=2f$ 。

4453. 请设计一个汽车使用的前灯，要求：

- (1) 平时使用时射出的平行光束射向正前方。
- (2) 对面来车交会时射出的光束，要朝下倾斜，射向路面。

[分析] 如果使用球面凹镜作为反射镜时，把光源放在焦点上时，能向正前方射出平行光束。如果把光源放在焦点和曲率中心之间时，将射出会聚的光束。如图(a)所示。为此我们可以设计一个具有两个光源的电灯。把放在焦点上的那个光源的下半部用遮光板遮住，这就可以得到倾斜向下的光束。

[解答] 反射镜最好采用抛物面镜。因为球面镜边缘的光线不遵守凹面镜成像规律，使用抛物面镜可使边缘反射光也成为平行光。

灯泡内有两组灯丝，靠近灯座的是远距光灯丝，离开灯座较远的是近距光灯丝。在近距光灯丝下放一块遮光板，如图(b)所示。

这样的车灯便是双光灯。当对面来车交会时，驾驶员通过开关切换，接通近距光灯丝，近距光灯丝下的遮光板使光束只射到聚光镜的上半部，反射后朝下倾斜射向马路，这样就没有光线射向对面来车的驾驶员眼中。

4454. 试设计一种能测凸面镜曲率半径的方法。

[参考解答] 先在光屏上画一个半径为  $R'$  的圆，并挖一个半径为 r 的同心圆，如图所示。然后让一束平行光（可利用太阳光）通过这个半径为 r 的圆孔照射在凸面镜上，调节光屏 S 到凸镜的距离，使光屏上的亮圆恰好跟光屏上预先画好的圆重合。测得此时光屏到凸镜的距离 a，

则根据相似三角形得  $\frac{r}{f} = \frac{R'}{f+a}$ ，

$$f = \frac{ra}{R'-r}。$$

$$R = 2f = \frac{2ra}{R'-r}。 R \text{ 就是凸面镜的曲率半径。}$$

为方便起见，可使  $R'=2r$ ，则  $f=aR=2a$ 。

4455. 用插针法测定玻璃砖的折射率；它的基本原理见图(a)所示。将待测玻璃砖放在白纸上，用 4 根大头针来确定光线方向及两个入射点。步骤是先插上  $P_1$ 、

$P_2$  以确定入射线方向，再依次插上  $P_3, P_4$ 。使  $P_3$  挡住观察者看到的  $P_1、P_2$  的像，使  $P_4$  挡住  $P_1、P_2$  的像和  $P_3$ ，这就确定了出射光线的方向。再连接  $P_1P_2、P_3P_4$ ，并使这两根连线的沿长线分别和玻璃砖界面线相交。和界面的交点便是入射点  $P$  及出射点  $Q$ 。连接  $PQ$ ，它就是光线在玻璃砖内的折射线方向。折射率  $n$  可由式  $n = \frac{\sin i}{\sin r}$  计算得出。

问题：（1）在没有量角器，只有三角板及刻度尺的条件下，如何求取  $n$ ？

（2）分析可能产生误差的原因及减小误差的方法。

[参考解答]（1）在入射点  $P$  作界面  $I$  的法线  $MN$ 。在  $MN$  上任取一点  $A$ ，过  $A$  作入射线和折射线的垂线，其垂足分别是  $C$  和  $B$ 。则

$$\sin i = \frac{AC}{AP}, \quad \sin r = \frac{AB}{AP}.$$

$$\text{所以 } n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC}{AB},$$

式中  $AC$  及  $AB$  的长度可由刻度尺量得。

（2）可能产生误差的原因可从以下两个方面分析：

人为的误差有观察中的误差及作图中的误差。

仪器系统的误差有由于玻璃砖的界面  $I、II$  没有严格平行及受到刻度尺的最小分度的限制等。

减小误差的方法是在实验时改变  $P_1、P_2$  的位置、选择不同的入射角  $i$  进行多次测量。以求得多次实验结果中  $n$  的平均值。

4456. 试设计利用凸透镜和平面镜测定薄凹透镜焦距  $f$  的实验。简述实验原理，并画出成像光路图，写出凹透镜焦距  $f$  的表达式。

[参考解答]利用点光源成像，实验光路图如图（a）所示，在凸透镜  $L_1$  前的主光轴上放一点光源  $S$ ，先取走凹透镜  $L_2$  和平面镜  $M$ ，则  $S$  经  $L_1$  成像于  $S'$ ，测得像距为  $D$ 。在  $L_1$  和  $S'$  间插入凹透镜  $L_2$  以及跟  $L_1、L_2$  主光轴垂直的平面镜  $M$ ，调节  $L_2$  的位置（应始终与  $L_1$  共轴），直到点光源  $S$  经  $L_1、L_2$  和  $M$  所组成的光学系统最后所成的像  $S''$  和点光源  $S$  重合，测得  $L_1、L_2$  间的距离为  $d$ ，则可得到凹透镜的焦距的大小为  $f=D-d$ 。

[参考解答]利用平行于主光轴的光线经凹透镜折射后其反向延长线之交点即凹透镜的焦点。

实验光路图如图（b）所示，调节  $L_1、L_2$  位置，使得当我们用一束平行光，依次通过  $L_2、L_1$  后，经  $M$  反射，光束按原路返回时仍为平行光，测量  $L_1、L_2$  间相距为  $d$ ，保持  $L_1、M$  位置不变，取走凹透镜  $L_2$ ，在  $L_1$  前主光轴上放一个点光源  $S$ ，调节  $S$  到  $L_1$  的距离，使  $S$  经  $L_1、M$  所组成的光学系统后，像仍和  $S$  重合，量得  $S$  和  $L_1$  间距离为  $D$ ，则凹透镜的焦距的大小为  $f=D-d$ 。

实验原理：图（a）情况中，对凹透镜来说会聚于其焦点处的光束，经凹透镜折射后将成为平行于主光轴的光束，这些光束经  $M$  反射后按原路返回仍会聚于点光源  $S$  所处位置，所以凹透镜的焦点即  $S'$  所处位置，其焦距的大小为  $f=D-d$ 。

图（b）情况中，平行光束经凹透镜折射后，折射光线的反向延长线即凹透镜的焦点，所以凹透镜的焦距的大小为  $f=D-d$ 。

当然，这种方法，只能在凹透镜焦距比凸透镜焦距短时才能适用。

4457. 用自准法（即平面镜辅助法）来测定凸透镜的焦距的实验原理是什么？

画出光路图。

[参考解答]用自准法测定凸透镜焦距的实验原理是：放在焦点上的点光源所发出的光线，经凸透镜后成为平行光束，如果在透镜另一侧放一和透镜主光轴垂直的平面镜，平行光将按原路返回，仍会聚于焦点，如图(a)所示。

成像光路图如图(b)所示，图中P为内装小灯的白色硬纸盒，在纸盒一侧挖一个空心小箭头并糊以半透明纸，作为透镜成像之物。左右移动凸透镜位置，使得在纸盒箭头下方得到一个和它一样大小的倒立实像，则这时箭头和透镜间的距离就等于凸透镜的焦距f。

4458. 在应用移动透镜两次成像法(即共轭法)测定凸透镜焦距的实验中：

1. 根据实验要求，把答案填写在下面各小题中横线上的空白处：

(1) 实验开始时，首先将物(光源前面挡光板上的空心箭头孔)、凸透镜和像屏，安装在光具座的支架上，沿一直线排列(共轴)，固定物(箭头)和像屏之间的距离；

(2) 移动透镜，使物(箭头)能够两次在像屏上成清晰的像，这两次所成的像的区别是一次所成的像是倒立放大实像，而另一次是倒立缩小实像；

(3) 本实验所需记录的数据是物(箭头)和像屏之间的距离L和凸透镜两次成像时位置间距离d；

(4) 本实验用以计算凸透镜焦距的公式是  $f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$ 。

2. 若在实验中无论怎样调节凸透镜的位置在像屏上都不能得到清晰的像，这说明物(箭头)和像屏间的距离小于凸透镜的4倍焦距(即  $L < 4f$ )，这时应增加物(箭头)和像屏间的距离L。

3. 根据实验原理，画出本实验示意图(用符号表示)，并在图上用符号标明需测量的物理量。

4459. 试设计利用凸透镜、点光源及光屏来测凹透镜焦距f的实验。简述实验原理及步骤。

[参考解答]实验原理：如图所示，先在凸透镜 $O_2$ 的主光轴上某点A放上点光源，使其在光屏S上成一个清晰的像A'。移走点光源后，在凸透镜前放一个与凸透镜共轴的凹透镜。再用一束平行光线(跟主光轴平行)射向凹透镜，保持 $O_2$ 与S位置不变，移动凹透镜，使平行光线经过两透镜后，在光屏A'点会聚成一点。则凹透镜的焦距是a-b。

实验步骤：

(1) 将点光源放在凸透镜 $O_2$ 的主轴上某点，并调节光屏S的距离，使在屏S上成一清晰的像。测得点光源到光心 $O_2$ 的距离为a。

(2) 保持 $O_2$ 与S的距离不变，把待测焦距的凹透镜放在A和 $O_2$ 之间，并跟透镜 $O_2$ 共轴。

(3) 拿掉点光源，改用一束平行光线入射到凹透镜 $O_1$ 上，调节凹透镜的位置，使折射光线在光屏S上会聚成一点A'。测得此时两透镜光心间的距离为b，则凹透镜的焦距  $f = a - b$ 。用这种方法测焦距，条件是凹透镜的焦距比凸透镜的焦距要短。

## 物理光学

### 填充题

4460. 真空中频率为  $5.600 \times 10^{14}$  赫的绿光，其波长为  $5.357 \times 10^{-7}$  米，等于

5357 埃。

4461. 真空中波长为 0.6 微米的橙色光, 射入一块折射率为 1.5 的玻璃, 在这块玻璃中光的波长为 0.4 微米。光速为  $2 \times 10^8$  米/秒。

4462. 单色光通过折射率不同的两种均匀媒质的交界面。光的频率、波长、波速三个物理量中波长、波速发生变化, 频率不发生变化。

4463. 某种频率的光, 在水中波长为  $4.42 \times 10^{-1}$  微米。已知该频率的光在水中的折射率为 1.333, 在二硫化碳中的折射率为 1.628, 则该光在二硫化碳中的波长为  $3.619 \times 10^{-1}$  微米。

4464. 某红光在水中的波长和另一绿光在真空中的波长相等。水对该红光的折射率是  $4/3$ , 则此红光和绿光的频率之比为 3 4。

4465. 一束通讯卫星光经过玻璃三棱镜后, 红光的偏折角比紫光小。这表明玻璃对红光的折射率比对紫光的折射率小。这是因为红光在玻璃中的传播速度比紫光大。

4466. 一块 3.00 毫米厚的玻璃板, 折射率为 1.50。被放在波长为 0.6 微米 (在真空中) 的点光源和屏幕之间, 光源到屏幕的距离为 3.0 厘米, 则在光源和屏幕间光波含有  $5.25 \times 10^4$  个波长。

4467. 双缝干涉实验中, 两狭缝相距为 0.3 毫米。狭缝位于离屏幕 50 厘米处。当用波长为 0.6 微米的单色光照射双缝时, 屏幕上两条相邻明纹 (或暗纹) 之间的距离是 1 毫米。

4468. 单色光照射双缝。双缝间距为 0.6 毫米。双缝到屏幕的距离为 1.5 米。今测得屏幕上 7 条明纹之间的距离是 9.0 毫米。则此单色光的波长为  $6.0 \times 10^{-7}$  米。

[提示] 7 条明纹之间的距离就是两相邻明纹之间距离的 6 倍。

4469. 用波长为  $5.89 \times 10^{-1}$  微米的钠光做杨氏双缝实验。在离缝 1 米处的屏幕上测量干涉条纹。发现第 20 级明纹的中心在距离零级明纹中心 11.78 毫米处。可求得两缝间距离为 1 毫米。

4470. 在双缝干涉实验中, 测得波长为 0.75 微米的红光在屏幕上相邻两明纹的间距和另一单色光在屏幕上相邻两明纹的间距之比为  $3/2$ 。则另一单色光的波长为 0.5 微米。

4471. 白光照射以缝, 在屏幕的中央将出现白色明纹, 两旁为彩色条纹。在同一级彩色条纹中, 比较红光和紫光到零级明纹中心的距离, 可以看到红光的距离大于紫光的距离。

4472. 在双缝干涉实验中, 屏幕上观察到波长为  $\lambda_1$  的光, 其第  $n$  级明纹和波长为  $\lambda_2$  的光的第  $m$  级暗纹正好重合。则  $\lambda_1 = \underline{(2m+1) \lambda_2 / 2n}$ 。

4473. 已知双缝距离为 1 毫米, 双缝到屏幕的距离为 1 米。则波长为 0.6 微米的光, 和波长为 0.5 微米的光, 它们的明纹将在距零级明纹中心 3 毫米处相重合。(指两明纹第一次重合)

4474. 用单色光做光源, 当双缝和屏幕间充满折射率  $n$  为 1.5 的媒质时, 屏幕上相邻两明纹的间隔将是真空时间间隔的  $2/3$  倍。

4475. 单色光在双缝处形成两个相干的线光源。假设这两个线光源的位相相反, 而且从双缝发出的两列光波到达屏幕上某点的光程差是半波长的 5 倍。则这两束光在屏幕上该点的位相差等于零。因此在该点处应出现明条纹。

[提示] 光程指的是媒质折射率和光在这个媒质通过路程的乘积。波在真空 (或空气) 中传播, 光程就是几何直线距离。在均匀媒质中, 光程也可以认为等于相同时间内光在真空中通过的路程。光程差就是两光程之差。位相差和光程差的关系是

$\varphi = \frac{2}{\lambda}$ 。本题中两相干的线光源的位相差是  $\frac{2}{\lambda}$ ，在计算位相差时，要把它考虑进去。

4476. 真空中波长为  $\lambda$  的单色光垂直照射在厚度为  $\frac{5}{26}\lambda$  的薄膜上，薄膜的折射率为 1.3。膜的两边为空气，经薄膜上、下两表面反射回来的两束光线的光程差为  $\frac{3}{2}\lambda$  (或零)。位相差为  $2\pi$  (或零)。

[提示] 在不超过临界角的条件下，不论入射角大小如何，如果光在薄膜上下两个表面的反射，它们的物理性质不同。即一个表面的反射是光疏媒质到光密媒质，而另一表面的反射是从光密媒质到光疏媒质。则在计算光程差时，还要加上一个额外的程差  $\frac{\lambda}{2}$ 。因此本题光程差

$$\begin{aligned} &= 2hn \pm \frac{\lambda}{2} \\ &= 2 \times \frac{5}{26} \lambda \times 1.3 \pm \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda \text{ 或 } 0. \end{aligned}$$

4477. 上题中如果薄膜是涂在折射率比薄膜大的玻璃上，则经薄膜上、下表面反射回来的两束光线的光程差为  $\frac{3}{2}\lambda$  (或  $\frac{3}{2}\lambda$ )。

4478. 两块平面玻璃板之间形成一个空气劈尖。在劈尖干涉中，玻璃板的上表面形成明、暗相间的条纹。在两玻璃板接触的一端，反射光形成暗纹。这是因为半波损失的缘故。

4479. 白光垂直照射到空气中一厚度为 0.38 微米的肥皂膜上。设肥皂膜的折射率为 1.33，则该膜正面由于波长为 0.674 微米 及 0.404 微米 的可见光得到加强，故呈紫红色。

4480. 光波的衍射比声波的衍射难于观察到，这是因为 光波波长比声波小得多。

4481. 单色衍射中，当缝宽变小时，光屏上衍射花样亮条纹的光强将 减弱，条纹的宽度将 变宽。

4482. 隔着棱镜观察物体，看到物体的边缘呈现彩色是由于 光的色散 现象，水面上漂浮的一薄层柴油呈现的彩色是由于 光的干涉 现象，隔着绸布看电灯光，呈现的彩色是由于 光的衍射 现象，肥皂泡上呈现的彩色是由于 光的干涉 现象。

4483. 如图所示， $P_1$  为起偏器， $P_2$  为检偏器。自然光垂直入射。如果使  $P_1$ 、 $P_2$  偏振化方向相互垂直，则通过  $P_2$  后的光强等于 零。如果在  $P_1$  和  $P_2$  之间插入另一偏振片，它的偏振化方向和  $P_1$  及  $P_2$  都不相同，则通过  $P_2$  后的光强 不为零。

4484. 两束强度相同的光。一束为偏振光，一束为自然光。它们通过偏振化方向夹角不等于  $90^\circ$  的两块偏振片后，其光强度之比  $I_{\text{偏}} : I_{\text{自}}$  的最大值为 2；最小值为 零。

4485. 一块偏振片，它的偏振化方向沿着  $y$  轴，一束振动方向跟  $y$  轴成  $\theta$  角，强度为  $I_0$  的偏振光，垂直通过该偏振片后的光强为  $I_0 \cos^2 \theta$ ，射出光的振动方向 跟偏振片的偏振化方向一致。

[提示] 如图所示，偏振光的光振动振幅矢量  $A$  在偏振化方向的分振幅  $A' = A \cos \theta$ ，通过偏振片的光强  $I = A'^2 = A^2 \cos^2 \theta$ ，而  $A^2 = I_0$ ，所以  $I = I_0 \cos^2 \theta$ 。

4486. 两块偏振片平行放置如图。P<sub>1</sub> 的偏振化方向和水平面成  $\alpha$  角；P<sub>2</sub> 成  $\beta$  角（两角都从同一边量得，且  $\alpha > \beta$ ）。一束光强为  $I_0$  的偏振光垂直入射。偏振光振动方向和水平线一致。则通过两偏振片后，偏振光的强度应为  $I_0 \cos^2(\alpha - \beta)$ 。如果最初的入射光为自然光，则通过两偏振片后光强为  $\frac{1}{2} I_0 \cos^2(\alpha - \beta)$ 。

4487. 已知水的折射率为 1.33。冕牌玻璃的折射率为 1.50。则自然光在盛水的玻璃容器底部反射时的布儒斯特角等于  $48^\circ 26'$ 。

[提示] 在光的反射现象中会产生偏振。自然光射到两媒质的界面上，当入射角  $i_{10}$  和折射角  $i_2$  的和为  $90^\circ$  时，反射光为全偏振光，并且光的振动方向垂直于入射面。这个特殊的入射角叫做全偏振角，也叫做布儒斯特角。该角的正切和折射率的关系是  $\text{tgi}_{10} = n_2/n_1$ ， $n_1$  和  $n_2$  分别为入射光和折射光所在媒质的折射率。

4488. 用布儒斯特定律可以测量不透明媒质的折射率。今测得当自然光由空气入射到釉质表面时的全偏振角  $i_{10}$  为  $58^\circ$ 。可以计算出釉质的折射率等于 1.60。此时折射角为  $32^\circ$ 。

4489. 从铝中移出一个电子需要 4.2 电子伏的能量。用可见光照射，铝的表面，不能发射电子。

4490. 某金属在一束绿光照射下刚好能产生光电效应。如多用一束绿光照射，则逸出电子数将增加。逸出电子的最大初动能将不变。如改用一束强度相同的紫光照射，逸出电子的最大初动能将增加。

4491. 使金属钠产生光电效应的光的最长波长是 0.50 微米。由此得出金属钠的逸出功  $W$  为  $3.98 \times 10^{-19}$  焦。现在用频率为  $3.90 \times 10^{14}$  赫到  $7.50 \times 10^{14}$  赫范围内的射线照射钠。这些射线中，使钠产生光电效应的范围是从  $6.00 \times 10^{14}$  赫到  $7.50 \times 10^{14}$  赫。

4492. 一个光电管的阴极由钠制成。钠的逸出功为  $3.98 \times 10^{-19}$  焦。今用波长为 0.30 微米的紫外线照射阴极，且在光电管阳极和阴极之间外加一 2.10 伏的加速电压。则电子到达阳极时的最大动能为  $6.01 \times 10^{-19}$  焦。

4493. 上题中如果电压  $U$  不变，而紫外线的强度增加到原强度的 3 倍。此时电子到达阳极时的最大动能为  $6.01 \times 10^{-19}$  焦。

4494. 频率为  $\nu$  的电磁波照射到一块金属表面上，有电子从金属表面逸出。已知这种金属的极限频率为  $6.00 \times 10^{14}$  赫。当所加的反向电压达到 3.00 伏时，光电流刚好减小到零（遏止电压），因此可求出照射光的频率为  $1.32 \times 10^{15}$  赫。

4495. 如图从研究光电效应的实验中，得到表示光电子的最大初动能  $E_k$  和入射光频率  $\nu$  的关系的函数图像。从物理意义来看，图中直线 AB 的斜率表示普朗克恒量。A 点的横坐标表示金属的极限频率。C 点纵坐标的绝对值表示金属的逸出功。

4496. 我们说光波是电磁波，其主要依据是

1. 光和电磁波一样，传播时不需要什么特殊的媒质。
2. 电磁波传播的速度和实验中所测得的光速相同。
3. 光是横波，电磁波也是横波。电磁波和光一样能产生反射、折射、干涉、衍射、偏振等现象。

4497. 各种电磁波产生的机理不同。无线电波是由自由电子的振荡产生的。红外线、可见光、紫外线是由原子外层电子受激后产生的。伦琴射线是由原子内层电子受激后产生的。射线是由原子核受激后产生的。

4498. 在真空中某种光子的能量为  $4.4 \times 10^{-19}$  焦的光, 射入某种媒质时光的波长为  $3.0 \times 10^{-5}$  厘米。这种光在真空中的波长为  $4.5 \times 10^{-5}$  厘米。该媒质的折射率等于 1.5。

4499. 能量为 1.0 兆电子伏的光子波长为  $1.2 \times 10^{-12}$  米。动量为  $5.3 \times 10^{-22}$  千克·米/秒。波长为  $2.5 \times 10^{-9}$  米的 X 射线的光子的能量为  $8.0 \times 10^{-17}$  焦。其动量为  $2.7 \times 10^{-25}$  千克·米/秒。同光子能量联系的质量为  $8.8 \times 10^{-32}$  千克。

[提示] 光子的动量  $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$ 。光子的静质量等于零, 同其能量联系的质量

可由爱因斯坦质能关系  $E=mc^2$  求得, 即  $m = E/c^2 = \frac{h}{c\lambda}$ 。

4500. 质量为  $4.0 \times 10^{-2}$  千克的子弹以 1000 米/秒的速度飞行。它的德布罗意波波长为  $1.66 \times 10^{-35}$  米。由此也可以看出, 无法通过衍射来显示子弹的波动性。

4501. 一个光子和一个电子的波长相同。光子的能量和电子的动能不相同, 它们的动量相同。

4502. 为使电子的德布罗意波的波长为 0.10 纳米, 需要加 151 伏的电压加速。

### 选择题

4503. 太阳光通过三棱镜折射后, 在棱镜后面的屏幕上就出现一条明亮的彩色光带。其中包括红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫等色。试问: 下述的哪种色光偏折得最小?

- (a) 紫光 (b) 蓝光  
(c) 红光 (d) 绿光

答[c]

4504. 光的颜色取决于下述哪一个物理量?

- (a) 波长 (b) 波速  
(c) 频率 (d) 折射率

答[c]

4505. 一束单色光从空气射入水中, 则

- (a) 光的颜色、频率不变, 而波长、波速都变小;  
(b) 光的频率变小, 而颜色、波长、波速都不变;  
(c) 光的频率、速度变小, 而颜色、波长不变;  
(d) 频率、颜色、波长都不变, 只有波速变小。

答[a]

4506. 用  $\nu_1$ 、 $\lambda_1$  分别表示紫光在玻璃中的频率及波长, 用  $\nu_2$ 、 $\lambda_2$  分别表示红光在玻璃中的频率及波长。则它们之间的关系是

- (a)  $\nu_1 > \nu_2$   $\lambda_1 > \lambda_2$ ;  
(b)  $\nu_1 < \nu_2$   $\lambda_1 < \lambda_2$ ;  
(c)  $\nu_1 < \nu_2$   $\lambda_1 > \lambda_2$ ;  
(d)  $\nu_1 > \nu_2$   $\lambda_1 < \lambda_2$ 。

答[d]

4507. 把一个白色物体放在凸透镜的主轴上, 使物距大于焦距。先后用红光和紫光照射物体, 使其成像。比较所成的两个像, 下面几个结论中, 哪一个对?

- (a) 红光照射时所成的像大, 且距透镜近;

- (b) 红光照射时所成的像大，且距透镜远；
- (c) 紫光照射时所成的像大，且距透镜近；
- (d) 紫光照射时所成的像大，且距透镜远。

答[b]

[提示]同一透镜对不同的色光有不同的折射率，光的频率越高，折射率越大。因而红光照射时透镜的焦距要大于紫光照射时透镜的焦距。再利用透镜公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$  和像的放大率  $m = \frac{v}{u}$  就可以得到上述结论。

4508. 以下哪一种说法是错误的？

- (a) 不透明物体的颜色是由它反射光的频率所决定；
- (b) 不透明物体的颜色依赖于入射光的颜色；
- (c) 物体的颜色是物体本身的属性；
- (d) 透明物体的颜色就是透过它的光的颜色。

答[c]

4509. 把红外线、紫外线、无线电波、可见光、X射线、射线按频率由大到小顺序排列，它们的顺序是

- (a) 红外线、紫外线、无线电波、可见光、X射线、射线；
- (b) 射线、X射线、紫外线、可见光、红外线、无线电波；
- (c) 射线、X射线、可见光、无线电波、红外线、紫外线；
- (d) 射线、红外线、可见光、紫外线、X射线、无线电波。

答[b]

4510. 由两个不同光源所发出的两束白光，落在同一点上时，不会产生干涉现象。这是因为

- (a) 白光是由很多不同波长的光所组成；
- (b) 两个光源发出的光，其光强不相同；
- (c) 不同波长的光的速度不同；
- (d) 这两个光源是彼此独立的、不相干的光源。

答[d]

4511. 在水中光程长度  $2.0 \times 10^{-5}$  厘米相当于在真空中多大的几何路程？(水的折射率是 1.33)

- (a)  $0.66 \times 10^{-5}$  厘米；
- (b)  $1.5 \times 10^{-5}$  厘米；
- (c)  $2.0 \times 10^{-5}$  厘米；
- (d)  $2.66 \times 10^{-5}$  厘米。

答[d]

4512. 由同一个点光源发出两束光：a光及b光。a光在折射率为n的媒质中通过了距离x后到达某点P，b光在真空中通过了距离nx后也到达P点。此时，在P点将出现

- (a) 亮点；
- (b) 暗点；
- (c) 不明不暗点；
- (d) 无法判断。

答[a]

4513. 真空中波长为  $\lambda$  的某单色光在折射率为n的媒质中由A点传到了另一B

点，周相改变了  $\pi$ ，由此可以推算出，A、B 两点间的几何路程为

(a)  $\frac{\lambda}{2n}$ ；

(b)  $\frac{\lambda}{4n}$ ；

(c)  $\frac{\lambda}{n}$ ；

(d)  $\frac{2\lambda}{3n}$ 。

答[a]

4514. 图是双缝干涉的实验装置，其屏上 P 处出现明条纹，则双缝 A 和 B 到屏上 P 点的距离之差是

(a) 光波的半波长的奇数倍；

(b) 光波的波长的奇数倍；

(c) 光波的半波长的偶数倍；

(d) 光波的半波长的整数倍。

答[c]

4515. 在光的干涉实验中，如果两个狭缝间的距离增加一倍，光的波长减半，则相邻两暗条纹间的距离是原来的

(a) 4 倍；

(b) 1/2 倍；

(c) 1/4 倍；

(d) 不变。

答[c]

4516. 在杨氏双缝干涉的实验中，如果把两缝间的距离减小，则屏幕上干涉条纹间的距离将

(a) 增大；

(b) 减小；

(c) 不变；

(d) 无法判断。

答[a]

4517. 在杨氏双缝干涉实验中，双缝之间的距离为  $d$ ，缝和屏幕之间的距离为  $R$ ，用波长为  $\lambda$  的单色光垂直照射双缝，在屏幕上显示出干涉图样。实验是在空气中进行的。如果不改变上述实验条件，只是将实验改在水中进行，和在空气中比较，干涉条纹间的距离应当

(a) 增大；

(b) 减小；

(c) 不变；

(d) 无法判断。

答[b]

4518. 在杨氏双缝干涉的实验中，如果在其下方的一个缝处遮盖一块薄玻璃片后，则屏上中央亮纹的位置将

(a) 向上移动；

(b) 向下移动；

- (c) 不动；
- (d) 中央亮纹消失。

答[b]

4519. 下雨之后，马路上的汽油薄膜呈现出彩色条纹。这是由于

- (a) 光的反射现象造成的；
- (b) 光的折射现象造成的；
- (c) 光的干涉现象造成的；
- (d) 光的衍射现象造成的。

答[c]

4520. 在真空中放一片厚度为 100 纳米的薄膜。薄膜的折射率为 1.50，今用波长为 600 纳米的单色光垂直照射到薄膜上，则该薄膜两表面反射光线的光程差为

- (a) 100 纳米；
- (b) 400 纳米；
- (c) 600 纳米；
- (d) 700 纳米。

答[c]

4521. 用一束光垂直照射某一玻璃尖劈，显示出干涉条纹。如果将尖劈的夹角减小，则干涉条纹间的距离将

- (a) 增大；
- (b) 减小；
- (c) 不变；
- (d) 无法判断。

答[a]

4522. 由两片玻璃中夹着某种液体而形成液体劈尖。用某单色光垂直照射该劈尖，得到的干涉图样是等距离的平行条纹。下述哪种情况可以影响图样的条纹间隔，并使条纹间的距离变小。

- (a) 劈尖的角度增大；
- (b) 使用折射率较小的液体；
- (c) 使用较厚的玻璃；
- (d) 使用角度一样但长度较长的液体劈尖。

答[a]

4523. 做牛顿环实验时，通常是将透镜放在平面玻璃之上。光从透镜上方垂直入射时，得到圆环形的干涉图样。今将平凸透镜和平面玻璃一起倒转一百八十度，入射光的方向不变，则

- (a) 仍能看到相同的干涉圆环；
- (b) 干涉图样消失；
- (c) 能看到干涉圆环，但明暗位置交换；
- (d) 能看到相同的干涉圆环，但条纹变粗。

答[a]

4524. 高墙外的人对墙喊话，高墙内的人只能听到声音，但看不到人，这是因为

- (a) 光波是电磁波，声波是机械波；
- (b) 光波是横波，声波是纵波；

- (c) 光波的波长太短；
- (d) 光速太大。

答[c]

4525. 单色光不能产生

- (a) 干涉现象；
- (b) 色散现象；
- (c) 衍射现象；
- (d) 偏振现象。

答[b]

4526. 下列关于单缝衍射图样的说法中，哪一个是正确的？

- (a) 它和双缝干涉图样完全相同；
- (b) 亮条纹的光强都相同，而宽度不同；
- (c) 亮条纹的宽度相同，而光强不同；
- (d) 中央亮条纹的光强和宽度最大。

答[d]

4527. 下面哪一种说法是正确的？

- (a) 自然光就是白光；
- (b) 自然光一定是复色光；
- (c) 单色光不是自然光；
- (d) 自然光可以是单色光，也可以是复色光。

答[d]

4528. 纵波不可能产生下述哪一种现象？

- (a) 偏振现象；
- (b) 反射现象；
- (c) 折射现象；
- (d) 衍射现象。

答[a]

4529. 两个偏振片紧靠在一起。将它们放在一盏灯的前面以致没有光通过。如果将其中的一片旋转一百八十度，在旋转过程中，将会产生下述的哪一种现象？

- (a) 透过偏振片的光强先增强，然后又减少到零；
- (b) 透过的光强先增强，然后减少到非零的最小值；
- (c) 透过的光强在整个过程中都增强；
- (d) 透过的光强先增强，再减弱，然后又增强。

答[a]

4530. 入射的自然光光强为  $I_0$ ，经过偏振化方向夹角为 60 度的两个偏振片以后，光强变为原来的

- (a)  $1/2$ ；
- (b)  $1/4$ ；
- (c)  $1/8$ ；
- (d)  $1/12$ ；

答[c]

4531. 一束光由真空入射到平面玻璃上，当其折射角为 30 度时，反射光恰好产生完全偏振。由此，可以推断出玻璃的折射率为

- (a)  $\sqrt{2}$ ；

- (b)  $\sqrt{3}$  ;
- (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ;
- (d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

答[b]

4532. 一束光是自然光和平面偏振光的混合。当这一束光垂直通过一偏振片后，其最大光强是最弱光强的5倍，则自然光的光强和平面偏振光的光强的比值  $I_{\text{自}} / I_{\text{偏}}$  应等于

- (a) 1/2 ;
- (b) 1/4 ;
- (c) 1/5 ;
- (d) 1/1。

答[a]

4533. 光的波动说无法解释下列哪种现象？

- (a) 光的衍射现象；
- (b) 光的折射现象；
- (c) 光的干涉现象；
- (d) 光电效应。

答[d]

4534. 在可见光中，哪种色光的光子的能量最大？

- (a) 红光；
- (b) 紫光；
- (c) 蓝光；
- (d) 黄光。

答[b]

4535. 某种金表面暴露在绿光下就发射电子，将它暴露在黄光下不发射电子。问当下述哪种单色光照射到该金属表面时，一定发生光电效应？

- (a) 紫光；
- (b) 橙光；
- (c) 红光；
- (d) 黄光。

答[a]

4536. 红光和紫光相比较：

- (a) 照射在某一同种金属上，红光比紫光放出的电子最大初动能大；
- (b) 在同种媒质中，红光比紫光传播速度小；
- (c) 红光的粒子性比紫光强；
- (d) 在同一双缝干涉仪上红光比紫光条纹宽。

答[d]

4537. 普朗克在研究电磁辐射的能量分布而时发现：电磁波的发射和吸收不是连续的，而是一份一份地进行的。每一份的能量等于

- (a)  $h\nu$  ； ( $h$  是普朗克恒量， $\nu$  是电磁波的频率)
- (b) 1 电子伏；

- (c)  $6.63 \times 10^{-34}$  焦；
- (d) 0.1 百万电子伏。

答[a]

4538. 能够证实光具有波粒二象性的现象是

- (a) 光的干涉，衍射现象和光电效应；
- (b) 光的反射现象和光的小孔成像；
- (c) 光的折射现象和偏振；
- (d) 光的干涉，衍射现象和光的色散。

答[a]

4539. 用单色光照射某一金属，能产生光电效应。要使光电效应中的饱和光电流的数值增大，则需要

- (a) 用波长较大的光照射；
- (b) 用强度较大的光照射；
- (c) 用频率较大的光照射；
- (d) 增加光照的时间。

答[b]

4540. 如果金属铂的逸出功为 8.0 电子伏，今用 0.3 微米的紫外光照射铂，则

- (a) 能产生光电效应；
- (b) 不能产生光电效应；
- (c) 长时间照射，就能产生光电效应；
- (d) 增加光的强度时，能产生光电效应。

答[b]

4541. 当具有 5.0 电子伏能量的光子射到一金属表面，从金属表面逸出的电子具有的最大初动能是 1.5 电子伏，为了使这种金属产生光电效应，入射光子的能量必须不小于

- (a) 1.5 电子伏；
- (b) 3.5 电子伏；
- (c) 5 电子伏；
- (d) 6.5 电子伏。

答[b]

4542. 图是研究光电效应的实验装置。甲光束和乙光束先后分别照射到极板 K 上，测得电路中都有光电流。调整电位器 R，可使光电流达到最大值，如果光电流的最大值  $I_{甲} > I_{乙}$ ，那么，必须有下述哪种关系？

- (a) 甲光束的光强度大于乙光束的光强度；
- (b) 得到最大光电流时，两种光束照射的情况下，AK 间电压有  $U_{甲} < U_{乙}$ ；
- (c) 照射光的波长  $\lambda_{甲} > \lambda_{乙}$ ；
- (d) 照射光束的光子能量  $E_{甲} < E_{乙}$ 。

答[a]

4543. 当光照射在某种金属表面时，金属表面有电子逸出。如果该光照射的强度减弱到某一最低值时，则下述的哪种现象会发生？

- (a) 没有电子逸出金属表面；
- (b) 逸出金属表面的电子数减少；
- (c) 逸出金属表面的电子的动能减小；
- (d) 逸出的电子数和电子动能都减小。

答[b]

4544. 用频率为  $\nu_1$  的单色光照射金属 A, 用频率为  $\nu_2$  的单色光照射金属 B, 如果从金属 A 中逸出的电子的最大初动能较大, 则

- (a)  $\nu_1$  一定大于  $\nu_2$ ;
- (b)  $\nu_1$  一定小于  $\nu_2$ ;
- (c)  $\nu_1$  一定等于  $\nu_2$ ;
- (d)  $\nu_1$  不一定大于  $\nu_2$ 。

答[d]

4545. 用某单色光照射一个金属表面, 产生光电效应。第一次光线垂直入射金属表面, 第二次光线倾斜入射金属表面。两次实验中单位时间内从金属表面逸出的电子数相比较

- (a) 第一次多于第二次;
- (b) 第一次少于第二次;
- (c) 两次逸出的电子数相同;
- (d) 无法得出结论。

答[c]

4546. 图中 QR 表示某金属表面逸出的光电子的最大初动能  $E_k$  和入射光光子频率  $\nu$  之间关系图线。虚线 QP 为 QR 反向延长而成。图中 O、P、Q、R、S 各点之间的距离可以用来表示某些物理量的数值, 下列哪个量值表示普朗克常数  $h$  的大小?

- (a) OQ;
- (b) OP;
- (c) OQ+OS;
- (d)  $\frac{OP}{OQ}$ 。

答[d]

4547. 用  $E$  表示某一光波的光子的能量,  $p$  表示该光子的动量,  $\nu$  表示光的频率,  $\lambda$  表示光的波长,  $h$  表示普朗克常数。根据关系式  $E=h\nu$ ,  $p=\frac{h}{\lambda}$ , 可以算出光波的速度为

- (a)  $\frac{p}{E}$ ;
- (b)  $\frac{E^2}{p^2}$ ;
- (c)  $\frac{E}{p}$ ;
- (d)  $\frac{p^2}{E}$ 。

答[c]

4548. 甲光子的动量是乙光子的动量的两倍, 则甲光子的能量是乙光子的能量的

- (a) 1/2 倍;
- (b) 1 倍;
- (c) 2 倍;

(d) 1/4 倍。

答[c]

4549. 质量为  $m$  的粒子原来的速度为 10 米/秒，现将粒子的速度增大为 20 米/秒，则描写该粒子的物质波的波长将

- (a) 保持不变；
- (b) 变为原来波长的两倍；
- (c) 变为原来波长的一半；
- (d) 变为原来波长的  $\sqrt{2}$  倍。

答[c]

### 计算题

4550. 在真空中某单色光的波长是 600 纳米，求该单色光在玻璃中的波长、频率？（玻璃的折射率为 1.50）

[解答] 设该单色光在真空中的波长为  $\lambda_0$ ，在玻璃中波长为  $\lambda$ ，光速为  $c$ ，光在玻璃中的传播速度为  $v$ 。

根据折射率和光速的关系

$$n = \frac{c}{v}, \text{ 波长和光速的关系 } \lambda = \frac{v}{\nu}, \lambda_0 = \frac{c}{\nu}。 \text{ 得 } \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1.50}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{600}{1.50} \text{ 纳米} = 400 \text{ 纳米}。$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \text{ 赫} = 5 \times 10^{14} \text{ 赫}。$$

4551. 真空中频率是  $5 \times 10^{14}$  赫的单色光在水中传播时的频率、波速和波长各为多少？（水对这种色光的折射率是 4/3）

[解答] 通常的情况是色光从真空进入媒质后频率不变。

单色光在水中频率  $\nu = 5 \times 10^{14}$  赫；

$$\text{水中波速 } v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{4/3} \text{ 米/秒} = 2.25 \times 10^8 \text{ 米/秒}；$$

$$\text{水中波长 } \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2.25 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} \text{ 米} = 4.5 \times 10^{-7} \text{ 米}。$$

4552. 水的折射率等于 4/3，玻璃的折射率等于 3/2。求光在水中的传播速度跟在玻璃中的传播速度的比。

[解答] 根据折射率和光速的关系  $n=c/v$

$$v_{\text{水}} = \frac{c}{n_{\text{水}}} = \frac{c}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}c;$$

$$v_{\text{玻}} = \frac{c}{n_{\text{玻}}} = \frac{c}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}c;$$

$$\frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{玻}}} = \frac{\frac{3}{4}c}{\frac{2}{3}c} = \frac{9}{8}.$$

4553. 黄光频率为  $5 \times 10^{14}$  赫, 当它从某液体射入空气时, 临界角  $A$  为  $30^\circ$ , 求它在液体中的波长。

[解答] 根据波长和波速关系  $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu}$ 。

根据全反射现象中临界角  $A$  和折射率  $n$  的关系  $\sin A = \frac{1}{n}$  代入上式得

$$\lambda = \frac{c \sin A}{\nu} = \frac{3 \times 10^8 \times \frac{1}{2}}{5 \times 10^{14}} \text{ 米} = 3 \times 10^{-7} \text{ 米}.$$

4554. 红光在水中的波长跟绿光在真空中的波长相等, 水对红光的折射率为  $4/3$ , 试求: (1) 它们在真空中波长之比; (2) 它们的频率之比。

[解答] 用  $\lambda_1, \lambda_2$  分别表示红光在真空和水中的波长,  $\lambda_2$  表示绿光在真空中的波长,  $n_1$  表示水对红光的折射率,  $\nu_1$  和  $\nu_2$  各表示红光和绿光的频率, 则

$$(1) \quad n_1 = \frac{c}{v} = \frac{c}{\frac{c\lambda_1}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = n_1 = \frac{4}{3}.$$

$$(2) \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_2} = \frac{c}{c} = 1,$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{3}{4}.$$

4555. 在空气中紫光的波长为 400 纳米, 红光为 700 纳米, 玻璃对紫光的折射率为 1.54, 对红光的折射率为 1.50, 问: (1) 两种色光的频率各是多少? (2) 两种色光在玻璃中的速度各是多少? (3) 每种单色光在玻璃中的波长各是多少? (4) 两种色光以同一个入射角从空气射入玻璃, 哪一种色光偏折较大?

[解答] (1) 根据波长和波速的关系  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ,

$$\nu_{\text{紫}} = \frac{c}{\lambda_{\text{紫}}} = \frac{3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} \text{ 赫} = 7.50 \times 10^{14} \text{ 赫},$$

$$\nu_{\text{红}} = \frac{c}{\lambda_{\text{红}}} = \frac{3 \times 10^8}{700 \times 10^{-9}} \text{ 赫} = 4.28 \times 10^{14} \text{ 赫}.$$

(2) 根据折射率和光速的关系  $n = \frac{c}{v}$  ,

$$v_{\text{紫}} = \frac{c}{n_{\text{紫}}} = \frac{3 \times 10^8}{1.54} \text{米/秒} = 1.95 \times 10^8 \text{米/秒},$$

$$v_{\text{红}} = \frac{c}{n_{\text{红}}} = \frac{3 \times 10^8}{1.50} \text{米/秒} = 2.00 \times 10^8 \text{米/秒}.$$

$$(3) \quad \lambda'_{\text{紫}} = \frac{v_{\text{紫}}}{\nu_{\text{紫}}} = \frac{1.95 \times 10^8}{7.50 \times 10^{14}} \text{米} = 2.60 \times 10^{-7} \text{米},$$

$$\lambda'_{\text{红}} = \frac{v_{\text{红}}}{\nu_{\text{红}}} = \frac{2.00 \times 10^8}{4.28 \times 10^{14}} \text{米} = 4.67 \times 10^{-7} \text{米}.$$

(4) 由折射定律公式  $n = \frac{\sin i}{\sin r}$  可知, 当入射角相同时, 折射率大的, 偏折就大。所以紫光的偏折较大。

4556. 在杨氏实验中, 光源波长为  $6.4 \times 10^{-5}$  厘米, 两狭缝间距为 0.4 毫米, 光屏离狭缝距离为 50 厘米, 试求: (1) 光屏上第一亮条纹和中央亮条纹之间的距离。(2) 如果 P 点离中央亮条纹的距离  $y$  为 0.1 毫米, 问两束光在 P 点的位相差是多少?

$$[\text{解答}] (1) \quad y_1 - y_0 = \frac{R}{d} \lambda = \frac{50}{0.04} \times 6.4 \times 10^{-5} \text{厘米} = 8 \times 10^{-2} \text{厘米}.$$

(2) 由图所示的几何关系可知:

$$\text{光程差 } r_2 - r_1 = d \sin \theta = dtg \theta$$

$$= d \frac{y}{R} = 0.04 \times \frac{0.01}{50} \text{厘米}$$

$$= 0.8 \times 10^{-5} \text{厘米}.$$

由位相差和光程差关系

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{6.4 \times 10^{-5}} \times 0.8 \times 10^{-5} = \frac{\pi}{4}.$$

4557. 波长为 500 纳米的绿光投射到间距为 0.022 厘米的双缝上, 求离双缝 180 厘米处光屏上形成的干涉条纹中两相邻亮条纹间的距离。如果用波长为 700 纳米的红光投射到双缝, 则上述的两相邻亮条纹间的距离又是多少? 如果两种色光同时投射, 算出这两种色光的第二级亮条纹位置的间距。

[解答] 由公式  $\Delta y = \frac{R}{d} \lambda$  可得

$$\Delta y_{\text{绿}} = \frac{R}{d} \lambda_{\text{绿}} = \frac{180}{0.022} \times 5 \times 10^{-5} \text{厘米} = 0.409 \text{厘米},$$

$$\Delta y_{\text{红}} = \frac{R}{d} \lambda_{\text{红}} = \frac{180}{0.022} \times 7 \times 10^{-5} \text{厘米} = 0.573 \text{厘米}.$$

$$\text{由 } y = K \frac{R}{d} \lambda, K = 2,$$

$$\text{得 } y_{\text{红}} = 2 \frac{R}{d} \lambda_{\text{红}}, y_{\text{绿}} = 2 \frac{R}{d} \lambda_{\text{绿}}.$$

$$\begin{aligned} \Delta y_2 = y_{\text{红}} - y_{\text{绿}} &= 2 \frac{R}{d} (\lambda_{\text{红}} - \lambda_{\text{绿}}) \\ &= 2 \times \frac{180}{0.022} \times 2 \times 10^{-5} \text{ 厘米} = 0.327 \text{ 厘米}. \end{aligned}$$

4558. 在杨氏实验中, (1) 氦-氖激光器发出的波长为 0.6328 微米的激光, 投射在缝的间距为 0.22 毫米的双缝上. 求离双缝 180 厘米处光屏上所形成的干涉条纹的间隔; (2) 如果缝的间距为 0.45 厘米, 在离缝 120 厘米的光屏上所形成的干涉条纹的间隔为 0.15 毫米, 求投射光的波长, 并说明是什么颜色的光.

[解答] (1) 已知  $R=180$  厘米,  $d=0.022$  厘米,  
 $=0.6328$  微米  $=6328 \times 10^{-8}$  厘米.

$$\Delta y = \frac{R}{d} \lambda = \frac{180 \times 6328 \times 10^{-8}}{0.022} \text{ 厘米} = 0.518 \text{ 厘米}.$$

(2) 已知  $R'=120$  厘米  $d'=0.45$  厘米,

$$y'=0.015 \text{ 厘米}.$$

$$\begin{aligned} \lambda' &= \frac{d' \Delta y'}{R} = \frac{0.45 \times 0.015}{120} \text{ 厘米} = 5.63 \times 10^{-5} \text{ 厘米} \\ &= 0.563 \text{ 微米}. \end{aligned}$$

根据波长可知, 该色光为绿色光.

4559. 以波长 0.60 微米的单色光来做双缝干涉实验, 两缝间距为 0.70 毫米, 屏离双缝为 5.0 米, 问屏上干涉条纹间隔有多宽? 在同样条件下, 由 0.40 微米、0.55 微米、0.70 微米组成的复色光来做实验, 那么干涉条纹间隔又将如何?

[解答] 已知  $\lambda=6 \times 10^{-4}$  毫米,  $d=0.7$  毫米,  $R=5 \times 10^3$  毫米.

由杨氏双缝干涉公式

$$\Delta y = \frac{R}{d} \lambda = \frac{5 \times 10^3}{0.7} \times 6 \times 10^{-4} \text{ 毫米} = 4.29 \text{ 毫米}.$$

从波长可知, 该单色光是红光, 观察到的是红光条纹.

当  $\lambda_1=7 \times 10^{-4}$  毫米时,  $x_1=5.00$  毫米 (深红光条纹);

$\lambda_2=5.5 \times 10^{-4}$  毫米时,  $x_2=3.93$  毫米 (绿光条纹);

$\lambda_3=4 \times 10^{-4}$  毫米时,  $x_3=2.86$  毫米 (紫光条纹)。

从上述计算可知, 当双缝间距  $d$  和缝到屏的距离不变时, 屏上的干涉条纹的宽度  $y$  随投射光波长的增长而增大.

4560. 空气中有一个水平放置的肥皂膜. 它的厚度是 0.32 微米 ( $n=1.33$ ). 如果用白光垂直入射, 问从入射方向看, 肥皂膜呈什么色彩?

[解答] 白光在肥皂膜的上下两个表面反射后, 在肥皂膜的上表面发生干涉.

当光程差

$$\Delta = 2nd - \frac{\lambda}{2} = K\lambda (K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \text{ 时, 干涉加强.}$$

$$\text{上式即 } \lambda = \frac{4nd}{2K+1}.$$

令  $K=0, 1, 2$ 、并把  $n=1.33$ ,  $d=0.32$  微米代入  
得  $K=0$  时,  $\lambda_0=4nd=1.70$  微米,

$$K=1 \text{ 时, } \lambda_1 = \frac{4}{3}nd = \frac{1}{3}\lambda_0 = 0.567 \text{ 微米,}$$

$$K=2 \text{ 时, } \lambda_2 = \frac{4}{5}nd = \frac{1}{5}\lambda_0 = 0.341 \text{ 微米.}$$

其中只有  $\lambda_1=0.567$  微米的绿光在可见光范围内, 故肥皂膜呈现绿色。

4561. 用波长是  $0.40$  微米的光照射到铯金属上, 试求放出电子的最大速度多大? (铯的电子脱出功为  $1.9$  电子伏)

[解答] 由  $h\nu = W + \frac{1}{2}mv^2$  和  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  可得

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2(h\frac{c}{\lambda} - W)}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times (6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{0.4 \times 10^{-6}} - 1.9 \times 1.6 \times 10^{-19})}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{ 米 / 秒} \\ &= 6.5 \times 10^5 \text{ 米 / 秒.} \end{aligned}$$

4562. 当波长为  $330$  纳米的紫外线射在某物质上, 使它发生光电子, 电子的遏止电压是  $0.23$  伏, 这物质的逸出功是多少?

[解答] 光子的能量

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3.3 \times 10^{-7}} \text{ 焦} = 6.0 \times 10^{-19} \text{ 焦.}$$

根据爱因斯坦光电效应方程

$$\begin{aligned} W &= h\frac{c}{\lambda} - \frac{1}{2}mv^2 = h\frac{c}{\lambda} - eU_a \\ &= (6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{330 \times 10^{-9}} - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.23) \text{ 焦} \\ &= 6.0 \times 10^{-19} \text{ 焦} - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.23 \text{ 焦} \\ &= 5.6 \times 10^{-19} \text{ 焦} \\ &= 3.5 \text{ 电子伏.} \end{aligned}$$

4563. 金属钠的逸出功是  $3.5 \times 10^{-19}$  焦, 当用氩离子激光器发出的  $0.4880$  微米的激光照射金属钠时, 有电子逸出吗? 为什么? ( $h=6.63 \times 10^{-34}$  焦·秒)

[解答]

$$\text{光的频率 } \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{0.4880 \times 10^{-6}} \text{ 赫} = 6.148 \times 10^{14} \text{ 赫};$$

该激光器的光子的能量

$$E=h\nu = 6.63 \times 10^{-34} \times 6.148 \times 10^{14} \text{ 焦} = 4.08 \times 10^{-19} \text{ 焦}$$

因该激光的光子能量大于金属钠电子的逸出功, 所以当用激光照射时, 金属钠中有电子逸出。

4564. 能量是  $6$  电子伏的光子射到某金属表面, 逸出的电子的最大初动能是  $2.5$

电子伏，那么能量是 8 电子伏的光子射到这个金属表面，释放出来的电子的最大初动能是多大？

[解答]根据爱因斯坦光电方程式

$$W = h\nu - E_k = (6 - 2.5) \text{ 电子伏} = 3.5 \text{ 电子伏}。$$

对同一金属，逸出功  $W$  相同，则

$$E'_k = h\nu' - W = (8 - 3.5) \text{ 电子伏} = 4.5 \text{ 电子伏}。$$

4565. 以波长 400 纳米的紫光照射金属表面，产生的光电子的最大初速度为  $5.00 \times 10^5$  米/秒，求：(1) 光电子的最大初动能；(2) 该金属的截止频率。

$$\begin{aligned} \text{[解答]} (1) E_k &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times (5.00 \times 10^5)^2 \text{ 焦} \\ &= 11.4 \times 10^{-20} \text{ 焦}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \nu_0 &= \frac{W}{h} = \frac{h\nu - E_k}{h} = \frac{h\frac{c}{\lambda} - E_k}{h} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} - 11.4 \times 10^{-20}}{6.63 \times 10^{-34}} \text{ 赫} \\ &= 5.78 \times 10^{14} \text{ 赫}。 \end{aligned}$$

4566. 波长为 0.40 微米的单色光照射某一个光电管，该光电管的阴极表面由金属铯制成，现要使光电流完全停止，那么，至少应加多大的遏止电压？(铯的逸出功为 0.70 电子伏)

[解答]

遏止电压和光电子的最大初动能关系是  $eU_a = E_k$ 。

又由爱因斯坦光电方程可得： $E_k = h\nu - W$ 。

则： $eU_a = h\nu - W$ 。

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{e}(h\nu - W) = \frac{1}{e}\left(h\frac{c}{\lambda} - W\right) \\ &= \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} \times \left(6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{0.4 \times 10^{-6}} - 0.7 \times 1.6 \times 10^{-19}\right) \text{ 伏} \\ &= 2.4 \text{ 伏}。 \end{aligned}$$

4567. 钾的光电效应红限波长  $\lambda_0$  为  $6.20 \times 10^{-5}$  厘米。求：(1) 钾电子的逸出功是多少？(2) 在波长为  $3.30 \times 10^{-5}$  厘米的紫外光照射下，钾的遏止电压是多少？

[解答]

$$\begin{aligned} (1) \quad W &= h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6.2 \times 10^{-5} \times 10^{-2}} \text{ 焦} = 3.21 \times 10^{-19} \text{ 焦} \\ &= 2.01 \text{ 电子伏}。 \end{aligned}$$

(2) 由  $eU_a = h\nu - W$

得

$$U_a = \frac{h\nu}{e} - \frac{W}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W}{e}$$

$$= \left( \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 3.3 \times 10^{-7}} - \frac{3.21 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \right) \text{伏}$$

$$= (3.77 - 2.01) \text{伏} = 1.76 \text{伏}$$

4568. 某金属受  $7.00 \times 10^{14}$  赫的紫光照射时, 遏止电压为 0.69 伏; 受  $11.8 \times 10^{14}$  赫的紫外线照射时, 遏止电压为 2.69 伏, 计算: (1) 普朗克常数  $h$  的值; (2) 该金属的逸出功; (3) 该金属的极限频率。

[解答] (1) 遏止电压和光电子的最大初动能的关系是  $E_k = eU_0$ 。

由爱因斯坦光电效应方程

得

$$\begin{cases} h\nu_1 = W + eU_{10} & (1) \\ h\nu_2 = W + eU_{20} & (2) \end{cases}$$

由上式可解得:

$$h = \frac{e(U_{20} - U_{10})}{\nu_2 - \nu_1} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times (2.69 - 0.69)}{11.8 \times 10^{14} - 7.0 \times 10^{14}} \text{焦} \cdot \text{秒}$$

$$= 6.67 \times 10^{-34} \text{焦} \cdot \text{秒}。$$

(2) 把  $h$  的数值代入 (1) 式

$$W = h\nu_1 - eU_{10} = 6.67 \times 10^{-34} \times 7.00 \times 10^{14} - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.69 \text{焦}$$

$$= 3.57 \times 10^{-19} \text{焦}。$$

(3) 极限频率

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{3.57 \times 10^{-19}}{6.67 \times 10^{-34}} \text{赫} = 5.35 \times 10^{14} \text{赫}。$$

4569. (1) 可见光的光子“平均能量”是多少? (可看成波长为 500 纳米的光子的能量) 其动量是多少? (2) 一个 100 瓦的电灯泡所放出的能量约有 1% 的能量由可见光携带, 请估计灯泡每秒钟放出可见光光子的数目。(3) 当上述灯泡所发出的光子垂直打在离灯泡 2 米处的黑体上时, 所产生的光压是多大? (假定灯泡发出光子在各个方向是均匀的)

[解答] (1) 光子能量  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} \text{焦}$

$$= 3.98 \times 10^{-19} \text{焦}。$$

由光子的能量和动量的关系可得, 光子的动量  $p = \frac{E}{c} = \frac{3.98 \times 10^{-19}}{3 \times 10^8} \text{千}$

$$\text{克} \cdot \text{米} / \text{秒} = 1.33 \times 10^{-27} \text{千克} \cdot \text{米} / \text{秒}。$$
 也可用  $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{500 \times 10^{-9}} \text{千}$ 

$$\text{克} \cdot \text{米} / \text{秒} = 1.33 \times 10^{-27} \text{千克} \cdot \text{米} / \text{秒}。$$

(2) 灯泡在可见光区域内辐射能量为  $1\% \times 100 \text{瓦} = 1 \text{瓦}$ , 则每秒钟辐射光子数

$$n = \frac{N}{E} = \frac{1 \text{焦} / \text{秒}}{3.98 \times 10^{-19} \text{焦}} = 2.51 \times 10^{18} \text{秒}^{-1}。$$

(3) 光子对黑体的压强, 就是黑体在单位面积上, 每秒钟受到光子冲击时光子动量的改变量。因为光子被黑体吸收, 所以动量的改变量在数值上等于光子原来

的动量。

以灯泡为球心，2米为半径作一个球面，则球面积  $S=4\pi R^2$ 。

光子对黑体的压强

$$p' = \frac{np}{S} = \frac{np}{4\pi R^2} = \frac{2.51 \times 10^{18} \times 1.33 \times 10^{-27}}{4 \times 3.14 \times 2^2} \text{帕}$$
$$= 6.6 \times 10^{-11} \text{帕。}$$

显然，光压是十分小的。

4570. 两束光波在单位时间传输的能量相同，已知第一束光波的波长为  $6 \times 10^{-7}$  米，第一束光，第二束光每秒钟通过和光线方向垂直的平面的光子数依次为  $4 \times 10^{10}$  个， $3 \times 10^{10}$  个，那么第二束光的波长是多少？

[解答] 设第一束光波每秒通过光子数  $n_1$ ，第二束光波每秒通过光子数  $n_2$ ，则第一束光每秒传输能量为  $n_1 hc / \lambda_1$ ，第二束光每秒传输能量为  $n_2 hc / \lambda_2$ 。

由题意得：

$$n_1 h \frac{c}{\lambda_1} = n_2 h \frac{c}{\lambda_2},$$
$$\lambda_2 = \frac{n_2 \lambda_1}{n_1} = 4.5 \times 10^{-7} \text{米。}$$

4571. 质量为 2.00 克的子弹，以 500 米/秒的速度运动，它的物质波波长是多少？氢分子的质量为  $3.35 \times 10^{-24}$  克，以  $2.4 \times 10^3$  米/秒的速率运动，它的物质波波长又如何？

[解答] 物质波的波长  $\lambda = \frac{h}{mv}$ 。

$m_1 = 2 \text{克} = 2 \times 10^{-3} \text{千克}$ ,  $v_1 = 500 \text{米/秒}$ 。

$$\lambda = \frac{h}{m_1 v_1} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-3} \times 500} \text{米}$$
$$\approx 6.63 \times 10^{-34} \text{米。}$$

$m_2 = 3.35 \times 10^{-24} \text{克} = 3.35 \times 10^{-27} \text{千克}$ ,  $v_2 = 2.4 \times 10^3 \text{米/秒}$ 。

$$\lambda_2 = \frac{h}{m_2 v_2} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{3.35 \times 10^{-27} \times 2.4 \times 10^3} \text{米}$$
$$\approx 8.25 \times 10^{-11} \text{米。}$$

4572. 一束白光从真空射入玻璃（入射角不为零），红光在玻璃中的传播速度大于紫光在玻璃中的传播速度，问白光中红光和紫光的折射角哪一个大？为什么？

[解答]

由  $n = \frac{c}{v}$  及折射定律  $n = \frac{\sin i}{\sin \gamma}$  可得

$$\frac{c}{v_{\text{紫}}} = \frac{\sin i}{\sin \gamma_{\text{紫}}},$$

$$\frac{c}{v_{\text{红}}} = \frac{\sin i}{\sin \gamma_{\text{红}}}。$$

现在红光和紫光的入射角相同，又因为  $v_{\text{红}} > v_{\text{紫}}$ ，所以  $\sin \gamma_{\text{红}} > \sin \gamma_{\text{紫}}$ 。  
红 > 紫，可见红光的折射角比紫光的折射角大。

4573. 当某一光电管受光照射时，在电流表中就有电流通过，现在为了测出光电子的最大初动能，而在阴极 K 和阳极 A 之间加上 U 伏的反向电压如图所示，使电压 U 的值从零开始慢慢增大，电流表中的电流最终就会变成零，下表列出了照射光线的波长和对应的截止电压值。

波长 (微米)	截止电压 (伏)
0.3660	1.48
0.4360	0.93
0.5460	0.41
0.6000	0.16

- (1) 画出截止电压 (为纵坐标) 跟光的频率 (为横坐标) 的关系图像。
- (2) 求极限频率和红限波长。
- (3) 这光电管阴极材料的光电子逸出功是多少?
- (4) 求出普朗克恒量。

[解答] (1) 根据题意作出频率  $\nu$  和截止电压 U 的对照表如下:

波长 (微米)	频率 ( $\times 10^{14}$ 赫)	截止电压 U (伏)
0.3660	8.2	1.48
0.4360	6.9	0.93
0.5460	5.5	0.41
0.6000	5.0	0.16

按上表数值，描点作出  $U \sim \nu$  图像，该图像为倾斜直线，延长图线使它跟纵坐标相交，见下图。

(2)  $U \sim \nu$  图像和横轴相交的横截距即为极限频率  $\nu_0$  ( $U=0$ )，从图像求得：  
 $\nu_0 = 4.6 \times 10^{14}$  赫，

$$\text{极限波长 } \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \times 10^8}{4.6 \times 10^{14}} \text{ 米} = 6522 \times 10^{-10} \text{ 米。}$$

(3) 根据爱因斯坦方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W = eU + W,$$

$$U = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e},$$

由  $U \sim \nu$  图像跟纵轴相交的截距为  $-\frac{W}{e} = -1.9$  伏。

所以光电子逸出功  $W=1.9$  电子伏。

$$(4) \text{ 由方程得 } K = \operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{e},$$

$$\text{由 } U \sim \nu \text{ 图线得 } K = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta \nu},$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } h &= e \cdot \operatorname{tg}\alpha = e \cdot \frac{\Delta U}{\Delta \nu} = 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{1.48 - 0.16}{8.2 \times 10^{14} - 5.0 \times 10^{14}} \text{ 焦} \cdot \text{秒} \\ &= 6.6 \times 10^{-34} \text{ 焦} \cdot \text{秒}. \end{aligned}$$

### 说理和论证题

4574. 太阳光经过三棱镜产生色散的原因是什么？

[解答] 太阳光中含有各种不同频率的光，通过三棱镜时，由于不同频率的光的传播速度各不相同，因而折射率也不同，偏向角也就不一样，所以经过三棱镜后太阳光要产生色散。

4575. 在只有绿光照明的密闭室中放一件红衣服，它将显示出什么颜色？试加以说明。

[解答] 在日光下，一件红衣服呈红色是因为它反射红光而吸收其它颜色的光。现把这件红衣服放在只有绿光照明的密闭室中，因它吸收绿光，又没有红光供它反射，所以呈黑色。

4576. 为什么照相时要用各种滤光片？

[解答] 照相机所用的各种滤光片是为了在拍摄有色物体时滤去杂色。例如摄云的相片，用黄色滤光片，可以将天蓝色吸收，将云显出。又如摄取蓝色物体，应该用蓝色滤光片，这样可将其它各色吸收，蓝色物体格外显著。

4577. 什么是灰色？

[解答] 色的感觉是由色相和饱和度决定的。从物理上来说，灰色不是一种单色。但是人的眼睛能感觉到灰色的存在，这是因为人眼对色的感觉还要受光的强度影响。一般情况下，红的强度不管多么强，红到底是红，浅绿到底是浅绿，即使强度下降，浅绿变暗决不会变成浓绿，可是当白色强度减弱时，就渐渐变成灰色了，所以说灰色就是暗的白色，如使强度再进一步下降，人眼看到的就是黑色了。所以黑也不是颜色。

4578. 为什么白光引起的双缝干涉条纹比单色光引起的干涉条纹数目少？

[解答] 由双缝干涉的公式，对第  $k$  级的明条纹有

$$x_k = \frac{R}{d} k\lambda.$$

在  $R$ 、 $d$  不变时，对同一干涉级来说， $x_k$  和  $\lambda$  成正比，紫条纹的  $x_k$  小，红条纹的  $x_k$  大，所以白光的双缝干涉结果会形成由紫到红的彩带，但在较高的干涉级次中，就会发生波长短的高级次和波长长的低级次重叠，这种各色重叠的结果会使条纹模糊不清，因此白光引起的双缝干涉条纹比单色光引起的干涉条纹数目要来得少。

4579. 有两列频率相同的光波在空间相遇叠加后，如果要产生干涉，该两列波在相遇处应具备什么条件？

[解答] (1) 两光波在相遇点有固定的位相差；

(2) 两光波在相遇点的光振动沿同一直线。

此外，为使干涉现象显著，还要求两光波在相遇点所产生的振动的振幅不能相差太悬殊，且光程差不能太大。如果光程差太大了，相应的两个波列不发生重叠，也就没有干涉现象出现。

4580. 在双缝干涉实验中，如果以红滤色片遮住一条缝，而以蓝滤色片遮住另一条缝，以白光为入射光，在屏幕上是否能产生双缝干涉条纹？

[解答]由题意可知，通过双缝的两束光分别是红光和蓝光，因它们的频率不同，所以不能产生双缝干涉条纹，但是屏幕上呈现的是红光单缝衍射光强和蓝光单缝衍射光强的叠加。

4581. 干涉和衍射现象有什么不同？

[解答]一般的理解是：有限个波源形成的条纹称为干涉条纹，连续分布的（因而是无限多个）光源形成的条纹称为衍射条纹。

其实，不论是干涉产生的还是衍射产生的明暗相间条纹都是由光波叠加形成的，如果我们把它们统称为干涉现象也未尝不可。只是平时为强调光不按直进的方式传播，强调它遇到障碍物并不形成清晰的影时，而把它们称之为衍射现象。

4582. 太阳光射在水面上，如何测定从水面上反射的光线的偏振程度？它的偏振程度跟什么有关，在什么时候偏振程度最大？

[解答]在反射光线的方向上装置偏振片，让反射光垂直入射到偏振片上。旋转偏振片，看透射光强的变化，便可知反射光线的偏振程度。

它的偏振程度跟入射角有关。当入射角  $i_0 = \arctan n$  时（式中  $n$  为水对空气的折射率），反射光偏振程度最大，为完全偏振光。

4583. 照像胶片上溴化银的分子吸收光的能量离解成原子时，胶片就“曝光”了。已知离解一个溴化银分子需要 1.04 电子伏的能量。证明萤火虫发出的光能使胶片感光，而一个  $5.0 \times 10^4$  瓦电视台发射的 100 兆赫的电磁波不能使胶片感光。

[证明]为使一个溴化银分子吸收一个光子而离解，光子的能量必须大于 1.04 电子伏（ $1.66 \times 10^{-19}$  焦）。

可见光能量最小的光子，其波长约为  $7.6 \times 10^{-7}$  米，能量

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{7.6 \times 10^{-7}} \text{ 焦} \\ = 2.6 \times 10^{-19} \text{ 焦} > 1.66 \times 10^{-19} \text{ 焦}。$$

频率为 100 兆赫的光子的能量

$$E' = h\nu' = 6.63 \times 10^{-34} \times 10^8 \text{ 焦} \\ = 6.63 \times 10^{-26} \text{ 焦}, \\ E' < E,$$

从而证得题中结论。

### 实验题

4584. 观察三棱镜的色散装置如图。其中  $b$  为液体三棱镜（用透明材料制成盒子，中间可以注入水、酒精等，形成不同折射率的三棱镜）。实验中应当用什么光源？屏幕能不能离三棱镜很近？为什么？屏幕上红光在上还是紫光在上？其他条件不变，只改变三棱镜的折射率，使折射率增大，屏幕上会看到什么变化？

[参考解答]光源应当用白光光源。屏幕不能离三棱镜太近，因为光束刚从三棱镜出来时还散得不大。屏幕上紫光在上，红光在下。如果三棱镜的折射率增大，其他条件不变，这时屏幕上条纹位置上移，而且不同颜色的条纹分得更开。

4585. 如果要用实验来判别一束光，它是单色光还是复色光，需要什么仪器？怎样判别？

[参考解答] 可以利用色散现象。比如用三棱镜。如果是复色光那么由于不同频率的单色光具有不同的折射率和不同的折射角，在屏上就会形成不同的色斑。

也可用光的干涉或衍射现象。比如用单缝或多缝（光栅）将色光垂直照射在单缝或多缝上，由于不同波长的色光具有不同的衍射角，则复色光在屏上形成彩色条纹，单色光在屏上形成单色明暗条纹。

4586. 利用双缝干涉测定单色光的波长。这个实验装置如图所示。

(1) 说明滤光片、单缝、双缝的作用。

(2) 调节好实验装置后，测量红光的波长。已知双缝间的距离为 0.5 毫米，双缝到屏幕的距离为 1 米。测得 6 条明纹间的距离为 7.5 毫米。则此红光的波长等于多少？

[参考解答] (1) 滤光片的作用是获得单色光。单缝的作用是提供线光源。双缝的作用是提供相干光。

$$(2) \quad \lambda = \frac{d}{l} \Delta x = \frac{d}{l} \cdot \frac{a}{n-1} = 0.5 \times 10^{-3} \times \frac{7.5 \times 10^{-3}}{6-1} \text{ 米} \\ = 7.5 \times 10^{-7} \text{ 米。}$$

4587. 使太阳光垂直照射到一块遮光板上，板上有一个可以收缩的正方形小孔。板的后面放置一个光屏。在小孔逐渐变小一直到闭合的过程中，光屏上可以看到哪几种不同的现象？

[参考解答] 开始时在光屏上形成的光斑是正方形的；随着小孔线度变小，光斑的线度也变小，它的形状仍然是正方形；当线度小到一定程度时，因为小孔成像的缘故，光屏上的光斑成了圆形；到线度小到 1 毫米左右，因为光的衍射结果，光屏上的光斑周围出现不太明显的明暗条纹；继续缩小孔的线度、衍射现象越来越显著，光屏上的明暗条纹由模糊变得清楚但光强在逐渐减弱；到小孔闭合时，光强为零，屏上没有光斑。

4588. 动手做一个实验：把羽毛贴在带小孔的纸上（如图），眼睛的视线通过该小圆孔看手的五指，可以发现五指的“骨头”，就像 X 光照片上的样子，真的能看到骨头吗？这是光的哪一种现象？

[参考解答] 看到的当然不是骨头。这里主要利用了光栅衍射现象。小圆孔上贴有羽毛就如组成一个多缝的衍射光栅，通过光栅看一细长物时由于光的衍射作用会觉得细长物比原来更细，而在边缘则有较暗淡的重影。一个手指的粗细本来不是均匀的，衍射后粗细不均更显著。而五指边缘的衍射重影则互相叠加干扰而更模糊。所看到的五指就如“骨头”。

4589. 在光电效应的实验装置中，将电源反接成如图所示。调节可变电阻的滑动点 D 向 M 端移动，当伏特表读数小于 1 伏时，微安表中还有电流通过，当伏特表的读数大于 1 伏时，微安表的指针停留在零刻度。问：

(1) 上述实验是测量哪一个有关的物理量？

(2) 这个物理量的大小是多少？（电子电量  $e=1.6 \times 10^{-19}$  库）

[参考解答] (1) 测量光电子的最大初动能。

(2)  $E_k = eU = 1.6 \times 10^{-19}$  焦。

4590. 在研究光电效应规律的实验中：

(1) 怎样测得饱和电流？这时如要再增大电流，该怎么办？

(2) 怎样求得光电子的最大初动能? 简单说明实验步骤。

(3) 当金属板 K 受到某种光照射时, 所发射出的电子刚好到达 A 板, 在增强原光照的强度后, 要使 K 板发射的电子仍然刚好到达 A 板, 则两板间的电压必须增大, 还是减少, 或是保持不变?

(4) K 板如果是金属钠, 用波长为 0.43 微米的紫光来照射, 测得光电流为零时的反向电压为 0.82 伏, 求钠的逸出功和使钠产生光电效应的极限频率。实验装置如图。

[参考解答] (1) 将变阻器 R 由左向右逐渐移动使伏特表读数从零开始逐渐增大。这样毫安表的读数也随之增大。但当伏特表读数增到一定数值时毫安表读数不再增大而是保持在一个定值  $I_s$  上, 这时的  $I_s$  就是对于这个光强的饱和电流。如果再要增大光电流, 就只有增大照射 K 板的光强。

(2) 将电源 E 反接, 使 AK 之间加有一个反向电压。调整 R, 使毫安表读数为零, 这时伏特表上的读数  $U_a$  为遏止电势差。则这时光电子的最大初动能  $E_e = eU_a$ 。

(3) 两板间的电压应保持不变。

(4) 根据爱因斯坦光电方程

$$W = h\nu - E_k = h\frac{c}{\lambda} - eU_0$$
$$= \left[ \frac{6.63 \times 10^{-14} \times 3 \times 10^8}{43 \times 10^{-8}} - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.82 \right] \text{焦} = 3.3 \times 10^{-19} \text{焦}。$$
$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{3.3 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} \text{赫} = 4.98 \times 10^{14} \text{赫}。$$

## 原子结构

### 填充题

4591. 氢原子各能级的能量为  $E_n = -\frac{W}{n^2}$ , 其中 W 是恒量, n 为一系列正整数, 相应由  $n = m + 1$  到  $n = m$  的能级跃迁对应的光子频率为  $\frac{(2m+1)W}{m^2(m+1)^2 h}$ 。

4592. 氢原子从 n 能级向低能级跃迁时, 发出不同频率的光子可能有  $\frac{n}{2}(n-1)$  种。

4593. 氢原子从 A 能级跃迁到 B 能级时, 辐射出波长为  $\lambda_1$  的光子; 从 A 能级跃迁到 C 能级时, 辐射出波长为  $\lambda_2$  的光子。如果  $\lambda_1 > \lambda_2$ , 则氢

原子从 B 能级跃迁到 C 能级时将辐射光子。该光子的波长为  $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ 。

4594. 氢原子被激发后, 它的电子处在量子数 n 为 4 的能级, 当由激发态向低能态跃迁时, 可能产生光谱线为 6 条。如果里德伯常数  $R = 1.097 \times 10^7 \text{米}^{-1}$ , 则在这些光谱线中最长的波长是  $1.875 \times 10^{-6}$  米。

4595. 氢原子的几个能级为  $E_1 = -13.6$  电子伏,  $E_2 = -3.4$  电子伏,  $E_3 = -1.51$  电子伏,  $E_4 = -0.85$  电子伏。总能量是 12.09 电子伏的一个自由电子和处在基态的氢原子发生碰撞。如果自由电子的能量都被氢原子吸收, 碰后这个氢原子可能发出光的

能量分别是 12.09 电子伏, 1.89 电子伏和 10.2 电子伏。

4596. 能量为 2.64 电子伏的电子, 轰击玻璃管中的汞蒸汽, 如果这个电子的能量刚好全部被汞原子吸收, 问这个汞原子从激发态跳回原来状态时辐射光波的波长是  $4.697 \times 10^{-7}$  米。

4597. 由玻尔理论可知, 氢原子的能级为  $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$  电子伏。那么氢原子第一激发态所对应的能量是 -3.4 电子伏, 氢原子轨道半径  $r_n = 0.53n^2 \times 10^{-10}$  米; 电子由  $n=2$  轨道跃迁到  $n=1$  轨道时, 轨道半径的变化为  $1.59 \times 10^{-10}$  米, 对应的能量变化为 10.2 电子伏。

4598. 假定氢原子的电子沿圆轨道绕核运动时受到的向心力就是库

仑引力, 根据玻尔的假设,  $mvr = n \times \frac{h}{2\pi}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  可以得到电

子轨道半径  $r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k m e^2}$ ; 电子在该轨道上的运动速度  $v_n = \frac{2\pi k e^2}{nh}$ 。(电

子电量为  $e$ , 质量为  $m_e$ , 普朗克恒量为  $h$ , 静电力恒量为  $k$ 。)

4599. 按照玻尔原子理论, 氢原子核外电子在可能的第 1、2、…… $n$  轨道上运动。它的轨道半径的比  $r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_n$  为  $1^2 \quad 2^2 \quad \dots \quad n^2$ ;

电子的运动速度的比  $v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n$  为  $1 \quad \frac{1}{2} \quad \dots \quad \frac{1}{n}$ ; 电子的运动周期

的比  $T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_n$  为  $1^3 \quad 2^3 \quad \dots \quad n^3$ 。

4600. 赖曼线系是氢原子的核外电子分别从第 2、3、4、…… $n$  等各条轨道向第 1 条轨道跃迁时放出的光子。

巴尔末线系是氢原子的核外电子分别从第 3、4、5、…… $n$  等各条轨道向第 2 条轨道跃迁时放出的光子。

帕邢线系是氢原子的核外电子分别从第 4、5、6、…… $n$  等各条轨道向第 3 条轨道跃迁时放出的光子。

4601. 一个动能为 4.2 电子伏的电子同个静止的汞原子作弹性碰撞, 碰撞后这个电子的动能为 4.2 电子伏。

4602. 木材燃烧产生的是连续光谱; 太阳光谱是吸收光谱, 这是因为太阳光经过太阳大气层, 某些频率的光被吸收; 霓虹灯产生的是明线光谱。

原子吸收光谱中的暗线位置恰好相当于这个原子发射光谱中明线的位置。这说明原子所能发射光的频率跟它所能吸收光的频率是相同的。

4603. 下列表给出 8 对变化的物理量, 将它们用  $X, Y$  表示。当其它有关物理量均不变时, 请从下面列出的函数关系式中选择合适的函数式填入表中“函数关系栏”。

(a)  $Y = K_1 \sin X$ ; (b)  $Y = K_2 \cos X$ ; (c)  $Y = K_3 X^2$ ;

(d)  $Y = K_4 X$ ; (e)  $Y = \frac{K_5}{X}$ ; (f)  $Y = \frac{K_6}{X^2}$ 。

	物理量	Y	X	函数关系
1	功、力和位移的夹角	功	角度	$Y=K_2\cos X$
2	做谐振运动的质点的机械能, 振幅。	能	振幅	$Y=K_3X^2$
3	细长圆柱形导体的电阻、直径	电阻	直径	$Y=K_6/X^2$
4	点电荷之间的静电力, 点电荷之间的距离	力	距离	$Y=K_6/X^2$
5	洛仑兹力、电荷速度与场强的夹角	力	角度	$Y=K_1\sin X$
6	波长、频率	波长	频率	$Y=K_5/X$
7	正弦交变电流的有效值, 最大值	有效值	最大值	$Y=K_4X$
8	光子的能量、频率	能量	频率	$Y=K_4X$

### 选择题

4604. 卢瑟福提出原子核式结构学说的根据是, 在用  $\alpha$  粒子轰击金箔的实验中, 发现,  $\alpha$  粒子

- (a) 全部穿过或发生很小的偏转;
- (b) 绝大多数穿过, 只有少数发生很大偏转, 甚至极少数被弹回;
- (c) 绝大多数发生很大的偏转, 甚至被弹回, 只有少数穿过;
- (d) 全都发生很大的偏转。

答(b)

4605. 卢瑟福的  $\alpha$  粒子散射实验显示了下列哪种情况?

- (a) 原子内的正电荷全部集中在原子核里;
- (b) 原子内的正电荷均匀分布在它的全部体积上;
- (c) 原子内的正电荷分布在原子的外壳上;
- (d) 原子的几乎全部质量都集中在原子核里。

答(a)、(d)

4606. 在  $\alpha$  粒子散射的实验中, 我们并没有考虑  $\alpha$  粒子跟电子的碰撞, 这是由于下列哪种原因?

- (a)  $\alpha$  粒子并不跟电子相作用;
- (b)  $\alpha$  粒子跟电子相碰时, 损失的能量很少, 可忽略;
- (c) 电子的体积实在太小,  $\alpha$  粒子碰撞不到;
- (d)  $\alpha$  粒子跟各电子相碰撞的效果互相抵消;
- (e) 由于电子是均匀分布的,  $\alpha$  粒子受电子作用的合力为零。

答(b)

4607. 在  $\alpha$  粒子散射实验中, 发现有两个具有相同能量的  $\alpha$  粒子, 由不同的角度散射而出。如果只考虑由原子核的散射情况, 散射角度大的那个  $\alpha$  粒子是属于下列哪种情况?

- (a) 更为接近原子核;
- (b) 更为远离原子核;
- (c) 可能更接近, 也可能更远离原子核;
- (d) 受一个以上的原子核作用;
- (e) 受到较大的冲量作用。

答(a)、(e)

4608. 用  $\alpha$  粒子和质子分别作散射实验, 它们跟金原子核最接近的距离分别为  $d_1$  及  $d_2$ 。

(1) 如果  $\alpha$  粒子和质子都由静止开始经相同的电压加速后作实验, 则  $d_1/d_2$  为  
(a)4; (b) $2\sqrt{2}$ ; (c)2; (d)1;

答(d)

(2) 如果  $\alpha$  粒子和质子具有相同的动量值, 则  $d_1/d_2$  为

(a)8; (b)4; (c) $2\sqrt{2}$ ;

(d)2; (e) $\frac{1}{2}$ 。

答(a)

4609.  $\alpha$  粒子的质量为  $6.6 \times 10^{-27}$  千克, 其速率为  $1.00 \times 10^7$  米/秒, 被一个静止的金原子核散射后, 其散射角为  $60^\circ$ , 如果金原子核被碰撞后获得的能量很少,  $\alpha$  粒子在碰撞前后的速率基本相同, 那么金核所得到的动量大小是多少?

(a) $3.1 \times 10^{-11}$  千克·米/秒 (b) $3.3 \times 10^{-20}$  千克·米/秒;

(c) $5.8 \times 10^{-23}$  千克·米/秒 (d) $6.6 \times 10^{-20}$  千克·米/秒。

答(d)

4610. 在  $\alpha$  粒子散射实验中, 当  $\alpha$  粒子最接近金原子核时,  $\alpha$  粒子符合下列哪种情况?

(a) 动能最小;

(b) 势能最小;

(c) 和金原子核组成的系统的总能量最小;

(d) 势能最大;

(e) 所受原子核的斥力最大。

答(a)、(d)、(e)

4611. 一个沿着一定方向运动的光子和一个原来静止的自由电子相互碰撞。碰撞之后, 电子向某一方向运动, 而光子沿着另一方向散射出去, 这个散射光子跟原来入射时相比较,

(a) 速度减小;

(b) 频率增加;

(c) 能量增大;

(d) 波长增加。

答(d)

[提示] 光子能量  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ , 光子和电子碰撞损失了一部分能

量, 散射后的光子能量减小, 波长增大。

4612. 根据玻尔的基本假设, 氢原子的核外电子在允许轨道上绕核运转。对应于最小允许半径  $r_1$ , 电子的线速度为  $v_1$ , 则两者的关系怎样?

(a)  $v_1 = e\sqrt{\frac{k}{r_1 m_e}}$ ;

(b)  $v_1 = ke^2 r_1$ ;

(c)  $v_1 = k\sqrt{m_e r_1}$ ;

(d)  $v_1 = m_e r_1 e$ 。

(式中  $e$  为电子电量,  $m_e$  为电子质量,  $k$  为静电力恒量。)

答(a)

4613. 氢原子核外电子在最小允许轨道上绕核运转时, 它的动能为



4620. 氢原子的基态能级  $E_1 = -13.6$  电子伏, 第二能级  $E_2 = -3.4$  电子伏。当氢原子的核外电子从第二能级跃迁到第一能级时,

- (a) 辐射的光子能量为  $1.63 \times 10^{-18}$  焦;
- (b) 辐射光子后, 氢原子核的结合能要减小;
- (c) 辐射的光子是一种可见光;
- (d) 辐射的光子, 打到逸出功约为 3.5 电子伏的锌板上, 能从锌板上发射出光电子;
- (e) 辐射的光子, 在真空中的传播速度为  $3 \times 10^8$  米/秒。

答(a)、(d)、(e)

4621. 下列哪些氢光谱系内没有可见光?

- (a) 赖曼线系;
- (b) 巴耳末线系;
- (c) 帕邢线系;
- (d) 布喇开线系;
- (e) 逢德线系。

答(a)、(c)、(d)、(e)

4622. 氢原子能级可表示为  $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$  电子伏, 当氢原子从第 4 能级跃迁到基态过程中, 下列哪些光可能辐射出来?

- (a) 5 种频率不同的光;
- (b) 两种频率不同的可见光;
- (c) 3 种频率不同的紫外线;
- (d) 1 种频率的红外线。

答(b)、(c)、(d)

4623. 要将处于基态的氢原子电离, 可用波长为  $913 \times 10^{-10}$  米的紫外光照射。那么, 从各激发态到基态的赖曼线系光谱, 其波长的表示式为

- (a)  $\lambda = 913 \times \frac{n-1}{n+1} \times 10^{-10}$  米;
- (b)  $\lambda = 913 \times \frac{n+3}{n-1} \times 10^{-10}$  米;
- (c)  $\lambda = 913 \times \frac{n^2+1}{n^2-1} \times 10^{-10}$  米;
- (d)  $\lambda = 913 \times \frac{n^2}{n^2-1} \times 10^{-10}$  米;
- (e)  $\lambda = 913 \times \frac{n^2+1}{n^2} \times 10^{-10}$  米。

答(d)

4624. 氢原子光谱中巴尔末线系是指

- (a) 在可见光中的四条谱线;
- (b) 除可见光中谱线外, 还有些近红外线;
- (c) 除可见光中四条谱线外, 其余是近紫外线;
- (d) 全部是紫外线。

答(c)

4625. 一个氢原子处于第三能级, 当外面射来一个波长为  $6.630 \times 10^{-7}$  米的光子时,

- (a) 氢原子不吸收这个光子;
- (b) 氢原子电离了, 电离后电子的动能是 0.36 电子伏;
- (c) 氢原子电离了, 电离后电子的动能为 0;
- (d) 氢原子吸收了光子, 但不电离。

答(b)

4626. 关于光谱和光谱分析, 下列哪种说法是正确的?

- (a) 太阳光谱和白炽灯光谱都是明线光谱;
- (b) 霓虹灯光谱和煤气灯火焰中燃烧的钠盐产生的光谱都是明线光谱;
- (c) 作光谱分析时可以利用明线光谱, 也可以利用吸收光谱;
- (d) 用光谱分析来研究天体的化学组成很有效, 因而我们可以通过观察月亮的光谱来得知月球的化学成分。

答(b)、(c)

4627. 原子的特征谱线说明了什么?

- (a) 原子能处于一系列连续的能量状态中;
- (b) 每种原子只能在基态和某一激发态之间发生跃迁;
- (c) 原子辐射出光子的频率, 只能由发生跃迁的两能级之间的能量差决定;
- (d) 每种原子只能发出跟自己相对应的某些波长的光。

答(c)、(d)

4628. 已知大暴雨放电前的电场强度为  $10^8$  伏/千米, 将氢原子第一轨道上的电场强度和它比较, 其结果是下列哪种情况?

- (a) 大暴雨放电前的电场强度大于氢原子第一轨道上的电场强度;
- (b) 大暴雨放电前的电场强度小于氢原子第一轨道上的电场强度;
- (c) 大暴雨放电前的电场强度和氢原子第一轨道上的电场强度相等;
- (d) 两者无法比较。

答(b)

### 计算题

4629. 某元素的原子序数是  $Z$ , 它的一个原子的质量是  $M$ , 设一个电子的质量是  $m$ , 电子所带电量为  $-e$ , 试问该元素的一个原子核带电多少? 一个原子核的原量是多少?

[解答] 因为质子数等于核外电子数, 所以该原子核所带电量为  $+Ze$ 。

因为原子的质量应是原子核加上核外电子的总质量, 所以原子核的质量  $M = M - (Z \times m)$ 。但一般  $m$  很小, 所以  $M \approx M_0$ 。

4630. 用速度为  $1.6 \times 10^7$  米/秒的  $\alpha$  粒子撞击电子 (设电子是静止的) 时, 发生弹性对心碰撞, 求  $\alpha$  粒子碰撞前后动量的比。

[解答] 因为动量守恒,

$$m v + 0 = m v' + m_e v_e \quad (1)$$

由于弹性对心正碰无能量损失, 动能守恒

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v'^2 + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad (2)$$

由上两式解出

$$v' = v_e - v$$

代入(1)式

$$m v = m v' + m_e (v + v') = (m + m_e) v' + m_e v$$

所以  $v' = \left( \frac{m_\alpha - m_e}{m_\alpha + m_e} \right) v_\alpha$ 。由  $m_\alpha \gg m_e$ ,  $v' \approx v_\alpha$ 。

因而  $\alpha$  粒子碰撞前后动量的比近似于 1。

4631. 一个  $\alpha$  粒子和静止的原子核发生弹性碰撞, 散射后的方向跟原方向夹角为  $\varphi = 30^\circ$ , 而原子核被碰撞后和  $\alpha$  粒子运动的初始方向亦成同样的角度  $\varphi$ , 试求

核靶的质量，并估计它是什么原子核。

[解答] 根据动量守恒定律得

$$m v = m v \cos\phi + Mv\cos\phi,$$

$$0 = m v \sin\phi - Mv\sin\phi,$$

所以  $m v = 2Mv\cos\phi_0$

根据能量守恒定律得

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}'^2 + \frac{1}{2} Mv^2,$$

$$m_{\alpha}^2 v_{\alpha}^2 = m_{\alpha}^2 v_{\alpha}'^2 + m_{\alpha} Mv^2,$$

解得  $4M^2v^2\cos^2\phi = M^2v^2 + m_{\alpha} Mv^2$ 。

$$4M\cos^2\phi = M + m_{\alpha},$$

$$M = \frac{m_{\alpha}}{4\cos^2\phi - 1}.$$

当  $\phi = 30^\circ$  时， $M = \frac{1}{2} m_{\alpha}$ ，

所以，估计核靶是一个氦的原子核。

4632. 在粒子的散射实验中，设有一束由钋放射的粒子流垂直射入很薄的金箔，测得一些粒子的散射角  $\theta$  大约为  $3^\circ$ （相当于  $5 \times 10^{-2}$  弧度），如果入射粒子的动能  $E_k = 8.5 \times 10^{-13}$  焦，速度  $v = 1.6 \times 10^7$  米/秒，则：

(1) 能产生这样的方向变化，必须在原来速度的垂直方向上作用多大的冲量？

(2) 一个粒子穿过一个金原子，平均要多长时间？

(3) 如果这些粒子之一，在穿过一个金原子的时间内完成其全部偏转，则其平均加速度为多大？（金的原子序数为 79，平均作用半径为  $2.5 \times 10^{-10}$  米，质量大约是粒子的 50 倍。）

[解答] (1)  $p = mv = \frac{2E_k}{v} = \frac{2 \times 8.5 \times 10^{-13}}{1.6 \times 10^7}$  千克·米/秒 =  $1.06 \times 10^{-19}$

千克·米/秒。粒子受到的冲量等于它散射前后动量的变化，根据图中的矢量三角形可得

$$F t = p \tan\theta = 1.06 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-2} \text{ 牛} \cdot \text{秒} = 5.3 \times 10^{-21} \text{ 牛} \cdot \text{秒}.$$

$$(2) \quad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad p = F t,$$

所以

$$t = \frac{p}{F} = \frac{p \cdot r^2}{k q_1 q_2}. \quad (p = F t = 5.3 \times 10^{-21} \text{ 牛} \cdot \text{秒})$$

$$t = \frac{5.3 \times 10^{-21} \times (2.5 \times 10^{-10})^2}{9 \times 10^9 \times 79 \times 2 \times (1.6 \times 10^{-19})^2} \text{ 秒} = 9.1 \times 10^{-15} \text{ 秒}.$$

$$(3) \quad \alpha = \frac{F}{m} = \frac{k \frac{q_1 q_2}{r^2}}{m} \\ = \frac{9 \times 10^9 \times 79 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{4 \times 1.67 \times 10^{-27} \times (2.5 \times 10^{-10})^2} \text{ 米/秒}^2 \\ = 8.72 \times 10^{19} \text{ 米/秒}^2.$$

4633. 氢原子中核外电子沿半径  $r$  绕核作圆周运动时, 相当于一个环形电流。

(1) 试求该环形电流的值。

(2) 如果电子沿  $abcd$  方向运动, 并在  $Ox$  轴方向上加一个匀强磁场  $B$ 。那么, 该电子在哪几点受到的磁场力最大? 哪几点受到的磁场力最小? 各为多少?

$$[\text{解答}] (1) i = \frac{e}{T} \text{ 而 } \frac{mv^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}, \quad mv^2 = \frac{ke^2}{r},$$

$$v = e\sqrt{\frac{k}{mr}} = \frac{2\pi r}{T}, \quad T = \frac{2\pi r}{e\sqrt{\frac{k}{mr}}}。$$

$$\text{则} \quad i = \frac{e^2\sqrt{k}}{2\pi r\sqrt{mr}} = \frac{e^2\sqrt{kmr}}{2\pi mr^2}。$$

(2) a、c 处磁场力最大

$$f_a = f_c = evB = e \cdot e\sqrt{\frac{k}{mr}} B = e^2\sqrt{\frac{k}{mr}} B = \frac{e^2 B\sqrt{kmr}}{mr},$$

$f_a$  方向垂直纸面向里,  $f_c$  方向垂直纸面向外。

b、d 处  $f_b = f_d = 0$ , 因为  $B$  和  $v$  平行。

4634. 氢原子中的电子绕原子核作圆周运动的速度是  $2.2 \times 10^6$  米/秒, 求这时电子的轨道半径。

[解答] 静电力就是作圆周运动的向心力, 所以

$$k \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}。 \quad r = \frac{ke^2}{mv^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{9 \times 10^{-31} \times (2.2 \times 10^6)^2} \text{ 米} = 0.529 \times 10^{-10} \text{ 米}。$$

4635. 如图所示, 如果  $\alpha$  粒子以光速的 0.064 倍和金原子核 ( $Z=79$ ) 进行对心碰撞,  $\alpha$  粒子能到达的最短距离为多少?

[解答]  $\alpha$  粒子在金原子核的电场中运动, 达到最短距离时, 动能全部转化为电势能。

$$\text{电势能 } E_U = k \frac{Ze}{\alpha} (2e) = k \frac{2Ze^2}{\alpha},$$

$$\text{动能 } E_K = \frac{1}{2} mv_0^2。$$

$$k \frac{2Ze^2}{\alpha} = \frac{1}{2} mv_0^2,$$

$$\alpha = \frac{k4Ze^2}{mv_0^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 79 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{4 \times 1.67 \times 10^{-27} \times (0.064 \times 3 \times 10^8)^2} \text{ 米} = 10^{-14} \text{ 米}。$$

这说明原子核大小的数量级在  $10^{-15}$  至  $10^{-14}$  米之间。

4636. 如果把原子核看成是一个均匀的球, 试求原子核的近似密度是多少?

[解答] 原子核的核子半径约为  $10^{-15}$  米, 所以每一个核子的平均密度为

$$D = \frac{m}{V} = \frac{\text{一个核子质量}}{\text{一个核子体积}} = \frac{m_H}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$= \frac{1.67 \times 10^{-27}}{\frac{4}{3}\pi \times (10^{-15})^3} \text{ 千克/米}^3 = 4 \times 10^{17} \text{ 千克/米}^3。$$

相当于每立方毫米物质的质量为四十万吨左右。

4637. 按照卢瑟福原子模型, 氢原子中电子绕原子核做匀速圆周运动的速度、频率和动能各是多大?

[解答] 设电子绕原子核运动的半径为  $r$ 。

$$m \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}, \quad v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} = e \sqrt{\frac{k}{mr}},$$

$$\text{频率} \quad \nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e \sqrt{\frac{k}{mr}}}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{mr^3}} = \frac{e}{2\pi mr^2} \sqrt{mrk}。$$

$$\text{动能} \quad E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k \frac{e^2}{r}。$$

4638. 按照玻尔理论, 计算氢原子在基态时电子的(1)轨道半径; (2)轨道动量矩; (3)运动的线速度和角速度以及绕核的旋转频率; (4)电子的动能、势能和总能量。已知  $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$  千克,  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  库,  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  焦·秒,  $k = 9 \times 10^9$  牛·米<sup>2</sup>/库<sup>2</sup>。

[解答] (1) 根据轨道半径公式  $r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k e^2 m}$ ,

因为  $n=1$

$$\text{所以 } r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2 m} = \frac{(6.63 \times 10^{-34})^2}{4 \times 3.14^2 \times 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \text{ 米} \\ = 5.32 \times 10^{-11} \text{ 米。}$$

(2) 根据动量矩公式  $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ ,

$$\text{因为 } n=1, \text{ 所以 } mv_1 r_1 = \frac{h}{2\pi} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14} \text{ 千克} \cdot \text{米}^2 / \text{秒} \\ = 1.06 \times 10^{-34} \text{ 千克} \cdot \text{米}^2 / \text{秒。}$$

(3) 根据线速度公式  $v_n = \frac{2\pi k e^2}{nh}$

因为  $n=1$ ,

$$\text{所以 } v_1 = \frac{2\pi k e^2}{h} = \frac{2 \times 3.14 \times 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{6.63 \times 10^{-34}} \text{ 米} / \text{秒} \\ = 2.18 \times 10^6 \text{ 米} / \text{秒。}$$

$$\text{又 } v = r\omega, \quad \omega_1 = \frac{v_1}{r_1} = \frac{2.18 \times 10^6}{5.31 \times 10^{-11}} \text{ 弧度} / \text{秒}$$

$$= 4.10 \times 10^{16} \text{ 弧度} / \text{秒。}$$

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4.10 \times 10^{16}}{2 \times 3.14} \text{ 赫} = 6.53 \times 10^{15} \text{ 赫。}$$

(4)电子的动能为

$$E_K = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{ke^2}{2r_1} = \frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{2 \times 5.32 \times 10^{-11}} \text{焦} = 2.17 \times 10^{-18} \text{焦};$$

电子的势能为

$$E_P = -\frac{ke^2}{r_1} = -2E_K = -4.34 \times 10^{-18} \text{焦};$$

电子的总能量为

$$E = E_K + E_P = [2.17 \times 10^{-18} + (-4.34 \times 10^{-18})] \text{焦} = -2.17 \times 10^{-18} \text{焦} = -13.6 \text{电子伏}.$$

4639. 在氢原子中, 电子以匀角速度 $\omega_0$ 绕核沿顺时针作圆周运动, 轨道半径为 $r_0$ , 当加上一个强度为 $B$ , 方向垂直于电子轨道平面的强磁场后, 引起电子角速度的改变, 而轨道半径 $r_0$ 保持不变, 如图所示, 试求, 电子的角速度改变了多少?

[解答] 加上外磁场后, 电子受到静电力和洛仑兹力的作用, 它们的方向相同, 两力之和作为向心力。

$$mr_0\omega^2 = k\frac{e^2}{r_0^2} + evB \quad (1)$$

未加外磁场时

$$mr_0\omega_0^2 = k\frac{e^2}{r_0^2} \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式:

$$mr_0\omega^2 - er_0B\omega - mr_0\omega_0^2 = 0,$$

$$\text{即} \quad \omega^2 - \frac{eB}{m}\omega - \omega_0^2 = 0, \quad \omega = \frac{1}{2} \left[ \frac{eB}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{eB}{m}\right)^2 + 4\omega_0^2} \right]$$

由于 $B$ 足够小, 即 $\left(\frac{eB}{m}\right)^2 \ll 4\omega_0^2$ ; 且 $\omega > \omega_0$ ,

所以 $\omega = \frac{1}{2} \left[ \frac{eB}{m} + 2\omega_0 \right]$ 。角速度的变化 $\omega - \omega_0 = \frac{eB}{2m}$ 。

4640. 氢原子核外电子最近轨道的半径为 $0.53 \times 10^{-10}$ 米, 试求电子在这轨道上的动能跟势能的和? 从计算结果得出什么结论?

[解答] 因为 $k\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ , 所以 $mv^2 = k\frac{e^2}{r}$ , 则动能 $E_K = \frac{1}{2} \left( k\frac{e^2}{r} \right)$ ,

而在半径 $r$ 处的电势由氢核产生, 所以 $U_r = k\frac{e}{r}$ 。

在 $r$ 处的电势能 $W = U_r q = k\frac{e}{r} \times (-e) = -k\frac{e^2}{r}$ , 因此电子在轨道上动

能和势能之和

$$\begin{aligned} E_0 &= E_K + W = \frac{1}{2} \left( k\frac{e^2}{r} \right) + \left( -k\frac{e^2}{r} \right) = -\frac{ke^2}{2r} \\ &= -\frac{9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{2 \times 0.53 \times 10^{-10}} \text{焦} = -\frac{9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}}{2 \times 0.53 \times 10^{-10}} \text{电子伏} \\ &= -13.58 \text{电子伏}。 \end{aligned}$$

从上述结果可知，原子能级的能量就是核外电子在该能级对应的轨道上运动的动能跟势能之和。由于我们在处理问题时把原子核看作静止不动的，所以核外电子的总能量就是氢原子的能量。

4641. 能量为 15 电子伏的光子，使处在基态氢原子中的电子电离，试问电子远离原子核后以什么速度运动？

[解答] 一个基态氢原子的电子被电离需要吸收 13.6 电子伏的能量，所以使电子远离原子核之后的能量

$$E = (15 - 13.6) \text{ 电子伏} = 1.4 \text{ 电子伏}。$$

$$\text{即} \quad \frac{1}{2}mv^2 = 1.4 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 焦}。$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.4 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{ 米 / 秒} = 7 \times 10^5 \text{ 米 / 秒}。$$

4642. 用能量为 4.88 电子伏的电子（在电场中被加速）轰击玻璃管中的水银蒸汽，设电子的全部动能都被汞原子吸收，试求水银蒸汽辐射的波长？

[解答] 汞原子的基态和第一激发态的能级差恰为 4.88 电子伏，因而处在基态的汞原子吸收能量跃迁到第一激发态，随后又跃迁到基态而辐射光子。

$$\text{所以} \quad E = \frac{hc}{\lambda}, \text{ 则 } \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.88 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ 米} \\ = 2.457 \times 10^{-7} \text{ 米}。$$

4643. 某金属受到  $\nu = 11.8 \times 10^{14}$  赫的紫光照射时，测得其反向电压为 2.96 伏。如果用氢光照射该金属，则在氢的发射光谱中哪些能级的跃迁可能使该金属释放电子？释放出光电子的最大速率是多大？

[分析] 只要氢原子的辐射跃迁所对应的能级差大于或等于该金属的逸出功，金属就会释放出光电子；对应的能级差较大，光电子的速度也越大。

$$\text{[解答] 光电效应方程 } h\nu = W + \frac{1}{2}mv^2 = W + eU,$$

$$\text{逸出功 } W = h\nu - eU = \left( \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 11.8 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} - 2.96 \right) \text{ 电子伏} \\ = 1.93 \text{ 电子伏},$$

$$\text{赖曼系各辐射跃迁的能级差为 } 13.6 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ 电子伏}。$$

激发光电子必须满足

$$13.6 \times \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ 电子伏} \geq 1.96 \text{ 电子伏},$$

从上式解出  $n \geq 3.04$ ，取  $n = 4$ 。即巴耳末系中  $n = 4$  的辐射跃迁能使该金属释放光电子。

其它线系的辐射跃迁的最大能级差都小于逸出功（1.93 电子伏），它们都不能使该金属释放光电子。

辐射跃迁对应的最大能级差为

$$13.6 \times \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{电子伏} = 13.6 \text{电子伏} \quad (\text{取 } n \rightarrow \infty),$$

$$13.6 \text{电子伏} = W + \frac{1}{2}mv^2.$$

所以，最大速度

$$v = \sqrt{\frac{2 \times (13.6 - 1.93) \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \text{米/秒} = 2.0 \times 10^6 \text{米/秒}.$$

4644. 已知氢原子的能级示意图如图所示，如果当核外电子处于  $n=3$  激发态时，试问：

(1) 在能级跃迁时，它可能放出哪几种能量的光子？各属什么类的光？

(2) 用它从  $n=3$  的激发态跃迁到  $n=1$  的基态时，用辐射的光，去照射同功为 2 电子伏的金属，则释放出的光电子最大初动能为多少电子伏？合多少焦？

[解答] (1)  $E_3 - E_2 = h\nu = (-1.5 + 3.4) \text{电子伏} = 1.9 \text{电子伏}$ ,

即  $\frac{hc}{\lambda_{32}} = 1.9 \text{电子伏}$ ，其中  $hc = 1.24 \times 10^{-6} \text{电子伏} \cdot \text{米}$ 。

所以  $\lambda_{32} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{1.9} \text{米} = 6.5263 \times 10^{-7} \text{米}$  (可见光)。

$$E_3 - E_1 = (-1.5 + 13.6) \text{电子伏} = 12.1 \text{电子伏},$$

$$\lambda_{31} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{12.1} \text{米} = 1.0248 \times 10^{-7} \text{米}$$
 (紫外线)。

$$E_2 - E_1 = (-3.4 + 13.6) \text{电子伏} = 10.2 \text{电子伏},$$

$$\lambda_{21} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{10.2} \text{米} = 1.2157 \times 10^{-7} \text{米}$$
 (紫外线)。

(2) 因为  $E_2 - E_1 = h\nu = W + \frac{1}{2}mv^2$ ,

$$\begin{aligned} \text{所以} \quad \frac{1}{2}mv^2 &= (E_2 - E_1) - W \\ &= (12.1 - 2) \text{电子伏} \\ &= 10.1 \text{电子伏} \\ &= 1.62 \times 10^{-18} \text{焦}. \end{aligned}$$

4645. 频率为  $7.5 \times 10^{14}$  赫的紫光与频率为  $4 \times 10^{14}$  赫的红光，它们每个光子的能量差是多少？

[解答]  $E = E_{\text{紫}} - E_{\text{红}} = h(\nu_{\text{紫}} - \nu_{\text{红}}) = 6.63 \times 10^{-34} \times (7.5 - 4) \times 10^{14} \text{焦}$   
 $= 2.32 \times 10^{-19} \text{焦}$ 。

4646. 利用里德伯恒量 ( $R = 1.096776 \times 10^7 \text{米}^{-1}$ ) 求巴尔末线系中第四条谱线和帕邢线系第一条谱线的波长和每个光子所具有的能量。

[解答] 因为  $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{K^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 。当  $K = 2$  为巴尔末系，第四条谱

线即  $n=6$  跃迁到  $K=2$ 。

$$\begin{aligned} \text{所以} \quad \frac{1}{\lambda_4} &= R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = 1.096776 \times 10^7 \times \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \text{米}^{-1} \\ &= 0.2437 \times 10^7 \text{米}^{-1}. \end{aligned}$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{0.2437 \times 10^5} \text{米} = 4.103 \times 10^{-7} \text{米}。$$

当  $K=3$  为帕邢系，所以帕邢系第一条谱线  $n=4$  跃迁到  $K=3$ ，则

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1.096776 \times 10^7 \times \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \text{米}^{-1}$$

$$= 5.33 \times 10^5 \text{米}^{-1}，$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{5.33 \times 10^5} \text{米} = 1.876 \times 10^{-6} \text{米}。$$

它们所对应的能量，

巴尔末系  $E = \frac{hc}{\lambda_4} = \frac{12400}{4103} \text{电子伏} = 4.83 \times 10^{-19} \text{焦}；$

帕邢系  $E = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{12400}{18760} \text{电子伏} = 1.06 \times 10^{-19} \text{焦}。$

4647. 以能量为 12.09 电子伏的粒子来激发处于基态能级的氢原子，试确定此时处于激发态电子轨道半径和基态电子轨道半径的比。

[解答]  $h\nu = hcR \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 13.6 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{电子伏} = 12.09 \text{电子伏}，$

$$\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} = 12.09 \times \frac{1}{13.6} = 0.89， 1 - 0.89 = \frac{1}{n^2} = 0.11，$$

$$n^2 = \frac{1}{0.11} = 9.09， n = 3.015。$$

激发态为  $n=3$ ，因为  $r_n = n^2 r_1$ ，所以  $\frac{r_n}{r_1} = n^2 = 9。$

4648. 用能量为 12.5 电子伏的电子去激发基态氢原子，问受激发的氢原子向低能级跃迁时，会出现哪些波长的光谱线？（已知氢原子基态能量为 -13.6 电子伏）

[解答]  $E = E_n - E_1 = \left[ \left( -\frac{13.6}{n^2} \right) - (-13.6) \right] \text{电子伏}$

$$= 13.6 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \text{电子伏} = 12.5 \text{电子伏}，$$

$$1 - \frac{1}{n^2} = \frac{12.5}{13.6} = 0.919， \quad \frac{1}{n^2} = 1 - 0.919 = 0.081，$$

$$n^2 = \frac{1}{8.1 \times 10^{-2}} = \frac{100}{8.1}， n = \frac{10}{2.85} \quad 3.5。$$

只能取  $n=3$ 。因此氢原子吸收电子的能量可被激发的最高能级为  $n=3$ 。

受激氢原子处在  $n=3$ ，向低能级跃迁时可辐射两条为赖曼系的波长，一条为巴尔末系的波长。共计 3 条。（ $E_1 = -13.6$  电子伏， $E_2 = -3.4$  电子伏， $E_3 = -1.51$  电子伏）

$$\lambda_{31} = \frac{hc}{E_3 - E_1} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{12.09} \text{米} = 1.025 \times 10^{-7} \text{米}，$$

$$\lambda_{21} = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{10.2} \text{米} = 1.215 \times 10^{-7} \text{米}，$$

$$\lambda_{32} = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{1.24 \times 10^{-6}}{1.89} \text{米} = 6.56 \times 10^{-7} \text{米}。$$

4649. 氢的赖曼系的最长波长是  $1.215 \times 10^{-7}$  米, 里德伯常数是多少?

[解答] 因为  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{K^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ,

所以赖曼系  $K = 1$ , 由于最长波长所以  $n = 2$ 。那么,  $\frac{1}{\lambda}$

$$= R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{3}{4} R;$$

$$\text{则 } R = \frac{4}{3\lambda} = \frac{4}{3 \times 1215 \times 10^{-10}} \text{ 米}^{-1} = 1.097 \times 10^{17} \text{ 米}^{-1}.$$

4650. 假设在宇宙间有一个恒星的密度等于质子的密度。如果不从相对论考虑, 并设它表面的“第一宇宙速度”达到光速, 试估算它的半径是多少? 它表面上的“重力加速度”等于多少? (质子的密度  $= 4 \times 10^{17}$  千克/米<sup>3</sup>)

[解答] 设第一宇宙速度为  $v$ ,

根据  $m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2}$ , 得  $v^2 = \frac{GM}{r}$ 。而  $M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ ,

所以  $v^2 = \frac{G \frac{4}{3} \pi r^3 \rho}{r} = \frac{4}{3} \pi r^2 \rho G$ ; 如果  $v = c$ ,

$$\text{则 } v = 2r \sqrt{\rho G}.$$

所以  $r = \frac{v}{2\sqrt{\rho G}} = \frac{3 \times 10^8}{2\sqrt{4 \times 10^{17} \times 6.67 \times 10^{-11}}} \text{ 米} \approx 3 \times 10^4 \text{ 米}.$

而  $g = \frac{GM}{r^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi r^2 \rho}{r^2} = 4rG\rho$   
 $= 4 \times 3 \times 10^4 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{17} \text{ 米/秒}^2$   
 $3 \times 10^{12} \text{ 米/秒}^2.$

### 说理和论证题

4651. 氢原子的状态能量为什么是负值? 负值的物理意义是什么?

[解答] 当电子处在核的引力场中时, 选择电子离原子核无限远处的势能为零, 就能导致电子的总能量为负值。总能量为负值仅表示电子处在这些状态中的能量都是小于它脱离原子而静止于无限远处时的能量。

4652. 为什么说氢原子的能级随着状态能量的增加越来越密?

[解答] 因为氢原子的状态能量为

$$E_n = -\frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2},$$

其中  $k, e, m, h$  等均为常数。显然, 随着量子数  $n$  增大, 状态能量增加。相邻两能级的间距

$$E_{n+1} - E_n = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right]$$

$$= \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \left[ \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right] = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \left[ \frac{2 + \frac{1}{n}}{n(n+1)^2} \right].$$

这个间距随着量子数  $n$  的增大而减小的。所以说氢原子的能级随状态能量的增加越来越密。

4653. 有人说：“原子辐射跃迁所相应的两个状态能量相差越大，其相应的辐射波长越短”，这种说法对不对？为什么？

[解答] 这种说法是对的。

原子从一个状态跃迁到另一个状态，所辐射的能量  $h\nu$  等于相应的两个状态的能量差  $E_n - E_m$ ，两个状态的能量差越大，所辐射的能量也就越

大。根据  $h\nu = E_n - E_m$ ，且  $c = \lambda\nu$ ，所以  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_n - E_m}$ 。这说明了跃迁所相应的状态能量差越大，其相应的辐射波长越短。

4654. 假定氢原子的电子沿圆形轨道绕核运动时，受到的向心力就是库仑力，结合玻尔理论的假设，可以求出电子轨道的半径和电子运动的速度，试证明：

$$r_n = \frac{n^2 / h^2}{4\pi^2 k e^2 m} ; v_n = \frac{2\pi k e^2}{nh}.$$

[证明] 由于电子作圆周运动所需的向心力是由库仑力提供的，所以有

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2},$$

$$mv_n^2 = k \frac{e^2}{r_n} \quad (1)$$

根据玻尔理论

$$mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi} \quad (2)$$

由(1)、(2)式解之可得

$$v_n = \frac{2\pi k e^2}{nh} ;$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k e^2 m}.$$

4655. 图中，被激发的氢原子跃迁到较低能态时，可能发出波长分别为  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  的辐射，试问  $\lambda_3$  是否等于  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  之和？

[解答]  $\lambda_3$  并不等于  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  之和。

设三个能级的能量分别为  $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$ ，则： $h\nu_1 = E_3 - E_2$ ， $h\nu_2 = E_3 - E_1$ ， $h\nu_3 = E_2 - E_1$ ，所以  $h\nu_3 = h\nu_1 + h\nu_2$ ；而  $v = \frac{c}{\lambda}$ ，故  $\frac{hc}{\lambda_3} = \frac{hc}{\lambda_1} + \frac{hc}{\lambda_2}$ ，

$$\frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}, \text{ 显然 } \lambda_3 < \lambda_1 + \lambda_2.$$

4656. 氢原子的能级图主要是根据什么概括出来的？氢原子光谱的共同特征

是什么？

[解答] 从光谱的大量实验资料中，总结出—条广义巴尔末实验公式

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{K^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

其中

$$K=1, 2, 3, \dots,$$

$$n=K+1, K+2, \dots,$$

$$R=1.096776 \times 10^7 \text{ 米}^{-1} \text{ (为里德伯恒量)}。$$

氢原子光谱规律反映了原子光谱的共同特征

(1)原子光谱由彼此分立的、有确定波长的光谱线所组成。

(2)谱线的波长之间有联系。它们分成若干个谱线系，同一谱线系有相同的波长公式。

(3)每条谱线波长的倒数可表达为两光谱项之差，对于不同的原子，光谱项形式不同。

4657. 怎样应用玻尔理论解释原子吸收光谱的规律？

[解答] 从玻尔理论知道，原子只能处于一系列不连续的能量状态中，每一状态均对应—定的能量。其次，原子从—种状态跃迁到另—状态可以辐射或也可以吸收—定频率的光子 ( $E_{末} - E_{初} = h\nu$ )，正由于以上原因，所以原子吸收光谱只能满足  $E = h\nu$  规律，而不能是任意的。

4658. 用玻尔理论解释为什么同一元素的明线光谱中明线位置跟它的吸收光谱中暗线位置是相重合的？

[解答] 从玻尔理论知道  $h\nu = E_n - E_m$ 。因而原子从某  $n$  定态跃迁到某  $m$  定态时所辐射的能量和从  $m$  态跃迁到  $n$  态时所吸收的能量是相同的，因而它所对应辐射或吸收的光子频率是相同的。辐射跃迁放出能量，是明线；吸收跃迁吸收能量，是暗线。所以同一元素的明线光谱中谱线位置和它的吸收光谱中谱线的位置是相重合的。

4659. 月亮的光通过分光镜所得到的光谱是什么光谱？

[解答] 月球本身不是发光体而仅反射太阳光，所以在地球上用分光镜观察月光所得的光谱仍是太阳光谱。

4660. 哪些光谱可以做标识谱线？

[解答] 标识光谱或标志谱线由明线光谱或吸收光谱所组成。因为每个原子都具有自己的特征谱线，所以它能根据各不同元素自身的光谱来鉴别物质和确定它的化学组成。因而成为标识光谱。

4661. 哪些光谱可以做标识谱线？

[解答] 标识光谱或标志谱线由明线光谱或吸收光谱所组成。因为每个原子都具有自己的特征谱线，所以它能根据各不同元素自身的光谱来鉴别物质和确定它的化学组成。因而成为标识光谱。

4661. 在理论上氢原子的发射光谱中有多少线系？在所有这些线系中，有多少谱线是在可见光区域内？

[解答] 氢原子光谱的普遍规律为  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{K^2} - \frac{1}{n^2} \right)$  其中  $K = 1, 2,$

$3, 4, \dots; n = K+1, K+2, \dots$ 。因而可以有无限多个线系。

$K=2; n=3, 4, \dots$  的线系称为巴尔末线系，只有巴耳末系中的四条谱线为可见光，即  $n=3$  跃迁到  $K=2$  ( $H_\alpha$ )； $n=4$  跃迁到  $K=2$  ( $H_\beta$ )； $n=5$  跃迁到  $K=2$  ( $H_\gamma$ )； $n=6$  跃迁到  $K=2$  ( $H_\delta$ )。

## 原子核

### 填充题

4662. 从下列括号中选择适当的数值或名词填入空格内。

原子核是由质子和中子组成的。其中质子数等于原子序数  $Z$ ，质子数和中子数相加所得到的数  $M$  叫做质量数。氦 (He) 的  $Z=2$ ， $M$  最大=4。通常把质子数相等而质量数不同的原子核叫做同位素。

(质量数；质子数；质子；中子；2；4；原子量。)

4663. 能量都为 1 电子伏的电子和  $\alpha$  粒子，它们的速度分别为  $v_e=5.9 \times 10^5$  米/秒； $v_\alpha=6.9 \times 10^3$  米/秒。

4664. 带电粒子通过  $1 \times 10^3$  伏的电势差，得到  $8 \times 10^3$  电子伏的能。那么，这个粒子所含有的基本电荷数为 8 个。

4665. 德国科学家德布罗意设想：由于光不仅具有波动性，还具有粒子的性质，即光具有两重性。既然如此，那么作为粒子的电子是否也具有波的性质呢？而且对于光子来说，在动量  $P$  和波长  $\lambda$  之间有一个通

过普朗克 (h) 常数连系起来的关系，其关系式为  $P = \frac{h}{\lambda}$ 。与此相同，

对于电子来说，假设它的质量为  $m$ ，速度为  $v$ 。那么它将具有波长为

$\lambda = \frac{h}{mv}$  的关系式。后来通过实验，获得了电子的衍射图像，从而证

明了电子确实具有波动性。

4666. 试回答下列各粒子相应的德布罗意波长各为多少？

(a) 以 2200 米/秒的速度运动的质子  $\lambda_H = 1.80 \times 10^{-10}$  米。

(b) 具有 10 电子伏动能的电子  $\lambda_e = 3.89 \times 10^{-10}$  米。

(c) 室温 ( $T=290$  开) 作热运动的中子  $\lambda_n = 1.48 \times 10^{-10}$  米。

[提示] (a)  $\lambda_H = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1.67 \times 10^{-27} \times 2200}$  米  $= 1.80 \times 10^{-10}$ 。

(b) 因为  $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ ，所以  $p = \sqrt{2mE_K}$ ， $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}}$ 。

$$E_K = 10 \text{ 电子伏} = 10 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 焦，}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}}} \text{ 米}$$

$$= 3.89 \times 10^{-10} \text{ 米。}$$

(c) 因为  $E_K = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 290$  焦  
 $= 6.003 \times 10^{-21}$  焦 ( $K = 1.38 \times 10^{-23}$  焦/开)；

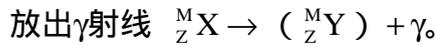
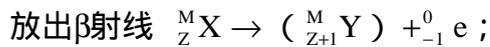
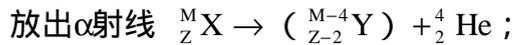
$$\text{所以 } \lambda_n = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 6.003 \times 10^{-21}}} \text{ 米}$$

$$= 1.48 \times 10^{-10} \text{ 米。}$$

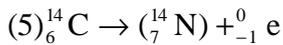
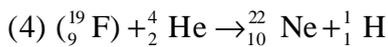
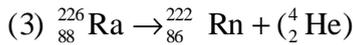
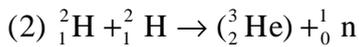
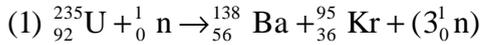
4667. Th(钍)232 经过 68 次  $\alpha$  衰变和四次  $\beta$  衰变后变成了一种稳定元素。该元

素是 Pb(铅)，它对应的原子量是 208，它的原子序数是 82。

4668. 放射性物质放出某种射线后，原子核电荷数  $Z$ 、质量数  $M$  的变化规律是



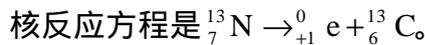
4669. 填写下列核反应方程式。



4670. 用  $\alpha$  粒子轰击氮 14，结果发现了质子。图中示意了云室实验的照片，b 是发生核反应前  $\alpha$  粒子的径迹；c 是质子的径迹；a 是新核的径迹。发生的核反应方程是  ${}_7^{14} \text{N} + {}_2^4 \text{He} \rightarrow {}_8^{17} \text{O} + {}_1^1 \text{H}$ 。

4671. 用  $\alpha$  粒子轰击氩 40 时，产生一个中子和一个新的核。这新的核是 钙 (Ca)，核反应方程是  ${}_2^4 \text{He} + {}_{18}^{40} \text{Ar} \rightarrow {}_0^1 n + {}_{20}^{43} \text{Ca}$ 。

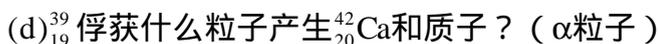
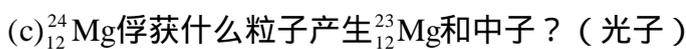
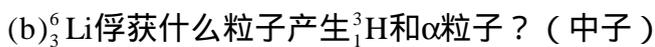
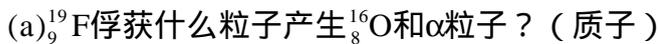
用  $\alpha$  粒子轰击硼 10，产生一个中子和一个具有放射性的核，这新的核是 氮 (N)。这个核能放出正电子，它衰变后变成的新核为 碳 (C)。



用中子轰击氮 14，产生碳 14，碳 14 具有  $\beta$  放射性，它放出一个  $\beta$  粒子后衰变成 氮 (N)。核反应方程是  ${}_0^1 n + {}_7^{14} \text{N} \rightarrow {}_6^{14} \text{C} + {}_1^1 \text{H}$ ， ${}_6^{14} \text{C} \rightarrow {}_{-1}^0 e + {}_7^{14} \text{N}$ 。

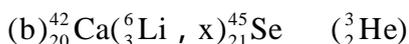
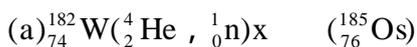
用中子轰击铝 27，产生钠 24，核反应方程是  ${}_0^1 n + {}_{13}^{27} \text{Al} \rightarrow {}_{11}^{24} \text{Na} + {}_2^4 \text{He}$ 。钠 24 进一步衰变成镁 24，核反应方程是  ${}_{11}^{24} \text{Na} \rightarrow {}_{12}^{24} \text{Mg} + {}_{-1}^0 e$ 。

4672. 从题末括号中正确选择粒子，回答所问。

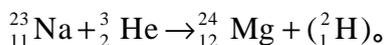
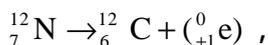
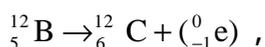


( $\alpha$  粒子、中子、质子、光子)

4673. 判定核反应中的未知粒子  $x$ 。



4674. 填写下列括号



4675. 硼核( ${}_{5}^{11}\text{B}$ )在俘获一个质子以后衰变生成3个相同的新原子核, 则新生的原子核是 $\alpha$ 粒子, 其核反应方程式为  ${}_{5}^{11}\text{B} + {}_{1}^1\text{H} \rightarrow 3{}_{2}^4\text{He}$ .

4676.  ${}_{92}^{238}\text{U}$ 衰变成 ${}_{90}^{234}\text{Th}$ 时释放出 $\alpha$ 粒子, 核反应方程是  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_{2}^4\text{He}$ ;  ${}_{90}^{234}\text{Th}$ 衰变成 ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ 时释放出 $\beta$ 粒子, 核反应方程是  ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + {}_{-1}^0\text{e}$ . 如果衰变时产生的新核处于激发态, 将会辐射出 $\gamma$ 光子.

4677. 镭(Ra)的半衰期为1600年, 1克镭400年后将是0.84克.

4678. 放射性同位素锶(Sr)的半衰期为20年, 试计算经过10年后剩下的锶原子核数目占起始数的70.7%, 如果经过100年后剩下的锶原子核数目占起始数的3.13%.

4679.  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ 经3次 $\alpha$ 衰变变成Ra(B). Ra(B)经2次 $\beta$ 衰变变成Ra(C), Ra(C)经 $\alpha$ 衰变变成Ra(D), 则Ra(C), Ra(D)的原子序数和质量数为  ${}_{84}^{214}\text{Ra(C)}$ ,  ${}_{82}^{210}\text{Ra(D)}$ . 如果Ra226的半衰期是1600年, 则1克Ra226变成1/8克需要经过4800年.

4680. 有半衰期为3.8天的氡元素64克, 先后放在实验室的开口容器中、压强为 $10^7$ 帕的密闭容器中、100 的沸水中, 最后在沸水中与另一元素化合, 每段过程的时间顺次为3.8天, 3.8天, 7.6天, 7.6天, 那么每经过一过程后氡的质量依次为32克, 16克, 4克, 1克.

4681. 下列几种元素的同位素 ${}_{6}^{12}\text{C}$ ,  ${}_{6}^{13}\text{C}$ ,  ${}_{6}^{14}\text{C}$ ,  ${}_{7}^{12}\text{C}$ ,  ${}_{7}^{13}\text{C}$ ,  ${}_{7}^{14}\text{C}$ ,  ${}_{7}^{15}\text{C}$ ,  ${}_{8}^{16}\text{O}$ ,  ${}_{8}^{17}\text{O}$ 中, 包含相同质子数的核是  $({}_{6}^{12}\text{C}, {}_{6}^{13}\text{C}, {}_{6}^{14}\text{C})$  ( ${}_{7}^{12}\text{N}, {}_{7}^{13}\text{N}, {}_{7}^{14}\text{N}, {}_{7}^{15}\text{N}$ ) ( ${}_{8}^{16}\text{O}, {}_{8}^{17}\text{O}$ ); 包含相同中子数的核是  $({}_{6}^{12}\text{C}, {}_{7}^{12}\text{N})$  ( ${}_{6}^{13}\text{C}, {}_{7}^{14}\text{N}$ ) ( ${}_{6}^{14}\text{C}, {}_{7}^{15}\text{N}, {}_{8}^{16}\text{O}$ ); 包含相同核子数的核是  $({}_{6}^{12}\text{C}, {}_{7}^{12}\text{N})$  ( ${}_{6}^{13}\text{C}, {}_{7}^{13}\text{N}$ ) ( ${}_{6}^{14}\text{C}, {}_{7}^{14}\text{N}$ ); 这些同位素中核外电子数相等的核是  $({}_{6}^{12}\text{C}, {}_{6}^{13}\text{C}, {}_{6}^{14}\text{C})$  ( ${}_{7}^{12}\text{N}, {}_{7}^{13}\text{N}, {}_{7}^{14}\text{N}, {}_{7}^{15}\text{N}$ ) ( ${}_{8}^{16}\text{O}, {}_{8}^{17}\text{O}$ ).

4682. 原子核的反应方程: (1)  ${}_{53}^{124}\text{I} + {}_{0}^1\text{n} \rightarrow {}_{53}^{125}\text{I}$ , (2)  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_{2}^4\text{He}$ , (3)  ${}_{82}^{214}\text{Pb} \rightarrow {}_{83}^{214}\text{Bi} + {}_{-1}^0\text{e}$ , (4)  ${}_{4}^9\text{Be} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + {}_{0}^1\text{n}$ . 上面方程属于衰变的是(2)、(3), 属于人工核转变的是(1)、(4), 生成原来同位素的是(1), 放出 $\beta$ 粒子的方程是(3).

4683. 从题末括号中把你认为最恰当的名词选出来填到下文的空格里,

组成原子核的核子是靠比电力的作用力更强的核力互相吸引的, 所以尽管拥有相互排斥的质子, 还是能牢固地结合在一起. 因此要把原子核粉碎, 就必须克服这种核力做功. 核子结合成原子核时放出的能量或原子核分解为核子时吸收的能量, 叫做原子核的结合能.

(电力;核力;质子;结合能;中子;核子;斥力;原子能。)

4684. 一个原子核由  $a$  个质子和  $b$  个中子组成。已知每个自由质子的质量为  $m_p$ , 每个自由中子的质量  $m_n$ , 该原子核的质量为  $m$ , 则该原子核的质量亏损为  $am_p + bm_n - m$ ; 该原子的平均结合能为

$$\frac{(am_p + bm_n - m)c^2}{a + b}。$$

4685. 氦核的平均结合能为 1.1 兆电子伏, 氢核的平均结合能为 7.1 兆电子伏。当两个氦核结合成一个氦核时, 能够放出的能量为 24 兆电子伏。结合过程中的质量亏损为  $4.27 \times 10^{-29}$  千克。

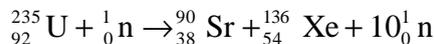
4686. 一个质子击中一个硼核  ${}_{5}^{11}\text{B}$ , 产生一个  $\alpha$  粒子和一个新核, 发生核反应的方程为  ${}_{5}^{11}\text{B} + {}_{1}^{1}\text{H} \rightarrow {}_{4}^{8}\text{Be} + {}_{2}^{4}\text{He}$ 。反应过程中质量亏损是  $1.51 \times 10^{-30}$  千克。那么, 释放的原子核能是  $8.5 \times 10^5$  电子伏。

4687. 一个  $\alpha$  粒子击中一个硼核 ( ${}_{5}^{11}\text{B}$ ) 发生核反应时, 放出一个质子和 0.75 兆电子伏的能量。则反应过程中质量亏损是  $1.3 \times 10^{-27}$  克。

4688. 在原子核物理中, 把电子所带电量取作电荷单位; 把核子的质量(质子)取作质量单位。根据爱因斯坦质能方程  $E = mc^2$ , 可以算出, 1 原子质量单位  $u$  相当于  $931 \times 10^6$  电子伏能量。如果氦原子核质量为 2.01355 $u$ , 氢原子核质量为 4.00151 $u$ , 那么两个氦核结合为一个氦核可以释放的能量为 23.8 兆电子伏。

4689. 原子核反应方程:  ${}_{5}^{11}\text{B} + {}_{1}^{1}\text{H} \rightarrow {}_{4}^{8}\text{Be} + {}_{2}^{4}\text{He}$ , 该核反应释放量  $1.36 \times 10^{-12}$  焦, 那么反应后物质的质量亏损是  $1.51 \times 10^{-29}$  千克。

4690. 平衡下列核反应方程:



在核反应堆中, 石墨起使快中子减速的作用; 镉棒起吸收中子, 以控制链式反应速度的作用。

4691. 一个  ${}_{92}^{235}\text{U}$  核裂变平均产生约 200 兆电子伏能量, 一个  ${}_{1}^{2}\text{H}$  核和一个  ${}_{1}^{3}\text{H}$  核聚变产生约 17.6 兆电子伏能量。问一千克铀 235 完全裂变跟一千克氘和氚完全聚变时释放的能量的比为 1 4.14。

$$[\text{提示}] \quad E_{\text{裂}} = 200 \times 6.02 \times 10^{23} \times \frac{10^3}{235} \text{兆电子伏}$$

$$= 5.12 \times 10^{26} \text{兆电子伏};$$

$$E_{\text{聚}} = 17.6 \times 6.02 \times 10^{23} \times \frac{10^3}{2+3} \text{兆电子伏}$$

$$= 2.12 \times 10^{27} \text{兆电子伏}。$$

$$\text{所以} \quad \frac{E_{\text{裂}}}{E_{\text{聚}}} = \frac{5.12 \times 10^{26}}{2.12 \times 10^{27}} = \frac{1}{4.14}。$$

4692. 如果两个电子的质量全部转化为两个光子的能量, 则这两个光子的总能量为  $1.02 \times 10^6$  电子伏。

4693. 镭核 ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ 开始处于静止状态, 后来以速度 $v$ 放出一个 $\alpha$ 粒子而衰变成氡核 $\text{Rn}$ 。那么, 氡核的速度为 $-\frac{2}{111}v$ 。

氮核 ${}^{14}\text{N}$ 开始处于静止状态, 当它俘获一个速度为 $v$ 的中子后变成一个不稳定核, 这个不稳定核的速度为 $\frac{1}{15}v$ 。

4694. 从静止的放射性元素钋( ${}_{84}^{210}\text{Po}$ )中所放出的 $\alpha$ 粒子速度为 $1.6 \times 10^7$ 米/秒, 则反冲核的速度为 $-3.1 \times 10^5$ 米/秒。

4695. 静止的氡核( ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ ), 自发衰变为钋( ${}_{84}^{218}\text{Po}$ )核, 并放出一个带正电的粒子。测得钋核的动量为 $p$ , 则粒子的动量为 $-p$ , 这个粒子是氦( ${}^4_2\text{He}$ )的原子核。

4696. 从下列实验中选取相应的实验名称序号填入下面空格中。(1)扬氏双缝实验;(2)罗兰实验;(3)库仑扭秤实验;(4)光电效应实验;(5)光的色散实验;(6) $\alpha$ 粒子轰击氮原子核实验;(7) $\alpha$ 粒子散射实验;(8)卡文迪许扭秤实验;(9)所提供的实验都不是。

有力地支持光的波动说的实验是(1);

有力地支持光的粒子说的实验是(4);

揭示原子核式结构的是(7);

证实质子是原子核组成部分的是(6);

证实中子是原子核组成部分的是(9)。

#### 选择题

4697. 一个原子序数是 $Z$ , 质量数是 $M$ 的原子核, 是

- (a)由 $Z$ 个质子,  $M$ 个中子组成;
- (b)由 $Z$ 个中子,  $M$ 个质子组成;
- (c)由 $Z$ 个质子,  $M-Z$ 个中子组成;
- (d)由 $M$ 个核子组成;
- (e)由 $Z$ 个核子,  $M-Z$ 个中子;  $M+Z$ 个质子组成。

答(c)、(d)

4698. 原子核内的核子间存在着哪几种力?

- (a)库仑引力; (b)库仑斥力;
- (c)万有引力; (d)磁场力;
- (e)核力。

答(b)、(c)、(e)

4699. 关于 $\beta$ 衰变中的 $\beta$ 粒子, 下列说法中哪些是正确的?

- (a)它们来自于原子核的内部;
- (b)它们具有跟阴极射线一样的性质;
- (c)它们通过空气时能引起空气电离;
- (d)它们能穿过厚纸板。

答(a)、(b)、(c)

4700. 放射性元素衰变时, 放出 $\gamma$ 光子, 是在

- (a)核外电子从外层轨道跃迁到内层轨道时放出的;
- (b)核外电子以内层轨道跃迁到外层轨道时放出的;

- (c)原子内层电子受激辐射时放出的；  
(d)以上三种说法都不对。

答(d)

4701. 如果一个原子只是发射 $\gamma$ 射线，则此原子发生变化的是

- (a)化学性质； (b)原子质量；  
(c)原子序数； (d)原子能量。

答(d)

4702. 回旋加速器不能加速的是哪种粒子？

- (a)质子； (b)中子； (c) $\alpha$ 粒子；  
(d) $\beta$ 粒子； (e) $\gamma$ 粒子。

答(b)、(e)

4703. 一个 ${}_{15}^{30}\text{P}$ 的核中会自发地放射出一个正电子，则新生成的原子核的质子数和中子数分别是

- (a)15, 15； (b)14, 15；  
(c)14, 16； (d)16, 14。

答(c)

4704. 放射性元素经过一次 $\alpha$ 衰变后生成的新元素将

- (a)在元素周期表中的位置向前移两位；  
(b)在元素周期表中的位置向后移两位；  
(c)质量数减小四个单位；  
(d)质量数增加四个单位。

答(a)、(c)

4705. 各种放射性元素发射出的射线共有3种， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 。那么穿透能力最强和气体电离本领最大的射线，下列哪个答案正确？

- (a) $\alpha$ 射线， $\beta$ 射线； (b) $\beta$ 射线， $\gamma$ 射线；  
(c) $\alpha$ 射线， $\gamma$ 射线； (d) $\beta$ 射线， $\alpha$ 射线；  
(e) $\gamma$ 射线， $\beta$ 射线； (f) $\gamma$ 射线， $\alpha$ 射线。

答(f)

4706. 某原子核经两次 $\beta$ 衰变，一次 $\alpha$ 衰变形成一个新核，则

- (a)新核的核电荷数和原核相等；  
(b)新核的质量数和原核相等；  
(c)新核的中子数比原核少4个；  
(d)新核的质子数比原核少2个；  
(e)新核的核电荷数和原核不同。

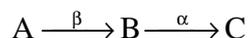
答(a)、(c)

4707. 一个原子核经历了两次 $\alpha$ 衰变，六次 $\beta$ 衰变，它的质子数和中子数变化情况分别是

- (a)减少4，减少4； (b)增加2，减少10；  
(c)减少10，增加2； (d)减少4，增加2；  
(e)减少4，减少10。

答(b)

4708. 某原子核A的衰变过程如下(符号 $\beta$ 表示放射一个 $\beta$ 粒子， $\alpha$ 表示放射一个 $\alpha$ 粒子)



- (a)核 A 的中子数减核 C 的中子数等于 3；  
 (b)核 A 的质量数减核 C 的质量数等于 5；  
 (c)原子核为 A 的中性原子中的电子数，比原子核为 B 的中性原子中的电子数多 1；  
 (d)核 C 的质子数比核 A 的质子数少 1。

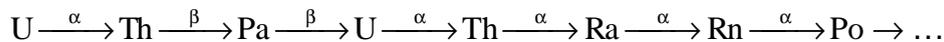
答(a)、(d)

4709.  ${}_{92}^{238}\text{U}$  衰变为  ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ ，要经过的  $\alpha$  衰变和  $\beta$  衰变分别为

- (a)三次，四次； (b)四次，二次；  
 (c)二次，二次； (d)四次，四次。

答(b)

4710. 如下所示原子序数为 92 的铀放出一系列射线（示于箭头上方）衰变为钍(Th)、镤(Pa)、镭(Ra)、氡(Rn)、钋(Po)...



因此 Th, Pa, Ra, Rn, Po 的原子序数分别为

- (a)90, 91, 88, 86, 84； (b)90, 89, 88, 86, 84；  
 (c)88, 89, 84, 80, 76； (d)92, 90, 88, 86, 84；

答(a)

4711. 图中，反映了放射系以  ${}_{92}^{238}\text{U}$  为母核的递次衰变情况。

(1)下列哪次衰变会放出一个  $\beta$  粒子？

- (a)Bi 到 Po； (b)Po 到 Pb；  
 (c)Rn 到 Po； (d)U 到 Th。

答(a)

(2)下列哪一对同位素可在铀衰变系中发现？

- (a)  ${}_{90}^{234}\text{Th}$  和  ${}_{90}^{235}\text{Th}$ ； (b)  ${}_{84}^{214}\text{Po}$  和  ${}_{84}^{218}\text{Po}$ ；  
 (c)  ${}_{82}^{214}\text{Pb}$  和  ${}_{82}^{218}\text{Pb}$ ； (d)  ${}_{88}^{228}\text{Ra}$  和  ${}_{88}^{235}\text{Ra}$ 。

答(b)

(3)当  ${}_{92}^{238}\text{U}$  衰变成  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ ，所发射的  $\beta$  粒子数共有：

- (a)10； (b)8；  
 (c)6； (d)4。

答(c)

4712. 对于放射性物质，下列哪种说法是正确的？

- (a)核反应方程的反应时间等于半衰期；  
 (b)半衰期不因外界环境条件而变化，当它和别的原子组成化合物时，放射性依然存在，半衰期依然不变；  
 (c)在威耳逊云室里可以直接看到放射性物质发出的各种射线；  
 (d)一般核放出的粒子数大于核衰变数（粒子数不一定等于核衰变数）。

答(b)、(d)

4713. 某放射性元素在 9 天内衰变了 3/4，其半衰期是多少天？

- (a)6 天； (b)4.5 天；  
 (c)3 天； (d)1.5 天。

答(b)

4714. 某矿石中含有 A、B 两种放射性元素，已知 A 元素的半衰期为 10 天，B 元素的半衰期为 30 天。经过 60 天，矿石中两种放射性元素的质量恰好相等。矿石

中 A、B 两种元素原来的质量  $m_{A0}$  和  $m_{B0}$  的比为

- (a) 3 : 1 ; (b) 4 : 1 ;  
(c) 8 : 1 ; (d) 16 : 1。

答(d)

4715 . 放射性元素 A 的半衰期  $T_A$  为放射性元素 B 的半衰期  $T_B$  的两倍。现在一样品，其中 B 的原子数为 A 的原子数的 4 倍，经过了  $2T_A$  后，该样品中 A 和 B 的原子数的比为

- (a) 1/16 ; (b) 1/8 ;  
(c) 1/4 ; (d) 1。

答(d)

4716 . 同位素的原子中具有

- (a) 相同的电子数 ; (b) 相同的质子数 ;  
(c) 相同的中子数 ; (d) 相同的核子数。

答(a)、(b)

4717 . 某种放射源经过两个半衰期后，

- (a) 原子核衰变掉 50% ; (b) 原子核衰变掉 25% ;  
(c) 原子核衰变掉 75% ; (d) 放射性强度减少到原来的 25%。

答(c)、(d)

4718 .  ${}_{88}^{223}\text{Ra}$  的半衰期为 11.2 天，如果原来有 M 克  ${}_{88}^{223}\text{Ra}$ ，经过 56 天后，剩下的  ${}_{88}^{223}\text{Ra}$  应有多少克？

- (a)  $\frac{1}{5}M$  ; (b)  $\frac{1}{16}M$  ;  
(c) 0 ; (d)  $\frac{1}{32}M$ 。

答(d)

4719 . 钴  ${}_{27}^{59}\text{Co}$  俘获中子后变成放射性同位素钴  ${}_{27}^{60}\text{Co}$ ，而  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  放射  $\beta$  射线变成镍  ${}_{28}^{60}\text{Ni}$  同位素，这种新形成的镍同位素处于激发态，它要过渡到稳定态将发出哪种射线？

- (a)  $\alpha$  射线 ; (b)  $\beta$  射线 ;  
(c)  $\gamma$  射线 ; (d) 无法确定。

答(c)

4720 . 用  $\alpha$  粒子轰击铍 9 的核，产生的生成物是碳 12 和一个不知名的粒子。那么这个粒子组成的粒子流将有下列哪种特性？

- (a) 这个粒子带有正电，在磁场中发生偏转；  
(b) 在任意方向的磁场中都不偏转；  
(c) 这个粒子的电离本领特别强，是原子核的组成部分之一；  
(d) 用这种粒子去轰击铀 235 可引起铀核裂变。

答(b)、(d)

4721 . 1 克镭由于  $\alpha$  衰变放出了  $3.7 \times 10^{10}$  个  $\alpha$  粒子，如果每个  $\alpha$  粒子的能量为 6 兆电子伏，则镭释放的能量为多少？

- (a)  $2.22 \times 10^{11}$  兆电子伏 ; (b)  $2.22 \times 10^{17}$  电子伏 ;  
(c)  $3.52 \times 10^{-2}$  焦 ; (d)  $8.45 \times 10^{-3}$  卡。

答(a)、(b)、(c)、(d)

4722. 在核子结合成原子核的过程中, 释放出能量, 则

- (a) 所形成的原子核质量大于参与变化的核子总质量;
- (b) 所形成的原子核质量等于参与变化的核子总质量;
- (c) 所形成的原子核质量小于参与变化的核子总质量;
- (d) 以上三种情况都有可能。

答(c)

4723. 不同原子核的原子平均结合能是不同的, 核子平均结合能大小与原子核状态之间的关系为

- (a) 结合能越大, 原子核越不稳定, 要释放结合能;
- (b) 结合能越小, 原子核越稳定;
- (c) 结合能越大, 原子核越稳定;
- (d) 原子核的状态稳定与否, 同平均结合能的大小无关。

答(c)

4724. 在释放原子能的过程中

- (a) 任何原子核的分裂或结合都能放出能量;
- (b) 由平均结合能大的原子核分裂成平均结合能小的原子核可以放出能量;
- (c) 由平均结合能小的原子核结合成平均结合能大的原子核可以放出能量;
- (d) 由平均结合能小的原子核分裂成平均结合能大的原子核可以放出能量;
- (e) 由平均结合能大的原子核结合成平均结合能小的原子核可以放出能量。

答(c)、(d)

4725. 氢核、中子、氦核的质量分别是  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ , 那么氦核的结合能是

- (a)  $m_3c^2$ ;
- (b)  $(m_1+m_2)c^2$ ;
- (c)  $(m_3-m_1-m_2)c^2$ ;
- (d)  $(m_1+m_2-m_3)c^2$ 。

答(d)

4726. A, B 为两个原子序数较大的裸核, 原来都静止在同一个匀强磁场中。其中一个放出一个  $\alpha$  粒子, 另一个放出一个  $\beta$  粒子。 $\alpha$  和  $\beta$  粒子的运动方向都跟磁场方向垂直。图中 a、b、c、d 分别表示被放出的两个粒子和两个剩余核的运动轨迹。下列各种说法中, 正确的是

- (a) 磁场方向一定为垂直纸面向里;
- (b) 根据这些轨迹无法判断磁场方向;
- (c) A 核放出的是  $\alpha$  粒子, B 核放出的是  $\beta$  粒子;
- (d) a 为  $\alpha$  粒子轨迹, c 为  $\beta$  粒子轨迹;
- (e) a 为  $\alpha$  粒子轨迹, d 为  $\beta$  粒子轨迹;
- (f) b 为  $\alpha$  粒子轨迹, c 为  $\beta$  粒子轨迹。

答(b)、(c)、(f)

4727. 如图, 在垂直纸面向外的匀强磁场中一个静止的镭核发生  $\alpha$  衰变 ( ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$ )。那么, 氦核和钍核在磁场中的径迹分别是

- (a) 氦 I, 钍 II;
- (b) 钍 II, 氦 I;
- (c) 钍 III, 氦 IV;
- (d) 氦 IV, 钍 III;
- (e) 以上结论都不对。

答(d)

4728. 下列公式中, 爱因斯坦质能方程是,

$$(a) E = hv ; \quad (b) E = mc^2 ;$$

$$(c) hv = W + \frac{1}{2} mv^2 ; \quad (d) E = \frac{1}{2} mv^2 .$$

答(b)

4729 . 放射性钋核 ${}_{84}^{218}\text{Po}$ 发生 $\alpha$ 衰变时,  $\alpha$ 粒子和新生核所得到的动能是由核能转变而来的, 则 $\alpha$ 粒子所获得的动能 $E_{\alpha}$ 和母核放出的核能 $E$ 之间的关系为

$$(a) E_{\alpha} = \frac{1}{42} E ; \quad (b) E_{\alpha} = \frac{1}{535} E ;$$

$$(c) E_{\alpha} = \frac{1}{84} E ; \quad (d) E_{\alpha} = \frac{53.5}{545} E .$$

答(d)

4730 . 在一匀强磁场中, 有一个静止的放射性钋核 ${}_{84}^{218}\text{Po}$ , 当发生 $\alpha$ 衰变时,  $\alpha$ 粒子和新生核的运动轨迹半径的比为

$$(a) 41 : 1 ; \quad (b) 1 : 41 ;$$

$$(c) 42 : 1 ; \quad (d) 107 : 82 ;$$

$$(e) 82 : 107 .$$

答(a)

4731 . 在匀强磁场中, 一个原先静止的原子核, 由于放射出一个 $\alpha$ 粒子, 而得到一张“8”字形的径迹照片。经测定“8”字形的两个圆半径之比是44 : 1。若一个基本电量为 $e$ , 则这个原子核原先所带的电量为

$$(a) 43e ; \quad (b) 45e ;$$

$$(c) 86e ; \quad (d) 88e ;$$

$$(e) 90e .$$

答(e)

4732 . 在 $x, y$ 坐标系里, 有一系列曲线, 它们的坐标所代表的物理含意分别列在下表中。

指出表中各量的函数关系, 各属于哪一种曲线, 请用代表曲线的字母A、B、……填在曲线空白栏里。

	y	x	曲线
1	一定质量的气体在恒温下的压强	气体的体积	( $PV=C$ ) E
2	一定质量的气体在恒压下的体积	气体的温度	$\left(\frac{V}{T}=C\right)$ A
3	光在真空中的速度	频率	E
4	恒定电压下平行板中的场强	板间距离	$\left(E=\frac{U}{d}\right)$ F
5	一定质量物体的加速度	作用力	( $F=ma$ ) D
6	在一定地点单摆的周期	摆长	$\left(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$ C
7	电压一定时用电器的电功率	用电器的电阻	$\left(P=\frac{U^2}{R}\right)$ F
8	核子的平均结合能	质量数	B

4733. 原子反应堆是实现可控制的重核裂变链式反应的一种装置，它主要由哪四部分组成？

- (a) 原子燃料、减速剂、冷却系统和控制调节系统；
- (b) 原子燃料、减速剂、发热系统和传热系统；
- (c) 原子燃料、调整剂、碰撞系统和传热系统；
- (d) 原子燃料、中子源、原子能聚存系统和输送系统。

答(a)

4734. 用连线连结起左边列出的实验记录和右边所对应的仪器名称

- |                          |         |
|--------------------------|---------|
| A. 用于观察粒子径迹的设备           | a 示波器   |
| B. 用于记录粒子数目的设备           | b 回旋加速器 |
| C. 用于产生高速 $\alpha$ 粒子的设备 | c 云室    |
| D. 用于观察图像的设备             | d 计数器   |

答：A c；B d；C b；D a。

4735. 设有同位素裸核 ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ ，静止在匀强磁场中当该离子沿着与磁场垂直方向放出 $\alpha$ 粒子以后变成铀的一个同位素离子，则铀核和 $\alpha$ 粒子在该磁场中的动能大小之比，动量大小的比，回转半径大小的比各为多少？

- (a) 1 : 1, 1 : 1, 1 : 46 ;
- (b) 4 : 235, 1 : 1, 1 : 46 ;
- (c) 2 : 117.5, 1 : 1, 1 : 46 ;
- (d) 1 : 1, 1 : 1, 1 : 1 ;

答(b)、(c)

[提示] 因为  $m_{\alpha}v_{\alpha} - m_U v_U = 0$ ，所以  $P_{\alpha} = P_U$ ，动量比 1 : 1。

$$\frac{E_v}{E_\alpha} = \frac{\frac{1}{2}m_U v_U^2}{\frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2} = \frac{\frac{P_U^2}{m_U}}{\frac{P_\alpha^2}{m_\alpha}} = \frac{m_\alpha}{m_U}。$$

$$R = \frac{mv}{qB}, R = \frac{1}{q}。$$

### 计算题

4736.  ${}_{88}^{226}\text{Pa}$ 衰变为 ${}_{83}^{210}\text{Ra}(E)$ 要经过多少次 $\alpha$ 衰变和多少次 $\beta$ 衰变?

[解答]  ${}_{88}^{224}\text{Ra} \rightarrow {}_{83}^{210}\text{Ra}(E) + x {}_2^4\text{He} + y {}_{-1}^0\text{e}$

质量数守恒  $226=210+4x$ , 解出  $x=4$ ;

电荷数守恒  $88=83+2x-y$ , 解出  $y=3$ 。

4737. 钷 ${}_{87}^{223}\text{Fr}$ 的 $\beta$ 衰变半衰期是21分钟, 经过多少时间后16克钷还剩下1克?

[解答] 衰变规律  $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$ , 其中T为半衰期。

令  $\frac{t}{T} = x$  并以  $M = 1$ ,  $M_0 = 16$  代入上式

$$1 = 16 \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ 即 } \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ 所以 } x = 4。$$

$$t = x \times T = 4 \times 21 \text{ 分} = 84 \text{ 分} = 1 \text{ 小时 } 24 \text{ 分}。$$

4738.  ${}_{27}^{60}\text{Co}$ 的半衰期为5.3年, 现有10克 ${}_{27}^{60}\text{Co}$ 问经过多少年后质量就减少为2.5克?

[解答]  $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$ ,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} = \frac{M}{M_0} = \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\frac{t}{T} = 2,$$

$$t = 2T = 2 \times 5.3 \text{ 年} = 10.6 \text{ 年}。$$

4739. 一小瓶含有一种放射性同位素的溶液, 它每分钟衰变6000次, 将它注射到一个病人血液中, 经过15小时后从病人身上取出10厘米<sup>3</sup>血液, 测得每分钟衰变2次。假设这种同位素的半衰期是5小时, 试计算该病人血液的总体积。

[解答]  $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$ ,

$$\frac{M}{M_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15/5} = \frac{1}{8} = \frac{n'}{6000},$$

即该同位素在15小时后每分钟衰变的次数

$$n' = \frac{6000}{8} \text{ 次} = 750 \text{ 次}。$$

设血液的总体积为V, 则  $\frac{V}{750} = \frac{10\text{厘米}^3}{2}$ ,

所以  $V = \frac{10}{2} \times 750\text{厘米}^3 = 3750\text{厘米}^3 = 3.75\text{升}$ 。

4740. 有一块矿石测出它的铀 238 和铅 206 的粒子数之比为 K, 铀的半衰期为 T, 问矿石的年龄为多少?

[分析] 矿石中铅 206 是铀 238 衰变的产物。

[解答]  $N_U = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$

其中  $N_0 = N_U + N_{Pb}$ , 而  $\frac{N_U}{N_{Pb}} = K$ ,

所以  $N_0 = N_U \left(1 + \frac{1}{K}\right)$  代入衰变方程得

$$N_U = N_U \left(1 + \frac{1}{K}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T},$$

即 
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{K}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T},$$

$$\lg\left(1 + \frac{1}{K}\right) = \frac{t}{T} \lg 2,$$

解得 
$$t = \frac{\lg\left(1 + \frac{1}{K}\right)}{\lg 2} T。$$

4741. 有一块放射性物质, 其半衰期是 20 天, 问, 几天后这块放射性物质减为原来的 1/4? 几天后这块放射性物质的 7/8 被衰变掉?

[解答] 因为  $m_x = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,

即  $\frac{1}{4} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $x = 2 = \frac{t}{T}$ , 所以  $t = 2T = 40\text{天}$ 。

几天后衰变掉 7/8, 还剩余 1/8, 由  $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , 解出  $x = 3 = \frac{t}{T}$ ,

所以  $t = 3T = 60\text{天}$ 。

4742. 考古学者在人居住过的岩洞中, 找到一块碳样品。它所含的  $^{14}\text{C}$  等于有生命物质中的等量碳所含的  $^{14}\text{C}$  的 1/8, 求此样品的年代。(已知  $^{14}\text{C}$  的半衰期为  $T = 5568\text{年}$ )

[解答] 因为  $m_x = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , 而  $x = \frac{t}{T}$ ;

$$\frac{m_x}{m_0} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ 解出 } x = 3 = \frac{t}{T}。$$

所以  $t = 3T = 3 \times 5568\text{年} = 16704\text{年}$ 。

4743.  ${}_{83}^{210}\text{Bi}$ 的半衰期是5天, 10克的铋210经过20天后还剩下多少?  
放射性元素 ${}_{11}^{24}\text{Na}$ 经过6小时后只剩下1/8没有衰变, 它的半衰期是多长?

[解答] 衰变规律  $M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$ ,

$$M_{\text{Bi}} = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{20}{5}} \text{克} = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \text{克} = 0.625 \text{克}.$$

已知  $\frac{M_{\text{Na}}}{M_0} = \frac{1}{8}$ , 所以  $\left(\frac{1}{8}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{6/T}$ ,

即  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6/T}$ ,

解得  $T = \frac{6}{3}$  小时 = 2小时。

4744. 能量为  $E_0 = 0.1$ 兆电子伏的质子轰击静止的氦原子核( ${}^4_2\text{He}$ ), 散射角  $\theta = 90^\circ$  (即质子在碰撞后速度  $v_p$  和原速度  $v_p$  垂直), 试求散射后的质子和  $\alpha$  质点的能量。

[解答] 由于散射后质子的速度  $v_p$ , 和原来速度  $v_p$  垂直, 根据动量守恒定律

$$\text{得 } (m_p v_p)^2 + (m_p v_p')^2 = (m_\alpha v_\alpha)^2,$$

根据能量守恒定律得

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_p v_p'^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2.$$

由上述两个方程, 可以求出

$$E_p' = \frac{m_p v_p'^2}{2} = \frac{m_\alpha - m_p}{m_\alpha + m_p} E_0 = \frac{3}{5} E_0 = 0.06 \text{兆电子伏}.$$

$$E_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{2m_p}{m_\alpha + m_p} E_0 = \frac{2}{5} E_0 = 0.04 \text{兆电子伏}.$$

4745.  ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ 核的平均结合能近似为8兆电子伏/核子。

(1) 铅这一同位素的总结合能为多少?

(2) 如果核子的静质量为1原子质量单位, 则总结合能相当于多少个核子的静质量?

(3) 如果电子的静质量为  $0.55 \times 10^{-4}$  原子质量单位, 则总结合能相当于多少个电子的静质量?

[解答] (1) 总结合能为

$$E = 8 \times 208 \text{兆电子伏} = 1664 \text{兆电子伏}.$$

(2) 相当于核子的静质量数为

$$\frac{1664}{1 \times 931} \approx 1.79.$$

(3) 相当于电子的静质量数为

$$\frac{1664}{0.55 \times 10^{-4} \times 931} \approx 3.25 \times 10^4.$$

4746.  $^{226}_{88}\text{Ra}$  经  $\alpha$  衰变成  $^{222}_{86}\text{Rn}$ ，它们的质量分别为  $m_{\text{Ra}} = 226.0254\text{u}$ ， $m_{\text{Rn}} = 222.0163\text{u}$ 。求所发射  $\alpha$  粒子具有的最大动能。（ $m_{\alpha} = 4.0026\text{u}$ ）

[分析] 如果镭衰变时放出的全部能量都转化为  $\alpha$  粒子的动能，则  $\alpha$  粒子可获得最大的动能。

[解答] 镭衰变时的质量亏损

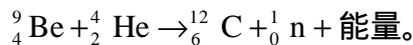
$$m = m_{\text{Ra}} - (m_{\text{Rn}} + m_{\alpha})$$

$$= 226.0254\text{u} - (222.0163\text{u} + 4.0026\text{u}) = 0.0065\text{u},$$

$$\text{最大动能 } E = mc^2 = 0.0065 \times 931 \text{ 兆电子伏} = 6.05 \text{ 兆电子伏}.$$

4747. 计算铍核在俘获  $\alpha$  粒子放出中子的人为衰变过程中所释放的能量。已知铍核、碳核、 $\alpha$  粒子和中子的质量分别为 9.01219、12.00000、4.00260 和 1.008665 原子质量单位。

[解答] 由题意，得反应方程式



反应前总质量： $m_{\text{Be}} = 9.01219\text{u}$

$$\frac{m_{\text{He}} = 4.00260\text{u}_{(+)} + 13.01479\text{u}}$$

反应后总质量： $m_{\text{C}} = 12.00000\text{u}$

$$\frac{m_{\text{n}} = 1.008665\text{u}_{(+)} + 13.008665\text{u}}$$

质量亏损  $m = 0.006125\text{u}$ ，又  $1\text{u} = 1.660566 \times 10^{-27}$  千克，

$$\text{所以 } E = mc^2 = 0.006125 \times 1.660566 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ 焦} \\ \approx 9.15 \times 10^{-13} \text{ 焦}.$$

4748. 一个  $\alpha$  粒子击中铍核  $^9_4\text{Be}$ ，发生核反应时放出一个中子，让放出的中子分别与氢核和氮核发生弹性对心碰撞（设碰撞前氢核和氮核均为静止），实验测得碰撞后氢核与氮核的速度比约为 7.5。已知氮核的质量是氢核质量的 14 倍，问中子质量是氢核质量的多少倍。

[解答] 中子与氢核发生弹性对心碰撞

$$\text{动量守恒 } m_{\text{n}} v_{\text{n}} = m_{\text{n}} v'_{\text{n}} + m_{\text{H}} v_{\text{H}} \quad (1)$$

$$\text{动能守恒 } \frac{1}{2} m_{\text{n}} v_{\text{n}}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{n}} v'^2_{\text{n}} + \frac{1}{2} m_{\text{H}} v_{\text{H}}^2 \quad (2)$$

$$\text{解(1)、(2)式可得 } v_{\text{H}} = \frac{2m_{\text{n}}}{m_{\text{n}} + m_{\text{H}}} v_{\text{n}};$$

中子和氮核发生弹性对心碰撞

$$\text{同理可得 } v_{\text{N}} = \frac{2m_{\text{n}}}{m_{\text{n}} + m_{\text{N}}} v_{\text{n}}.$$

$$\frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{N}}} = \frac{m_{\text{n}} + m_{\text{N}}}{m_{\text{n}} + m_{\text{H}}}, \text{ 以 } \frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{N}}} = 7.5, m_{\text{N}} = 14, m_{\text{H}} = 1 \text{ 代入前式得}$$

$$7.5 = \frac{m_{\text{n}} + 14}{m_{\text{n}} + 1}, \text{ 所以 } m_{\text{n}} = 1,$$

即  $m_{\text{n}} = m_{\text{H}} = 1$ 。

4749. 一个铀 235 原子核吸收一个中子后，裂变为两个新的原子核，并放出两个中子，经过测量，这两个新原子核的质量分别为  $232.32 \times 10^{-27}$  千克和  $155.94 \times$

$10^{-27}$  千克。而铀 235 原子核的质量为  $390.3 \times 10^{-27}$  千克，中子质量为  $1.67 \times 10^{-27}$  千克。试计算一个铀 235 原子核裂变后所释放的能量为多少？

[解答] 裂变前后铀的质量亏损为  $m = (390.3 - 232.32 - 155.94 - 1.67) \times 10^{-27}$  千克  $= 0.37 \times 10^{-27}$  千克，

$$\begin{aligned} E &= mc^2 = 0.37 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ 焦} \\ &= 3.3 \times 10^{-11} \text{ 焦} = \frac{3.3 \times 10^{-11}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ 电子伏} \\ &= 206 \times 10^6 \text{ 电子伏} \approx 200 \text{ 兆电子伏。} \end{aligned}$$

所以一个铀原子核裂变时所释放的能量约为 200 兆电子伏。

4750. 曾落在日本广岛上的原子弹，相当于 2 万吨梯恩梯(T.N.T)，该火药的能量约  $2 \times 10^{13}$  卡。试问有多少个  ${}_{92}^{235}\text{U}$  原子进行核分裂？该原子弹中含铀  ${}_{92}^{235}\text{U}$  的质量最小限度为多少？

[解答] 由上题计算可知一个铀  ${}_{92}^{235}\text{U}$  原子核分裂时所产生的能量约为 200 兆电子伏，

$$\begin{aligned} 200 \times 10^6 \text{ 电子伏} &= 2 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ 焦} = 3.2 \times 10^{-11} \text{ 焦} \\ &= 3.2 \times 10^{-11} \times 0.24 \text{ 卡} = 7.68 \times 10^{-12} \text{ 卡。} \end{aligned}$$

设共有  $n$  个  ${}_{92}^{235}\text{U}$  核发生裂变：

$$\text{则 } n = \frac{2 \times 10^{13}}{7.68 \times 10^{-12}} \text{ 个} = 2.6 \times 10^{24} \text{ 个；}$$

$$\text{铀的质量 } m = 235 \times \frac{n}{6.022 \times 10^{23}} \text{ 克} = 1015 \text{ 克} = 1.015 \text{ 千克。}$$

4752. 当氢原子跃迁到激发能为 10.19 电子伏的状态上时，发射出一个波长为  $4.890 \times 10^{-7}$  米的光子。试确定初始能态的结合能。

[解答] 所谓激发能即是把原子从基态激发到某个高能级所需要的能量，所以该激发态的能量为  $E = (-13.6 + 10.19)$  电子伏  $= -3.41$  电子伏。

$$\text{辐射跃迁 } \frac{hc}{\lambda} = E_{\text{初}} - E,$$

$$\text{所以 } E_{\text{初}} = E + \frac{hc}{\lambda} = \left( -3.41 + \frac{1.24 \times 10^{-6}}{4.890 \times 10^{-7}} \right) \text{ 电子伏} = -0.87 \text{ 电子伏。}$$

4752. 静止的铀核  ${}_{92}^{235}\text{U}$  进行  $\alpha$  衰变，为了测量  $\alpha$  粒子的动能，让它飞入  $B=1$  特的均匀磁场，磁场方向和  $\alpha$  粒子的运动方向垂直，测得  $\alpha$  粒子轨道的曲率半径  $r=0.31$  米。试求：

(1)  $\alpha$  粒子的动能；

(2)  ${}_{92}^{235}\text{U}$  衰变时放出的总能量，这些能量相当于多少质量？

$$\text{[解答] (1) } qvB = m \frac{v^2}{R}, \quad v = \frac{qBR}{m},$$

$$\begin{aligned} E_{K\alpha} &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{qBR}{m} \right)^2 = \frac{(qBR)^2}{2m} \\ &= \frac{(2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 0.31)^2}{2 \times 4 \times 1.67 \times 10^{-27}} \text{ 焦} = 4.6 \text{ 兆电子伏} = E_{\alpha}。 \end{aligned}$$

(2)由动量守恒： $0 = mv_{\alpha} + Mv$ ，得 $v = -\frac{m}{M}v_{\alpha}$ 。

新核的动能  $E_M = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2}{M}v_{\alpha}^2 = \frac{m}{M}E_{\alpha}$ ，

衰变放出的总能量

$$E = E_{\alpha} + E_M = \left(1 + \frac{m}{M}\right)E_{\alpha}$$
$$= \left(1 + \frac{4}{235-4}\right) \times 4.6 \text{兆电子伏} = 4.68 \text{兆电子伏}。$$

因为 1u 相当于 931 兆电子伏的能量，

所以  $m = 8.35 \times 10^{-30}$  千克。

4753. 已知氘核的核子平均结合能为 1.1 兆电子伏，氦核的核子平均结合能为 7.1 兆电子伏。当两个氘核结合成一个氦核时，是放出还是吸收多少能量？结合过程中质量亏损是多少？

[解答]  ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ 。

由于  $E_D = (1.1 \times 2) \times 2$  兆电子伏 = 4.4 兆电子伏，

$E_{\alpha} = 7.1 \times 4$  兆电子伏 = 28.4 兆电子伏，

$E = (28.4 - 4.4)$  兆电子伏 = 24 兆电子伏 (结合能越大则原子核越稳定，反应过程是放能反应) 共放出能量为 24 兆电子伏。

因为  $\frac{E}{c^2} = \frac{24}{931} \text{u} = 0.0258 \text{u}$ ，

所以 质量亏损  $m = 4.3 \times 10^{-29}$  千克。

4754. 已知一个铀 235 核裂变时能释放 200 兆电子伏的能量，问一千克铀完全裂变能释放多少能量？相当于多少吨燃烧值为 7000 千卡/千克的煤所放出的能量？

[解答] 1 千克铀核中有  $\frac{1000}{235} \times N_0 = 2.563 \times 10^{24}$  个。

每个铀核裂变能放出 200 兆电子伏，则 1 千克能释放

$E = 2.563 \times 10^{24} \times 200$  兆电子伏

$= 5.126 \times 10^{26} \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$  焦

$\approx 8.2 \times 10^{13}$  焦

$= 1.968 \times 10^{13}$  卡 =  $1.968 \times 10^{10}$  千卡，

所以  $m = \frac{1.968 \times 10^{10}}{7000}$  千克 = 2811 吨。

4755. 试计算氦核的结合能。已知质子的质量  $m_H = 1.007825 \text{u}$ ，中子的质量  $m_n = 1.008665 \text{u}$ ，氦核的质量为  $m_{\alpha} = 4.0026051 \text{u}$ 。

[解答]  $2 {}^1_1\text{H} + 2 {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He} + E$

$[(2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665) - 4.0026051] \text{u}$

$= 0.0303749 \text{u} = 28.279$  兆电子伏。

4756. 4 个氢核聚变成一个氦核，同时放出两个正电子，释放出  $28 \times 10^6$  电子伏的能量，列出核反应方程，并计算 1 克氢完成这个反应后释放多少焦的能量。

[解答]  $4^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2^0_{+1}\text{e} + 28 \times 10^6$  电子伏，

1克中有 $N_0$ 个氢核，所以 $E = \frac{N_0}{4} \times 28 \times 10^6$  电子伏 =  $4.2 \times 10^{30}$  电子伏 =  $6.7 \times 10^{11}$  焦。

4757. 碳( $^{12}_6\text{C}$ )原子核的质量为11.997u，如果把它分成一个个孤立的质子和中子，问至少需要多少能量？(设质子的质量为 $m_H=1.007825\text{u}$ ，中子质量为 $m_n=1.00866\text{u}$ )

[解答] 因为每个质子的质量 $m_H=1.007825\text{u}$ ，每个中子的质量 $m_n=1.00866\text{u}$ 。由于碳由6个质子和6个中子所组成，

所以  $m = (6 \times 1.007825 + 6 \times 1.00866)\text{u} - 11.997\text{u} = 0.10191\text{u}$ ；

$E = 0.10191 \times 931$  兆电子伏 = 94.9 兆电子伏。

4758. 已知氘核 $^2_1\text{H}$ 的质量为2.0136u，中子 $^1_0\text{n}$ 的质量为1.0087u， $^3_2\text{He}$ 的质量为3.015u；

(1) 写出两个氘核发生聚变的核反应方程；

(2) 计算上述反应过程中所放出的能量；

(3) 如果两个氘核以相等的动能 $E_K=0.35$ 兆电子伏进行相向对心正碰，在反应中产生的中子和氦核的动能各为多少？

[分析] 两个氘核碰撞前总动量为零，根据动量守恒  $0 = m_n v_n + m_{\text{He}} v_{\text{He}}$  可知  $m_n v_n = -m_{\text{He}} v_{\text{He}}$ 。根据质能守恒，可知核反应后中子和氦核的总动能  $E = 2E_K + mc^2$ 。

[解答] (1) 核反应方程为  $^2_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^1_0\text{n} + ^3_2\text{He}$ 。

(2) 由于质能亏损

$E = mc^2 = 2 \times 2.0136\text{u} - (1.0087 + 3.015)\text{u}$

$= 3.5 \times 10^{-3}\text{u} = 3.5 \times 10^{-3} \times 931$  兆电子伏 = 3.26 兆电子伏，

所以  $E = 2 \times E_K + E = (2 \times 0.35 + 3.26)$  兆电子伏 = 3.96 兆电子伏。

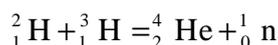
$$(3) \frac{E_n}{E_{\text{He}}} = \frac{\frac{1}{2} m_n v_n^2}{\frac{1}{2} m_{\text{He}} v_{\text{He}}^2} = \frac{\frac{1}{2} (m_n v_n)^2 \frac{1}{m_n}}{\frac{1}{2} (m_{\text{He}} v_{\text{He}})^2 \frac{1}{m_{\text{He}}}}, \text{ 而 } m_n v_n = -m_{\text{He}} v_{\text{He}},$$

所以  $\frac{E_n}{E_{\text{He}}} = \frac{m_{\text{He}}}{m_n} = \frac{3}{1}$ ，即  $E_{\text{He}} = \frac{1}{3} E_n$ 。  $E_{\text{He}} = \frac{1}{4} E = 0.99$  兆电子伏；

$$E_n = \frac{3}{4} E = 2.97 \text{ 兆电子伏。}$$

4759. 试求在氢弹中当合成1千克的氦时所释放出的能量。

[解答] 首先求出下述聚合反应所放出的最大能量：(设弹壳内装的是氘和氚轻元素)



当一个氘核( $m_D$ )与一个氚核( $m_T$ )发生反应时所放出的能量为

$$E = [(m_D + m_T - m_{\alpha} - m_n) \times 931] \text{ 兆电子伏}$$

$$= 17.6 \text{ 兆电子伏} = 2.82 \times 10^{-12} \text{ 焦。}$$

1kg 氦中所含的核数目为

$$N = nN_0 = \frac{1000}{4.0026} \times 6.022 \times 10^{26} = 1.5 \times 10^{26},$$

这样合成 1 千克氦核时所释放的总能量为

$$E = N \cdot E = 1.5 \times 10^{26} \times 2.82 \times 10^{-12} \text{ 焦} \\ = 4.23 \times 10^{14} \text{ 焦。}$$

4760. 钚 ( ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ ) 的  $\alpha$ -放射性同位素按下述方法进行衰变:  ${}_{94}^{239}\text{Pu} \rightarrow {}_{92}^{235}\text{U} + {}_2^4\text{He} + \gamma$ 。 ( $E_\gamma = 0.09$  兆电子伏) 试求钚原子核发生衰变时所放出的  $\alpha$  粒子的速度。

[解答] 钚衰变时所释放出来的能量为

$$E = [931 \times (m_{\text{Pu}} - m_{\text{U}} - m_\alpha) - E_\gamma] \text{ 兆电子伏。}$$

这个能量转变为衰变产物 ( ${}^{235}\text{U}$  与  $\alpha$  粒子) 的动能,

$$E = E_{\text{U}} + E_\alpha;$$

根据动量守恒定律, 在不计  $\gamma$  光子的动量时, 有

$$m_{\text{U}} v_{\text{U}} = m_\alpha v_\alpha;$$

$$\frac{m_{\text{U}} v_{\text{U}}^2}{m_\alpha v_\alpha^2} = \frac{E_{\text{U}}}{E_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_{\text{U}}}。$$

因为  $m_\alpha \ll m_{\text{U}}$ , 所以  $E_\alpha \gg E_{\text{U}}$ ; 这样实际上可以将铀原子核看作是静止的, 所有的能量都被  $\alpha$  粒子带走。即  $E_\alpha \approx E$ 。而  $E_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$ ,

$$\text{则有} \quad v = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}}。$$

查表得:

$$m_{\text{Pu}} = 239.0522 \text{ u},$$

$$m_{\text{U}} = 235.0439 \text{ u},$$

$$m_\alpha = 4.0026 \text{ u} = 6.64 \times 10^{-27} \text{ 千克},$$

将上述数据代入上式得

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2 \times [931 \times (m_{\text{Pu}} - m_{\text{U}} - m_\alpha) - E_\gamma] \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}}{m_\alpha}} \\ = \sqrt{\frac{2 \times [931 \times (239.0522 - 235.0439 - 4.0056) - 0.09] \times 1.6 \times 10^{-13}}{6.64 \times 10^{-27}}} \text{ 米/秒} \\ = 1.59 \times 10^7 \text{ 米/秒。}$$

4761. 在原子核反应堆里, 用石墨作减速剂, 铀核裂变所产生的快中子, 通过和碳核不断碰撞而被减速, 假设中子和碳核的碰撞是完全弹性碰撞, 并且碰撞前碳核是静止的, 碰撞后中子和碳核的速度都跟碰撞前中子的速度沿同一直线。已知碳核的质量近似为中子质量的 12 倍, 中子原来的能量为  $E_0$ 。(1) 经过一次碰撞后, 中子的能量变为多少? (2) 若  $E_0 = 1.75$  兆电子伏, 问经过多少次碰撞后, 中子的能量才能减到 0.025 电子伏?

[解答] 设中子质量为  $m$ , 碳核质量为  $M$ , 需经碰撞次数为  $n$ 。

$$\text{则} \quad mv_0 = mv + MV \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} MV^2 \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得  $v_0 = V - v$

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ v_0 = V - v \end{cases}$$

解出 
$$v = \frac{m - M}{m + M} v_0 = -\frac{11}{13} v_0。$$

经过一次碰撞后中子能量

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left( -\frac{11}{13} v_0 \right)^2 \\ &= \frac{121}{169} \left( \frac{1}{2} m v_0^2 \right) = \frac{121}{169} E_0 = 0.72 E_0。 \end{aligned}$$

利用递推关系，碰撞  $n$  次后能量

$$E_n = (0.72)^n E_0, \quad \frac{E_n}{E_0} = (0.72)^n,$$

$$\lg \left( \frac{E_n}{E_0} \right) = n \lg(0.72),$$

$$n = \frac{\lg \left( \frac{E_n}{E_0} \right)}{\lg(0.72)} = \frac{\lg \left( \frac{0.025}{1.75 \times 10^6} \right)}{\lg \left( \frac{121}{169} \right)}$$

$$= \frac{\lg \left( \frac{1}{7} \times 10^{-7} \right)}{\lg \left( \frac{121}{169} \right)} = \frac{\lg \left( \frac{1}{7} \right) + \lg 10^{-7}}{\lg 121 - \lg 169} = \frac{-\lg 7 - 7}{\lg 121 - \lg 169}$$

$$= \frac{7 + \lg 7}{\lg 169 - \lg 121} = \frac{7 + 0.8451}{2.2279 - 2.0828} \approx 54。$$

### 说理和论证题

4762. 原子序数，原子量，元素的化学性质都是由什么因素决定的？

[解答] 原子序数是由核内质子数或核外电子数决定的。

原子量是由核子数决定的。（一般电子质量不计）

元素的化学性质主要由核外最外层电子数决定。

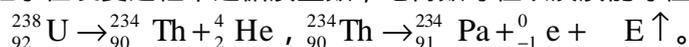
4763. 什么是放射性元素？ $\alpha$ 射线， $\beta$ 射线和 $\gamma$ 射线的本质是什么？三种射线的性质有什么异同？在 $\alpha$ 衰变和 $\beta$ 衰变过程中，原子核的变化有什么规律？各举一例说明。怎样表示放射性元素衰变的快慢？

[解答] 具有放射性的元素（该物质的原子核能发出某种看不见的射线可以穿透黑纸使照相底片感光）叫做放射性元素。

$\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 三种射线的本质是三种粒子，即氦核( ${}^4_2\text{He}$ )，负电子( ${}^0_{-1}\text{e}$ )， $\gamma$ 光子( ${}^0_0\gamma$ )。必须指出 $\beta$ 粒子决不是核外的电子而是由于原子核内的中子转成质子而形成的。

该三种射线都具有贯穿本领，但各自带电的性质不同， $\alpha$ 粒子带正电， $\beta$ 粒子带负电， $\gamma$ 粒子不带电，它们的质量也各不相同，因而所对应的贯穿和电离本领各不相同。

$\alpha$ 、 $\beta$ 粒子在衰变过程中遵循质量数，电荷数守恒以及质能守恒。



放射性元素衰变的快慢是用半衰期表示的，所谓半衰期是指放射性

元素的原子核有半数发生衰变所需要的时间。衰变规律为  $M_t = M_0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$ ,  $M_0$  为原质量,  $M_t$  为衰变后的质量,  $T$  为半衰期,  $t$  为衰变时间。

4764. 如图所示是威尔逊云室放在磁场中摄取的  $\alpha$  粒子和  $\beta$  粒子的轨迹照片示意图。

(1) 细而断续的径迹是什么粒子的轨迹? 粗而连续的径迹是什么粒子的轨迹?

(2) 说出磁场的方向。

[解答] (1) 细而断续的径迹为  $\beta$  射线 ( $\beta$  射线穿透能力较大, 电离本领较小)。粗而连续的径迹为  $\alpha$  射线 ( $\alpha$  射线穿透能力较小, 电离本领较大)。

(2) 磁场方向如图所示。

4765. 镭自发衰变为氦和钍。为什么镭被认为是一种元素而不是氦和钍的一种化合物?

[解答] 镭是一种单质而不是化合物, 它的衰变是由于原子核不稳定而转变为其它元素的原子核, 而且在衰变过程中出现衰变能。所以衰变仅说明原子核能够转变。

4766. 既然原子核中并没有电子, 那为什么某些元素的原子核会发生  $\beta$  衰变而放出电子?

[解答] 核内并没有电子, 但在一定条件下, 质子和中子要相互转化, 在转化过程中要放出电子而产生  $\beta$  衰变。其核内过程是

$\beta^-$  衰变:  ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1P + {}_{-1}^0e + \bar{\nu}$  ( $\bar{\nu}$ : 反中微子);

$\beta^+$  衰变:  ${}_1^1P \rightarrow {}_0^1n + {}_{+1}^0e + \nu$  ( $\nu$ : 中微子)。

4767. 发生  $\beta$  衰变时, 为什么不同的核, 其  $\beta$  衰变的形式不一样?

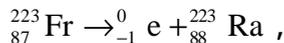
[解答] 稳定核在核内的中子数和质子数有一定的比例。若在核内出现中子剩余, 结果其中一个中子随着放射电子而转化为质子。若在核内出现质子剩余, 结果其中一个质子随着放射正电子而转化为中子。所以由于不同核的中子数跟质子数比例不同,  $\beta$  衰变的形式也不同。

4768. 钍 230 放出一个  $\alpha$  粒子后变成了什么? 写出衰变方程。

钷 223 放出一个  $\beta$  粒子后变成了什么? 写出衰变方程。

[解答]  ${}_{90}^{230}\text{Th} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{88}^{226}\text{Ra}$ ,

钷放射出  $\alpha$  粒子生成物为镭。



钷放射出  $\beta$  粒子生成物为镭。

4769. 在同位素  ${}_{6}^{12}\text{C}$ 、 ${}_{6}^{13}\text{C}$ 、 ${}_{6}^{14}\text{C}$ 、 ${}_{7}^{14}\text{N}$ 、 ${}_{8}^{16}\text{O}$  和  ${}_{8}^{17}\text{O}$  中, 哪些同位素的核包含有相同的 (1) 质子数, (2) 中子数, (3) 核子数? (4) 哪些同位素有相同的核外电子数?

[解答] (1)  ${}_{6}^{12}\text{C}$ 、 ${}_{6}^{13}\text{C}$ 、 ${}_{6}^{14}\text{C}$  有相同的质子数 6;  ${}_{8}^{16}\text{O}$ 、 ${}_{8}^{17}\text{O}$  有相同的质子数 8。

(2)  ${}_{6}^{13}\text{C}$  和  ${}_{7}^{14}\text{N}$  有相同的中子数 7;  ${}_{6}^{14}\text{C}$  和  ${}_{8}^{16}\text{O}$  有相同的中子数 8。

(3)  ${}_{6}^{14}\text{C}$  和  ${}_{7}^{14}\text{N}$  有相同的核子数。

(4) 跟 (1) 相同。

4770. 原子核内部的能量是量子化的,  $\alpha$  射线和  $\gamma$  射线的能量都是间断的数值;

为什么在 $\beta$ -衰变中放出的 $\beta$ 粒子（电子）的能量却是连续分布的？

[解答] 当原子核发生 $\beta$ -衰变时，核内的一个中子转化为一个质子而形成一个新的原子核。这时不仅放出一个电子，同时还发出一粒质量很小或几乎等于零的中性粒子——反中微子。根据动量守恒定律，这三个粒子（电子、反中微子和剩下的原子核）的动量的矢量和应等于零；由于这些粒子的动量可以有各种各样的角度，因而要总动量为零，动量的分配也必然随各种不同的角度有不同情况。即 $\beta$ 粒子分得的动量取决于三个粒子的角度关系。因为角度关系的变化是连续分布的，因而 $\beta$ 粒子

的动量是连续分布的。相应地， $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$  也是连续分布的。

4771. 一个正电子与一个电子在真空中互相湮没后，它们的全部静能被两个光子带走，为什么不能由一个光子带走？

[解答] 微观粒的运动同样遵循动量守恒定律。在正电子和电子的质心参考系里，湮没前总动量是零。如果全部静能由一个光子带走，湮没后的动量就不等于零，这显然违反动量守恒定律。

4772. 原子核的放射衰变与核反应有何区别？外界对原子的作用能否改变其放射衰变的速度？为什么？

[解答] 放射衰变是不稳定的核自发地放出射线，变为另一种元素的原子核的现象；核反应则是原子核受其它原子核或粒子作用而转变为另一些原子核的过程。外界对原子的作用不能改变放射衰变的速度，因为放射性是原子核内部相互作用的结果，只决定于核本身的性质，温度、压强和电磁场等外界对原子的作用，都不会改变其放射衰变的速度。高能粒子的轰击所引发的并不是放射衰变而是核反应。

4773. 平均结合能的曲线表示出怎样的规律？它对于利用核能有什么启示？

[解答] 从平均结合能的曲线可以看到：很轻的原子或很重的原子，它们的平均结合能都较小；而中等质量数（ $A=40-120$ 间）的原子核中，核子的平均结合能较大，质量数为50—60的原子核，平均结合能最大。这个规律就是原子能利用的基础。我们可以从中得到这样的启示：使轻核聚变成中等质量数的原子核或使重核裂变为中等质量数的原子核，都可以获得核反应中释放出的大量能量。

4774. 在考古工作中，可以从古生物遗骸中 $^{14}\text{C}$ 的含量推算古生物到现在的时间 $t$ 。若 $^{14}\text{C}$ 的半衰期为 $T$ ，古生物遗骸中 $^{14}\text{C}$ 和 $^{12}\text{C}$ 粒子数之比为 $\rho$ ，空气中 $^{14}\text{C}$ 和 $^{12}\text{C}$ 粒子数之比为 $\rho_0$ ，且 $\rho_0$ 均 $\ll 1$ （约 $\sim 10^{-12}$ ），试证明古生物距今的时间

$$t = T \frac{\ln(\rho_0 / \rho)}{\ln 2}。$$

[证明] 生命体生存时，其 $^{14}\text{C}$ 和 $^{12}\text{C}$ 的比值与空气中的相同，死亡后 $^{14}\text{C}$ 的含量不断减少。

设样品中 $^{14}\text{C}$ 和 $^{12}\text{C}$ 的总粒子数为 $N$ ， $^{14}\text{C}$ 的粒子数为 $N_1$ ， $^{12}\text{C}$ 的粒子数为 $N_2$ ，则

$$N = N_1 + N_2, \text{ 而 } \frac{N_1}{N_2} = \rho,$$

$$\text{得 } N = N_1 \left( 1 + \frac{1}{\rho} \right) = N_1 \times \frac{1 + \rho}{\rho}。$$

由于 $\rho \ll 1$ ， $1 + \rho \approx 1$ ，

所以  $N = \frac{N_1}{\rho}$  ,

即 衰变至今的  $^{14}\text{C}$  的粒子数  $N_1 = N_0$ 。

同理可得衰变前  $^{14}\text{C}$  的粒子数  $N_0 = \rho_0 N_0$ 。

根据衰变规律  $\frac{N_1}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$  ,

得  $\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$  。

即  $\frac{\rho_0}{\rho} = 2^{t/T}$

取对数  $\ln\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) = \frac{t}{T} \ln 2$  ,

所以  $t = T \frac{\ln(\rho_0 / \rho)}{\ln 2}$  。

